

Exercices sur les nombres complexes

(Solutions en dernière page)

Exercice 1 :

Déterminer le conjugué de chaque nombre complexe et donner sa forme algébrique.

1. $z = (3 + i)(-13 - 2i)$

2. $z = i(1 - i)^3$

3. $z = \frac{2 - 3i}{8 + 5i}$

4. $z = \frac{2}{i + 1} - \frac{3}{1 - i}$

Exercice 2 :

Résoudre dans \mathbb{C} chacune des équations suivantes.

1. $2z^2 - 6z + 5 = 0$

2. $z^2 + z + 1 = 0$

3. $z^2 + 2\bar{z} + 1 = 0$

Exercice 3 :

A , B et C sont les points d'affixes respectives :

$$z_A = -1 + i, z_B = 2 + i, z_C = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i.$$

1. Placer les points A , B et C .
2. Calculer les affixes des vecteurs \vec{AB} , \vec{AC} et \vec{BC} .
3. En déduire les longueurs AB , AC et BC .
Le triangle ABC est-il rectangle en C ?

Liste d'exercices plus difficiles

Exercice 4 :

Soit $z = x + iy$, x et y étant deux réels tels que $(x; y) \neq (1; 0)$.

On pose $Z = \frac{z + 2i}{z - 1}$.

Déterminer l'ensemble des points d'affixe z tel que :

1. Z soit un nombre réel.
2. Z soit un imaginaire pur.

Exercice 5 :

Dans chaque cas, trouver l'ensemble des points dont l'affixe z satisfait la condition indiquée.

1. $|z-3| = |z-1+i|$

2. $|z+2-i| = \sqrt{5}$

3. $|z+3-i| \leq 2$

Exercice 6 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On note A le point d'affixe i . A tout point M du plan, distinct de A , d'affixe z , on associe le point M' d'affixe

$$z' = \frac{iz}{z-i}.$$

1. a. Déterminer les points M tels que $M = M'$.

b. Déterminer l'affixe du point B' associé au point B d'affixe 1.

c. Déterminer l'affixe du point C tel que l'affixe de son image C' soit 2.

2. Étant donné un nombre complexe z , distinct de i , on pose $z = x + iy$ et $z' = x' + iy'$ le nombre complexe associé, avec x, x', y, y' réels.

a. Déterminer x' et y' en fonction de x et y .

b. Déterminer l'ensemble Γ des points M , distincts de A , pour lesquels z' est réel.

c. Placer A, B, B', C, C' et représenter Γ sur une figure (unité graphique 4 cm).

3. Soit z un nombre complexe différent de i .

a. Montrer que l'on a $z'-i = \frac{-1}{z-i}$.

b. On suppose que M , d'affixe z , appartient au cercle γ de centre A et de rayon 1. Montrer que M' appartient à γ .

Réponses :

Exercice 1 :

$$-37 + 19i$$

$$2 + 2i$$

$$\frac{1}{89} + \frac{4}{89}i$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$$

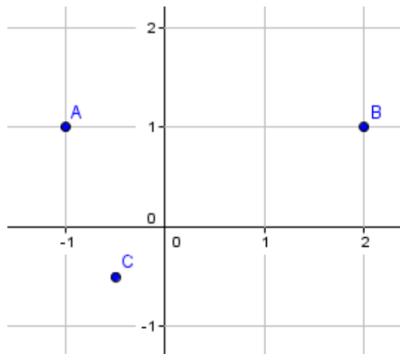
Exercice 2 :

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i, \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$-1, 1 + 2i, 1 - 2i$$

Exercice 3 :



$$3$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$$

$$-\frac{5}{2} - \frac{3}{2}i$$

ABC n'est pas rectangle