P.52〜P.56

基本事項

- **確率変数**
  - 確率を伴う変数のこと．「X の値が決まれば ______ が定まる」ような X のこと．
- **確率分布**
  - 確率変数 X と，その確率 $P(X)$ の一覧のこと．(X と $P(X)$ の対応関係そのものを X の確率分布ともいう．)

X	x_1	x_2	$\cdots\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots\cdots$	p_n	1

  またこのとき，X はこの分布に ______ という．
- 確率の記法
  - 確率変数 X が値 a をとる確率を ______ で表す．
  - 確率変数 X が値 a 以上 b 以下の値をとる確率を ________ で表す．
- **離散と連続**
  - ばらばらの値をとる確率分布を**離散型の確率分布**，連続的な値をとる確率分布を**連続型の確率分布**という．(しばらくは離散型を扱う．〜P.73)
- **確率変数の期待値** $E(X)$
  - 確率分布が下の表で与えられているとする．

X	x_1	x_2	$\cdots\cdots$	x_n	計
P	p_1	p_2	$\cdots\cdots$	p_n	1

  このとき，

  $$x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n \left(= \sum_{k=1}^{n} x_np_n \right)$$

  を，X の**期待値**または**重み付き平均**といい，$E(X)$ または m とかく．

全体課題 pre

あなたは今から宝くじを作成しようとしており，ここには A 案と B 案の 2 つの企画書があります (どちらも参加費は 300 円)．運営側から見て，どちらの宝くじの方が儲かると言えますか．

- A 案
  - 1 等：1,000 円 (10 本)
  - 2 等：500 円 (20 本)
  - ハズレ：0 円 (70 本)
- B 案
  - 1 等：50,000 円 (1 本)
  - 2 等：1,000 円 (5 本)
  - ハズレ：0 円 (94 本)

解答

全体課題 post

あなたは今から宝くじを作成しようとしており，ここには A 案と B 案の 2 つの企画書があります (どちらも参加費は 300 円)．運営側から見て，どちらの宝くじの方が儲かると言えますか．**確率分布表を作成し，期待値を根拠に解答しなさい．**

- A 案
  - 1 等：1,000 円 (10 本)
  - 2 等：500 円 (20 本)
  - ハズレ：0 円 (70 本)
- B 案
  - 1 等：50,000 円 (1 本)
  - 2 等：1,000 円 (5 本)
  - ハズレ：0 円 (94 本)

解答

♠ エキスパート A「確率変数とは何か」

目標 A

確率変数が「関数」であることを理解し，「変数」と呼ばれている理由を説明できる．

説明

- 儲けを計算するためには,「1 等」などの事象 (【 量的データ / 質的データ 】) ではなく「数値」(【 量的データ / 質的データ 】) が必要．

A 案

試行結果 (事象) → 確率変数 X(賞金)
「1 等を引く」 → $X = 1000$
「2 等を引く」 → $X = 500$
「ハズレを引く」 → $X =$ ＿＿＿

B 案

試行結果 (事象) → 確率変数 X(賞金)
「1 等を引く」 → $X =$ ＿＿＿
「2 等を引く」 → $X =$ ＿＿＿
「ハズレを引く」 → $X =$ ＿＿＿

「試行結果 (事象)」一つ一つをそれぞれの「賞金」に対応づけることで，扱えるデータになる．
→ 確率変数 X とは,【 事象 / 数値 】から【 事象 / 数値 】への関数である，

- くじを引くまで賞金 X は決まらない．この意味で, X は【 関数 / 変数 】と呼ばれている．

まとめ

確率変数 X とは，事象を数値へ変換する関数であり，事象が決まるまでは値が未知数であるという意味で変数と呼ばれる．

課題

A 案，B 案それぞれの確率分布表を作れ．

A 案

B 案

♠ エキスパート B「期待値とは何か」

目標 B

期待値 (重みつき平均) の重みとは何かを理解し，通常の平均との違いを理解し説明できる．

説明

- もし，1 等，2 等，ハズレの 3 種類がすべて同じ確率で起こるとしたら,,,
  → A 案の賞金の平均は ＿＿＿＿＿＿，B 案の賞金の平均は ＿＿＿＿＿＿．
- しかし実際には，ハズレは 1 等,2 等よりも起こりやすい．

A 案

$X = k$ (賞金) → 確率 $P(X = k)$
$X = 1000 \rightarrow P(X = 1000) = \dfrac{10}{100}$
$X = 500 \rightarrow P(X = 500) = \dfrac{20}{100}$
$X = 0 \rightarrow P(X = 0) = \dfrac{\quad}{100}$

B 案

$X = k$ (賞金) → 確率 $P(X = k)$
$X = 50000 \rightarrow P(X = 50000) = \dfrac{\quad}{100}$
$X = 1000 \rightarrow P(X = 1000) = \dfrac{\quad}{100}$
$X = 0 \rightarrow P(X = 0) = \dfrac{\quad}{100}$

- これらの「起こりやすさ (確率)」を「重み」として考慮したものが期待値である．
- 例えば A 案の期待値 $E(X)$ は

$$E(X) = \overbrace{1000 \times \underbrace{\frac{10}{100}}_{\text{賞金に重みをつけて}} + 500 \times \underbrace{\frac{20}{100}}_{\text{賞金に重みをつけて}} + 0 \times \underbrace{\text{\_\_\_\_}}_{\text{賞金に重みをつけて}}}^{\text{足し合わせる}} = \text{\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

まとめ

「重み」とはその事象が起こる ＿＿＿ のことであり,「期待値」とは，起こりやすさとしての重みを考慮した平均値のことである．

課題

B 案の期待値 $E(X)$ を求めよ．