

1. 部屋に区別がある場合

「部屋 A, 部屋 B...」や「大人グループ, 子供グループ」のように、入れる箱（組）に区別がある場合は、単純に選んでいくだけです。

例題 1. 部屋割り（人数指定・区別あり）

9人の生徒を、次のように分ける方法は何通りあるか。

- (1) A 部屋に 4 人, B 部屋に 3 人, C 部屋に 2 人入れる。
- (2) A, B, C の 3 つの部屋に、3 人ずつ入れる。

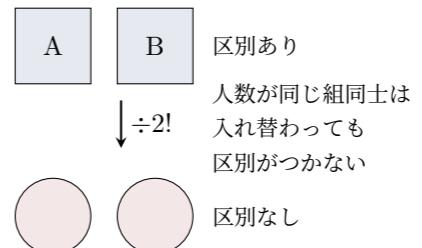
Memo / Answer _____**2. 組に区別がない場合**

「3つのグループに分ける」のように、箱（組）に名前がついていない場合は注意が必要です。

区別のない組分けの鉄則

「人数が同じ組」の個数分だけ階乗で割る！

区別のある部屋に入れてから、部屋のラベル (A, B, C) を剥がして区別をなくすイメージです。

**例題 2. 組分け（人数指定・区別なし）**

9人の生徒を、次のように分ける方法は何通りあるか。

- (1) 4 人, 3 人, 2 人の 3 つの組に分ける。
- (2) 3 人ずつの 3 つの組に分ける。

Memo / Answer _____

3. 一部の人数が同じ場合

「人数が同じ組」が何個あるか、を正確に数えることがポイントです。

例題 3. 混在する組分け

10人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。

- (1) 5人, 3人, 2人の3組に分ける.
- (2) 4人, 4人, 2人の3組に分ける.
- (3) 4人, 3人, 3人の3組に分ける.

Memo / Answer

4. 人数指定がない場合（部屋割り）

「誰がどの部屋に行くか」という重複順列の考え方を使います。ただし、「空部屋（0人の部屋）」を許すかどうかに注意が必要です。

例題 4. 部屋割り（人数任意）

6人の生徒を A, B 2つの部屋に分ける。

- (1) 空部屋ができるてもよい場合、何通りあるか。
- (2) 空部屋ができるてはいけない場合、何通りあるか。

Memo / Answer

例題 5. 組分け（人数任意）

6人の生徒を、2つの組に分ける方法は何通りあるか。ただし、各組に少なくとも1人は入るものとする。

ヒント：まず A, B の部屋に入れてから、区別をなくそう。

Memo / Answer

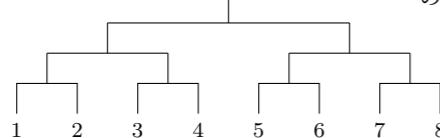
5. トーナメント表の作成

トーナメント表を作る問題は、「組分けの問題」として処理します。図の形（対戦構造）を見て、どこに区別があり、どこに区別がないかを判断します。

例題 6. トーナメント

8つのチームが図のようなトーナメント戦を行うとき、組み合わせは何通りあるか。

決勝戦で戦う
4チームと4チーム
の組分けと同じ！



Memo / Answer

Lecture Note : 組分けの手順チャート

- **Q1.** 箱（組）に名前はあるか？
 - YES → 単純な組合せ (C の積)
 - NO → Q2 へ
- **Q2.** 人数は決まっているか？
 - YES → 人数が同じ組の数 k について $k!$ で割る
 - NO → 部屋割り（重複順列）してから部屋の区別を消す

Challenge : 3組への分割

例題 7. 3組への分割（人数任意）

6人の生徒を3つの組に分ける方法は何通りあるか。ただし、各組に少なくとも1人は入るものとする。

Memo / Answer

確認テスト A (基本)

練習 1：部屋割り（区別あり）

8人を、A部屋に4人、B部屋に2人、C部屋に2人に分ける方法は何通りあるか。

練習 2：組分け（区別なし）

8人を、4人、2人、2人の3つの組に分ける方法は何通りあるか。

Memo / Answer

確認テスト B (標準・応用)

練習 3：人数任意の組分け

4人の生徒を2つの組に分ける方法は何通りあるか。ただし、各組に少なくとも1人は入るものとする。

練習 4：トーナメント

4つのチームがトーナメント戦を行うとき、組み合わせは何通りあるか。

Memo / Answer

【解答】確認テスト A

Memo / Answer

1

部屋に名前（区別）があるので、単純に選んでいく。

- A 部屋の 4 人を選ぶ： ${}_8C_4$ 通り
- B 部屋の 2 人を選ぶ： ${}_4C_2$ 通り
- C 部屋の 2 人を選ぶ： ${}_2C_2$ 通り

$$\begin{aligned} {}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 \\ &= 70 \times 6 \times 1 = 420 \text{ (通り)} \end{aligned}$$

2

組に名前がない。人数構成は「4 人, 2 人, 2 人」。2 人の組が 2 つあるので、 $2!$ で割る必要がある。

$$\begin{aligned} &\frac{{}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2}{2!} \\ &= \frac{420}{2} = 210 \text{ (通り)} \end{aligned}$$

【解答】確認テスト B

Memo / Answer

3

(1) まず、A, B の 2 部屋に分ける（重複順列）。

1 人につき 2 通りの選び方があるから $2^4 = 16$ 通り。

(2) 「空部屋なし」の条件より、全員 A, 全員 B の 2 通りを引く。

$16 - 2 = 14$ 通り。

(3) 最後に、部屋の区別（A, B）をなくすために $2!$ で割る。

$$\frac{14}{2} = 7 \text{ (通り)}$$

（別解：人数構成は (3,1) か (2,2). ${}_4C_1 + {}_4C_2 / 2! = 4 + 3 = 7$ 通り）

4

4 チームを、決勝に進む「2 チーム」と「2 チーム」に分ける組分けと同じ。人数（チーム数）は 2, 2 で同じなので、 $2!$ で割る。

$$\frac{{}_4C_2 \times {}_2C_2}{2!} = \frac{6 \times 1}{2} = 3 \text{ (通り)}$$