

情報理工学部 SN コース 3 回
第一回レポート (回帰分析)

2600200443-6
Yamashita Kyohei
山下 恭平

Oct 16 2022

問題

2つの説明変数 x_1, x_2 から目的変数 y を予測することを考える

問 1 分散，共分散を指定された表に基づき求めよ

表より

$$\overline{x_1} = \frac{1}{10}(1.2 + 1.6 + 3.5 + 4 + 5.6 + 5.7 + 6.7 + 7.5 + 8.5 + 9.7) = 5.4$$

$$\overline{x_1^2} = \frac{1}{10}(1.2^2 + 1.6^2 + 3.5^2 + 4^2 + 5.6^2 + 5.7^2 + 6.7^2 + 7.5^2 + 8.5^2 + 9.7^2) = 36.358$$

$$\overline{x_2} = \frac{1}{10}(1.9 + 2.7 + 3.7 + 3.1 + 3.5 + 7.5 + 1.2 + 3.7 + 0.6 + 5.1) = 3.3$$

$$\overline{x_2^2} = \frac{1}{10}(1.9^2 + 2.7^2 + 3.7^2 + 3.1^2 + 3.5^2 + 7.5^2 + 1.2^2 + 3.7^2 + 0.6^2 + 5.1^2) = 14.42$$

$$\overline{y} = \frac{1}{10}(0.9 + 1.3 + 2 + 1.8 + 2.2 + 3.5 + 1.9 + 2.7 + 2.1 + 3.6) = 2.2$$

$$\overline{x_1 x_2} = \frac{1}{10} \sum_{n=1}^{10} x_{1n} x_{2n} = 18.538$$

$$\overline{x_1 y} = \frac{1}{10} \sum_{n=1}^{10} x_{1n} y_n = 13.722$$

$$\overline{x_2 y} = \frac{1}{10} \sum_{n=1}^{10} x_{2n} y_n = 8.531$$

よって

$$s_{x_1}^2 = \overline{x_1^2} - \overline{x_1}^2 = 7.198$$

$$s_{x_2}^2 = \overline{x_2^2} - \overline{x_2}^2 = 3.53$$

$$s_{x_1 x_2} = \overline{x_1 x_2} - \overline{x_1} \overline{x_2} = 0.718$$

$$s_{x_1 y} = \overline{x_1 y} - \overline{x_1} \overline{y} = 1.842$$

$$s_{x_2 y} = \overline{x_2 y} - \overline{x_2} \overline{y} = 1.271$$

問 2 分散共分散行列を求めよ

問 1 より

$$\begin{pmatrix} s_{x_1}^2 & s_{x_1 x_2} \\ s_{x_1 x_2} & s_{x_2}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.198 & 0.718 \\ 0.718 & 3.53 \end{pmatrix}$$

問 3 回帰方程式を求めよ

$$\overline{y} = a_0 + a_1 \overline{x_1} + a_2 \overline{x_2}$$

であるので, 問 1 より

$$2.2 = a_0 + 5.4a_1 + 3.3a_2 \tag{1}$$

この時

$$\begin{pmatrix} s_{x_1}^2 & s_{x_1 x_2} \\ s_{x_1 x_2} & s_{x_2}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_{x_1 y} \\ s_{x_2 y} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 7.198 & 0.718 \\ 0.718 & 3.53 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.842 \\ 1.271 \end{pmatrix}$$

となるので, クラメル公式より

$$a_1 = \frac{\begin{vmatrix} 1.842 & 0.718 \\ 1.271 & 3.53 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7.198 & 0.718 \\ 0.718 & 3.53 \end{vmatrix}} = 0.2245$$

$$a_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7.198 & 1.842 \\ 0.718 & 1.271 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7.198 & 0.718 \\ 0.718 & 3.53 \end{vmatrix}} = 0.3144$$

式 (1) に代入すると

$$\begin{aligned} 2.2 &= a_0 + 5.4 \times 0.2245 + 3.3 \times 0.3144 \\ a_0 &= -0.04982 \end{aligned}$$

したがって求める回帰方程式は

$$y = 0.2245x_1 + 0.3144x_2 - 0.04982$$