

水以下コン (チーム戦) 解説

Kyo_s_s, yasunori, ecto0310, Ackvy

2024/03/30

X: X-word Database

X: X-word Database

整数 X ($4 \leq X \leq 10^5$) と文字列 S ($1 \leq |S| \leq X$) が与えられる.

以下の条件を満たす文字列を **よい文字列** と呼ぶ:

- 文字列の長さが X 以下
- 辞書順で S 以下
- 連続部分列に cyan を含む

よい文字列は何個ある？

X: X-word Database

整数 X ($4 \leq X \leq 10^5$) と文字列 S ($1 \leq |S| \leq X$) が与えられる.

以下の条件を満たす文字列を **よい文字列** と呼ぶ:

- 文字列の長さが X 以下
- 辞書順で S 以下
- 連続部分列に cyan を含む

よい文字列は何個ある？

$X = 5$, $S = \text{cyan}$ のとき, 条件を満たす文字列は,

acyan, bcyan, ccyan, cyan, cyana, cyanb, cyanc

の 7 個.

X: X-word Database 部分点 1 解法

- $X \leq 8$

X: X-word Database 部分点 1 解法

- $X \leq 8$

cyan を含む長さ 8 以下の文字列を全て試せば OK.

たとえば長さが 8 で cyan を含む文字列は,

****cyan, ***cyan*, **cyan**, *cyan***, cyan****

のどれかの形なので, * に入るアルファベットを全て試してそれぞれがよい文字列かどうかを判定すればよい!

X: X-word Database 部分点 1 解法

- $X \leq 8$

cyan を含む長さ 8 以下の文字列を全て試せば OK.

たとえば長さが 8 で cyan を含む文字列は,

****cyan, ***cyan*, **cyan**, *cyan***, cyan****

のどれかの形なので, * に入るアルファベットを全て試してそれぞれがよい文字列かどうかを判定すればよい!

このままだと $X = 8$ で cyancyan を 2 回数えてしまうのでそこだけ注意.

X: X-word Database 部分点 2 解法

- $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

X: X-word Database 部分点 2 解法

- $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

長さが X 以下で cyan を含むような文字列はすべてよい文字列になる.

X: X-word Database 部分点 2 解法

- $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

長さが X 以下で cyan を含むような文字列はすべてよい文字列になる。
長さが K で cyan を含む文字列の個数は、包除原理を使うと、

$$\sum_{i=1}^{\lfloor K/4 \rfloor} (-1)^{i+1} {}_{i+1}H_{K-4i}$$

で求められる (ここで, ${}_nH_k$ は重複組合せ).

X: X-word Database 部分点 2 解法

- $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

長さが X 以下で cyan を含むような文字列はすべてよい文字列になる。
長さが K で cyan を含む文字列の個数は、包除原理を使うと、

$$\sum_{i=1}^{\lfloor K/4 \rfloor} (-1)^{i+1} {}_{i+1}H_{K-4i}$$

で求められる (ここで, ${}_nH_k$ は重複組合せ). よって, 答えは,

$$\sum_{K=4}^X \sum_{i=1}^{\lfloor K/4 \rfloor} (-1)^{i+1} {}_{i+1}H_{K-4i}$$

X: X-word Database 満点解法

X: X-word Database 満点解法

桁 DP で解ける！

$\text{dp}[i][\textit{smaller}][j] := X$ の上から i 番目まで見て、

$\textit{smaller} = 0$: X と同じ / 1 : X より小さく、

cyan の j 文字目までを末尾に含む / すでに cyan を含む
文字列の個数

X: X-word Database 満点解法

桁 DP で解ける！

$\text{dp}[i][\text{smaller}][j] := X$ の上から i 番目まで見て、

$\text{smaller} = 0$: X と同じ / 1 : X より小さく、

cyan の j 文字目までを末尾に含む / すでに cyan を含む
文字列の個数

上から DP をしていくことで、 X 字以下の文字列の個数も求められている。

$$\sum_{i=0}^X (\text{dp}[i][0][\text{cyan を含む}] + \text{dp}[i][1][\text{cyan を含む}])$$

が答え。

B 問題

B 問題 B 問題