Procesamiento Digital de Señales **Fecha:** *23 de febrero del 2026*

- Pozos Hernández Angel
- Silverio Martínez Andrés

Semestre 2026 - 2

TAREA 1 - PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES

Ejercicios de DSP: Señales y Análisis en el Dominio del Tiempo

Preguntas Teóricas:

1. **Define la diferencia entre señales de energía y señales de potencia. Da un ejemplo real de cada una.**

La diferencia entre una señal de energía y una señal de potencia radica en el valor límite de estas magnitudes cuando el tiempo tiende al infinito.
Una **señal de energía** se define como aquella cuya energía total es un valor finito, lo cual se expresa mediante la condición:

$$E_x = \lim_{N_1 \to -\infty, N_2 \to \infty} \sum_{n=N_1}^{N_2} |x[n]|^2 < \infty$$

Debido a que es finita, estas señales tienen una duración limitada en el tiempo o su amplitud decae hacia cero, lo que implica que su potencia promedio a lo largo de un tiempo infinito es igual a cero.

Un ejemplo típico en el mundo real de una señal de energía es una nota musical corta o un pulso eléctrico breve.

Por otra parte una **señal de potencia** posee una energía total infinita, pero se caracteriza por tener una potencia promedio finita y diferente de cero.
Esto se representa con la ecuación:

$$P_x = \lim_{N_1 \to -\infty, N_2 \to \infty} \frac{1}{N_2 - N_1 + 1} \sum_{n=N_1}^{N_2} |x[n]|^2 < \infty$$

Estas señales suelen ser de duración infinita o mostrar un comportamiento periódico. Un ejemplo de una señal de potencia es la onda senoidal continua que provee la red eléctrica o una señal de radio transmitida constantemente.

2. **Enuncia el criterio de muestreo de Nyquist y explica qué sucede si no se cumple.**

El teorema de muestreo de **Nyquist** establece una condición matemática para lograr convertir una señal analógica de ancho de banda limitado al dominio discreto sin obtener pérdida de información.

Dicho teorema postula que la frecuencia de muestreo f_s del convertidor analógico-digital debe ser estrictamente mayor o igual al doble de la frecuencia máxima f_{max} presente en el contenido espectral de la señal analógica. Esto se representa formalmente mediante la desigualdad:

$$f_s \geq 2f_{max}$$

Si este criterio fundamental no se satisface ocurre un fenómeno destructivo denominado **aliasing**. Visualmente en el dominio de la frecuencia el aliasing provoca que el espectro de la señal muestreada se solape consigo misma haciendo que las componentes de alta frecuencia se plieguen y se muestren como componentes de baja frecuencia. Como resultado de esto, la señal original se corrompe y se vuelve imposible reconstruirla de manera exacta a partir de las muestras discretas retenidas

3. **Explica con tus propias palabras cómo la inversión en el tiempo y el desplazamiento temporal afectan la gráfica de una señal. ¿Por qué son importantes estas operaciones en el análisis de señales?**

El desplazamiento temporal y la inversión en el tiempo son transformaciones directas sobre la variable independiente que alteran geométricamente la representación gráfica de una señal sin afectar los valores absolutos de su amplitud.

El **desplazamiento temporal** consiste en sumar o restar una constante a la variable del tiempo, modelado como $y[n] = x[n - m]$

Si la constante m es **positiva**, la gráfica de la señal se desplaza hacia la **derecha** en el eje horizontal, lo que representa un **retraso** en el tiempo.

Si m es **negativa**, la gráfica se desplaza hacia la **izquierda**, lo cual corresponde a un **adelanto** en el tiempo.

La **inversión en el tiempo** sucede al cambiar el signo de la variable independiente para todas sus instancias, expresado como $x[-n]$. En un plano esta transformación crea un efecto de espejo reflejando todos los puntos de la señal horizontalmente el punto de origen n=0.

La importancia de estas dos operaciones en el análisis de señales es que son la base para separar una secuencia en sus componentes pares e impares y resultan importantes para la correlación cruzada donde la función de referencia debe desplazarse paso a paso sobre una señal objetivo para identificar similitudes, alineaciones o comportamientos oscilatorios.

Ejercicios:

1. **Para cada una de las siguientes señales, determine si es continua/discreta, periódica/aperiódica y causal/no causal:**

a) $x(t) = \sin(2\pi 10t)$

Continua: La función depende de la variable independiente t

Periódica: Corresponde a una función senoidal que repite su forma de onda cíclica desde el infinito negativo hasta el infinito positivo.

