情報理工学部　SN コース 3 回
第三回レポート (ラグランジュの未定乗数法)

2600200443-6
Yamashita Kyohei
山下 恭平

Jul 14 2022

問題

ラグランジュの未定乗数法を用い，周囲の長さが定数 L の長方形で．面積最大のものは正方形であることを証明せよ．

問 1 長方形の 2 辺を x, y とする. 最大にするべき目的関数 f(x,y) を示せ．

長方形の面積を求めれば良いので.

$$f(x, y) = xy \tag{1}$$

問 2 長方形の 2 辺 x, y が満たすべき制約式を示せ.

長方形の全長が L であるので, 満たすべき制約条件は.

$$2(x + y) = L \tag{2}$$

問 3 Lagrange の未定乗数を λ として, x, y. λ で偏微分するべき式を F(x, y, λ) で表わせ．

(2) より,g(x,y) は

$$g(x, y) = 2(x + y) - L \tag{3}$$

となるので, 求める式は (1),(3) より.

$$\begin{aligned} F(x, y, \lambda) &= f + \lambda g \\ &= xy + \lambda(2x + 2y - L) \end{aligned} \tag{4}$$

問 4 式 F(x, y, λ) を x, y. λ で偏微分し, その結果が 0 とおいた方程式を書け．

(4) について,x,y,λ それぞれで偏微分を行うと.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} F(x, y, \lambda) &= 0 \\ y + 2\lambda &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} F(x, y, \lambda) &= 0 \\ x + 2\lambda &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial \lambda}F(x,y,\lambda)=0 \\ &2x+2y-L=0 \end{aligned} \tag{7}$$

問 5 偏微分した結果が 0 に等しいとき, x, y の関係を示せ.

(5),(6),(7) より x,y の関係は

$$x = y \tag{8}$$

ただし,

$$x + y = \frac{L}{2}$$

を満たす.

(8) より, 周囲の長さが定数 L の長方形で．面積最大のものは正方形であることが示された.