

Chapitre 2 Tendance et Cycle

Olivier DARNÉ

Techniques de Prévision et Conjoncture (M1 EKAP)
2020-2021

La tendance de long terme

Définition

La tendance de long terme ou **tendance séculaire** ou **composante tendancielle** ou simplement **tendance** (*trend*) d'une série temporelle X_t observée, la série T_t résultant de la totalité des effets permanents auxquels est soumise la série X_t .

Filtrage

De nombreuses séries chronologiques, en économie et en finance, possèdent une **tendance**, croissante ou décroissante. La série est alors **non stationnaire**

Il est souvent utile de retrancher cette tendance de long terme qui peut masquer certains **effets conjoncturels**, en particulier cycliques.

L'économétrie fourmille de **méthodes de décomposition tendance-cycle**, de type Hodrick-Prescott, Beveridge-Nelson, Baxter-King, ...

En pratique, il est relativement difficile de savoir quelle est la bonne méthode à utiliser, chacune ayant des défauts et des qualités

1. Analyse des cycles économiques

Définition d'une récession

A recession is a significant decline in activity spread across the economy, lasting more than a few months, visible in industrial production, employment, real income and whole retail trade.

NBER (National Bureau of Economic Research)

En termes de cycles, le début et la fin d'une **récession** correspondent aux **points de retournement** du **cycle classique des affaires**

Cycle classique des affaires ?

Le **cycle** peut être défini de multiples façons avec, pour chacune de ces définitions, une **chronologie** forcément différente de leurs **points de retournement du cycle**.

Il est intéressant de distinguer trois types de cycles :

- Le **cycle des affaires** ou **cycle classique** (*business cycle*)
- Le **cycle de croissance** (*growth cycle* ou *output gap*)
- Le cycle d'accélération ou **cycle du taux de croissance** (*acceleration cycle* ou *growth rate cycle*)

Cycle des affaires ou cycle classique (*business cycle*)

Définition

Business cycles are a type of fluctuation found in the aggregate economic activity of nations ... : a cycle consists of expansions occurring at about the same time in many economic activities, followed by similarly general recessions ...

(Burns and Mitchell, 1946)

Il reproduit le cycle du « niveau » d'activité global d'une économie.

C'est la définition la plus répandue dans la littérature : **succession de phases de récession et d'expansion économiques**

Les **points de retournement (pics et creux)** de ce cycle délimitent :

- les périodes de croissance négative (ou récessions)
- des périodes de croissance positive (ou expansions)

Une période de croissance négative sera reconnue comme une récession si elle obéit aussi à des critères minimum :

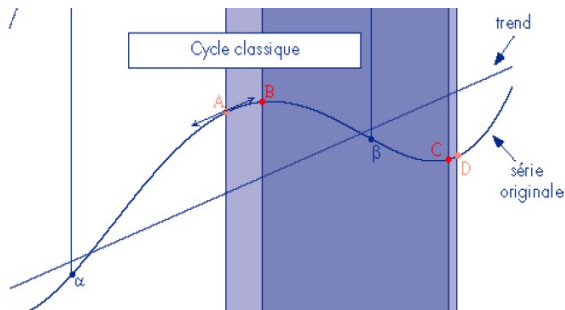
- de durée (environ 5 mois)
- d'intensité (amplitude)
- de diffusion suffisante au sein de l'économie

C'est la **règle dite des 3D** : *Duration, Depth et Diffusion*.

Les points de retournement de ce cycle classique étant les moments où la croissance s'annule pour devenir négative ou positive

Anas et Ferrara (2004) ont proposé l'**approche ABCD** pour le suivi conjoncturel des fluctuations des cycles (reprise par Eurostat)

Les pics (point B) et creux (point C) de récession correspondent aux entrées et sorties de récession pour le cycle des affaires



Cycle de croissance (*growth cycle* ou *output gap*)

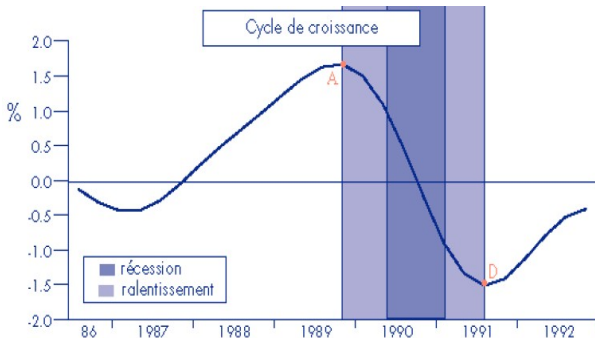
Il défini comme le cycle de l'écart de la série utilisée (généralement le PIB) à sa tendance de long terme : **cycle de déviation** (*deviation cycle*)

La tendance de long terme peut être vue comme la **croissance tendancielle** ou **potentielle**

On parle de points de **retournement conjoncturels**

Le pic (point A) et le creux (point D) du cycle de croissance est le moment où le taux de croissance repasse respectivement au-dessous ou au-dessus du taux de croissance tendancielle

Les phases baissières et **haussières** sont nommées respectivement les **phases de ralentissement conjoncturel** et de **reprise (ou rebond) conjoncturelle**.



Cycle d'accélération ou du taux de croissance (*acceleration cycle* ou *growth rate cycle*)

Il distingue les phases de hausse et de baisse du taux de croissance de l'économie, soit, respectivement, les **phases d'accélération** et **de décélération** de l'activité.

Le pic (point α) et le creux (point β) du cycle représentent alors respectivement le maximum et le minimum atteint par le taux de croissance puis baisse ou remonte

Ce cycle possède une fréquence plus élevée que les autres cycles, notamment pour les pays de la zone euro, et intéresse de fait particulièrement les conjoncturistes

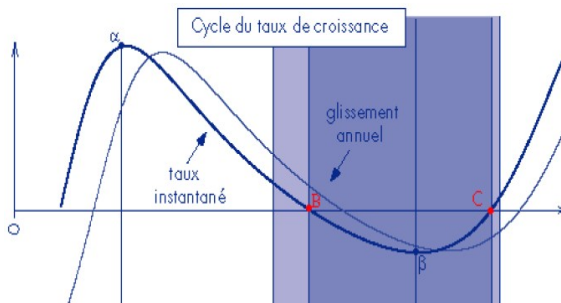
Par comparaison avec les autres types de cycle, le **cycle d'accélération** possède l'inconvénient d'être **plus volatil**, donc plus difficile à dater et à suivre en temps réel.

En ce qui concerne la chronologie des points de retournement, un pic du cycle de croissance est nécessairement précédé par un pic du cycle d'accélération.

En effet, l'activité décélère avant de connaître une croissance qui passe en dessous de sa croissance tendancielle.

En revanche, on notera que l'inverse n'est pas vrai : un pic du cycle d'accélération n'est pas forcément suivi par un pic du cycle de croissance.

