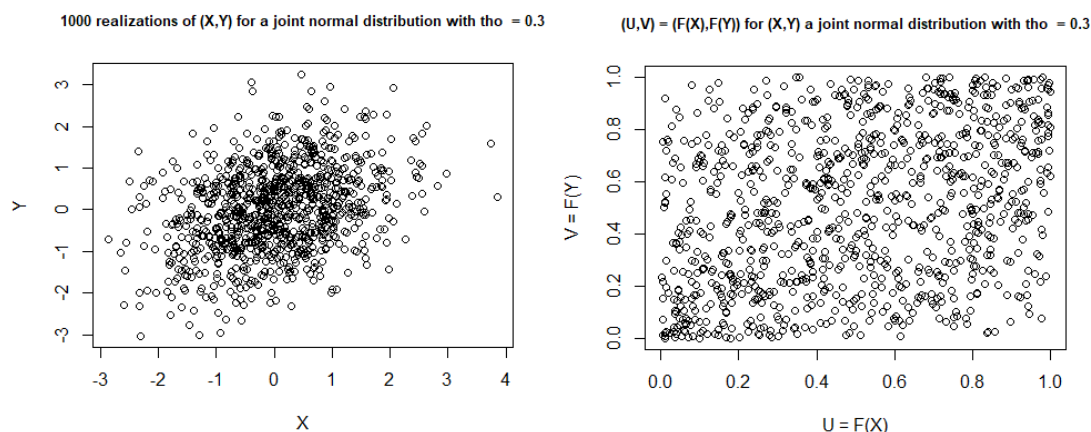


# 基于 Copula 的组合风险指标计算——平安&万科

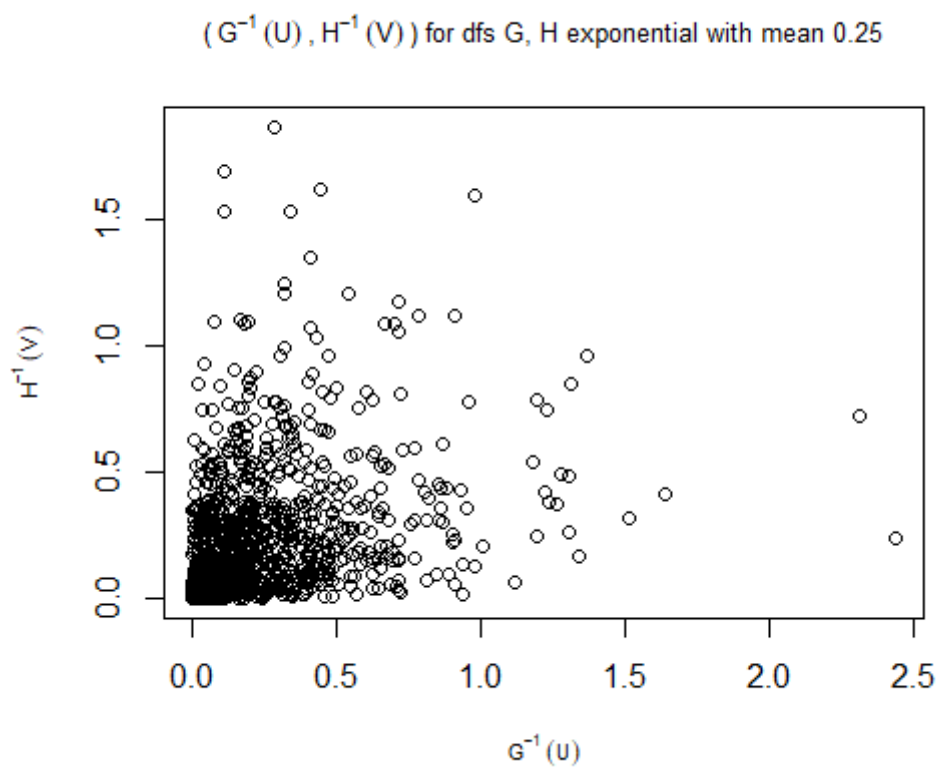
## 1 Visualizing Sklar's Theorem

1.1（通过已知分布得到 copula）实现 PPT285 页图：生成 1000 个二元正态  $(X_1, X_2) \sim N(0, \begin{pmatrix} 1 & 0.3 \\ 0.3 & 1 \end{pmatrix})$  样本，绘制二元正态分布和 Gauss copula 样本散点图