No causal: Ya que tiene amplitudes diferentes de cero para instantes $t < 0$.

b) $x[n] = u[n-3]$

Discreta: Utiliza corchetes cuadrados $[n]$ y la variable independiente *n*.

Aperiódica: Esta señal es la función de escalón unitario con una transformación de desplazamiento temporal. El escalón pasa a una magnitud de 1 en $n = 3$ y se mantiene constante para todo $n \geq 3$ entonces carece de periodo.

Causal: La definición del escalón unitario base $u[n]$ dice que su amplitud es 0 para todo $n < 0$. Al aplicar un retraso de 3, la señal es cero para todo $n < 3$. Por lo tanto cumple con la condición de valer cero para los valores de $n < 0$.

c) $x(t) = e^{-t}u(t)$

Continua: La función depende de la variable independiente t

Aperiódica: e^{-t} modela un decaimiento exponencial que tiende a cero conforme el tiempo avanza por lo que nunca se repite a sí mismo.

Causal: La función exponencial está multiplicada por la función de escalón unitario continuo, esta actúa como una compuerta lógica que anula por completo la señal para cualquier valor de $t < 0$.

2. **¿La señal x[n] = cos((5π/6)n) es periódica? Si es así, encuentre su período fundamental.**

Observando la función $x[n] = \cos(\frac{5\pi}{6}n)$, identificamos directamente que la frecuencia angular discreta es: $\omega_0 = \frac{5\pi}{6}$

Sustituimos este valor en nuestra prueba de racionalidad:

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{2\pi} = \frac{5\pi}{12\pi} = \frac{5}{12}$$

Dado que el resultado **5/12** es un número racional podemos decir que la señal sí **es periódica**.

A partir de la equivalencia $\frac{k}{N} = \frac{5}{12}$, necesitamos encontrar el mínimo entero positivo N que satisfaga la igualdad de frecuencias. Despejando N de la fórmula general:

$$N = \frac{2\pi k}{\omega_0} = \frac{2\pi k}{\frac{5\pi}{6}} = \frac{12k}{5}$$

Para que la variable N resulte en un valor entero mínimo, el parámetro k debe ser el número entero positivo más pequeño que logre cancelar el denominador 5. Este valor es lógicamente $k = 5$. Sustituyendo:

$$N = \frac{12(5)}{5} = 12$$

La señal **es periódica** y posee un **periodo fundamental de N = 12**

3. **Una señal en tiempo continuo x(t) = cos(200πt) es muestreada a fs = 150 Hz**

- **¿Cuál es la frecuencia de Nyquist?**

Primero extraemos la frecuencia fundamental de la señal en tiempo continuo proporcionada: $x(t) = \cos(200\pi t)$

La forma estándar de una señal cosenoidal es $x(t) = \cos(2\pi f_{max} t)$. Al igualar obtenemos:

$$2\pi f_{max} = 200\pi \implies f_{max} = 100 \text{ Hz}$$

La Frecuencia de Nyquist se define como el doble de la frecuencia máxima presente en la señal. Por lo tanto:

Frecuencia de Nyquist $= 2f_{max} = 2(100 \text{ Hz}) = 200 \text{ Hz}$

- **¿Ocurrirá aliasing? Si es así, ¿cuál es la frecuencia aparente después del muestreo?**

Se nos indica que el sistema opera con una frecuencia de muestreo $f_s = 150 \text{ Hz}$.
Al comparar ambos valores ($150 \text{ Hz} < 200 \text{ Hz}$), no se cumple el criterio de Nyquist. Entonces **si ocurrirá aliasing.**

Para encontrar la frecuencia aparente se discretiza la función continua sustituyendo el tiempo continuo t por los instantes de muestreo discretos $t = \frac{n}{f_s}$:

$$x[n] = \cos\left(200\pi \frac{n}{150}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{3}n\right)$$

La frecuencia angular discreta obtenida es $\omega = \frac{4\pi}{3}$
Para conocer su equivalente analógico, mapeamos esta frecuencia de vuelta al dominio continuo utilizando la relación $f_a = \frac{\omega_a f_s}{2\pi}$:

