

## Phần 1: BÀI TẬP CƠ BẢN

### § 1. Các phép toán số học. Tính giá trị biểu thức

1. Tính chu vi của đa giác đều  $n$  cạnh nội tiếp đường tròn bán kính  $R$ .
2. Biết độ dài cạnh huyền và một cạnh góc vuông của một tam giác vuông là  $a$  và  $b$ . Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó.
3. Biết rằng chu vi của một đường tròn là  $d$ . Tính diện tích đường tròn đó.
4. Tính khoảng cách giữa hai điểm  $A(x_1, y_1)$  và  $B(x_2, y_2)$ .
5. Tính diện tích của một hình thang cân biết độ dài hai cạnh đáy là  $a, b$  và góc nhọn thuộc đáy lớn là  $\alpha$ .
6. Cho trước 3 độ dài  $a, b, c$ . Tồn tại hay không một tam giác với độ dài 3 cạnh là  $a, b, c$ . Nếu có hãy cho biết độ lớn 3 góc của tam giác đó.
7. Cho một tam giác có 3 cạnh là  $a, b, c$ . Hãy tính:
  - a. Độ dài 3 đường cao của tam giác.
  - b. Độ dài 3 đường trung tuyến của tam giác.
  - c. Độ dài 3 đường phân giác của tam giác.
  - d. Bán kính đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác.
8. Cho tam giác  $ABC$  với 3 đỉnh  $A, B, C$  có tọa độ là:  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ . Hãy tính:
  - a. Diện tích của tam giác.
  - b. Chu vi của tam giác.
9. Cho các số  $x, y, z$ . Tính  $a$  và  $b$  nếu:

a. 
$$a = \frac{3+e^{y-1}}{1+x^2|y-tgz|}$$

$$b = 1 - |y - x| + \frac{(y - x)^2}{2} + \frac{(y - x)^3}{3}$$

b. 
$$a = \frac{2\cos(x-\frac{\pi}{6})}{\frac{1}{2}+\sin^2 y}$$

$$b = 1 + \frac{z^2}{3 + z^{2/5}}$$

c. 
$$a = \ln \left| (y - \sqrt{|x|}) \left( x - \frac{y}{z+x^{2/4}} \right) \right|$$

$$b = x - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^5}{5!}$$

10. Tính tổng của một cấp số cộng có  $n$  phần tử biết rằng phần tử thứ nhất là  $a$  và công sai là  $d$ .

11. Cho số thực  $x$ . Chỉ sử dụng các phép toán cộng, trừ và nhân tính giá trị của biểu thức:

$$2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$$

Trong đó sử dụng không quá 4 phép nhân, 4 phép cộng và trừ.

12. Cho 2 số thực  $x$  và  $y$ . Sử dụng các phép cộng, trừ và nhân tính giá trị của biểu thức:

$$3x^2y^2 - 2xy^2 - 7x^2y - 4y^2 + 15xy + 2x^2 - 3x + 10y + 6$$

Cho phép sử dụng không quá 8 phép nhân và 8 phép cộng trừ. (Tổng cộng không quá 16 phép toán).

13. Cho số thực  $x$ . Chỉ sử dụng các phép cộng, trừ, nhân tính giá trị các biểu thức:

$$1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 \text{ và } 1 + 2x + 3x^2 - 4x^3$$

trong đó sử dụng không quá 8 phép toán.

14. Cho trước số thực  $a$ . Chỉ dùng phép toán nhân, hãy tính:

- a.  $a^4$  với 2 phép nhân
- b.  $a^6$  với 3 phép nhân
- c.  $a^7$  với 4 phép nhân
- d.  $a^8$  với 3 phép nhân
- e.  $a^9$  với 4 phép nhân
- f.  $a^{10}$  với 4 phép nhân
- g.  $a^{13}$  với 5 phép nhân
- h.  $a^{15}$  với 5 phép nhân
- i.  $a^{21}$  với 6 phép nhân
- j.  $a^{28}$  với 6 phép nhân
- k.  $a^{64}$  với 6 phép nhân

15. Cho trước số thực  $a$ . Chỉ dùng phép toán nhân, hãy tính:

- a.  $a^3$  và  $a^{10}$  chỉ dùng 4 phép nhân
- b.  $a^4$  và  $a^{20}$  chỉ dùng 5 phép nhân
- c.  $a^5$  và  $a^{13}$  chỉ dùng 5 phép nhân

- d.  $a^5$  và  $a^{19}$  chỉ dùng 5 phép nhân
- e.  $a^2$ ,  $a^5$  và  $a^{17}$  chỉ dùng 6 phép nhân
- f.  $a^4$ ,  $a^{12}$  và  $a^{28}$  chỉ dùng 6 phép nhân