首先，对上述二元正态分布进行随机抽样，得到 1000 个样本，然后，对上述样本计算边缘分布累积概率值，得到服从 Gauss copula 的样本。绘制图像如上图所示。

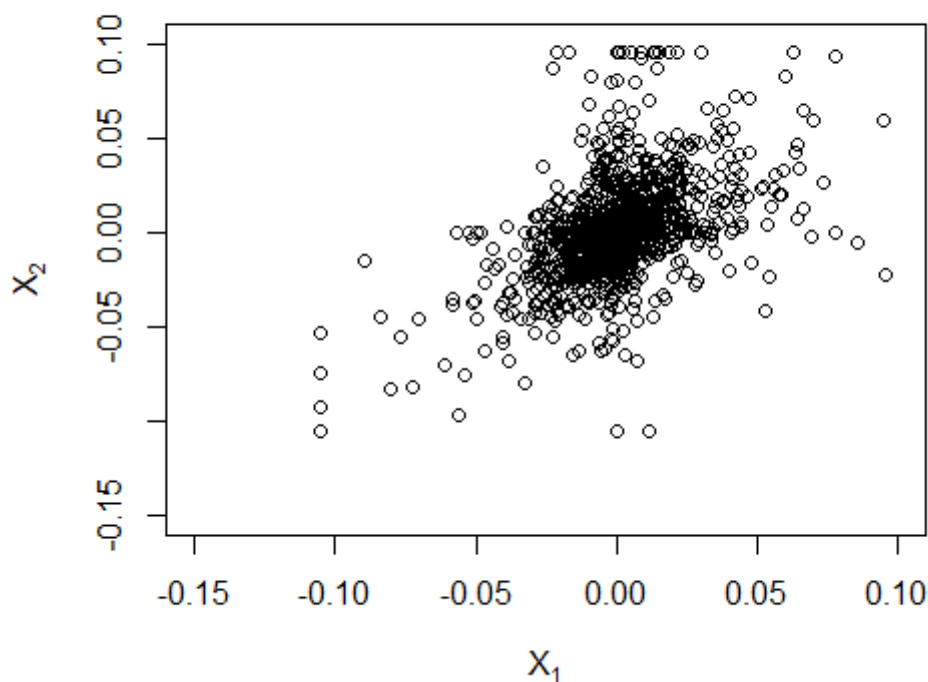
1.2（基于 copula 和任意边缘分布得到 Meta 混合分布）实现 PPT286 页图：得到相依结构为上述 Gauss copula，边缘分布为指数分布  $\text{Exp}(4)$  的 1000 各样本散点图



采用 1.1 题生成的 Gauss copula 的样本, 以  $\text{Exp}(4)$  为边缘分布, 计算 copula 样本的分位点, 得到 Meta Gauss with Exponential margins 的样本点如上图所示。

## 2 研究第三次作业中两只股票日收益率数据

平安银行和万科日收益率



下载 2014-01-01 到 2019-01-01 平安银行和万科的日收盘价，分别计算对数收益率，绘制散点图如上图所示。二者表现出一定的正相关关系。

## 2.1 计算两只股票日收益率的样本相关系数、样本 Kendall' s tau、样本 Spearman' s rho

$$r^{\tau} = \binom{n}{2}^{-1} \sum_{1 \leq t < s \leq n} \text{sign}((x_{1t} - x_{1s})(x_{2t} - x_{2s}))$$