Dans le cas d'une ré-accélération de l'activité économique, ce cycle d'accélération est très informatif car son creux est le premier signal positif qui pourra être donné au cours d'une sortie de récession ou d'une sortie d'un cycle de croissance (important pour les conjoncturistes)



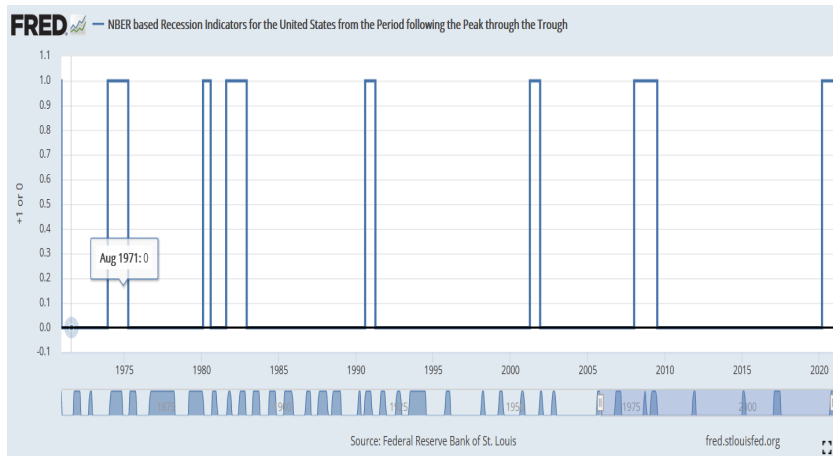
| Points de retournement | Concepts conjoncturels associés |
|------------------------|--|
| D | Creux du cycle de croissance Taux de croissance égal à son niveau tendanciel Fin (entrée) d'une phase de croissance ralentie (vive) |
| α | Pic du cycle d'accélération Maximum local atteint par le taux de croissance Fin (entrée) d'une phase d'accélération (décélération) |
| A | Pic du cycle de croissance Taux de croissance égal à son niveau tendanciel Fin (entrée) d'une phase de croissance vive (ralentie) |
| B | Pic du cycle classique Taux de croissance = 0 Fin (entrée) d'une phase d'expansion (récession) |
| β | Creux du cycle d'accélération Minimum local atteint par le taux de croissance Fin (entrée) d'une phase de décélération (accélération) |
| C | Creux du cycle classique Taux de croissance = 0 Fin (entrée) d'une phase de récession (expansion) |

2. Datation des cycles

Les États-Unis ont été les premiers à proposer une chronologie officielle des points de retournement du cycle des affaires en mettant en place au **NBER** (*National Bureau of Economic Research*) un comité de datation (*Dating Committee*) composé de sept experts

Cette chronologie des récessions, établie par le comité de datation du NBER depuis 1854, est la référence

- **Règle dite des 3D** : *Duration, Depth et Diffusion* : critères minimum de durée (environ 5 mois), d'intensité (amplitude) et de diffusion suffisante au sein de l'économie (datation mensuelle)
- **Règles ad hoc** (détection trimestrielle) : 2 trimestres consécutifs de variations trimestrielles du PIB négatives



Sources : NBER [website] et FRED [website]

Récession : depuis février 2020

L'**ECRI** (*Economic Cycle Research Institute*) fournit les chronologies des cycles des affaires et des cycles d'accélération pour de nombreux pays [website]

Le **CEPR** (*Centre for Economic Policy Research*) s'est inspiré de l'expérience américaine et a créé en 2003 un comité de datation composé de huit économistes afin de proposer une chronologie des points de retournement du cycle des affaires pour la zone euro

The Committee has identified the peak and trough quarters since 1970:

| Date | Peak / Trough | Announcement Date |
|---------|---------------|-------------------|
| 2019 Q4 | Peak | 29 September 2020 |
| 2013 Q1 | Trough | 1 October 2015 |
| 2011 Q3 | Peak | 15 November 2012 |
| 2009 Q2 | Trough | 4 October 2010 |
| 2008 Q1 | Peak | 31 March 2009 |
| 1993 Q3 | Trough | 22 September 2003 |
| 1992 Q1 | Peak | 22 September 2003 |
| 1982 Q3 | Trough | 22 September 2003 |
| 1980 Q1 | Peak | 22 September 2003 |
| 1975 Q1 | Trough | 22 September 2003 |
| 1974 Q3 | Peak | 22 September 2003 |

Sources : CEPR & EABCN [website]

Méthodologie de datation des cycles

Cycle des affaires : algorithme de Bry et Boschan (1971) [[série CVS-CJO ou TC en niveau](#)]

Cycle de croissance : fonctions de production, filtres spectraux, modèles à composantes inobservables

Cycle d'accélération : algorithme de Bry et Boschan (1971) [[série CVS-CJO ou TC en différence 1ère](#)]

Règles de l'algorithme de Bry-Boschan

- Soit Y_t une série CVS (ou CVS-CJO)
- Exclure les points atypiques
- Supprimer la composante irrégulière pour les séries mensuelles (lissage)

L'algorithme détecte un **pic** à la date t si la condition suivante est vérifiée :

$$\{(\Delta_k Y_t, \dots, \Delta Y_t) > 0, (\Delta Y_{t+1}, \dots, \Delta_k Y_{t+k}) < 0\}$$

et détecte un **creux** à la date t si la condition suivante est vérifiée :

$$\{(\Delta_k Y_t, \dots, \Delta Y_t) < 0, (\Delta Y_{t+1}, \dots, \Delta_k Y_{t+k}) > 0\},$$

avec Δ_k : opérateur de différenciation tel que $\Delta_k Y_t = Y_t - Y_{t-k}$.

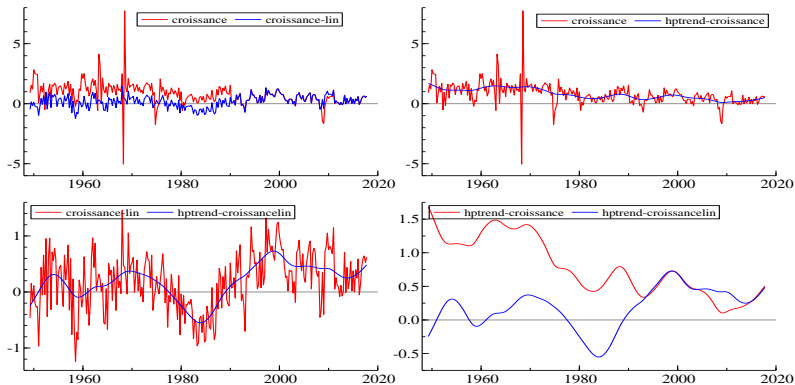
- données mensuelles : $k = 5$
- données trimestrielles : $k = 2$

