

Introduction : 展開の逆、それが因数分解

因数分解とは、バラバラの多項式を「積（掛け算）の形」に戻すことです。

$$\underbrace{x^2 - 5x + 6}_{\text{和の形}} \xrightarrow{\text{因数分解}} \underbrace{(x-2)(x-3)}_{\text{積の形}}$$

ポイントはただ一つ。「展開の公式を逆に使う」ことです。特に高校数学では、 x^2 に係数がついた因数分解（たすき掛け）が必須となります。

基本公式の復習（中学レベル+α）

- (1) 共通因数でくくる : $MA + MB = M(A + B)$
- (2) 2乗の公式 : $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
- (3) 2乗引く2乗 : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- (4) 足して掛けて : $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

鉄則：まずは共通因数がないか確認する！

例題 1：基本の因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1) $2x^2y - 6xy^2$
- (2) $x^2 - 8x + 16$
- (3) $x^2 + 5x - 6$

Check: (1) 数字の「2」も共通因数です。 (3) 「掛けて -6, 足して 5」になるペアを探します。

Memo / Answer

必殺技：たすき掛け

x^2 の係数が 1 でないとき ($acx^2 + (ad + bc)x + bd$) は、次の手順で因数分解します。

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & \\ acx^2 & bd & (ad + bc)x & & 2x^2 + 7x + 3 & & \\ a & \cancel{b} & ad & & 2 & \cancel{1} & 1 \\ c & \cancel{d} & \underline{bc} & & 1 & \cancel{3} & \underline{6} \\ & & ad + bc & & & & \\ & & \text{一致すれば OK!} & & & & \end{array}$$

例題 2：たすき掛けの基本

次の式を因数分解せよ。

$$3x^2 + 7x + 2$$

考え方:

- (1) 掛けて 3 になる組み合わせ : (1, 3)
- (2) 掛けて 2 になる組み合わせ : (1, 2), (-1, -2)

これらを組み合わせて、クロスして足した結果が「7」になるものを探します。

Memo / Answer

たすき掛けのコツ：符号と順序

- 定数項が「正」 → 両方プラス または 両方マイナス
- 定数項が「負」 → 片方がプラス、片方がマイナス

失敗しても消しゴムで消さずに、別の組み合わせを横に書くと発見が早くなります。

例題 3：定数項が負の場合

次の式を因数分解せよ。

$$2x^2 + x - 6$$

考え方：掛け $2 \rightarrow (1, 2)$ 掛け $-6 \rightarrow (1, -6), (-1, 6), (2, -3), (-2, 3) \dots$ 候補が多いですが、足して「+1」になるので、近い数字同士の組み合わせが怪しいです。

