Лабораторная работа №8

Научное программирование

Хохлачева Яна Дмитриевна, НПМмд-02-22

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Цель работы

Научиться вычислять собственные значения и собственные векторы, предсказывать, в каком состоянии в цепи Маркова окажемся через определенное количество ходов, находить вектор равновесного состояния для цепи Маркова с помощью Octave.

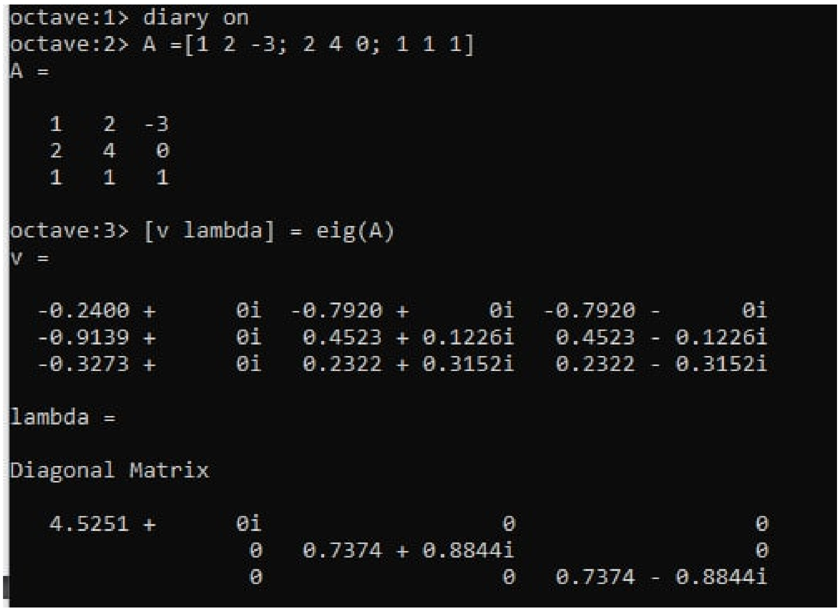
2 Задание

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы: предсказать, в каком состоянии в цепи Маркова окажемся через определенное количество ходов; найти вектор равновесного состояния для цепи Маркова.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Шаг 1

Задала матрицу A и нашла ее собственные векторы и собственные значения с помощью команды eig с двумя выходными аргументами. Для получения матрицы с действительными собственными значениями, умножила входную матрицу на транспонированную матрицу. Соответствующие команды и результаты показаны на Рисунке 1 и Рисунке 2



```
octave:1> diary on
octave:2> A =[1 2 -3; 2 4 0; 1 1 1]
A =

   1   2  -3
   2   4   0
   1   1   1

octave:3> [v lambda] = eig(A)
v =

  -0.2400 +      0i  -0.7920 +      0i  -0.7920 -      0i
  -0.9139 +      0i   0.4523 + 0.1226i   0.4523 - 0.1226i
  -0.3273 +      0i   0.2322 + 0.3152i   0.2322 - 0.3152i

lambda =

Diagonal Matrix

   4.5251 +      0i                  0                  0
                  0   0.7374 + 0.8844i                  0
                  0                  0   0.7374 - 0.8844i
```