Hypothèses de la procédure de l'algorithme de Bry-Boschan

- Un **pic**, noté Y_P , (fin d'une expansion) doit être suivi par un **creux**, noté Y_C (fin d'une récession) et vice versa.
- En présence de doubles pics consécutifs, respectivement creux, la valeur la plus élevée, respectivement la plus petite, est choisie \Rightarrow assurer l'**alternance** des pics et des creux
- Une **phase** est l'ensemble des périodes (mois, trimestres ou années) qui séparent un pic et un creux consécutifs ou inversement.
- Le **cycle** est l'ensemble de deux phases consécutives, cad l'ensemble des périodes d'un pic à un pic ou d'un creux à un creux.
- La **durée minimale d'une phase** (pic-creux, D_j^R , ou creux-pic, D_j^F) : $D_j^{E,R} \geq 1$ année pour des données annuelles ; $D_j^{E,R} \geq 2$ trimestres pour des données trimestrielles ; $D_j^{E,R} \geq 6$ mois pour des données mensuelles (9 mois pour le cycle de croissance).
- La **durée minimale d'un cycle** (pic-pic ou creux-creux, $D_j = D_j^F + D_j^R$, avec $j = 1, \dots, J$) : $D_j \geq 2$ années pour des données annuelles ; $D_j \geq 5$ trimestres pour des données trimestrielles ; $D_j \geq 15$ mois pour des données mensuelles (18 mois pour le cycle de croissance).
- Ne pas tenir compte des points de retournement dans les six mois (ou deux trimestres) au début ou à la fin de la série

(Voir Annexe)

Figure: Comparaison de la croissance du PIB CVS, corrigée des outliers et lissée



Le package R [BCDating](#) avec la fonction `BBQ` permet d'appliquer l'algorithme de Bry-Boschan.

```
library(seasonal)
library(BCDating)
library(mFilter)
y <- read.table("c://R//data//demandbrut.txt")
yy <- ts(data = y, start=c(1996,01),frequency=12)
# Decomposition and trend-cycle estimation
seasX <- seas(yy)
trendcycle <- trend(seasX)
# Algorithm Bry-Boschan
dat <- BBQ(trendcycle, name="Dating Business Cycles")
show(dat)
summary(dat)
plot(dat)
```

Figure: Datation du cycle des affaires pour la France à partir des séries CVS (a), CVS corrigée des outliers (b), et CVS corrigée des outliers et lissée (c)

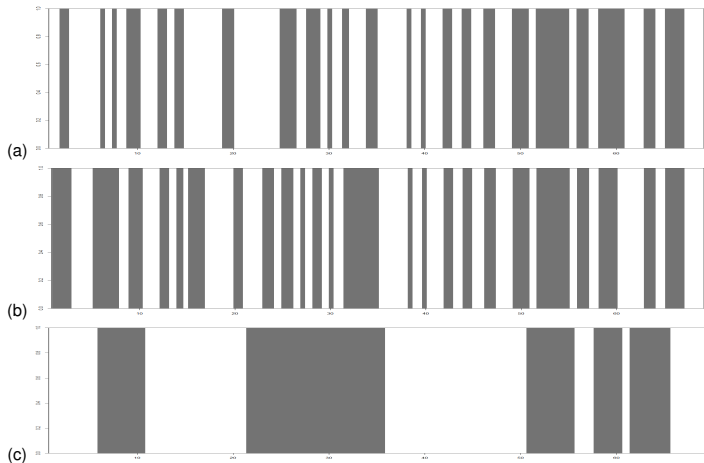


Figure: Datation du cycle des affaires pour les demandeurs d'emploi Cat.A avec les séries CVS, trend-TS et trend-X13

| | Peaks | Troughs | Duration |
|---|-------|---------|----------|
| 1 | 2M5 | 6M4 | 47 |
| 2 | 8M12 | 13M2 | 50 |
| 3 | 20M10 | <NA> | <NA> |

| | Peaks | Troughs | Duration |
|---|-------|---------|----------|
| 1 | 2M5 | 6M4 | 47 |
| 2 | 8M10 | 9M4 | 6 |
| 3 | 10M2 | 13M2 | 36 |
| 4 | 20M11 | <NA> | <NA> |

| | Peaks | Troughs | Duration |
|---|-------|---------|----------|
| 1 | 2M6 | 6M4 | 46 |
| 2 | 10M1 | 13M3 | 38 |
| 3 | 21M2 | <NA> | <NA> |

| | Phase | [Start ;End] | Duration | LevStart | LevEnd | Amplitude |
|---|-----------|--------------|----------|----------|--------|-----------|
| 1 | Expansion | <NA> 2M5 | NA | NA | 3185 | NA |
| 2 | Recession | 2M5 6M4 | 47 | 3195 | 2357 | 838.2 |
| 3 | Expansion | 6M4 8M12 | 32 | 2357 | 2721 | 364.0 |
| 4 | Recession | 8M12 13M2 | 50 | 2721 | 1977 | 744.3 |
| 5 | Expansion | 13M2 20M10 | 92 | 1977 | 3580 | 1602.6 |
| 6 | Recession | 20M10 <NA> | NA | 3580 | NA | NA |

| | Amplitude | Duration |
|-----------|-----------|----------|
| Exp=[T;P] | 983.3 | 62.0 |
| Rec=[P;T] | 791.2 | 48.5 |

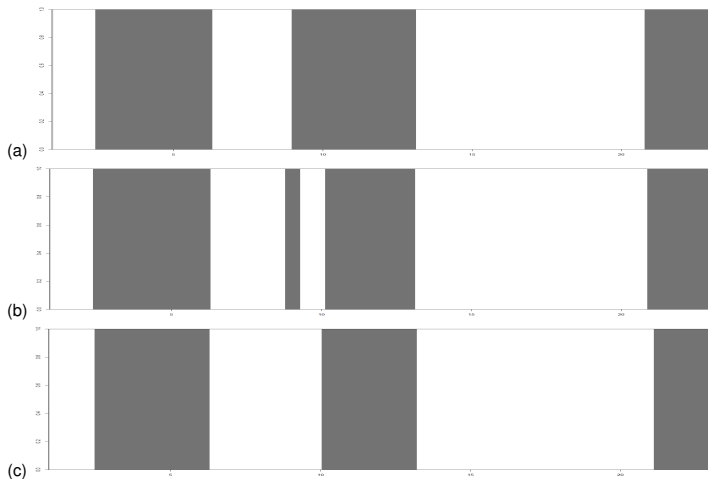
| | Phase | [Start ;End] | Duration | LevStart | LevEnd | Amplitude |
|---|-----------|--------------|----------|----------|--------|-----------|
| 1 | Expansion | <NA> 2M5 | NA | NA | 3184 | NA |
| 2 | Recession | 2M5 6M4 | 47 | 3184 | 2367 | 816.8 |
| 3 | Expansion | 6M4 8M10 | 30 | 2367 | 2713 | 346.5 |
| 4 | Recession | 8M10 9M4 | 6 | 2713 | 2669 | 44.3 |
| 5 | Expansion | 9M4 10M2 | 10 | 2669 | 2710 | 41.0 |
| 6 | Recession | 10M2 13M2 | 36 | 2710 | 1983 | 727.2 |
| 7 | Expansion | 13M2 20M11 | 93 | 1983 | 3581 | 1598.2 |
| 8 | Recession | 20M11 <NA> | NA | 3581 | NA | NA |

| | Amplitude | Duration |
|-----------|-----------|----------|
| Exp=[T;P] | 661.9 | 44.3 |
| Rec=[P;T] | 529.4 | 29.7 |

| | Phase | [Start ;End] | Duration | LevStart | LevEnd | Amplitude |
|---|-----------|--------------|----------|----------|--------|-----------|
| 1 | Expansion | <NA> 2M6 | NA | NA | 3185 | NA |
| 2 | Recession | 2M6 6M4 | 46 | 3185 | 2362 | 822.4 |
| 3 | Expansion | 6M4 10M1 | 45 | 2362 | 2712 | 349.6 |
| 4 | Recession | 10M1 13M3 | 38 | 2712 | 1988 | 724.0 |
| 5 | Expansion | 13M3 21M2 | 95 | 1988 | 3586 | 1598.4 |
| 6 | Recession | 21M2 <NA> | NA | 3586 | NA | NA |

| | Amplitude | Duration |
|-----------|-----------|----------|
| Exp=[T;P] | 974.0 | 70 |
| Rec=[P;T] | 773.2 | 42 |

