

Logica

Introduzione

La logica nasce per formalizzare certi concetti comuni del ragionamento matematico, nonché il suo linguaggio. Per questo la logica permette di determinare ciò che è vero o falso in modo totalmente **non ambiguo**.

Connettivi logici

I connettivi logici sono quei simboli che permettono di unire più proposizioni tra loro. Di seguito verranno precisati alcuni aspetti dei connettivi *or* e *implies*.

Connettivo *or*

Data la frase: “Mangio una mela *oppure* una pesca”, notiamo che è della forma

$$(\alpha \vee \beta)$$

Dove α, β sono le due espressioni.

In un dialogo comune il connettivo *or* indica che **solamente una** situazione tra le due può avversarsi, si dice quindi che il connettivo è **esclusivo**. Al contrario in linguaggio matematico, può avversarsi *almeno una* delle due situazioni, si dice quindi che il connettivo *or* è **inclusivo**.

Connettivo *implies*

Data la frase: “Il sorgere del Sole *implica* che è giunta l'alba”, notiamo che è della forma

$$(\alpha \rightarrow \beta)$$

Dove α, β sono le due espressioni, e vengono chiamate:

- α la premessa
- β la conclusione

Il connettivo *implies* indica che quando la premessa si avvera, allora **deve** avverarsi anche la conclusione, altrimenti l'implicazione non è corretta.

Quando la premessa non si avvera, l'implicazione viene comunque rispettata perché il rapporto tra premessa e conclusione non è stato smentito, infatti considerando l'esempio sopracitato, nel caso in cui il sole non sia ancora sorto, possiamo comunque dire che la frase è corretta.

Nota bene

L'implicazione **non** si avvera quando la premessa è veritiera ma la conclusione no. Questo perché la premessa si è verificata e il legame con la conclusione può essere smentito, per esempio: “Forte pioggia *implica* che il sole sta calando” non è un'implicazione corretta.

Infatti possiamo scrivere che:

$$(\alpha \rightarrow \beta) \iff ((\neg\alpha) \vee \beta)$$

In altre parole, un'implicazione è vera quando o non si avvera la premessa, quando la conclusione è corretta, oppure entrambe.

Esercizio Vogliamo semplificare la seguente proposizione:

$$\phi := ((\alpha \rightarrow \beta) \vee (\beta \rightarrow \alpha))$$

Svolgimento:

$$\begin{aligned}\phi &= ((\alpha \rightarrow \beta) \vee (\beta \rightarrow \alpha)) \\ &= (((\neg\alpha) \vee \beta) \vee ((\neg\beta) \vee \alpha)) \\ &= (\alpha \vee \beta \vee (\neg\alpha) \vee (\neg\beta))\end{aligned}$$

Sono presenti tutte le combinazioni di α e β e deve avverarsene almeno una per rendere tutto corretto, di conseguenza è verificata per qualsiasi valore di α e β .

Sintassi e semantica

Logica, informatica e linguistica fanno distinzione tra sintassi e semantica, al contrario della matematica. Questo significa che in logica esistono frasi strutturalmente corrette, ma errate dal punto di vista del significato che assumono.

Linguaggio naturale e artificiale

Logica ed informatica si occupano di linguaggi artificiali, come linguaggio il matematico e i linguaggi di programmazione. Mentre la linguistica si occupa di studiare i vari linguaggi naturali esistenti, cioè le lingue parlate comunemente dagli esseri umani.