## § 2. Rẽ nhánh

- 16. Cho số thực  $x$  và  $y$ . Tìm  $\text{Min}(x, y)$  và  $\text{Max}(x, y)$ .
- 17. Cho 3 số thực  $x, y, z$ . Tìm:
  - a.  $\text{Max}(x, y, z)$  và  $\text{min}(x, y, z)$
  - b.  $\text{Max}(x+y+z, xyz)$
  - c.  $\text{Min}^2(x+y+z/2, xyz)+1$
- 18. Cho 3 số thực  $a, b, c$ . Kiểm tra xem bất đẳng thức sau có đúng không?
$$a < b < c$$
- 19. Cho 3 số thực  $a, b, c$ . Hãy thay mỗi số bằng 2 lần chính nó nếu  $a \geq b \geq c$ , ngược lại thay bằng trị tuyệt đối của chúng.
- 20. Cho hai số thực  $x$  và  $y$ . Hãy tính  $Z$  với
$$Z = \begin{cases} x - y & \text{nếu } x > y \\ y - x - 1 & \text{trong trường hợp ngược lại} \end{cases}$$
- 21. Cho hai số thực  $a$  và  $b$ . Hãy thay  $a$  bằng 0 nếu  $a \geq b$ .
- 22. Cho 3 số thực  $x, y, z$ . Hãy chỉ ra các số trong chúng thuộc khoảng  $(3, 5)$ .
- 23. Cho hai số thực khác nhau  $x$  và  $y$ . Hãy thay số bé trong chúng bằng trung bình cộng của chúng và số còn lại bởi tích của chúng.
- 24. Cho 3 số thực  $x, y, z$ . Hãy thay tất cả các số âm bằng bình phương của nó.
- 25. Với 3 số thực  $a, b, c$  đôi một khác nhau mà có tổng bé hơn 1 thì thay số bé nhất trong chúng bằng trung bình cộng của chúng, ngược lại số nhỏ hơn trong hai số  $a$  và  $b$  thay bằng trung bình cộng của hai số còn lại.
- 26. Với 4 số thực  $a, b, c, d$ . Nếu  $a \leq b \leq c \leq d$  thì thay mọi số bằng  $d$ ; Nếu  $a > b > c > d$  thì các số không thay đổi, ngược lại thay mỗi số bằng bình phương của nó.
- 27. Cho 2 số  $x$  và  $y$ . Nếu  $x$  và  $y$  đều âm thì thay mỗi số bằng trị tuyệt đối của chúng; Nếu chỉ một trong hai số âm thì tăng mỗi số lên 0.5; Nếu cả hai số đều không âm và không có số nào thuộc khoảng  $[1, 2]$  thì thay mỗi số bằng 10 lần chính nó; Các trường hợp ngược lại các số không thay đổi.

28. Cho 3 số thực  $x, y, z$  dương.

a. Tồn tại hay không một tam giác với độ dài 3 cạnh là  $x, y, z$ . Nếu tồn tại thì:

b. Tam giác đó là vuông, nhọn hay tù?

29. Cho 3 số thực  $a, b, c$ . Xét xem phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có nghiệm hay không? Nếu có hãy chỉ ra các nghiệm đó, ngược lại thông báo “Phương trình vô nghiệm”.

30. Cho các số thực  $a_1, b_1, c_1$  và  $a_2, b_2, c_2$ . Kiểm tra xem hệ sau có nghiệm hay không?

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

Nếu có hãy chỉ ra các nghiệm đó.

31. Cho 3 số thực  $a, b, c$ . Hãy lập trình giải phương trình trùng phương sau:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0$$

32. Cho các số thực  $a, b, c, d, s, t, u$ , trong đó  $t$  và  $s$  không đồng thời bằng 0. Biết rằng hai điểm  $(a, b)$  và  $(c, d)$  không nằm trên đường thẳng

$l: sx + ty + u = 0$ . Hãy xác định xem hai điểm  $(a, b)$  và  $(c, d)$  có cùng nằm trên một phần mặt phẳng mà chia bởi đường thẳng  $l$  hay không?

33. Trên mặt phẳng cho 4 điểm  $A, B, C, D$  xác định bởi tọa độ của chúng:

$A(a, b), B(c, d), C(e, f), D(g, h)$ . Kiểm tra xem 2 điểm  $A, B$  có nằm trên đường thẳng đi qua  $C$  và  $D$  hay không? Nếu cả hai điểm  $A$  và  $B$  không nằm trên đường thẳng  $CD$  thì chúng có nằm ở hai nửa mặt phẳng khác nhau chia bởi  $CD$  hay không?

34. Cho 6 số thực  $x_1, x_2, x_3$  và  $y_1, y_2, y_3$  xác định 3 điểm  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$  và  $C(x_3, y_3)$ . Kiểm tra xem 3 điểm trên có thẳng hàng hay không? Nếu không thẳng hàng thì gốc tọa độ  $(0, 0)$  có nằm trong tam giác  $ABC$  hay không?

35. Cho 4 số dương  $a, b, c$  và  $d$ . Có thể đặt tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông là  $a$  và  $b$  nằm trọn trong tam giác vuông với độ dài hai cạnh góc vuông là  $c$  và  $d$  hay không?

36. Một viên gạch hình khối chữ nhật có độ dài là  $a, b, c$ . Có thể đưa viên gạch qua lỗ hổng hình chữ nhật kích thước  $x, y$  hay không?

37. Cho số thực  $x$ . Hãy tính giá trị của hàm số  $f(x)$ . Nếu

$$a. f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{Nếu } -2 \leq x < 2 \\ 4 & \text{Nếu } x \geq 2 \end{cases}$$

b.  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 5 & \text{với } x \leq 2 \\ \frac{1}{x^2 + 4x + 5} & \text{với } x > 2 \end{cases}$

c.  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{Nếu } x < 0 \\ x & \text{Nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ x^4 & \text{Nếu } x > 1 \end{cases}$