Figure: Datation du cycle des affaires pour les demandeurs d'emploi Cat.A avec les séries CVS (a), trend-Tramo-Seats (b) et trend-X13 (c)



Caractéristiques des cycles : 3 caractéristiques principales sont évoquées afin d'identifier les phases d'un cycle :

- **Règle des 3D** : *Duration, Depth et Diffusion*
- **Règle des 3P** : *Persistent, Pronounced et Pervasive*

- **Durée** (*duration* ou *persistence*) : la durée d'une phase, $D_j^{E,R}$, est mesurée par le nombre de périodes (mois, trimestres ou année) qui sépare deux points de retournements consécutifs (pic-creux, D_j^R , ou creux-pic, D_j^E)
- **Amplitude** (*deepness* ou *pronounced*) : une phase doit avoir une amplitude suffisante : distance entre un pic et un creux (ou entre un creux et un pic) :

$$A_j^E = |Y_{t,P} - Y_{t,C}| \quad \text{phase d'expansion}$$

$$A_j^R = |Y_{t,C} - Y_{t,P}| \quad \text{phase de récession}$$

- **Diffusion** (*diffusion* ou *pervasive*) : le cycle doit être diffusé soit à travers les secteurs d'une économie soit à travers de pays d'une même zone économique
- **Asymétrie** : la comparaison entre les **durées moyennes** ($\bar{D}^R \neq \bar{D}^E$?) et entre les **amplitudes moyennes** ($\bar{A}^R \neq \bar{A}^E$?) permet de savoir si les cycles de récession et d'expansion ont des comportements identiques ou pas sur ces caractéristiques.
Test de comparaison de moyennes ?
- La **sévérité** d'une phase j exprime une mesure de la perte, respectivement du gain, que subit l'économie durant la phase du cycle.

Un **indice de sévérité** (*severity*), noté S_j , est souvent utilisé :

$$S_j^{E,R} = 0.5 \times D_j^{E,R} \times A_j^{E,R}$$

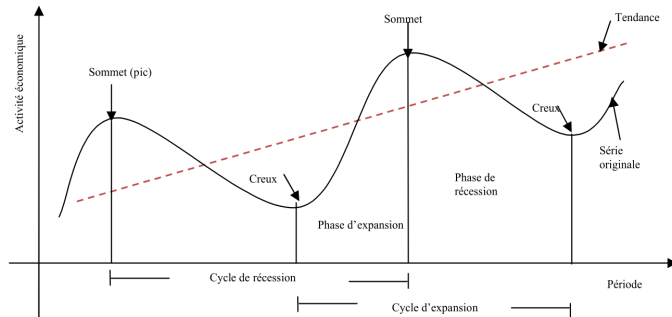


Figure 1 : les différentes étapes d'un cycle économique.

Source: Knani et Fredj (2010, p.5)

Co-mouvements : signifie que la plupart des séries macroéconomiques évoluent ensemble au cours d'un même cycle, avec un retard plus ou moins grand selon le type de séries considérées.

- **Corrélation croisée** : soit 2 séries X_t et Y_t , pour $t = 1, \dots, T$ et pour tout k un entier :

$$\rho(k) = \rho(X_t, Y_{t-k})$$

L'estimateur empirique est donné par :

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^T (X_t - \bar{X})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{t=k+1}^T (X_t - \bar{X})^2 (Y_t - \bar{Y})^2}}$$

Synchronisation

- Selon la théorie de la **zone monétaire optimale** (ZME), un haut degré de **synchronisation des cycles économiques** entre les Etats-membres est crucial pour un fonctionnement harmonieux de la zone économique et monétaire (politique monétaire et de change commune vs politiques nationales)
- Les **déterminants** de la synchronisation cyclique :
 - L'intégration commerciale
 - L'intégration financière
 - La similarité des politiques économiques

Il existe **différentes mesures** pour appréhender la synchronisation des cycles :

- Coefficient de corrélation
- Quasi instantanée corrélation (Abiad et alii, 2013)
- Indice de concordance (Harding et Pagan, 2006)

- **Coefficient de corrélation** : soit 2 séries X_t et Y_t , pour $t = 1, \dots, T$:

$$\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \in [0; 1]$$

- **Quasi instantanée corrélation** : soit $g_{X,t}$ et $g_{Y,t}$ les taux de croissance respectifs de X_t et Y_t , pour $t = 1, \dots, T$:

$$QCORR_t = \frac{(g_{X,t} - \bar{g}_X)(g_{Y,t} - \bar{g}_Y)}{\sigma_X^g \sigma_Y^g}$$

- **Inconvénient** :
 - Si des entités économiques possèdent une tendance commune (par ex. entre régions), de simples corrélations entre les taux de croissance du PIB conduisent à surestimer la composante cyclique
 - L'application d'un filtre aux données économiques brutes permet de séparer les tendances de long terme (i.e. la tendance) des mouvements à court terme (i.e. les cycles)

- **Indice de concordance :**

$$CI = (1/T) \sum_{t=1}^T I_t = (1/T) \sum_{t=1}^T (S_{X,t}S_{Y,t} + (1 + S_{X,t})(1 - S_{Y,t}))$$

à chaque date t , pour toute variable binaire $(S_{X,t}, S_{Y,t}) \in \{0, 1\}$ on a

- $S_t = 1$ en phase d'expansion
- $S_t = 0$ en phase de récession
- $I_t = 1$ quand $S_{it} = S_{jt}$: les séries sont **pro-cycliques**
- $I_t = 0$ quand $S_{it} = (1 - S_{jt})$: les séries sont **contra-cycliques**

Harding and Pagan (2006) ont re-paramétré cet **indice de concordance**

$$\begin{aligned}\widehat{CI} &= 1 + (2/T) \sum_{t=1}^T S_{X,t} S_{Y,t} - \widehat{\mu}_{S_X} - \widehat{\mu}_{S_Y} \\ &= 1 + 2\widehat{\sigma}_{S_X S_Y} + 2\widehat{\mu}_{S_X} \widehat{\mu}_{S_Y} - \widehat{\mu}_{S_X} - \widehat{\mu}_{S_Y}\end{aligned}$$

- $\widehat{\mu}_S = E(S)$: moyenne estimée de S
- $\widehat{\sigma}_{S_X S_Y} = \widehat{\sigma}_{S_X} \widehat{\sigma}_{S_Y} \widehat{\rho}_S$: covariance
- $\widehat{\sigma}_S = (E(S)^2 - E^2(S))^{1/2} = (E(S) - E^2(S))^{1/2} = (\widehat{\mu}_S - \widehat{\mu}_S^2)$
- avec $E(S)^2 = E(S)$ car S variable binaire

Suite à cette transformation de la fonction covariance, Harding et Pagan (2006) recommande décrire l'expression de l'indice de concordance

$$\widehat{CI} = 1 + 2\widehat{\sigma}_S (\widehat{\mu}_{S_X} (1 - \widehat{\mu}_{S_X}))^{1/2} (\widehat{\mu}_{S_Y} (1 - \widehat{\mu}_{S_Y}))^{1/2} + 2\widehat{\mu}_{S_X} \widehat{\mu}_{S_Y} - \widehat{\mu}_{S_X} - \widehat{\mu}_{S_Y}$$

3. La croissance potentielle ou cycle de croissance

► **L'écart de production** (*output gap*), soit la différence entre la **production observée** (ou effective) et la **production potentielle**, permet d'évaluer les pressions qui s'exercent sur l'appareil de production.

