水以下コン (チーム戦) 解説

運営メンバーのなまえ

2024/03/30

X: X-word Database

Writer: Kyo_s_s

X: X-word Database

整数 X $(4 \le X \le 10^5)$ と文字列 S $(1 \le |S| \le X)$ が与えられる.

以下の条件を満たす文字列をよい文字列と呼ぶ:

- 文字列の長さが X 以下
- 辞書順で S 以下
- 連続部分列に cyan を含む

よい文字列は何個ある?

X: X-word Database

整数 X $(4 \le X \le 10^5)$ と文字列 S $(1 \le |S| \le X)$ が与えられる.

以下の条件を満たす文字列をよい文字列と呼ぶ:

- 文字列の長さが X 以下
- 辞書順で S 以下
- 連続部分列に cyan を含む

よい文字列は何個ある?

 $X=5,\ S=$ cyanc のとき,条件を満たす文字列は, acyan, bcyan, ccyan, cyan, cyana, cyanb, cyanc の 7 個.

• $X \leq 8$

• $X \leq 8$

cyan を含む長さ8以下の文字列を全て試せばOK.

たとえば長さが8でcyanを含む文字列は、

****cyan, ***cyan*, **cyan**, cyan***

のどれかの形なので、* に入るアルファベットを全て試してそれぞれがよい 文字列かどうかを判定すればよい!

• $X \leq 8$

cyan を含む長さ8以下の文字列を全て試せばOK.

たとえば長さが8でcyanを含む文字列は、

****cyan, ***cyan*, **cyan**, *cyan***, cyan***

のどれかの形なので、* に入るアルファベットを全て試してそれぞれがよい 文字列かどうかを判定すればよい!

このままだと X=8 で cyancyan を 2 回数えてしまうのでそこだけ注意.

• $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

• $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

長さが X 以下で cyan を含むような文字列はすべてよい文字列になる.

• $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

長さが X 以下で cyan を含むような文字列はすべてよい文字列になる. 長さが K で cyan を含む文字列の個数は,包除原理を使うと,

$$\sum_{i=1}^{\lfloor K/4 \rfloor} (-1)^{i+1} \cdot 26^{K-4i} \cdot {}_{i+1}H_{K-4i}$$

で求められる (ここで, $_nH_k$ は重複組合せ).

• $X \leq 10^3$, S はすべて z で長さが X の文字列

長さが X 以下で cyan を含むような文字列はすべてよい文字列になる. 長さが K で cyan を含む文字列の個数は,包除原理を使うと,

$$\sum_{i=1}^{\lfloor K/4 \rfloor} (-1)^{i+1} \cdot 26^{K-4i} \cdot {}_{i+1}H_{K-4i}$$

で求められる (ここで, $_nH_k$ は重複組合せ). よって、答えは、

$$\sum_{K=4}^{X} \sum_{i=1}^{\left[K/4\right]} (-1)^{i+1} \cdot 26^{K-4i} \cdot {}_{i+1}H_{K-4i}$$

X: X-word Database 満点解法

X: X-word Database 満点解法

桁 DP で解ける!

```
{
m dp}[i][smaller][j]:=X の上から i 番目まで見て, smaller=0:X\ {
m color}\ /\ 1:X\ {
m sol}\ /\ {
m cyan}\ {
m o}\ j 文字目までを末尾に含む / すでに cyan を含む 文字列の個数
```

X: X-word Database 満点解法

桁 DP で解ける!

 $\mathrm{dp}[i][smaller][j] := X$ の上からi 番目まで見て、

smaller = 0: X と同じ /1: X より小さく、

cyan の j 文字目までを末尾に含む / すでに cyan を含む 文字列の個数

上から DP をしていくことで、X字以下の文字列の個数も求められている.

$$\sum_{i=0}^{X} ig(ext{dp}[i][0]ig[ext{cyan を含む}ig] + ext{dp}[i][1]ig[ext{cyan を含む}ig]ig)$$

が答え.

X: Counting Zig Zag Sequence

Writer: Ackvy

X: Counting Zig Zag Sequence

hogehoge