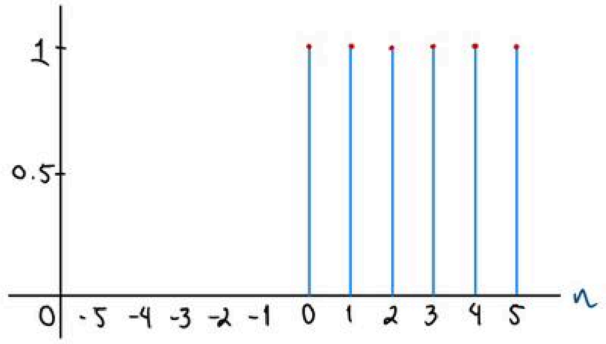
$$f_a = \frac{\left(\frac{2\pi}{3}\right)(150)}{2\pi} = \frac{150}{3} = 50 \text{ Hz}$$

Frecuencia aparente después del muestreo = 50 Hz

4. **Dibuje las siguientes señales para -5 ≤ n ≤ 5:**

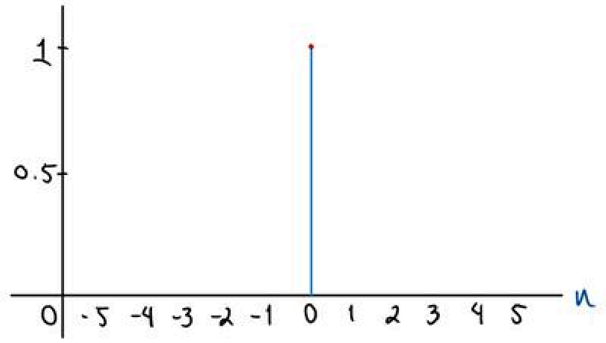
a) $u[n]$ - Escalón Unitario

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$



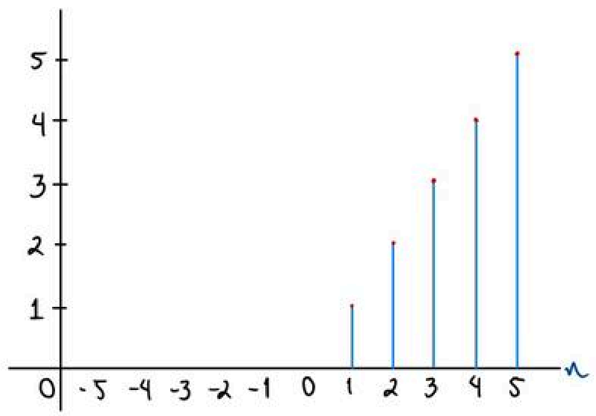
b) $\delta[n]$ - Impulso Unitario

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$



c) $r[n] = n\,u[n]$ - Rampa Unitaria

$$r[n] = \begin{cases} n, & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$$



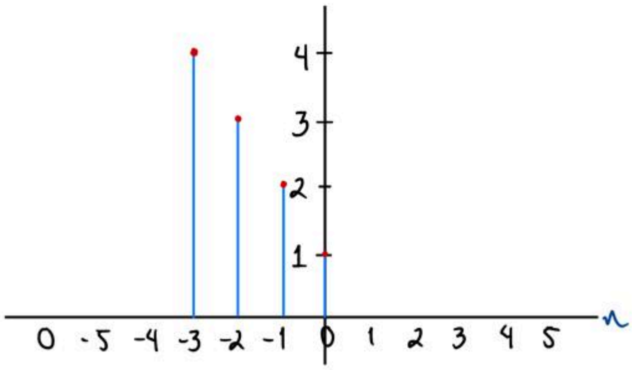
5. **Dado x [n] = {1,2,3,4} para n = 0,1,2,3, calcule y dibuje x [-n]**

Dada: $x[n] = \{1, 2, 3, 4\}$ para $n = 0, 1, 2, 3$

Entonces $x[-n]$ refleja la señal respecto a $n=0$

n	$x[-n]$
0	1
-1	2
-2	3
-3	4

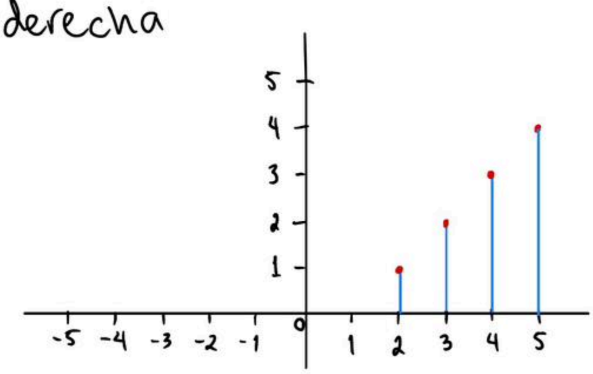
Secuencia invertida en el tiempo:



6. **Para la misma señal x[n] = {1,2,3,4}, calcule y dibuje:**
   a) x[n-2]
   b) x[n+1]

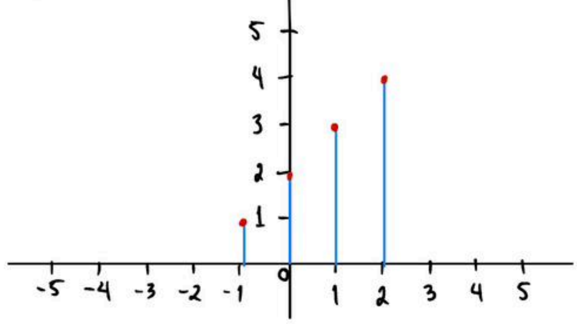
a) $x[n-2]$: desplazamiento a la derecha

n	$x[n-2]$
2	1
3	2
4	3
5	4



b) $x[n+1]$: desplazamiento a la izquierda

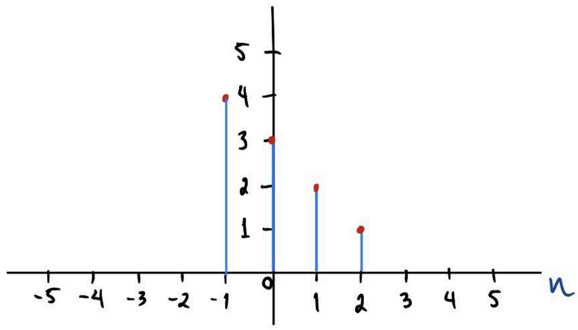
n	$x[n+1]$
-1	1
0	2
1	3
2	4



7. **Toma x[n] = {1,2,3,4}. Calcula y dibuja:**
   a) x[-n+2]
   b) x[3-n]

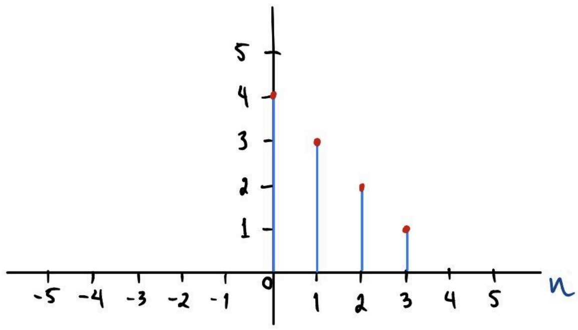
a) $x[-n+2]$:

n	$x[-n+2]$
-1	4
0	3
1	2
2	1



b) $x[3-n]$:

n	$x[3-n]$
0	4
1	3
2	2
3	1



8. **Determine si las siguientes señales son señales de energía o de potencia. Calcule la energía o la potencia según corresponda.**
   a) x[n] = cos((π/4)n)

Es una señal senoidal discreta que se extiende desde menos infinito hasta infinito entonces se trata de una **señal de potencia.**

La frecuencia angular es $\omega_0 = \frac{\pi}{4}$. Para ver si es periódica y cuál es su periodo, usamos la relación $\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{k}{N}$: $\quad \frac{\pi/4}{2\pi} = \frac{1}{8}$

Esto nos indica que la señal sí es periódica y su periodo fundamental es **N = 8 muestras**

La potencia se calcula promediando la energía de un periodo completo:

$$P_x = \frac{1}{8}\sum_{n=0}^{7}\cos^2\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$

Aplicamos la identidad trigonométrica:
$\cos^2(\theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos(2\theta)$

$$P_x = \frac{1}{8}\sum_{n=0}^{7}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\right)$$

Al sumar la parte del coseno sobre sus periodos completos el resultado es cero, dejando únicamente la suma de la constante 1/2:

$$P_x = \frac{1}{8}\left(8 \times \frac{1}{2}\right) = \frac{4}{8} = 0.5$$

Potencia Promedio = 0.5
Energía Total = ∞

b) **x[n] = (1/2)^n u[n]**

El escalón **u[n]** anula los valores negativos por lo que la señal inicia en n=0. A partir de ahí, el término $(1/2)^n$ va disminuyendo hacia cero. Como la señal se desvanece su suma converge a un valor finito, por lo que se clasifica como una **señal de energía**.
Evaluamos la sumatoria al cuadrado desde n=0 hasta infinito:

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)^2 = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

Esta es una serie geométrica convergente de la forma:

$\sum a^n = \frac{1}{1-a}$, donde $a = 1/4$:

$$E_x = \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{3/4} = \frac{4}{3}$$

Energía Total = 4/3
Potencia Promedio = 0

9. Dado x[n] = $(0.9)^n$ u[n]:

a. ¿Es una señal de energía o de potencia?

