Simulação do Pêndulo Simples

Descrição Básica do Projeto

Este projeto é uma simulação criada para ilustrar o comportamento de um pêndulo simples. O objetivo é fornecer uma visualização gráfica do movimento oscilatório, permitindo o estudo e a compreensão dos conceitos envolvidos. A simulação mostra a trajetória de um pêndulo oscilando em diferentes condições, alterando variáveis como gravidade, massa e arrasto.

Modelo Matemático

O pêndulo simples consiste em uma massa puntiforme presa a um fio inextensível e de massa desprezível, capaz de oscilar em torno de uma posição fixa. Para oscilações pequenas, a equação de movimento pode ser descrita como:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\sin\theta, \quad (1) \tag{1}$$

onde:

- θ: ângulo do pêndulo em relação à vertical,
- R: comprimento do fio,
- g: aceleração da gravidade.

Para resolver essa EDO (Equação Diferencial Ordinária), utilizamos métodos numéricos.

Método de Runge-Kutta

O método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) é amplamente usado para resolver sistemas de EDOs. Ele calcula a solução em passos sucessivos, utilizando uma combinação ponderada das inclinações em diferentes pontos dentro do intervalo.

Equação de Segunda Ordem

A equação do pêndulo é uma EDO de segunda ordem:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\sin\theta.$$

Transformamos isso em um sistema de duas EDOs de primeira ordem:

$$\theta' = \omega, \quad (2.1) \tag{2}$$

$$\omega' = -\frac{g}{R}\sin\theta. \quad (2.2) \tag{3}$$

Iterações do Método RK4

Dado um ponto $(t_n, \theta_n, \omega_n)$, o método RK4 calcula o próximo ponto $(t_{n+1}, \theta_{n+1}, \omega_{n+1})$ usando os seguintes passos:

1. Calcule os valores intermediários (k_1, k_2, k_3, k_4) para θ e ω:

$$k_1^\theta = h \cdot \omega_n, \quad k_1^\omega = h \cdot \left(-\frac{g}{R} \sin \theta_n\right),$$

$$k_2^\theta = h \cdot \left(\omega_n + \frac{k_1^\omega}{2}\right), \quad k_2^\omega = h \cdot \left(-\frac{g}{R} \sin\left(\theta_n + \frac{k_1^\theta}{2}\right)\right),$$

$$k_3^\theta = h \cdot \left(\omega_n + \frac{k_2^\omega}{2}\right), \quad k_3^\omega = h \cdot \left(-\frac{g}{R} \sin\left(\theta_n + \frac{k_2^\theta}{2}\right)\right),$$

$$k_4^\theta = h \cdot \left(\omega_n + k_3^\omega\right), \quad k_4^\omega = h \cdot \left(-\frac{g}{R} \sin\left(\theta_n + k_3^\theta\right)\right).$$

2. Atualize os valores de θ e ω:

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \frac{1}{6}\left(k_1^\theta + 2k_2^\theta + 2k_3^\theta + k_4^\theta\right),$$

$$\omega_{n+1} = \omega_n + \frac{1}{6}\left(k_1^\omega + 2k_2^\omega + 2k_3^\omega + k_4^\omega\right).$$

Passo Temporal

O valor de h (passo temporal) deve ser suficientemente pequeno para garantir a precisão da simulação.

Conclusão

O método de Runge-Kutta de 4ª ordem permite resolver a EDO do pêndulo simples com alta precisão, modelando tanto pequenas quanto grandes oscilações. Essa abordagem foi implementada na simulação para garantir resultados consistentes e visualmente precisos.