► Quand écart de production $> 0 \Rightarrow$ le niveau de la production observée est plus élevé que le niveau soutenable

\Rightarrow apparition de **pressions inflationnistes**

► Quand écart de production $< 0 \Rightarrow$ le niveau de la production observée est plus faible que celui de la production potentielle

\Rightarrow des **pressions déflationnistes** se font sentir

\Rightarrow **Ecart de production** : indicateur avancé de l'évolution de l'inflation qui fait de l'écart de production un outil de prévision fort utile.

- ▶ La **production potentielle** peut se définir comme *le niveau maximal de production qu'une économie peut soutenir sans tensions inflationnistes* (De Masi, 1997).
- ▶ Le PIB potentiel peut être aussi défini comme le niveau de PIB que connaîtrait l'économie si les facteurs de production (travail et capital) étaient utilisés de façon maximale sans faire apparaître de tensions sur les prix.
- ▶ Facteurs de la croissance de long terme :
 - hausse de la population active
 - hausse du stock de capital
 - hausse de la productivité

- ▶ Problème : la production potentielle n'étant pas observable, elle doit être estimée
- ▶ Il existe une multitude de méthodes d'estimation de la production potentielle :
 - des techniques de filtrage HP (Hodrick et Prescott, 1981)
 - des filtres multivariés (Laxton et Tetlow, 1992)
 - des modèles à composantes non observables (filtre de Kalman)
 - des fonctions de production
 - des vecteurs autorégressifs structurels (SVAR)

Classification de méthodes d'estimation du produit potentiel

| APPROCHES NON STRUCTURELLES | | |
|-----------------------------|--------------------|--|
| Filtrage : | <i>Univarié</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Phase moyenne tendance • Filtres de : <ul style="list-style-type: none"> - première différence - Henderson - Hodrick – Prescott - Baxter – King - Christiano – Fitzgerald |
| | <i>Multivarié</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Filtre de Hodrick – Prescott multivarié |
| Modélisation : | <i>Univariée</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Décomposition de Beveridge – Nelson • Méthode « Unobservable Component » univariée |
| | <i>Multivariée</i> | <ul style="list-style-type: none"> • Décomposition Multivariée de Beveridge – Nelson • Méthode « Unobservable Component » multiunivariée |
| APPROCHES STRUCTURELLES | | |
| Modélisation | <i>Multivariée</i> | <ul style="list-style-type: none"> • VAR structurel • Modèle basé sur la fonction de production |

Ces méthodes ont toutes des forces et des faiblesses. Par exemple,

- les filtres ont tendance à générer des résultats biaisés en fin d'échantillon
- les SVAR donnent un résultat trop volatil
- les résultats de l'approche utilisant une fonction de production dépendent de la forme fonctionnelle retenue

Décomposition tendance-cycle

Certaines de ces méthodes reposent sur la **décomposition de la composante tendance-cycle** TC_t en

- une **composante de tendance** T_t et
- une **composante cyclique** C_t

$$TC_t = T_t + C_t$$

Plusieurs approches de décomposition sont disponibles :

- **Tendance stochastique**

$$T_t = T_{t-1} + v_t \qquad C_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \omega_{t-j}$$

- **Tendance déterministe**

$$T_t = a + bt \qquad C_t = X_t - \hat{T}_t$$

Le filtre de Hodrick-Prescott (HP)

La technique de filtrage la plus utilisée est celle du **filtre HP**, élaboré par Hodrick et Prescott (1981), une des méthodes privilégiées pour **extraire la composante tendancielle** d'une série macroéconomique.

► Le filtre HP suppose que la série X_t se décompose en deux composantes orthogonales, la **tendance** (T_t) et le **cycle** (C_t) :

$$X_t = T_t + C_t$$

où la tendance T_t résulte du calcul d'optimisation, consistant à **minimiser la variance cyclique pénalisée**, cad

$$\hat{T}_t = \min_{T_t} \sum_{t=1}^N \left((X_t - T_t)^2 + \lambda (\Delta T_{t+1} - \Delta T_t)^2 \right)$$

Une **estimation du cycle** (appelé cycle de croissance) est **déduite** et donnée par

$$\hat{C}_t = X_t - \hat{T}_t$$

► Le coefficient λ est appelé le **paramètre de lissage**, car plus sa valeur est élevée, plus les variations du taux de croissance de X_t sont pénalisées :

- plus λ est élevé, plus la composante tendancielle \hat{T}_t est lisse et le cycle \hat{C}_t plus fluctuant
- plus λ est faible, plus la composante tendancielle \hat{T}_t est volatile et le cycle \hat{C}_t plus lisse
- lorsque $\lambda \rightarrow \infty$ la tendance approche une droite linéaire
- si $\lambda = 0 \Rightarrow T_t = X_t$

► Hodrick et Prescott montrent que le programme de minimisation peut être réécrit

$$\min_{T_t} \left(\sigma_T^{-2} \sum_{t=1}^N (X_t - T_t)^2 + \sigma_C^{-2} \sum_{t=1}^N (\Delta T_{t+1} - \Delta T_t)^2 \right)$$

- $\lambda = \sigma_C^2 / \sigma_T^2$
- σ_T^2 et σ_C^2 : variances de la tendance et du cycle

► Hodrick et Prescott considèrent que le **cycle américain trimestriel** peut raisonnablement présenter :

- des variations de l'ordre de 5% par trimestre du cycle
- la tendance de long terme ne devrait pas fluctuer de plus de 1/8ème de point sur la même période

$$\lambda = \frac{\sigma_C^2}{\sigma_T^2} = \left(\frac{5}{(1/8)} \right)^2 = 1600$$

► Les valeurs recommandées par Hodrick et Prescott sont :

- $\lambda = 100$ en données annuelles
- $\lambda = 1600$ en données trimestrielles
- $\lambda = 14400$ en données mensuelles

- ▶ Ces valeurs ont été remises en cause

Par exemple, **Ravn et Uhlig (2002)** montrent que la formulation HP peut être réécrite sous forme d'un programme mathématique sous contraintes, permettant de déterminer de manière endogène la valeur du paramètre λ

