

Phần 1: BÀI TẬP CƠ BẢN

§ 1. Các phép toán số học. Tính giá trị biểu thức

1. Tính chu vi của đa giác đều n cạnh nội tiếp đường tròn bán kính R .
2. Biết độ dài cạnh huyền và một cạnh góc vuông của một tam giác vuông là a và b . Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.
3. Biết rằng chu vi của một đường tròn là d . Tính diện tích đường tròn đó.
4. Tính khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1, y_1)$ và $B(x_2, y_2)$.
5. Tính diện tích của một hình thang cân biết độ dài hai cạnh đáy là a, b và góc nhọn thuộc đáy lớn là α .
6. Cho trước 3 độ dài a, b, c . Tồn tại hay không một tam giác với độ dài 3 cạnh là a, b, c . Nếu có hãy cho biết độ lớn 3 góc của tam giác đó.
7. Cho một tam giác có 3 cạnh là a, b, c . Hãy tính:
 - a. Độ dài 3 đường cao của tam giác.
 - b. Độ dài 3 đường trung tuyến của tam giác.
 - c. Độ dài 3 đường phân giác của tam giác.
 - d. Bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác.
8. Cho tam giác ABC với 3 đỉnh A, B, C có tọa độ là: $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$. Hãy tính:
 - a. Diện tích của tam giác.
 - b. Chu vi của tam giác.
9. Cho các số x, y, z . Tính a và b nếu:

a.
$$a = \frac{3+e^{y-1}}{1+x^2|y-tgz|}$$

$$b = 1 - |y - x| + \frac{(y - x)^2}{2} + \frac{(y - x)^3}{3}$$

b.
$$a = \frac{2\cos(x-\frac{\pi}{6})}{\frac{1}{2}+\sin^2 y}$$

$$b = 1 + \frac{z^2}{3 + z^{2/5}}$$

c.
$$a = \ln \left| (y - \sqrt{|x|}) \left(x - \frac{y}{z+x^{2/4}} \right) \right|$$

$$b = x - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

10. Tính tổng của một cấp số cộng có n phần tử biết rằng phần tử thứ nhất là a và công sai là d .

11. Cho số thực x . Chỉ sử dụng các phép toán cộng, trừ và nhân tính giá trị của biểu thức:

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$$

Trong đó sử dụng không quá 4 phép nhân, 4 phép cộng và trừ.

12. Cho 2 số thực x và y . Sử dụng các phép cộng, trừ và nhân tính giá trị của biểu thức:

$$3x^2y^2 - 2xy^2 - 7x^2y - 4y^2 + 15xy + 2x^2 - 3x + 10y + 6$$

Cho phép sử dụng không quá 8 phép nhân và 8 phép cộng trừ. (Tổng cộng không quá 16 phép toán).

13. Cho số thực x . Chỉ sử dụng các phép cộng, trừ, nhân tính giá trị các biểu thức:

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 \text{ và } 1 + 2x + 3x^2 - 4x^3$$

trong đó sử dụng không quá 8 phép toán.

14. Cho trước số thực a . Chỉ dùng phép toán nhân, hãy tính:

- a. a^4 với 2 phép nhân
- b. a^6 với 3 phép nhân
- c. a^7 với 4 phép nhân
- d. a^8 với 3 phép nhân
- e. a^9 với 4 phép nhân
- f. a^{10} với 4 phép nhân
- g. a^{13} với 5 phép nhân
- h. a^{15} với 5 phép nhân
- i. a^{21} với 6 phép nhân
- j. a^{28} với 6 phép nhân
- k. a^{64} với 6 phép nhân

15. Cho trước số thực a . Chỉ dùng phép toán nhân, hãy tính:

- a. a^3 và a^{10} chỉ dùng 4 phép nhân
- b. a^4 và a^{20} chỉ dùng 5 phép nhân
- c. a^5 và a^{13} chỉ dùng 5 phép nhân
- d. a^5 và a^{19} chỉ dùng 6 phép nhân
- e. a^2 , a^5 và a^{17} chỉ dùng 6 phép nhân
- f. a^4 , a^{12} và a^{28} chỉ dùng 6 phép nhân

