

1. 部屋に区別がある場合

「部屋 A, 部屋 B...」や「大人グループ, 子供グループ」のように, 入れる箱 (組) に区別がある場合は, 単純に選んでいくだけです.

例題 1. 部屋割り (人数指定・区別あり)

9 人の生徒を, 次のように分ける方法は何通りあるか.

- (1) A 部屋に 4 人, B 部屋に 3 人, C 部屋に 2 人入れる.
- (2) A, B, C の 3 つの部屋に, 3 人ずつ入れる.

Memo / Answer

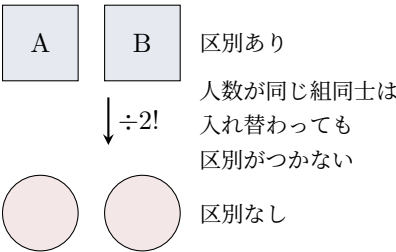
2. 組に区別がない場合

「3 つのグループに分ける」のように, 箱 (組) に名前がついていない場合は注意が必要です.

区別のない組分けの鉄則

「人数が同じ組」の個数分だけ階乗で割る!

区別のある部屋に入れてから, 部屋のラベル (A, B, C) を剥がして区別をなくすイメージです.



例題 2. 組分け (人数指定・区別なし)

9 人の生徒を, 次のように分ける方法は何通りあるか.

- (1) 4 人, 3 人, 2 人の 3 つの組に分ける.
- (2) 3 人ずつの 3 つの組に分ける.

Memo / Answer

3. 一部の人数が同じ場合

「人数が同じ組」が何個あるか，を正確に数えることがポイントです。

例題 3. 混在する組分け

10 人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。

(1) 5 人，3 人，2 人の 3 組に分ける。
(2) 4 人，4 人，2 人の 3 組に分ける。
(3) 4 人，3 人，3 人の 3 組に分ける。

Memo / Answer

4. 人数指定がない場合（部屋割り）

「誰がどの部屋に行くか」という重複順列の考え方を使います。ただし，「空部屋（0 人の部屋）」を許すかどうかには注意が必要です。

例題 4. 部屋割り（人数任意）

6 人の生徒を A，B 2 つの部屋に分ける。

(1) 空部屋ができてよい場合，何通りあるか。
(2) 空部屋ができてはいけない場合，何通りあるか。

Memo / Answer

例題 5. 組分け（人数任意）

6 人の生徒を，2 つの組に分ける方法は何通りあるか。ただし，各組に少なくとも 1 人は入るものとする。

ヒント：まず A，B の部屋に入れてから，区別をなくそう。

Memo / Answer

5. トーナメント表の作成

トーナメント表を作る問題は、「組分けの問題」として処理します。図の形（対戦構造）を見て、どこに区別があり、どこに区別がないかを判断します。

例題 6. トーナメント

8つのチームが図のようなトーナメント戦を行うとき、組み合わせは何通りあるか。

決勝戦で戦う
4チームと4チーム
の組分けと同じ！

Memo / Answer

Lecture Note：組分けの手順チャート

- Q1. 箱（組）に名前はあるか？
 - YES → 単純な組合せ（C の積）
 - NO → Q2 へ
- Q2. 人数は決まっているか？
 - YES → 人数が同じ組の数 k について $k!$ で割る
 - NO → 部屋割り（重複順列）してから部屋の区別を消す

Challenge：3 組への分割

例題 7. 3 組への分割（人数任意）

6 人の生徒を 3 つの組に分ける方法は何通りあるか。ただし、各組に少なくとも 1 人は入るものとする。

Memo / Answer

確認テスト A（基本）

練習 1：部屋割り（区別あり）

8 人を、A 部屋に 4 人、B 部屋に 2 人、C 部屋に 2 人に分ける方法は何通りあるか。

練習 2：組分け（区別なし）

8 人を、4 人、2 人、2 人の 3 つの組に分ける方法は何通りあるか。

Memo / Answer

確認テスト B（標準・応用）

練習 3：人数任意の組分け

4 人の生徒を 2 つの組に分ける方法は何通りあるか。ただし、各組に少なくとも 1 人は入るものとする。

練習 4：トーナメント

4 つのチームがトーナメント戦を行うとき、組み合わせは何通りあるか。

Memo / Answer

【解答】確認テスト A

Memo / Answer

1

部屋に名前（区別）があるので，単純に選んでいく．

- A 部屋の 4 人を選ぶ： ${}_8C_4$ 通り
- B 部屋の 2 人を選ぶ： ${}_4C_2$ 通り
- C 部屋の 2 人を選ぶ： ${}_2C_2$ 通り

$$\begin{aligned} {}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 \\ &= 70 \times 6 \times 1 = \mathbf{420} \text{ (通り)} \end{aligned}$$

2

組に名前がない．人数構成は「4 人，2 人，2 人」．2 人の組が 2 つあるので， $2!$ で割る必要がある．

$$\begin{aligned} &\frac{{}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2}{2!} \\ &= \frac{420}{2} = \mathbf{210} \text{ (通り)} \end{aligned}$$

【解答】確認テスト B

Memo / Answer

3

- (1) まず，A，B の 2 部屋に分ける（重複順列）．
1 人につき 2 通りの選び方があるから $2^4 = 16$ 通り．
(2) 「空部屋なし」の条件より，全員 A，全員 B の 2 通りを引く．
 $16 - 2 = 14$ 通り．
(3) 最後に，部屋の区別（A，B）をなくすために $2!$ で割る．

$$\frac{14}{2} = \mathbf{7} \text{ (通り)}$$

(別解：人数構成は (3,1) か (2,2)． ${}_4C_1 + {}_4C_2/2! = 4 + 3 = 7$ 通り)

4

4 チームを，決勝に進む「2 チーム」と「2 チーム」に分ける組分けと同じ．人数（チーム数）は 2, 2 で同じなので， $2!$ で割る．

$$\frac{{}_4C_2 \times {}_2C_2}{2!} = \frac{6 \times 1}{2} = \mathbf{3} \text{ (通り)}$$