

1. 確率の基本用語

- 試行 (Trial)：さいころを投げるなど、同じ条件で繰り返すことができ、結果が偶然に決まる実験や観測.
- 事象 (Event)：試行の結果として起こる事柄. 集合 A, B などで表す.
- 全事象 U ：起こりうるすべての結果の集合.
- 根元事象：それ以上分解できない、最も基本的な事象 (要素 1 個の集合).

定義：確率の定義 (ラプラスの定義)

ある試行において、起こりうる根元事象が全部で N 通りあり、それらが「同様に確からしい」とき、事象 A の起こる場合の数が a 通りであるならば、事象 A の確率 $P(A)$ は次のように定まる.

$$P(A) = \frac{a}{N} = \frac{n(A)}{n(U)}$$

2. 「同様に確からしい」とは？

根元事象のどれが起こることも「平等に期待できる (偏りがない)」という意味です. 確率計算をするには、根元事象が「同様に確からしい」状態まで分解する必要があります.

例題 1. 確率の基本計算

1 個のさいころを投げるとき、次の確率を求めよ.

- (1) 偶数の目が出る確率
- (2) 3 以上の目が出る確率

Memo / Answer

3. 確率の大原則「すべて区別する」

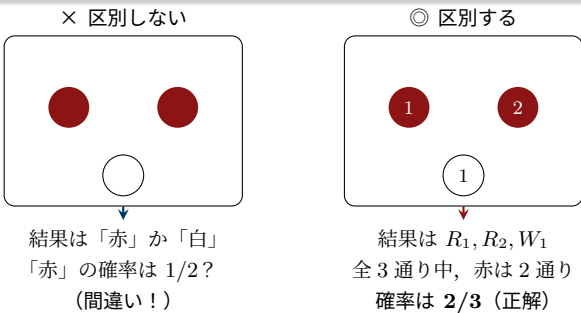
ここが確率で最も重要なポイントです.

「同じものでも区別する」原則

確率を考えるときは、同じ色の玉、同じ数字のカードであっても、

「すべて異なるもの」として区別して数える

必要があります. そうしないと「同様に確からしさ」が崩れるからです.



例題 2. 玉を取り出す確率

赤玉 2 個、白玉 1 個が入った袋から、玉を 1 個取り出すとき、赤玉が出る確率を求めよ.

Memo / Answer

4. コインとさいころ

コインやさいころが複数ある場合も、「区別」の意識が重要です.

例題 3. 2 枚のコイン

2 枚のコインを同時に投げるとき, 1 枚が表, 1 枚が裏になる確率を求めよ.

Memo / Answer

5. くじ引きの確率

「当たりやすさ」は引く順番に関係あるでしょうか?

例題 4. くじ引きの公平性

当たりくじ 3 本を含む 10 本のくじがある. A 君, B 君の 2 人がこの順にくじを 1 本ずつ引く. 引いたくじは元に戻さないとする.

- (1) A 君が当たる確率
- (2) B 君が当たる確率

Memo / Answer

Lecture Note : 確率と場合の数の違い

「場合の数」では, 同じもの (同じ色の玉など) は区別しませんでした (組合せなど). しかし, 「確率」では, すべてのものを区別して数える (順列の考え方を使う) のが基本です. 組合せ C を使う場合も, 実は「区別された個体」を選んでいるので矛盾しません.

確認テスト A（基本）

練習 1：さいころの確率

大小 2 個のさいころを同時に投げるとき、次の確率を求めよ。

- (1) 目の和が 5 になる確率
- (2) 2 個とも奇数の目が出る確率

練習 2：カードの確率

1, 2, 3, 4, 5 の数字が書かれた 5 枚のカードがある。ここから 2 枚同時に引くとき、2 枚とも偶数である確率を求めよ。

Memo / Answer

確認テスト B（標準・応用）

練習 3：玉を取り出す確率

赤玉 4 個、白玉 3 個が入った袋から、同時に 3 個の玉を取り出すとき、次の確率を求めよ。

- (1) 3 個とも赤玉である確率
- (2) 赤玉 2 個、白玉 1 個である確率

練習 4：順列と確率

男子 3 人、女子 2 人が一列に並ぶとき、両端が女子である確率を求めよ。

Memo / Answer

【解答】確認テスト A

Memo / Answer

1
大小 2 個のさいころの目の出方は，区別して考える．全事象は $6 \times 6 = 36$ 通り．

(1) 和が 5 になるのは， $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ の 4 通り．

$$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

(2) 2 個とも奇数になるのは， $(1, 3, 5) \times (1, 3, 5)$ の $3 \times 3 = 9$ 通り．

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

2
5 枚から 2 枚引く組合せ（区別して選ぶ）．全事象は ${}_5C_2 = 10$ 通り．2 枚とも偶数（2, 4）であるのは ${}_2C_2 = 1$ 通り．

$$\frac{1}{10}$$

【解答】確認テスト B

Memo / Answer

3
赤玉 4 個，白玉 3 個の合計 7 個をすべて区別する $(R_1 \dots R_4, W_1 \dots W_3)$ ．全事象は，7 個から 3 個選ぶ組合せ ${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$ 通り．

(1) 赤玉 4 個から 3 個選ぶ場合． ${}_4C_3 = 4$ 通り．確率 $\frac{4}{35}$ ．

(2) 赤玉 4 個から 2 個，白玉 3 個から 1 個選ぶ場合． ${}_4C_2 \times {}_3C_1 = 6 \times 3 = 18$ 通り．確率 $\frac{18}{35}$ ．

4
5 人全員を区別して一列に並べる．全事象は $5! = 120$ 通り．両端が女子である事象：

- 女子 2 人を両端に並べる： $2! = 2$ 通り
- 間に男子 3 人を並べる： $3! = 6$ 通り
- 計 $2 \times 6 = 12$ 通り

確率 $\frac{12}{120} = \frac{1}{10}$ ．

（別解）場所を考え，1 人ずつ順に決める．左端が女子である確率 $\frac{2}{5}$ ．右端が残りの女子である確率は，残り 4 人中 1 人なので $\frac{1}{4}$ ． $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$ ．