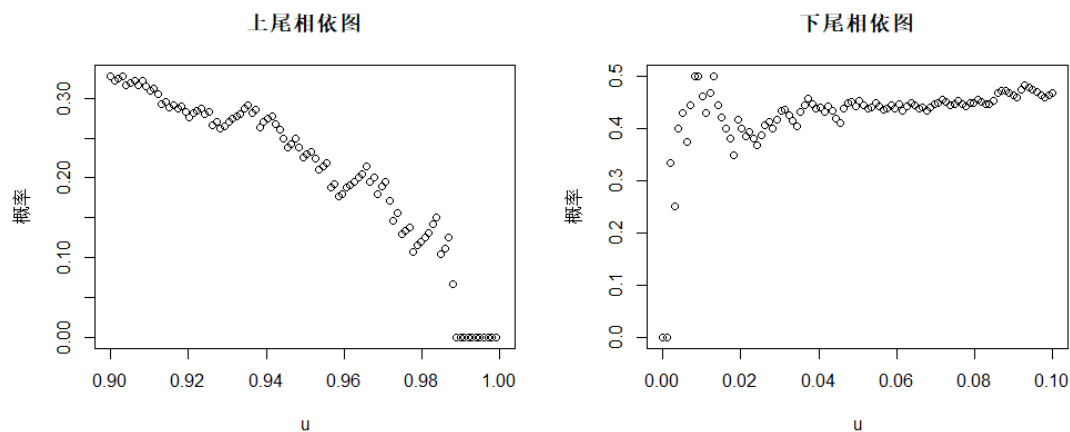
$$r^s = \rho(\hat{F}_1(X_1), \hat{F}_2(X_2))$$

表格 1 样本相关系数

	Pearson	Kendall	Spearman
样本相关系数	0.48	0.34	0.48

用样本矩代替总体矩计算 Pearson 相关系数，通过上述公式分别计算样本 Kendall' tau 和样本 Spearman 相关系数，得到结果如上表所示。

## 2.2 绘制上尾相依图和下尾相依图



在 $[0.9, 0.999]$ 和 $[0.001, 0.1]$ 区间内分别均匀取 100 个点，根据两个经验边缘分布计算对应概率的分位点，进而求得条件尾部概率，绘制尾部相依图如上图所示。发现，当  $u$  趋近于 0 或者 1 时，条件概率皆趋近于 0，因此判断二者在上下尾皆渐近独立。

### 3 对上述两只股票日收益率数据进行模型拟合

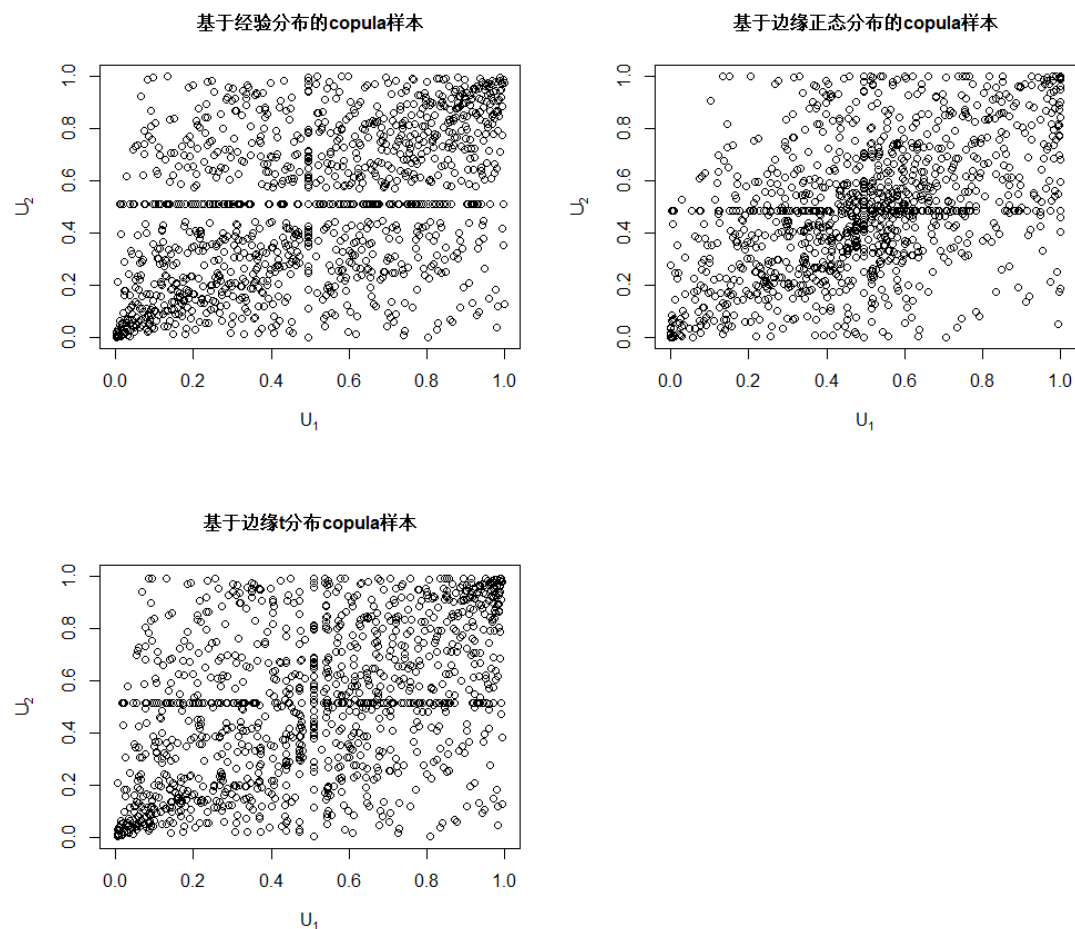
#### 3.1 分别用 Gauss 分布和 t 分布拟合两只股票日收益率的边缘分布