Memo / Answer

例題 4：係数が大きい場合

次の式を因数分解せよ。

$$6x^2 - 13x + 6$$

ヒント：掛け 6 は $(1, 6)$ か $(2, 3)$ 。真ん中が -13 なので、定数項のペアは両方マイナスです。

Memo / Answer

A 問題：基礎の定着**練習 A1: 基本公式**

次の式を因数分解せよ。

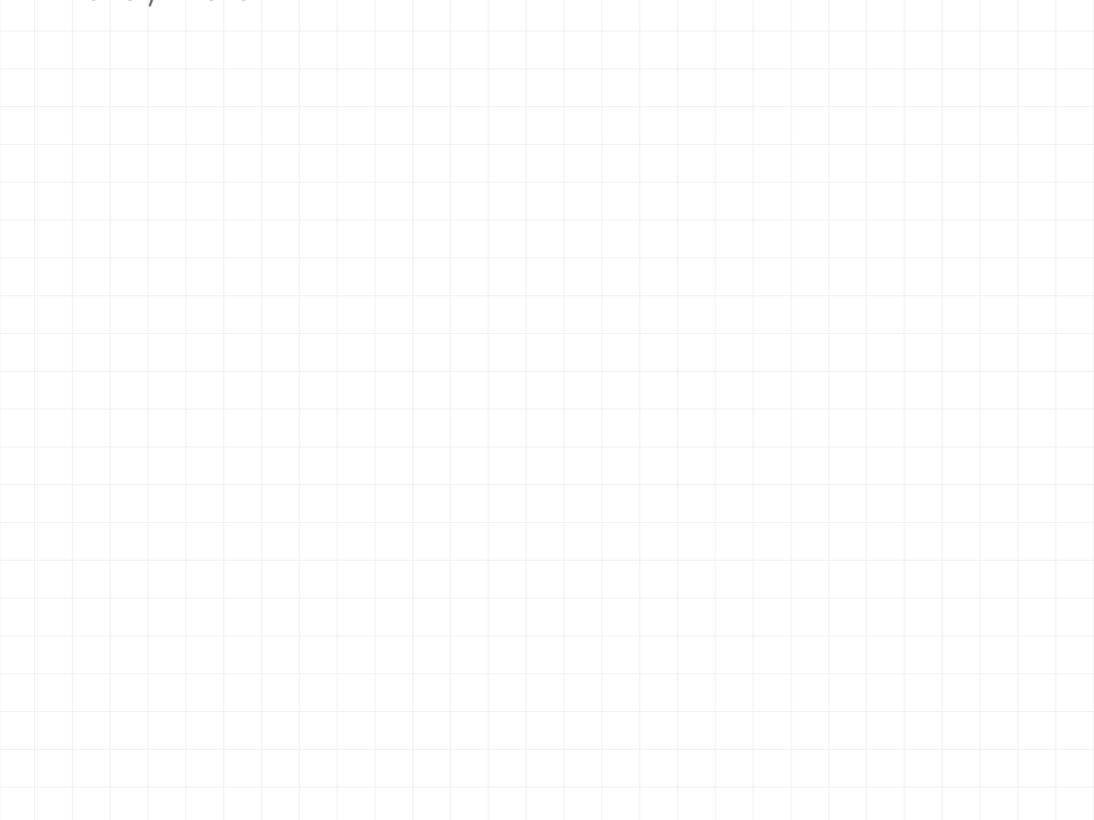
- (1) $x^2 - 10x + 25$
- (2) $x^2 - 9y^2$
- (3) $x^2 + 4x - 21$