§ 2. Rẽ nhánh

16. Cho số thực x và y . Tìm $\text{Min}(x, y)$ và $\text{Max}(x, y)$.
17. Cho 3 số thực x, y, z . Tìm:
- $\text{Max}(x, y, z)$ và $\text{min}(x, y, z)$
 - $\text{Max}(x+y+z, xyz)$
 - $\text{Min}^2(x+y+z/2, xyz)+1$
18. Cho 3 số thực a, b, c . Kiểm tra xem bất đẳng thức sau có đúng không?
- $$a < b < c$$
19. Cho 3 số thực a, b, c . Hãy thay mỗi số bằng 2 lần chính nó nếu $a \geq b \geq c$, ngược lại thay bằng trị tuyệt đối của chúng.
20. Cho hai số thực x và y . Hãy tính Z với
- $$Z = \begin{cases} x - y & \text{nếu } x > y \\ y - x - 1 & \text{trong trường hợp ngược lại} \end{cases}$$
21. Cho hai số thực a và b . Hãy thay a bằng 0 nếu $a \geq b$.
22. Cho 3 số thực x, y, z . Hãy chỉ ra các số trong chúng thuộc khoảng $(3, 5)$.
23. Cho hai số thực khác nhau x và y . Hãy thay số bé trong chúng bằng trung bình cộng của chúng và số còn lại bởi tích của chúng.
24. Cho 3 số thực x, y, z . Hãy thay tất cả các số âm bằng bình phương của nó.
25. Với 3 số thực a, b, c đôi một khác nhau mà có tổng bé hơn 1 thì thay số bé nhất trong chúng bằng trung bình cộng của chúng, ngược lại số nhỏ hơn trong hai số a và b thay bằng trung bình cộng của hai số còn lại.
26. Với 4 số thực a, b, c, d . Nếu $a \leq b \leq c \leq d$ thì thay mọi số bằng d ; Nếu $a > b > c > d$ thì các số không thay đổi, ngược lại thay mỗi số bằng bình phương của nó.
27. Cho 2 số x và y . Nếu x và y đều âm thì thay mỗi số bằng trị tuyệt đối của chúng; Nếu chỉ một trong hai số âm thì tăng mỗi số lên 0.5; Nếu cả hai số đều không âm và không có số nào thuộc khoảng $(1, 2)$ thì thay mỗi số bằng 10 lần chính nó; Các trường hợp ngược lại các số không thay đổi.
28. Cho 3 số thực x, y, z dương.
- Tồn tại hay không một tam giác với độ dài 3 cạnh là x, y, z . Nếu tồn tại thì:
 - Tam giác đó là vuông, nhọn hay tù?
29. Cho 3 số thực a, b, c . Xét xem phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm hay không? Nếu có hãy chỉ ra các nghiệm đó, ngược lại thông báo “Phương trình vô nghiệm”.

30. Cho các số thực a_1, b_1, c_1 và a_2, b_2, c_2 . Kiểm tra xem hệ sau có nghiệm hay không?

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

Nếu có hãy chỉ ra các nghiệm đó.

31. Cho 3 số thực a, b, c . Hãy lập trình giải phương trình trùng phương sau:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

32. Cho các số thực a, b, c, d, s, t, u , trong đó t và s không đồng thời bằng 0.

Biết rằng hai điểm (a, b) và (c, d) không nằm trên đường thẳng

$l: sx + ty + u = 0$. Hãy xác định xem hai điểm (a, b) và (c, d) có cùng nằm trên một phần mặt phẳng mà chia bởi đường thẳng l hay không?

33. Trên mặt phẳng cho 4 điểm A, B, C, D xác định bởi tọa độ của chúng:

$A(a, b), B(c, d), C(e, f), D(g, h)$. Kiểm tra xem 2 điểm A, B có nằm trên đường thẳng đi qua C và D hay không? Nếu cả hai điểm A và B không nằm trên đường thẳng CD thì chúng có nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau chia bởi CD hay không?

34. Cho 6 số thực x_1, x_2, x_3 và y_1, y_2, y_3 xác định 3 điểm $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ và $C(x_3, y_3)$. Kiểm tra xem 3 điểm trên có thẳng hàng hay không? Nếu không thẳng hàng thì góc tọa độ $(0, 0)$ có nằm trong tam giác ABC hay không?

35. Cho 4 số dương a, b, c và d . Có thể đặt tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông là a và b nằm trọn trong tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông là c và d hay không?

36. Một viên gạch hình khối chữ nhật có độ dài là a, b, c . Có thể đưa viên gạch qua lỗ hồng hình chữ nhật kích thước x, y hay không?

37. Cho số thực x . Hãy tính giá trị của hàm số $f(x)$. Nếu

a. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{Nếu } -2 \leq x < 2 \\ 4 & \text{Nếu } x \geq 2 \end{cases}$

b. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 5 & \text{với } x \leq 2 \\ \frac{1}{x^2 + 4x + 5} & \text{với } x > 2 \end{cases}$

c. $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{Nếu } x < 0 \\ x & \text{Nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ x^4 & \text{Nếu } x > 1 \end{cases}$