A força gravitacional que atua sobre a massa é:

$$F_g = mg \quad \text{(Força peso: massa } m \text{ vezes a gravidade } g\text{)}$$

A força tangencial responsável pelo movimento do pêndulo é dada por:

$$F_{\text{tangencial}} = -mg\sin(\theta) \quad \text{(Projeção da força peso ao longo do arco)}$$

Aplicando a segunda lei de Newton ($F = ma$) na direção tangencial:

$$F_{\text{tangencial}} = m\frac{d^2s}{dt^2}$$

Substituindo a força tangencial:

$$-mg\sin(\theta) = m\frac{d^2s}{dt^2} \quad \text{(Força resultante é igual à massa vezes a aceleração tangencial)}$$

O arco s é proporcional ao ângulo θ:

$$s = L\theta \quad \text{(Comprimento do arco } s \text{ é } L \text{ vezes } \theta\text{)}$$

Derivando duas vezes:

$$\frac{d^2s}{dt^2} = L\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{(Aceleração tangencial em termos de } \theta\text{)}$$

Substituindo na Equação de Newton

$$-mg\sin(\theta) = mL\frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \text{(Substituindo } s = L\theta \text{ na equação anterior)}$$

Cancelando m:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin(\theta) \quad \text{(Equação diferencial do pêndulo)}$$

Aproximação para Pequenos Ângulos Para $\theta \approx 0$, usamos $\sin(\theta) \approx \theta$:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \quad \text{(Equação do movimento harmônico simples)}$$

Solução da Equação A solução da equação diferencial é:

$$\theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}}t\right) \quad \text{(Oscilação periódica do pêndulo)}$$

Período de Oscilação O período de oscilação T é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{(Tempo para uma oscilação completa)}$$