練習 A2: たすき掛け（基本）

次の式を因数分解せよ。

- (1) $2x^2 + 5x + 2$
- (2) $3x^2 - 5x + 2$
- (3) $2x^2 + 5x - 3$

Memo / Answer

**B 問題：標準・応用****練習 B1: たすき掛け（標準）**

次の式を因数分解せよ。

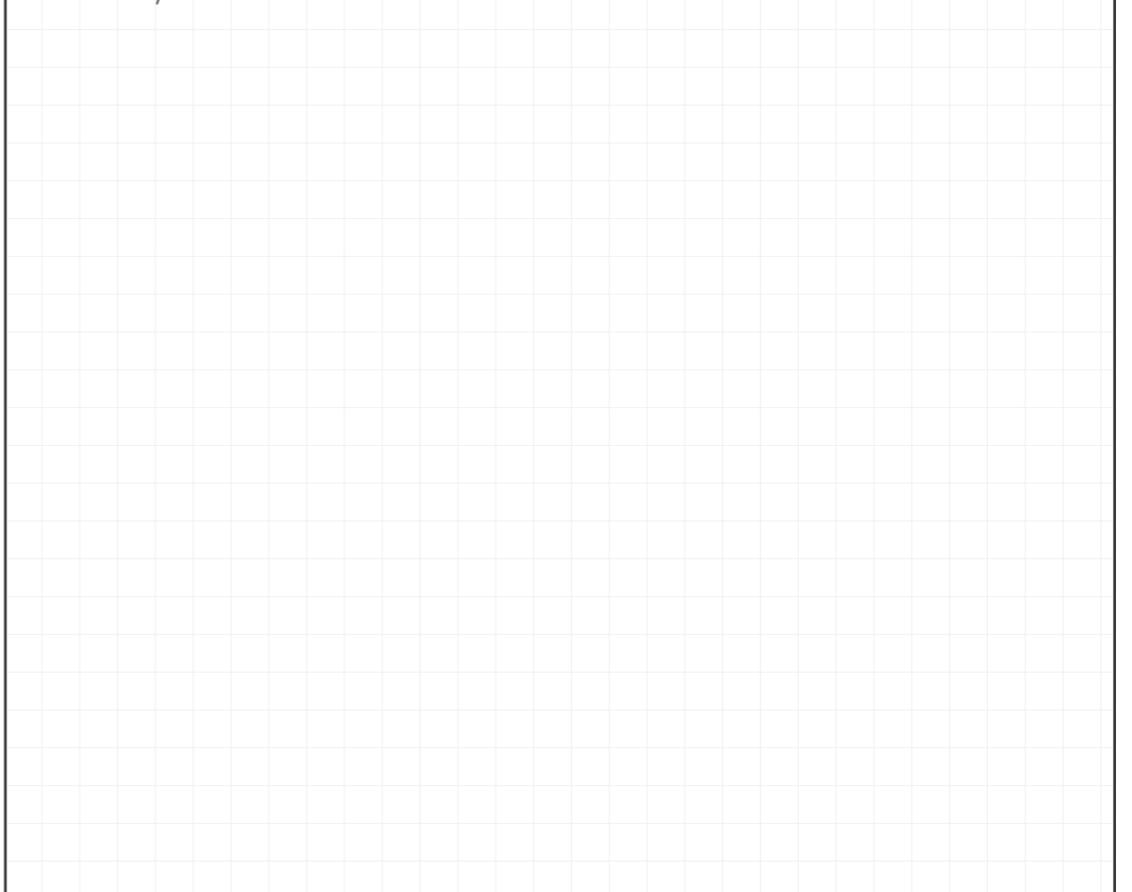
- (1) $4x^2 + 8x - 5$
- (2) $6x^2 - 7x - 3$

練習 B2: いろいろな因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1) $3a^2 - 12b^2$ (まずくくる！)
- (2) $(x+1)^2 - 3(x+1) - 10$ (置き換え)
- (3) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab$

Memo / Answer



A 問題：解答**Memo / Answer****A1**

(1) $(x - 5)^2$

掛けで 25, 足して -10。

(2) $(x + 3y)(x - 3y)$

2乗引く 2乗。

(3) $(x + 7)(x - 3)$

掛けで -21, 足して +4 $\rightarrow (7, -3)$ 。**A2**

(1) $(2x + 1)(x + 2)$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad \rightarrow 1 \\ 1 \quad 2 \quad \rightarrow 4 \\ \hline 5 \end{array}$$

(2) $(3x - 2)(x - 1)$

$$\begin{array}{r} 3 \quad -2 \quad \rightarrow -2 \\ 1 \quad -1 \quad \rightarrow -3 \\ \hline -5 \end{array}$$

(3) $(2x - 1)(x + 3)$

$$\begin{array}{r} 2 \quad -1 \quad \rightarrow -1 \\ 1 \quad 3 \quad \rightarrow 6 \\ \hline 5 \end{array}$$

B 問題：解答**Memo / Answer****B1**

(1) $(2x + 5)(2x - 1)$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \quad \rightarrow 10 \\ 2 \quad -1 \quad \rightarrow -2 \\ \hline 8 \end{array}$$

※ $4x^2$ を 1×4 で分けると失敗します。

(2) $(2x - 3)(3x + 1)$

$$\begin{array}{r} 2 \quad -3 \quad \rightarrow -9 \\ 3 \quad 1 \quad \rightarrow 2 \\ \hline -7 \end{array}$$

B2

(1) 共通因数 3 でくくる。

$3(a^2 - 4b^2) = 3(a + 2b)(a - 2b)$

(2) $x + 1 = A$ と置く。

$A^2 - 3A - 10 = (A - 5)(A + 2)$

元に戻して,

$(x + 1 - 5)(x + 1 + 2) = (x - 4)(x + 3)$

(3) 文字定数のたすき掛け。

$$\begin{array}{r} ax \quad -a \quad \rightarrow -a^2 \\ bx \quad -b \quad \rightarrow -b^2 \\ \hline -(a^2 + b^2) \end{array}$$

よって, $(ax - b)(bx - a)$