Esta señal tiene la estructura de una base fraccionaria elevada a la **n**, multiplicada por un escalón unitario **u[n]**, el término **$(0.9)^n$** significa que, a medida que **n** avanza es decir que crece hacia el infinito, la amplitud de la señal se va haciendo cada vez más pequeña acercándose a cero y como la señal se va desvaneciendo la suma total de sus valores al cuadrado no crecerá sino que llegará a un tope.

Por lo que al tener una energía total finita, la clasificamos como una **señal de energía.**

b. Cálculo de la Energía Total

Con la fórmula:

$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$

Dado que tenemos la función escalón u[n], sabemos que la señal vale cero para cualquier instante de tiempo negativo. Entonces, podemos cambiar el límite inferior de nuestra sumatoria de $-\infty$ a 0:

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} ((0.9)^n)^2$$

$$E_x = \sum_{n=0}^{\infty} (0.81)^n$$

Nos encontramos con una progresión geométrica estándar de la forma $\sum_{n=0}^{\infty} a^n$, donde nuestra constante a = 0.81 y para resolver este tipo de sumatorias infinitas siempre y cuando el valor absoluto de “a” sea menor que 1 es: $\frac{1}{1-a}$

$$E_x = \frac{1}{1-0.81} \quad = \quad E_x = \frac{1}{0.19}$$

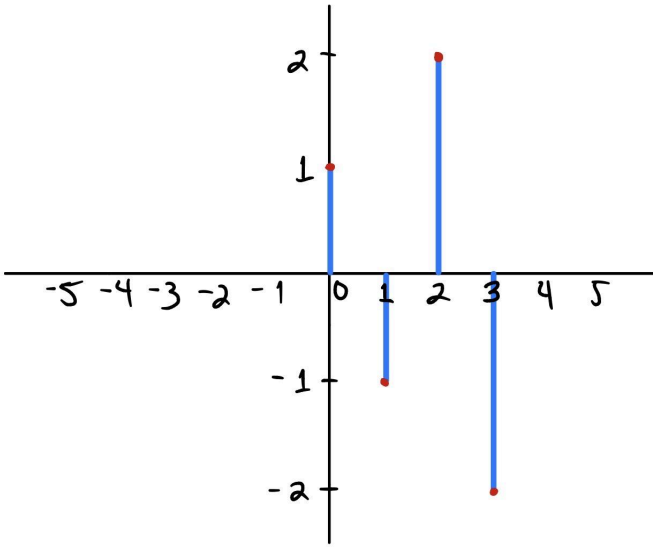
$$E_x = \frac{1}{19/100} = \frac{100}{19}$$, entonces $E_x \approx 5.263$

Su energía total es 5.263

10. Una señal x[n] = {1,-1,2,-2} para n=0,1,2,3.

- **Grafique la señal original.**

n	x[n]
0	1
1	-1
2	2
3	-2



- **Aplique inversión en el tiempo → desplace 2 muestras hacia la derecha → escale por un factor de 3**

Aplicar Inversión Temporal

- Valor 1 : -n = 0 => **n = 0**
- Valor -1 : -n = 1 => **n = -1**
- Valor 2 : -n = 2 => **n = -2**
- Valor -2: -n = 3 => **n = -3**

Nuestra señal intermedia x1[n] es:

- **x1[-3] = -2**
- **x1[-2] = 2**
- **x1[-1] = -1**
- **x1[0] = 1**

Aplicar Desplazamiento a la Derecha

- Valor original 1: -n + 2 = 0 => **n = 2**
- Valor original -1: -n + 2 = 1 => **n = 1**
- Valor original 2: -n + 2 = 2 => **n = 0**
- Valor original -2: -n + 2 = 3 => **n = -1**

Nuestra nueva señal intermedia x2[n] = x[-n + 2] es:

- **x2[-1] = -2**
- **x2[0] = 2**
- **x2[1] = -1**

- **x2[2] = 1**

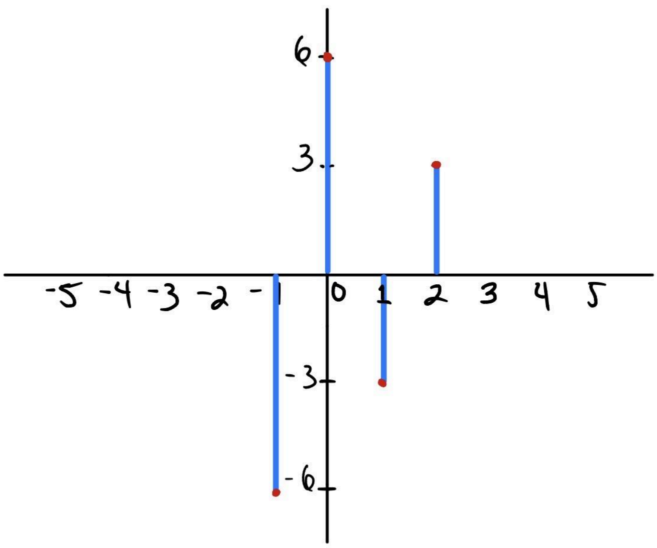
Escalamiento de Amplitud

- En n = -1: 3 * (-2) **= -6**
- En n = 0: 3 * (2) **= 6**
- En n = 1: 3 * (-1) **= -3**
- En n = 2: 3 * (1) **= 3**

- **Escriba la señal resultante explícitamente y dibújela.**

La señal **y[n] = {-6, 6, -3, 3} para n = {-1, 0, 1, 2}**, es:

n	x [n]
-1	-6
0	6
1	-3
2	3



11. Calcule la media y el valor eficaz (RMS) de x[n] = {2, -2, 2, -2} para n=0...3

Número de muestras = 4

Cálculo de media con fórmula: $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$

Sumamos todas las amplitudes de la señal:

Suma = 2 + (-2) + 2 + (-2) = 0

Dividimos el resultado entre el número total de muestras (N=4)

$$\overline{x} = \frac{0}{4} = 0$$

La media de la señal es 0

Cálculo de RMS con la siguiente fórmula: $x_{rms} = \left[\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

Primero elevamos cada muestra al cuadrado para hacer que todos los valores sean positivos:

- $2^2 = 4$
- $(-2)^2 = 4$
- $2^2 = 4$
- $(-2)^2 = 4$

Calculamos el promedio de estos nuevos valores al cuadrado:

- Suma de cuadrados = 4 + 4 + 4 + 4 = 16
- Promedio de cuadrados = 16/4 = 4

Luego sacamos la raíz cuadrada al promedio obtenido:

- RMS = $\sqrt{4} = 2$, por lo tanto **RMS = 2**

12. Calcule la autocorrelación de x[n] = {1,2,1} y la correlación cruzada con y[n] = {1,0,-1}.

- **Autocorrelación**

Comparamos la señal consigo misma, y al ser simétrica los desplazamientos hacia la izquierda y derecha dan el mismo resultado.

- **k = 0 (alineada):** (1 × 1) + (2 × 2) + (1 × 1) = 1 + 4 + 1 = **6**
- **k = ±1 (desfase de 1):** (2 × 1) + (1 × 2) = 2 + 2 = **4**
- **k = ±2 (desfase de 2):** (1 × 1) = **1**

Resultado: $r_{xx}[k] = \{1, 4, \mathbf{6}, 4, 1\}$

- **Correlación cruzada**

Dejamos fija la señal x , desplazamos la señal y

- **k = 0 (alineada):** (1 × 1) + (2 × 0) + (1 × -1) = 1 + 0 - 1 = **0**
- **k = 1 (*y*** a la derecha **1 posición):** (2 × 1) + (1 × 0) = **2**
- **k = 2 (*y*** a la derecha **2 posiciones):** (1 × 1) = **1**
- **k = -1 (*y*** a la izquierda **1 posición):** (1 × 0) + (2 × -1) = **-2**
- **k = -2 (*y*** a la izquierda **2 posiciones):** (1 × -1) = **-1**

Resultado: $r_{xy}[k] = \{-1, -2, \mathbf{0}, 2, 1\}$