表格 2 边缘分布拟合结果

	Gauss 分布		T 分布		
	mean	sd	m	s	df
平安银行	2.3E-4	2.0E-2	-2.8E-4	1.1E-2	2.1
万科	8.9E-4	2.6E-2	-6.3E-4	1.4E-2	2.2

调用 MASS 包的 `fitdistr` 函数，利用极大似然法对两个变量分别进行边缘分布拟合，得到结果如上表所示。

#### 3.2 分别拟合 Gumbel copula 和 t copula 的参数



分别基于经验分布和 3.1 拟合的正态分布和  $t$  分布计算 copula 样本，样本散点图如上所示，可以看见正态分布计算的 copula 有向中心聚集的趋势，而基于经验分布和  $t$  分布的 copula 样本都有向左下和右上方集中的趋势，数据表现厚尾且正相关的特性。

表格 3 copula 参数拟合结果

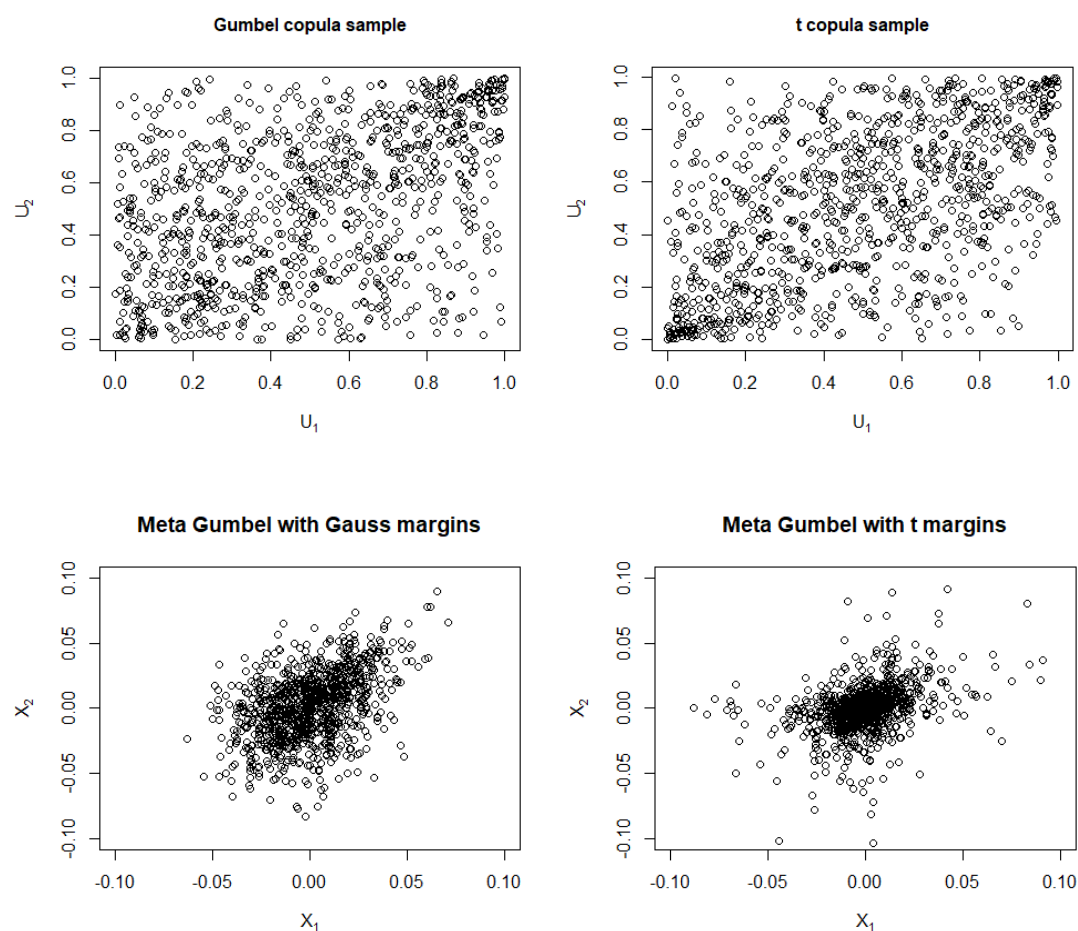
	Gumbel copula		T copula		
	theta	对数似然值	rho	df	对数似然值
经验分布	1.46	157.3	0.51	4.29	199.3
正态分布	1.36	106.5	0.53	9.33	185.1
T 分布	1.44	160.1	0.51	4.10	200.7