Ils proposent une **règle de puissance en fréquence** (*frequency power rule*) définie par

$$\lambda = 1600(py/4)^\alpha$$

- py : nombre de périodes par an
- α : power parameter
- Ravn et Uhlig (2002) recommandent $\alpha = 4$
- avec $\alpha = 2$ on retrouve les valeurs de Hodrick et Prescott (1996)

Par exemple, pour des données mensuelles, avec $\alpha = 4$, on obtient :

$$\lambda = 1600(py/4)^\alpha = 1600(12/4)^4 = 129\,600$$

Valeurs du paramètre λ

| Valeur de λ | $\lambda^{1/2} = \frac{\sigma_{yc}}{\sigma_y}$ |
|---------------------------------|---|
| ∞ | : En cas de nullité la variance des changements de rythme de la croissance potentielle |
| $100\ 000 < \lambda < 140\ 000$ | : En cas de données mensuelles, d'après Maraval et del Rio (2001) |
| 14 400 | : En cas de données mensuelles (Hodrick – Prescott, 1980) |
| 7 000 | : En cas de données trimestrielles (Banque de France, 2002) |
| 1 600 | : En cas de données trimestrielles (Hodrick – Prescott, 1980) |
| 100 - 400 | : En cas d'ajustements quadratiques (notamment, en cas de Puissance = 1) |
| 100 | : En cas de données annuelles, avec prise en compte de l'hypothèse de Hodrick – Prescott (1980) : Puissance = 2 |
| 30 | : En cas de données annuelles (Banque de France, 2002) |
| 6.25 | : En cas de données annuelles d'après Ravn – Uhlig (1997) : Puissance = 4 |
| $6 < \lambda < 14$ | : En cas de données annuelles, d'après Maraval et del Rio (2001) |
| $6 < \lambda < 7$ | : En cas de données annuelles, d'après Ravn – Uhlig (2002) et Maraval (2004) |
| 0 | : Egalité entre PIB effectif et PIB tendanciel |

Le package `mFilter` avec la fonction `hpfilter` applique le filtre HP

```
y <- read.table("c://R//data//demandbrut.txt")
yy <- ts(data = y, start=c(1996,01),frequency=12)
# default lambda value
filter <- hpfilter(yy)
plot(filter)
#  $\lambda = 129\,600$ 
filter <- hpfilter(yy, 129600)
plot(filter)
# Trend component
trend <- hpfilter$trend
# Cycle component
cycle <- hpfilter$cycle
```

Figure: Tendence et cycle obtenues par le filtre Hodrick-Prescott (λ HP)

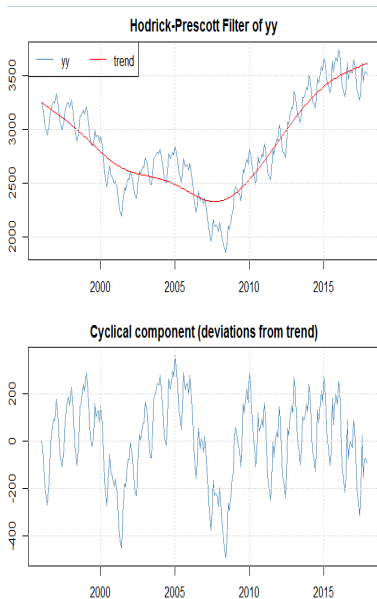


Figure: Tendence et cycle obtenues par le filtre Hodrick-Prescott ($\lambda 129\ 600$)

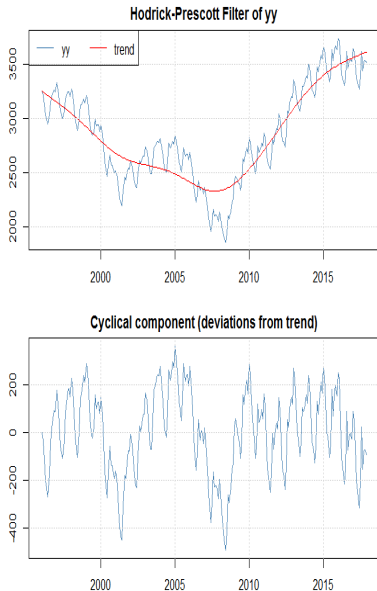
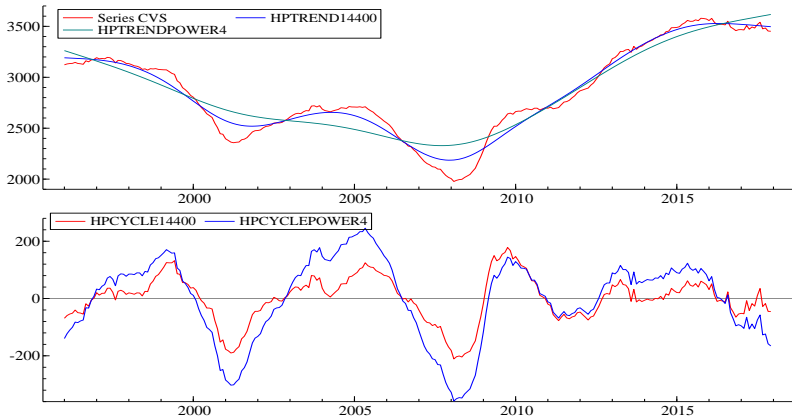


Figure: Tendence et cycle obtenues par le filtre Hodrick-Prescott



Avantages

- il s'agit d'une méthodologie fort simple qui n'exige aucun a priori sur la structure de l'économie et qui ne nécessite que très peu de données, soit la série X_t
- cette méthode est peu sensible aux ruptures structurels qu'une série chronologique pourrait contenir

Inconvénients

- puisqu'elle n'utilise que l'information contenue dans la série X , elle omet l'information que d'autres séries pourraient apporter
- l'écart calculé est sensible à la période d'estimation et au point de départ de l'estimation
- son fondement athéorique ne lui permet pas d'identifier les sources des fluctuations de la tendance
- le filtre HP (symétrique) pose des problèmes pour les extrémités des séries filtrées, rendant les estimations en fin de période plus instables
 - Kaiser et Maravall (2001) proposent 4 périodes de prévision avec un modèle ARIMA

Séries temporelles dans le domaine des fréquences

Soit X_t un processus aléatoire. Un **filtre** est une transformation mathématique, notée \mathcal{S} , qui associe au processus entrant X_t dans le filtre un processus sortant Z_t

$$X_t \rightarrow \mathcal{S} \rightarrow Y_t$$

Il existe de nombreuses familles de filtres différents selon :

- l'échelle de temps : filtres en temps réel, en temps différé ...
- la mémoire du filtre : fini ou infini
- le caractère stochastique ou déterministe du filtre
- sa forme mathématique

Filtrer un signal, c'est agir directement sur son spectre

On utilise généralement des filtres \mathcal{S} linéaires invariants dans le temps :

$$\mathcal{S}(X_t) = Y_t = \sum_{D_\tau} \phi_\tau X_{t-\tau}$$

- D_τ : domaine de variation de τ
- ϕ_τ : suite de coefficients de pondération

- filtre symétrique et infini : $\tau \in \mathbb{Z}$ et

$$Y_t = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \phi_\tau X_{t-\tau}$$

