

情報理工学部 SN コース 3 回
第 5 回ミニレポート

2600200443-6
Yamashita Kyohei
山下 恭平

Dec 8 2022

問題

半径 r , 中心の位置ベクトル \mathbf{C} の球とレイの交点の求め方を, 数式を使って説明せよ

回答

九の方程式と、直線の式を連立すると

$$\begin{aligned} |\mathbf{P} - \mathbf{C}|^2 &= r^2 \\ (\mathbf{P} - \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{C}) &= r^2 \\ (\mathbf{P}_E + t\mathbf{e} - \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{P}_E + t\mathbf{e} - \mathbf{C}) &= r^2 \\ t^2 + 2\mathbf{e} \cdot (\mathbf{P}_E - \mathbf{C})t + (\mathbf{P}_E - \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{P}_E - \mathbf{C}) - r^2 &= 0 \end{aligned}$$

ここで $b = \mathbf{e} \cdot (\mathbf{P}_E - \mathbf{C}), c = (\mathbf{P}_E - \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{P}_E - \mathbf{C}) - r^2$ とすると

$$\begin{aligned} t^2 + 2bt + c &= 0 \\ t &= -b \pm \sqrt{b^2 - c} \end{aligned}$$

よって、 $b^2 > c$ の時交点 t は

$$\text{交点 } t = -b \pm \sqrt{b^2 - c}$$

となる