年　組　番　氏名

1. 導関数の性質

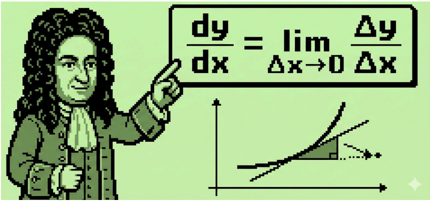
記号

前回，定義 $f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ を用いて導関数を求めた．式の意味は，

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\frac{f(x+h)-f(x)}{x+h-x}\leftarrow\frac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$$

であった．実は，導関数を表す「記号」は以下のようにいくつか存在する．

$$\frac{dy}{dx}^{*1},\quad y',\quad f'(x),\quad \frac{d}{dx}f(x).$$



導入：毎回定義を使うのは大変だ

前回，定義 $f'(x)=\lim_{h\to 0}\dfrac{f(x+h)-f(x)}{h}$ を用いて導関数を求めた．しかし，$f(x)=3x^2+5x-1$ のような複雑な式になるたびに極限計算を行うのは非常に手間がかかる．そこで，計算を楽にするための「性質（ルール）」を導く．

> k,l を定数とするとき，次の公式が成り立つ．
>
> **1. 定数倍**　$\{kf(x)\}'=kf'(x)$
>
> **2. 和・差**　$\{f(x)\pm g(x)\}'=f'(x)\pm g'(x)$

つまり，「**定数は外に出せる**」「**項ごとに微分してよい**」ということである．

2. 性質の証明

Proof

導関数の定義式を利用して，左辺から右辺を導く．

---

*1 $\dfrac{dy}{dx}$ は分数のように見えて直感的にわかりやすいが，分数ではない．$\dfrac{dy}{dx}$ で一つの記号である．

3. x^n の微分公式

多項式の微分

上の性質を使うために多項式の微分公式を証明する．

- $(x)' = 1$
- $(x^2)' = 2x$
- $(x^3)' = 3x^2$

指数が前に降りてきて，次数が 1 つ減っていることがわかる．

> n が自然数のとき，
> $$(x^n)' = nx^{n-1}$$
> また，定数 c については，
> $$(c)' = 0$$

Proof

こちらも定義に従って誠実に!!

例題 1：公式を使った微分の計算

次の関数を微分せよ．

(1) $y = x^5$
(2) $y = 3$

例題 2：性質と公式の組み合わせ

$y = 3x^2 + 4x - 5$ を微分せよ．

Memo / Answer

今回のポイント

- 複雑な式は，項ごとにバラバラにして微分できる．
- 定数項（x がついていない数字）は微分すると消える（0 になる）．
- $x^n \to nx^{n-1}$ （肩の数字を下ろして，1 引く）

練習 A：基本練習

次の関数を微分せよ．

(1) $y = x^4$
(2) $y = x^6$
(3) $y = -2$

練習 B：多項式の微分

次の関数を微分せよ．

(1) $y = 2x^3 + 4x^2$
(2) $y = x^2 - 3x + 1$
(3) $y = -2x^3 + 5x^2 - 6$

Memo / Answer

練習 C：展開してから微分

積の微分公式（数III）を知らない現段階では，必ず**展開してから微分すること**．

(1) $y = x(x+3)$
(2) $y = (x+2)(x-2)$
(3) $y = (x-1)^2$

Memo / Answer