- filtre symétrique et fini : $\tau \in [-q; +q]$, $q \in \mathbb{N}$ et

$$Y_t = \sum_{\tau=-q}^{+q} \phi_\tau X_{t-\tau}$$

- filtre asymétrique et infini : $\tau \in \mathbb{N}$ et

$$Y_t = \sum_{\tau=0}^{+\infty} \phi_\tau X_{t-\tau}$$

Fonction de réponse en fréquence : Soit X_t une fonction aléatoire et $\phi(\tau)$ une suite de coefficients de pondération, avec $X_t, \phi(\tau) \in \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} et $\tau \in \mathbb{R}$

On peut démontrer que $\phi(\tau)$ admet une **transformation de Fourier**, notée $A(\omega)$, appelée **fonction de réponse en fréquence du filtre** :

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

$$\begin{aligned}\phi(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) e^{+i\omega\tau} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} A(\lambda) e^{i2\pi\lambda\tau} d\lambda\end{aligned}$$

- $\omega = 2\pi\lambda$
- ω : fréquence
- λ : longueur d'onde

La **décomposition en série de Fourier** permet de décomposer un signal en somme de sinusoïdes.

Elles permettent ainsi de passer facilement du **domaine temporel** au **domaine fréquentiel**.

La **transformée de Fourier** est une généralisation de la décomposition de série de Fourier à tous les signaux déterministes

Elle permet d'obtenir une **représentation en fréquence** (représentation spectrale) de ces signaux

Transformée de Fourier discrète :

$$A(\omega) = \sum_{\tau=-\infty}^{+\infty} \phi(\tau) e^{-i2\pi\lambda\tau}$$

Fonction de transfert, fonction de gain et fonction de phase du filtre : la fonction de réponse en fréquence peut être décomposée au moyen de la relation d'Euler :

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau - i \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\tau) \sin(\omega\tau) d\tau \\ &= A_1(\omega) - iA_2(\omega) \end{aligned}$$

- $A(\omega)$: fonction périodique de période 2π
- $A_1(\omega)$: partie réelle, fonction paire
- $A_2(\omega)$: partie imaginaire, fonction impaire

Comme $A(\omega)$ est une fonction complexe, on peut la réécrire

$$A(\omega) = G(\omega)e^{i\theta(\omega)}$$

- $G(\omega) = \sqrt{A_1^2(\omega) + A_2^2(\omega)} = \sqrt{|A(\omega)|^2} = \sqrt{T(\omega)}$: **fonction de transfert** de filtre
- $T(\omega) = |A(\omega)|^2$: **fonction de gain** du filtre
- $\theta(\omega) = \arctan\left(\frac{A_2(\omega)}{A_1(\omega)}\right)$: **fonction de phase** du filtre
- **filtre symétrique** : $\theta(\omega) = 0 \Rightarrow A(\omega) = G(\omega)$
- si $\theta(\omega) \neq 0 \Rightarrow$ **déphasage** : décalage dans le temps \Rightarrow risque de décalage des points de retournement

On peut alors filtrer certaines fréquences ω (**fréquence de coupure**) qui correspondent à des périodes d'intérêt :

► **Filtre passe-bas** (*low-pass filter*) associé à la fréquence ω_0 : conserve les fréquences inférieures ou égales à ω_0 et annule les fréquences supérieures à ω_0

$$A(\omega)_{lp,\omega_0} = \begin{cases} 1 & \text{si } |\omega| < \omega_0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

► **Filtre passe-haut** (*high-pass filter*) associé à la fréquence ω_0 : annule les fréquences inférieures ou égales à ω_0 et conserve les fréquences supérieures à ω_0

$$A(\omega)_{hp,\omega_0} = \begin{cases} 0 & \text{si } |\omega| < \omega_0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} = 1 - A(\omega)_{lp,\omega_0}$$

► **Filtre passe-bande** (*band-pass filter*) associé aux fréquences ω_1 et ω_2 ($0 < \omega_1 < \omega_2$) : conserve les fréquences comprises entre ω_1 et ω_2 et annule les fréquences inférieures à ω_1 , ou supérieures à ω_2

$$A(\omega)_{bp,\omega_1,\omega_2} = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega_1 < \omega < \omega_2 \\ 1 & \text{si } -\omega_1 < -\omega < -\omega_2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

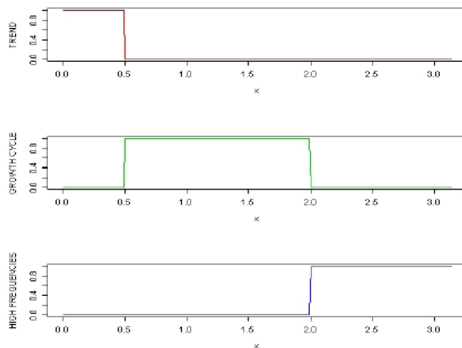
On peut réécrire un filtre *band-pass* de la manière suivante :

$$A(\omega)_{bp,\omega_1,\omega_2} = A(\omega)_{hp,\omega_1} + A(\omega)_{lp,\omega_2} = A(\omega)_{lp,\omega_2} - A(\omega)_{lp,\omega_1}$$

Les **composantes d'une série** sont associées au **domaine des fréquences** :

- la tendance traduit les évolutions de long terme ou de basses fréquences
- l'irrégulier correspond aux évolutions de très court terme ou de hautes fréquences

Décomposition dans le domaine des fréquences

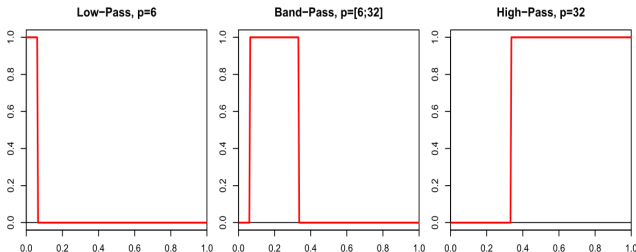


Baxter et King (1999) définissent le cycle comme une alternance de périodes d'expansion et de récession dont la longueur varie entre 6 et 32 trimestres, en se référant à la définition du cycle de Burns et Mitchell (1946)

- la **tendance** admet une période supérieure à 32 trimestres (8 ans)
- l'**irrégulier** admet une période inférieure à 6 trimestres (1.5 ans)
- le **cycle** est donc compris entre 6 et 32 trimestres

Pour isoler le cycle, il convient donc d'appliquer à la série CVS-CJO ou TC le **filtre band-pass** qui conserve ces fréquences sans les modifier et annule les autres :

$$[\omega_1; \omega_2] = [2\pi/32; 2\pi/6]$$



Les filtres *band-pass*

Il existe principalement 2 filtres *band-pass* pour estimer le cycle C_t et ensuite on en déduit la tendance T_t (inverse du filtre HP)

- Le filtre de Baxter et King (1999)
- Le filtre de Christiano et Fitzgerald (1999)

Le package `mFilter` permet d'appliquer ces filtres avec les fonctions `bkfilter` et `cfilter`

