Simulação do Pêndulo Simples

Descrição Básica do Projeto

Este projeto é uma simulação criada para ilustrar o comportamento de um pêndulo simples. O objetivo é fornecer uma visualização gráfica do movimento oscilatório, permitindo o estudo e a compreensão dos conceitos envolvidos. A simulação mostra a trajetória de um pêndulo oscilando em diferentes condições, alterando variáveis como gravidade, massa e arrasto.

Modelo Matemático

O pêndulo simples consiste em uma massa puntiforme presa a um fio inextensível e de massa desprezível, capaz de oscilar em torno de uma posição fixa. Para oscilações pequenas, a equação de movimento pode ser descrita como:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\sin\theta. \quad (1) \tag{1}$$

Vamos agora derivar a energia total do sistema.

Energia no Sistema

O pêndulo simples possui dois tipos principais de energia: cinética (E_c) e potencial gravitacional (E_p).

Energia Cinética (E_c)

A energia cinética do pêndulo é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2,$$

onde v é a velocidade da massa. Em coordenadas polares, a velocidade do pêndulo é:

$$v = R\dot{\theta}.$$

Substituindo:

$$E_c = \frac{1}{2}m(R\dot{\theta})^2 = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2. \quad (2)$$

Energia Potencial Gravitacional (E_p)

A energia potencial gravitacional é dada por:

$$E_p = mgh,$$

onde h é a altura da massa em relação à posição de referência. Para o pêndulo, h é calculado a partir do comprimento do fio e do ângulo θ:

$$h = R(1 - \cos\theta).$$

Substituindo:

$$E_p = mgR(1 - \cos\theta). \quad (3)$$

Energia Total (E_t)

A energia total do sistema é a soma da energia cinética e da energia potencial:

$$E_t = E_c + E_p.$$

Substituindo as expressões para E_c e E_p:

$$E_t = \frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 + mgR(1 - \cos\theta). \quad (4)$$

Conservação de Energia

Para o pêndulo simples (sem dissipação), a energia total E_t permanece constante:

$$\frac{1}{2}mR^2\dot{\theta}^2 + mgR(1 - \cos\theta) = \text{constante}.$$

Essa relação mostra que a energia cinética e a energia potencial se transformam mutuamente durante o movimento oscilatório, mas a soma total permanece inalterada.

Resolução Numérica

Para resolver a equação diferencial ordinária (1), usamos métodos numéricos, como o de Runge-Kutta, descrito anteriormente. A conservação de energia é uma boa ferramenta para verificar a precisão da solução numérica.

Conclusão

A análise energética do pêndulo simples fornece uma visão fundamental sobre o comportamento do sistema. A troca entre energia cinética e potencial durante o movimento reflete os princípios de conservação de energia, que são essenciais para validar modelos matemáticos e métodos numéricos.