Simulação do Pêndulo Simples

Descrição Básica do Projeto

Este projeto é uma simulação criada para ilustrar o comportamento de um pêndulo simples. O objetivo é fornecer uma visualização gráfica do movimento oscilatório, permitindo o estudo e a compreensão dos conceitos envolvidos. A simulação mostra a trajetória de um pêndulo oscilando em diferentes condições, alterando variáveis como gravidade, massa e arrasto.

Modelo Matemático

O pêndulo simples consiste em uma massa puntiforme presa a um fio inextensível e de massa desprezível, capaz de oscilar em torno de uma posição fixa. Para oscilações pequenas, a equação de movimento pode ser descrita como:

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\sin\theta. \quad (1) \tag{1}$$

Para oscilações maiores, é necessário levar em conta a não linearidade introduzida pelo termo $\sin\theta$. Vamos derivar a equação acima utilizando coordenadas polares.

Método Baseado em Coordenadas Polares

Cinemática do Pêndulo

Considerando um pêndulo de comprimento R e massa m, utilizamos coordenadas polares para descrever o movimento. A posição do corpo é dada por:

$$\vec{r}(t) = R\cos\theta(t)\,\hat{\mathbf{i}} + R\sin\theta(t)\,\hat{\mathbf{j}}.$$

A velocidade é a derivada da posição:

$$\vec{v}(t) = -R\sin\theta\,\dot{\theta}\,\hat{\mathbf{i}} + R\cos\theta\,\dot{\theta}\,\hat{\mathbf{j}}.$$

A aceleração é a derivada da velocidade:

$$\vec{a}(t) = -R\cos\theta\,\dot{\theta}^2\,\hat{\mathbf{i}} - R\sin\theta\,\ddot{\theta}\,\hat{\mathbf{i}} - R\sin\theta\,\dot{\theta}^2\,\hat{\mathbf{j}} + R\cos\theta\,\ddot{\theta}\,\hat{\mathbf{j}}.$$

Separando os termos, obtemos:

$$\vec{a}(t) = -R\dot{\theta}^2\,\hat{\mathbf{r}} + R\ddot{\theta}\,\hat{\theta},$$

onde $\hat{\mathbf{r}}$ e $\hat{\theta}$ são os versores radiais e transversais.

Forças no Sistema

As forças que atuam no corpo são: 1. Tensão no fio (T), na direção radial. 2. Peso (mg), na direção vertical.

A força resultante é:

$$\vec{F} = T\,\hat{\mathbf{r}} - mg\cos\theta\,\hat{\mathbf{r}} - mg\sin\theta\,\hat{\theta}.$$

Segunda Lei de Newton

Aplicando a segunda lei de Newton ($\vec{F} = m\vec{a}$) em cada direção:

Direção radial ($\hat{\mathbf{r}}$):

$$T - mg\cos\theta = m(-R\dot{\theta}^2). \quad (2.1)$$

Direção transversal ($\hat{\theta}$):

$$-mg\sin\theta = m(R\ddot{\theta}). \quad (2.2)$$

Reorganizando a equação transversal (2.2):

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{R}\sin\theta. \quad (3)$$

Essa é a EDO do pêndulo simples.

Eliminação da Tensão (T)

Para entender como as duas equações se conectam, note que a equação radial (2.1) descreve a tensão no fio:

$$T = mg\cos\theta - mR\dot{\theta}^2.$$

Embora não seja necessário para encontrar $\ddot{\theta}$, essa equação pode ser útil para analisar as forças no sistema.

Resolução Numérica

Para resolver a EDO (3), utilizamos métodos numéricos como o de Runge-Kutta, descrito anteriormente.

Conclusão

A abordagem utilizando coordenadas polares ilustra o movimento do pêndulo diretamente das forças envolvidas. Isso reforça a conexão entre as forças, a cinemática e a dinâmica do sistema. A resolução numérica, como com o método de Runge-Kutta, permite explorar o comportamento oscilatório do pêndulo sob diversas condições.