

Introduction：グループを「円」で囲む

ここから新しい章「集合と論証」に入ります。計算よりも「言葉の定義」や「論理」が重視される分野です。まずは、モノの集まり（グループ）を明確に定義し、記号で表すルールを学びましょう。これをマスターすると、複雑な条件整理が図（ベン図）一つでできるようになります。

集合と要素の記号

- 集合 (Set)：範囲がはっきりしたものの集まり。大文字 (A, B など) で表す。
- 要素 (Element)：集合に入っている一つ一つのもの。小文字 (a, b など) で表す。

所属を表す記号 \in (Element の E)

- $a \in A$... 「 a は集合 A の要素である」(a は A に属する)
- $b \notin A$... 「 b は集合 A の要素ではない」

書き方の例：

- $A = \{1, 2, 3, 4\}$... 要素を書き並べる方法
- $B = \{x \mid x \text{ は } 10 \text{ 以下の偶数} \}$... 条件を書く方法

例題 1：要素の確認

集合 $A = \{x \mid x \text{ は } 12 \text{ の正の約数} \}$ とする。次の \square に、適する記号 \in または \notin を入れよ。

(1) $3 \square A$
(2) $5 \square A$
(3) $12 \square A$

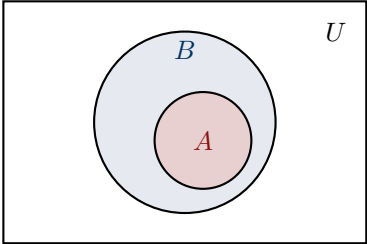
準備: まず A の要素をすべて書き出します。 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Memo / Answer

部分集合と包含関係 \subset (Contain の C)

2 つの集合 A, B の関係を表す記号です。

- $A \subset B$... 「 A の要素はすべて B に入っている」(A は B の部分集合である, A は B に含まれる)



イメージ： A は B の「中」にある

最重要： \in と \subset の使い分け

- \in ：「要素」と「集合」をつなぐ。(小さな粒と袋)
- \subset ：「集合」と「集合」をつなぐ。(袋と袋)

例題 2： \in と \subset の区別

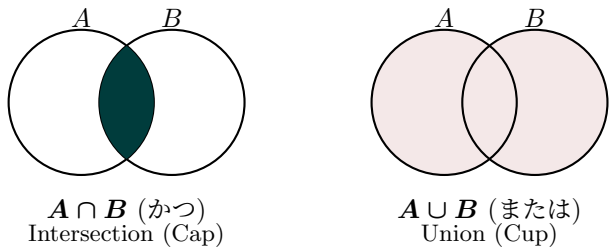
集合 $A = \{1, 2\}$ について、次の記述は正しいか誤りか。

(1) $1 \in A$
(2) $\{1\} \in A$
(3) $\{1\} \subset A$

Memo / Answer

共通部分 (∩) と 和集合 (∪)

2 つの集合 A, B の重なりや合併を表します。



- 共通部分 $A \cap B$: 両方に含まれる要素の集合。(AND)
- 和集合 $A \cup B$: 少なくとも一方に含まれる要素の集合。(OR)
- 空集合 \emptyset : 要素が一つもない集合。

例題 3 : ∩ と ∪ の計算

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ のとき, $A \cap B$ と $A \cup B$ を求めよ。

考え方: ベン図を描くと間違いが減ります。

- (1) まず重なっている部分 (共通する数字) を探す。→ 1, 2
- (2) それを真ん中を書く。
- (3) 残りを左右に書く。

Memo / Answer

A 問題：基礎の定着

練習 A1: 記号の使い分け

集合 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ とする。次の \square に、適する記号 $\in, \notin, \subset, \not\subset$ のいずれかを入れよ。

- (1) $5 \square A$
- (2) $4 \square A$
- (3) $\{1, 3\} \square A$
- (4) $\{2\} \square A$

練習 A2: 共通部分と和集合

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ とする。次の集合を求めよ（要素を書き並べる方法で）。

- (1) $A \cap B$
- (2) $A \cup B$

Memo / Answer

B 問題：標準・応用

練習 B1: 不等式で表された集合

実数全体の集合を全体集合とし、 $A = \{x \mid 0 < x < 3\}$, $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$ とする。次の集合を求めよ（数直線を利用せよ）。

- (1) $A \cap B$
- (2) $A \cup B$

練習 B2: 方程式の解集合

$A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ とする。

- (1) 集合 A の要素を書き並べよ。
- (2) $A \cup B$ を求めよ。
- (3) $A \subset C$ となるような集合 C の例を一つ挙げよ。

Memo / Answer

A 問題：解答

Memo / Answer

A1

- (1) 5 は A の要素である。 \in
- (2) 4 は A の要素ではない。 \notin
- (3) $\{1, 3\}$ は集合（袋）であり，要素はすべて A に含まれる。 \subset
- (4) $\{2\}$ は集合だが，要素 2 が A にない。 $\not\subset$

A2

- (1) 両方に入っているものは 2, 4。 $\{2, 4\}$
- (2) すべて合わせると 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8。 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

B 問題：解答

Memo / Answer

B1 数直線を描いて重なりを見る。 A : 0 より大きく 3 より小さい（白丸） B : 1 以上 4 以下（黒丸）

- (1) 共通部分（重なり） $1 \leq x < 3$ の部分が重なっている。よって， $\{x \mid 1 \leq x < 3\}$
- (2) 和集合（全部） 0 からスタートして 4 までつながる。よって， $\{x \mid 0 < x \leq 4\}$

B2 (1) 方程式 $x^2 - 3x + 2 = 0$ を解くと， $(x - 1)(x - 2) = 0 \implies x = 1, 2$ よって， $A = \{1, 2\}$

(2) $A = \{1, 2\}, B = \{1, 3, 5\}$ より， $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

(3) A の要素 $\{1, 2\}$ をすべて含む集合なら何でもよい。例： $C = \{1, 2, 3\}$ や $C = \{x \mid x \text{ は正の整数} \}$ など。