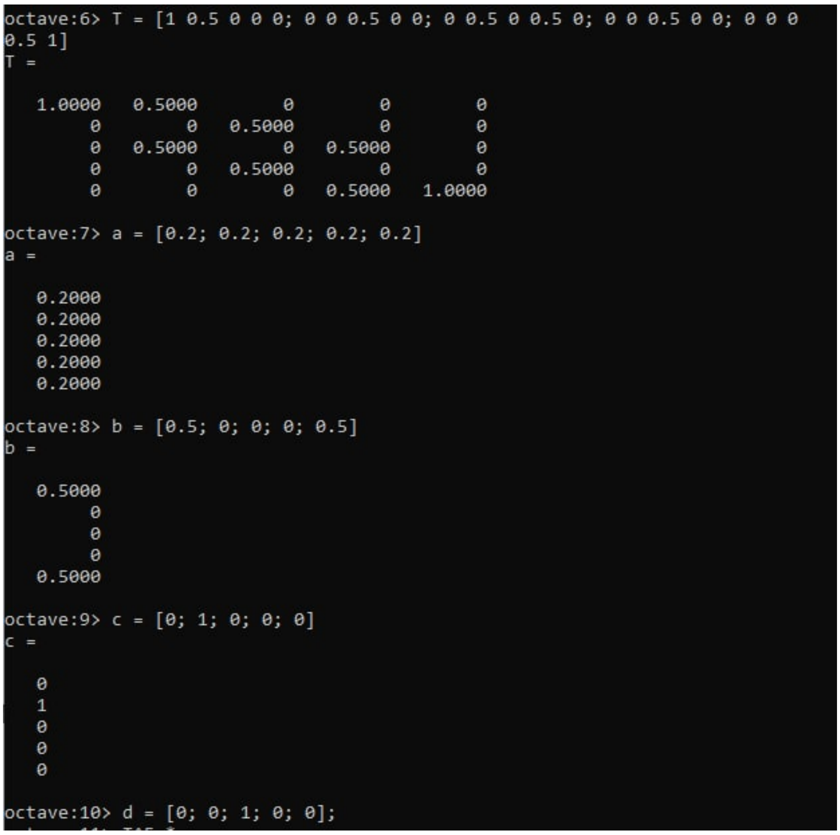
Рис. 3.1: Нахождение собственных векторов и собственных значений

```
octave:4> C = A' * A
C =

    6   11   -2
   11   21   -5
   -2   -5   10

octave:5> [v lambda] = eig(C)
v =

   0.876137   0.188733  -0.443581
  -0.477715   0.216620  -0.851390
  -0.064597   0.957839   0.279949

lambda =

Diagonal Matrix

    0.1497         0         0
         0    8.4751         0
         0         0   28.3752
```

Рис. 3.2: Нахождение собственных векторов и собственных значений

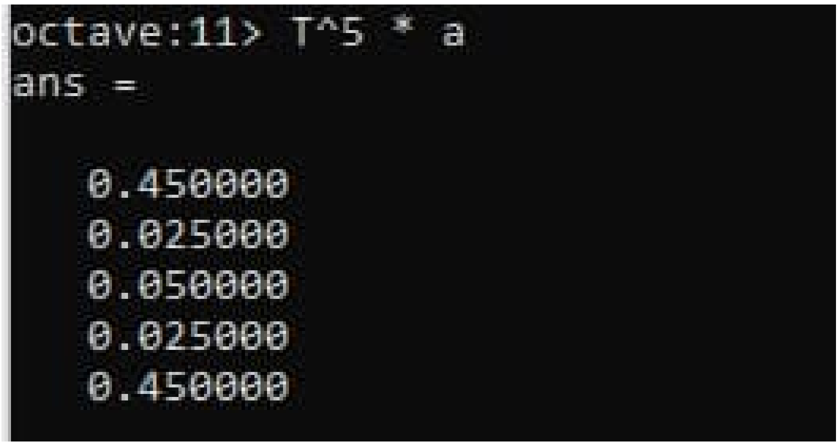
3.2 Шаг 2

Рассмотрим марковскую цепь, для которой дана матрицы переходов T и четыре различных начальных векторов вероятности. Для нахождения вероятностей после 5 шагов возвела матрицу T в пятую степень и умножила на начальный вектор вероятностей. Соответствующие команды и результаты показаны на Рисунке 3, 4, 5