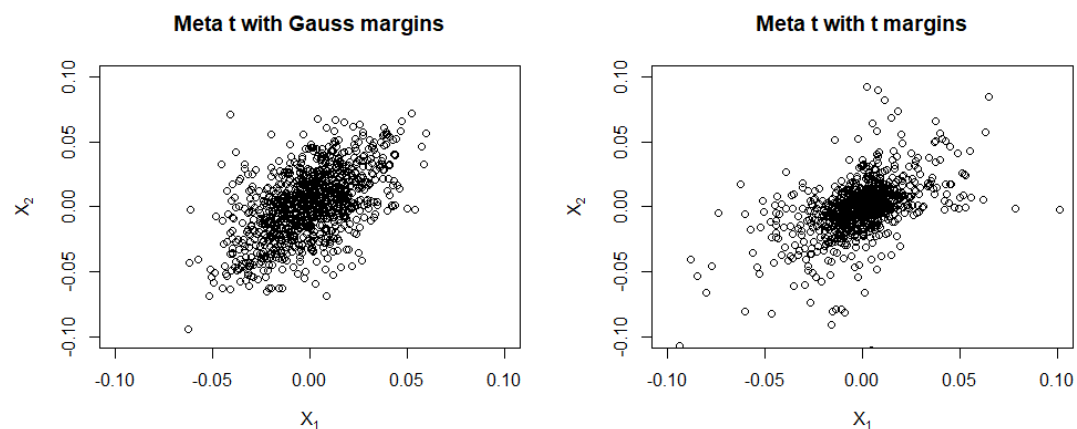
从横向比较来看，T copula 的拟合效果都优于 Gumbel copula 的拟合效果，纵向比较来看，采用边缘  $t$  分布的 copula 样本拟合结果优于经验分布和正态分布计算的 copula 样本的拟合结果。

## 4 基于随机模拟法计算四种情形的 VaR 和 ES 风险指标

采用 3.2 节基于经验分布估计得到的 copula 参数和 3.1 节估计得到的边缘分布参数进行模拟。模拟步骤如下：

- 1) 调用 rCopula 函数随机生成 1000 个 copula 样本  $U$ ;
- 2) 基于边缘分布计算分位点  $X$
- 3) 计算  $X$  的线性组合  $Y$
- 4) 调用 VaR\_np 和 ES\_np 函数估计  $Y$  的 VaR 和 ES 指标





表格 4 四种情况风险指标估计值

	Meta-Gumbel with Gauss margins	Meta-Gumbel with t margins	Meta-t with Gauss margins	Meta-t with t margins
VaR	0.034	0.027	0.033	0.027
ES	0.044	0.056	0.042	0.043

随机生成的 Gumbel copula 样本和 t copula 样本，分别绘制散点图如第一行图所示，接下来四幅图分别为四种情形下生成的样本，每组计算得到的风险指标如上表所示。