(Voir en annexe la présentation de ces filtres)

Filtre HP vers un filtre *band-pass*

Gomez (2001) montre que le **filtre de Hodrick-Prescott** correspond à un filtre *low-pass* qui élimine les fréquences supérieures à ω_0 donnée par le paramètre de lissage λ :

$$\lambda = (4(1 - \cos(\omega_0))^2)^{-1}$$

Si on souhaite garder que les **cycles supérieurs à 10 ans** les valeurs sont :

- période trimestrielle $p = 40 \Rightarrow \omega_0 = 2\pi/p = 0.157 \Rightarrow \lambda = 1\,649$ (HP = 1600)
- période mensuelle $p = 120 \Rightarrow \omega_0 = 2\pi/p = 0.052 \Rightarrow \lambda = 133\,108$
- période annuelle $p = 10 \Rightarrow \omega_0 = 2\pi/p = 0.628 \Rightarrow \lambda = 7$

Il est possible d'estimer la **composante cyclique** d'une série en ayant recours à un **filtre *band-pass* de type HP** qui calque les particularités du filtre *band-pass* de Baxter et King.

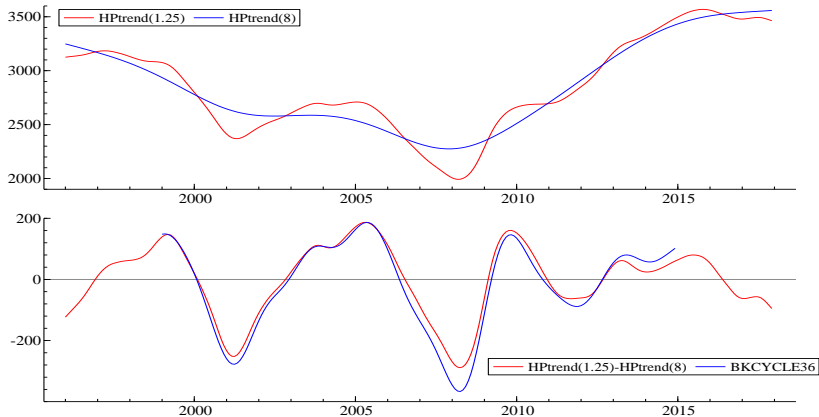
En effet, un **filtre *band-pass*** est obtenu par la différence entre 2 filtres *low-pass*, et le filtre HP correspond à un filtre *low-pass* :

- un filtre HP avec un paramètre de lissage $\lambda = 0.52$, HP(1.25) : élimine les fluctuations transitoires de fréquence inférieure à 5 trimestres (1.25 an, par ex. le bruit)
- un filtre HP avec un paramètre de lissage $\lambda = 677$, HP(8) : enlève les fluctuations d'une durée inférieure à 8 ans
- on obtient le filtre HP *band-pass* : HP(1.25) - HP(8)
- on estime un cycle C_t d'une période comprise entre 5 trimestres et 8 ans (32 trimestres).

Dans le cas mensuel, le **filtre *band-pass*** est obtenu par la différence entre 2 filtres *low-pass* et le filtre HP correspond à un filtre *low-pass* :

- un filtre HP avec un paramètre de lissage $\lambda = 33.5$, HP(1.25)
- un filtre HP avec un paramètre de lissage $\lambda = 54\ 535$, HP(8)
- on obtient le filtre HP *band-pass* : HP(1.25) - HP(8)
- on estime un cycle C_t d'une période comprise entre 1.25 ans (15 mois) et 8 ans (96 mois).

Figure: Cycle obtenu par filtre passe-bande de type HP



Certaines séries **volatiles** rendent difficile la datation des cycles, notamment les **cycles d'accélération**.

Il est nécessaire d'**éliminer les fluctuations ayant une fréquence supérieure à une année** à l'aide d'un **filtre *low-pass*** \Rightarrow supprimer le bruit dû aux fluctuations de court terme

Il est possible d'appliquer le **filtre de Hodrick-Prescott** avec un paramètre faible $\lambda = 13.9$ qui aura un comportement similaire à celui d'un filtre *low-pass*

$$p = 1 \times 12 = 12 \Rightarrow \omega_0 = 2\pi/p = 0.524 \Rightarrow \lambda = 13.9$$

Figure: Cycle d'accélération des demandeurs d'emploi (mensuel) – 1996-2017.

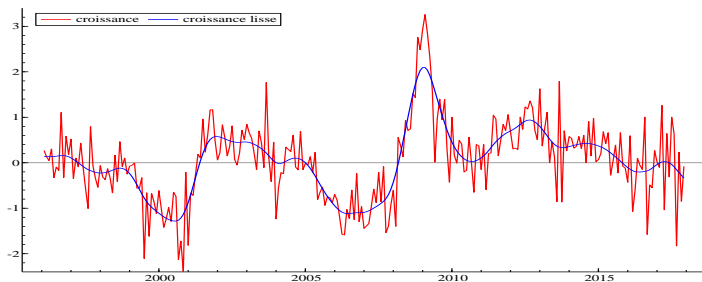


Figure: Datation du cycle d'accélération pour les demandeurs d'emploi Cat.A

| | | | | Phase | Start | End | Duration | LevStart | LevEnd | Amplitude | |
|--|--|--|--|-------|-----------|------|----------|----------|--------|-----------|-----|
| | | | | 1 | Expansion | <NA> | 1M8 | NA | NA | 0 | NA |
| | | | | 2 | Recession | 1M8 | 5M7 | 47 | 0 | -1 | 1.4 |
| | | | | 3 | Expansion | 5M7 | 6M12 | 17 | -1 | 1 | 1.9 |
| | | | | 4 | Recession | 6M12 | 11M5 | 53 | 1 | -1 | 1.7 |
| | | | | 5 | Expansion | 11M5 | 14M1 | 32 | -1 | 2 | 3.2 |
| | | | | 6 | Recession | 14M1 | 15M8 | 19 | 2 | 0 | 2.1 |
| | | | | 7 | Expansion | 15M8 | 17M8 | 24 | 0 | 1 | 0.9 |
| | | | | 8 | Recession | 17M8 | 18M9 | 13 | 1 | 0 | 0.6 |
| | | | | 9 | Expansion | 18M9 | 19M7 | 10 | 0 | 0 | 0.1 |
| | | | | 10 | Recession | 19M7 | 21M5 | 22 | 0 | 0 | 0.6 |
| | | | | 11 | Expansion | 21M5 | 22M3 | 10 | 0 | 0 | 0.2 |
| | | | | 12 | Recession | 22M3 | <NA> | NA | 0 | NA | NA |

| Peaks | Troughs | Duration |
|--------|---------|----------|
| 1 1M8 | 5M7 | 47 |
| 2 6M12 | 11M5 | 53 |
| 3 14M1 | 15M8 | 19 |
| 4 17M8 | 18M9 | 13 |
| 5 19M7 | 21M5 | 22 |
| 6 22M3 | <NA> | <NA> |

| Amplitude | | Duration |
|-----------|-----|----------|
| Exp=[T;P] | 1.3 | 18.6 |
| Rec=[P;T] | 1.3 | 30.8 |