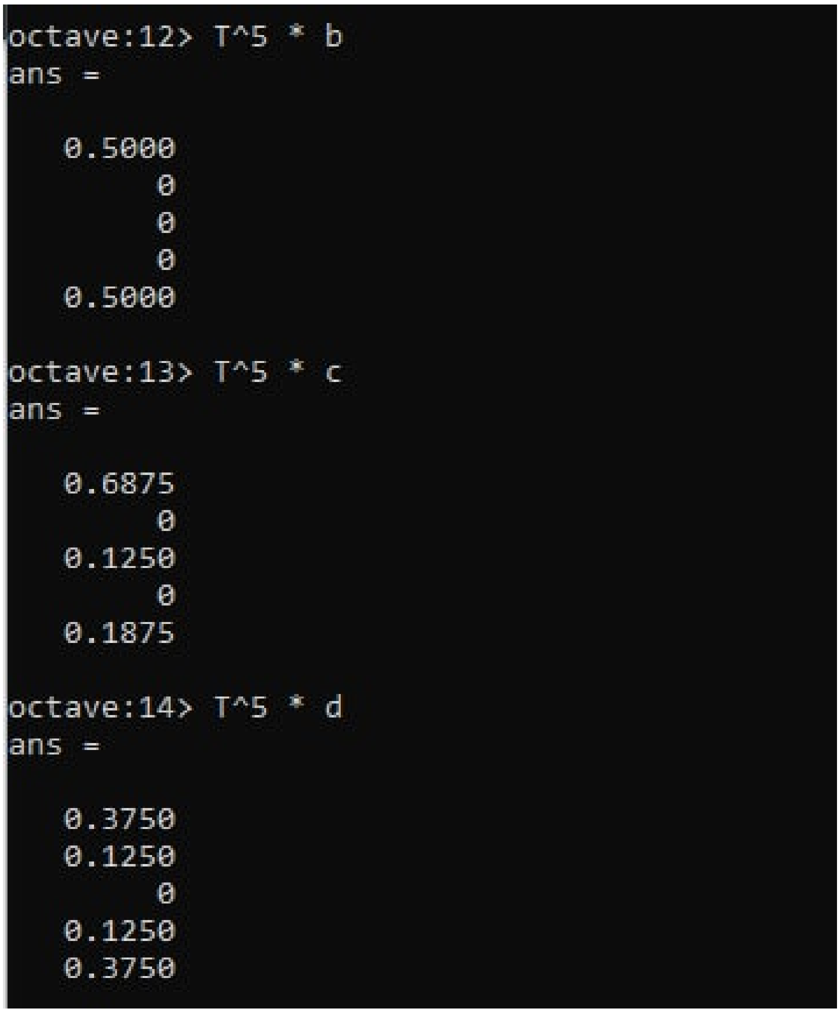
```
octave:6> T = [1 0.5 0 0 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0.5 0 0.5 0; 0 0 0.5 0 0; 0 0 0
0.5 1]
T =

   1.0000   0.5000        0        0        0
        0        0   0.5000        0        0
        0   0.5000        0   0.5000        0
        0        0   0.5000        0        0
        0        0        0   0.5000   1.0000

octave:7> a = [0.2; 0.2; 0.2; 0.2; 0.2]
a =

   0.2000
   0.2000
   0.2000
   0.2000
   0.2000

octave:8> b = [0.5; 0; 0; 0; 0.5]
b =

   0.5000
        0
        0
        0
   0.5000

octave:9> c = [0; 1; 0; 0; 0]
c =

   0
   1
   0
   0
   0

octave:10> d = [0; 0; 1; 0; 0];
```

Рис. 3.3: Нахождение вероятностей цепи Маркова спустя 5 шагов



```
octave:11> T^5 * a
ans =

   0.450000
   0.025000
   0.050000
   0.025000
   0.450000
```

Рис. 3.4: Нахождение вероятностей цепи Маркова спустя 5 шагов



```
octave:12> T^5 * b
ans =

   0.5000
        0
        0
        0
   0.5000

octave:13> T^5 * c
ans =

   0.6875
        0
   0.1250
        0
   0.1875

octave:14> T^5 * d
ans =

   0.3750
   0.1250
        0
   0.1250
   0.3750
```

Рис. 3.5: Нахождение вероятностей цепи Маркова спустя 5 шагов

3.3 Шаг 3

Для нахождения равновесного состояния для цепи Маркова задала новую переходную матрицу и нашла его собственный вектор x для собственного значения равного 1,компоненты которого неотрицательны и в сумме дают 1. Данный вектор и является равновесным состоянием состоянием цепи. Нахождение данного вектора и проверка того, что это действительно равновесное состояние, показана на Рисунке 6 и 7

```
octave:15> T = [0.48 0.51 0.14; 0.29 0.04 0.52; 0.23 0.45 0.34]
T =

   0.480000   0.510000   0.140000
   0.290000   0.040000   0.520000
   0.230000   0.450000   0.340000

octave:16> [v lambda] = eig(T)
v =

  -0.6484  -0.8011   0.4325
  -0.5046   0.2639  -0.8160
  -0.5700   0.5372   0.3835

lambda =

Diagonal Matrix

   1.0000        0        0
        0   0.2181        0
        0        0  -0.3581

octave:17> x = v(:,1)/sum(v(:,1))
x =

   0.3763
   0.2929
   0.3308
```

Рис. 3.6: Нахождение равновесного состояния и проверка

```
octave:18> T^10 * x
ans =

   0.3763
   0.2929
   0.3308

octave:19> T^50 * x
ans =

   0.3763
   0.2929
   0.3308

octave:20> T^50 * x - T^10 * x
ans =

   4.4409e-16
   2.7756e-16
   3.8858e-16

octave:21> diary off
```

Рис. 3.7: Нахождение равновесного состояния и проверка

4 Выводы

Я научилась вычислять собственные значения и собственные векторы, предсказывать, в каком состоянии в цепи Маркова окажемся через определенное количество ходов, находить вектор равновесного состояния для цепи Маркова с помощью Octave.

Список литературы