情報理工学部　SN コース 3 回
第 3 回レポート (SVM)

2600200443-6
Yamashita Kyohei
山下 恭平

Nov 18 2022

問題

$$\overrightarrow{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \overrightarrow{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, D = \{(\overrightarrow{x}_1, -1), (\overrightarrow{x}_2, 1)\}$$

の時以下の問いに答えよ

問 1 以下の内積を計算せよ

$$\begin{gathered} (\overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_1) = 1 \\ (\overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_2) = 1 \\ (\overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{x}_1) = 1 \\ (\overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{x}_2) = 2 \end{gathered}$$

問 2 未定乗数 α_1, α_2 を使って，ラグランジュ関数を書け

$$\begin{aligned} L_D &= \sum_{i=1}^{2} \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{2} \alpha_i \alpha_k y_i y_k (\overrightarrow{x}_i, \overrightarrow{x}_k) \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} \{\alpha_1 \alpha_1 y_1 y_1 (\overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_1) + \alpha_1 \alpha_2 y_1 y_2 (\overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{x}_2) + \alpha_2 \alpha_1 y_2 y_1 (\overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{x}_1) + \alpha_2 \alpha_2 y_2 y_2 (\overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{x}_2)\} \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{2} (\alpha_1^2 y_1^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 y_1 y_2 + 2\alpha_2^2 y_2^2) \end{aligned}$$

問 3 KKT 条件のうちの式 (5) をつかって，未定定数の関係を示せ

$$\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i y_i = 0$$

より

$$\begin{gathered} \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 = 0 \\ \alpha_2 = -\frac{y_1}{y_2} \alpha_1 \end{gathered}$$

問 4 問 2 と問 3 の結果から,α_2 を消去し, 簡潔化されたラグランジュ関数を書け

問 2, 問 3 より

$$L_D = (1 - \frac{y_1}{y_2})\alpha_1 - \frac{1}{2}\alpha_1^2 y_1^2$$

問 5 偏微分の結果が 0 であることを用いて,α_1, α_2 を求めよ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha_1}\{(1 - \frac{y_1}{y_2})\alpha_1 - \frac{1}{2}\alpha_1^2 y_1^2\} = 0 \\ -\alpha_1 y_1^2 - \frac{y_1}{y_2} + 1 = 0 \\ \alpha_1 = \frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_1 y_2} \end{aligned}$$

よって

$$\alpha_2 = -\frac{1}{y_2^2} + \frac{1}{y_1 y_2}$$

問 6 式 (2) より,$\overrightarrow{w}^*$ を求めよ

式 (2) より

$$\begin{aligned} \overrightarrow{w} &= \alpha_1 y_1 \overrightarrow{x}_1 + \alpha_2 y_2 \overrightarrow{x}_2 \\ &= (\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_1 y_2})y_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + (-\frac{1}{y_2^2} + \frac{1}{y_1 y_2})y_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{y_1} - \frac{1}{y_2} \\ \\ \frac{2}{y_1} - \frac{2}{y_2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

問 7 式 (3) より,b を求めよ