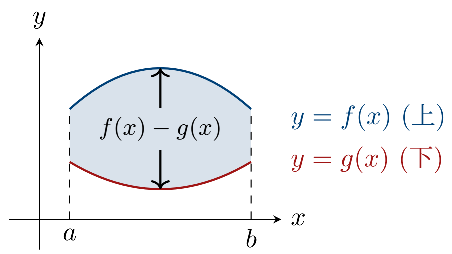
1. 2 曲線で囲まれた部分の面積

最強の公式：「上 − 下」

2 つの曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積 S は，区間 $a \leqq x \leqq b$ において常に $f(x) \geqq g(x)$ （f が上，g が下）であるとき，「(面積)= 上 − 下」が成り立つ．（x 軸より下にあっても関係ない！）

$$S = \int_a^b \{\,上 - 下\,\}\,dx = \int_a^b \{f(x) - g(x)\}\,dx$$



例題 1：積分区間が与えられている場合

曲線 $y = x^2 + 2$ と直線 $y = x$ および $x = 0, x = 1$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

解答区間 $0 \leqq x \leqq 1$ において，$x^2 + 2 > x$ （グラフを描くと放物線が上）であるから，

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 \{(x^2+2) - x\}\,dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} + 2x - \frac{x^2}{2}\right]_0^1 \\ &= \left(\frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{2}\right) - 0 \\ &= \frac{2+12-3}{6} = \boldsymbol{\frac{11}{6}} \end{aligned}$$

自分で区間を見つける場合

問題文に「$x = a, x = b$」が書いていない場合は，**2 つのグラフの交点**が積分のスタートとゴールになる．

$f(x) = g(x)$ を解いて交点を求める！

例題 2：交点を自分で求める

放物線 $y = x^2 - 2x$ と 直線 $y = x$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

Memo / Answer

年　組　番　氏名

2. 要注意！ 区間の分割

途中で切り替えろ

面積を求めるとき，「途中で上下関係が入れ替わる（クロスする）」場合がある．このときは，交点を境目にして，積分区間を分けなければならない．

例題 3：途中でクロスする場合

曲線 $y = x^2 - 1$ と x 軸 $(y = 0)$，および $x = 0, x = 2$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

Memo / Answer

3. 微分と積分の融合（接線と面積）

接線と面積

(1) **接線を求める**：微分 $f'(x)$ を利用して，接線の方程式 $y = \dots$ を出す．

(2) **グラフを描く**：放物線と接線の位置関係（どちらが上か）を確認する．

(3) **定積分する**：$\int$(上 − 下)dx を計算する．

例題 4：接線との間の面積

放物線 $y = x^2$ 上の点 $(1, 1)$ における接線を ℓ とする．この放物線と接線 ℓ，および y 軸 $(x = 0)$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ．

Memo / Answer

年　組　番　氏名

3. 特訓

テーマ：面積の 3 大パターン

ここまでの知識を総動員して，以下の 3 つの代表的な図形の面積を攻略せよ．

- **1**：放物線と直線（基本）
- **2**：2 つの放物線（上下関係に注意）
- **3**：接線と面積（微分の知識が必要）

練習 Battle 1：放物線と直線

放物線 $y = x^2 - 3$ と 直線 $y = 2x$ で囲まれた部分の面積を求めよ．

Memo / Answer

練習 Battle 2：2 つの放物線

2 つの放物線 $y = x^2 - 2x + 2$ と $y = -x^2 + 4x - 2$ で囲まれた部分の面積を求めよ．

Memo / Answer

練習 Battle 3：接線と面積

放物線 $y = x^2 + 1$ 上の点 $(1, 2)$ における接線を ℓ とする．この放物線と接線 ℓ，および y 軸（直線 $x = 0$）で囲まれた部分の面積を求めよ．

ヒント：まず微分して接線の方程式を求める必要がある．

Memo / Answer