

## Introduction：お金の流れで覚えよう

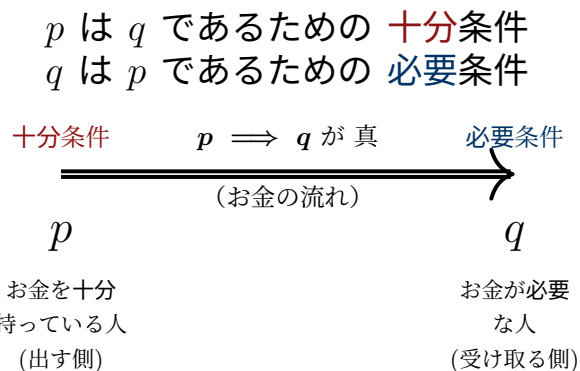
「どっちが必要で、どっちが十分？」と迷ったら、お金の流れをイメージしてください。矢印（ $\Rightarrow$ ）をお金の移動だと考えましょう。

- お金をあげる人は、お金を「十分」持っています。
- お金をもらう人は、お金が「必要」な人です。

「十分な人  $\Rightarrow$  必要な人」。これでもう忘れません！

### 必要条件・十分条件の判定法

2つの条件  $p, q$  について、命題  $p \Rightarrow q$  が真であるとき：



### 例題 1：日常の例で理解する

- $p$ : 東京に住んでいる
- $q$ : 日本に住んでいる

命題「東京に住んでいる  $\Rightarrow$  日本に住んでいる」は真です。矢印は  $p \rightarrow q$  の向きに成立します。

- 「東京住み」は「日本住み」の何条件？  
東京に住んでいれば、日本に住んでいると言い切れます。つまり、日本住みを証明するのに「十分」です。(矢印の出発点  $\rightarrow$  十分)
- 「日本住み」は「東京住み」の何条件？  
日本に住んでいなければ、東京に住むことはできません。つまり、東京に住むためには、まず日本にいたことが「必要」です。(矢印の到達点  $\rightarrow$  必要)

## Check：判定の 4 パターン

$p \Rightarrow q$  と  $q \Rightarrow p$  の両方をチェックします。

- (1) 右だけ真 ( $p \Rightarrow q$ ):  $p$  は十分条件
- (2) 左だけ真 ( $p \Leftarrow q$ ):  $p$  は必要条件
- (3) 両方とも真 ( $p \Leftrightarrow q$ ):  $p$  は必要十分条件 (同値)
- (4) 両方とも偽:  $p$  は必要条件でも十分条件でもない

### 例題 2：数学での判定練習

次の空欄に、「必要」「十分」「必要十分」のうち適するものを入れよ。

- (1)  $x = 2$  は、 $x^2 = 4$  であるための  $\square$  条件である。
- (2)  $x > 0$  は、 $x > 1$  であるための  $\square$  条件である。

手順: 必ず 2 方向の矢印をチェックします。

- (1) ●  $x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$  (真)  
●  $x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$  (偽, 反例  $x = -2$ )  
右向き ( $\Rightarrow$ ) だけ OK。→ 出発点 (出す側) なので十分条件。
- (2) ●  $x > 0 \Rightarrow x > 1$  (偽, 反例  $x = 0.5$ )  
●  $x > 1 \Rightarrow x > 0$  (真)  
左向き ( $\Leftarrow$ ) だけ OK。→ 矢印の先 (受け取る側) なので必要条件。

### Memo / Answer

Topic：主語に注目せよ

問題文は常に「 $p$  は  $q$  の～」とは限りません。「 $q$  は  $p$  の～」と聞かれることもあります。「～は」がついている方が主語です。

- 矢印の出発点（出す側）なら「十分」
- 矢印の到達点（受ける側）なら「必要」

例題 3：主語の確認

$x$  は実数とする。条件  $p: x < 1$ ,  $q: x < 3$  について,

- (1)  $p$  は  $q$  であるための何条件か。
- (2)  $q$  は  $p$  であるための何条件か。

矢印の確認:

- $x < 1 \implies x < 3$  (真)
- $x < 3 \implies x < 1$  (偽, 反例  $x = 2$ )

矢印の向きは常に  $p \implies q$  です。

(1) 主語は  $p$ 。矢印の出発点（出す側）  $\rightarrow$  十分条件。(2) 主語は  $q$ 。矢印の到達点（受ける側）  $\rightarrow$  必要条件。

Memo / Answer

A 問題：基礎の定着

練習 A1: 矢印と名称

- $p \implies q$  が真であるとき、
- $p$  は  $q$  であるための  $\square$  条件である。
  - $q$  は  $p$  であるための  $\square$  条件である。

練習 A2: 条件判定の基本

- 次の  $\square$  に、「必要」「十分」「必要十分」のうち、最も適するものを入れよ。ただし、どちらでもない場合は「なし」と答えよ。
- (1)  $x = 4$  は、 $x^2 = 16$  であるための  $\square$  条件である。
  - (2)  $x$  が 6 の倍数であることは、 $x$  が 2 の倍数であるための  $\square$  条件である。
  - (3)  $\triangle ABC$  が正三角形であることは、 $\triangle ABC$  が二等辺三角形であるための  $\square$  条件である。

Memo / Answer

B 問題：標準・応用

練習 B1: 2 方向チェック

- 次の  $\square$  に、「必要」「十分」「必要十分」「なし」のうち、最も適するものを入れよ。
- (1)  $x^2 = 0$  は、 $x = 0$  であるための  $\square$  条件である。
  - (2)  $xy > 0$  は、 $x > 0$  かつ  $y > 0$  であるための  $\square$  条件である。
  - (3)  $x + y > 0$  は、 $xy > 0$  であるための  $\square$  条件である。

練習 B2: 主語の入れ替え

- $x, y$  は実数とする。
- (1) 「 $x = y$ 」は「 $x^2 = y^2$ 」であるための  $\square$  条件である。
  - (2) 「 $x^2 = y^2$ 」は「 $x = y$ 」であるための  $\square$  条件である。

Memo / Answer

A 問題：解答

Memo / Answer

A1

- $p$  は出発点（出す側）なので 十分 条件。
- $q$  は到達点（受ける側）なので 必要 条件。

A2

- (1)  $x = 4 \implies x^2 = 16$  (真)  $x^2 = 16 \implies x = 4$  (偽,  $-4$  がある) 右向きだけ OK  $\rightarrow$  十分 条件。
- (2)  $6$  の倍数  $\implies 2$  の倍数 (真,  $6, 12, 18, \dots$  は偶数)  $2$  の倍数  $\implies 6$  の倍数 (偽,  $2$  は  $6$  の倍数でない) 右向きだけ OK  $\rightarrow$  十分 条件。
- (3) 正三角形  $\implies$  二等辺三角形 (真) 二等辺三角形  $\implies$  正三角形 (偽) 右向きだけ OK  $\rightarrow$  十分 条件。

B 問題：解答

Memo / Answer

B1

- (1)  $x^2 = 0 \iff x = 0$ 。両方言える。よって, 必要十分 条件。
- (2)  $xy > 0 \implies x > 0, y > 0$  (偽, 両方マイナスの場合がある)  $x > 0, y > 0 \implies xy > 0$  (真) 左向き ( $\Leftarrow$ ) だけ OK。矢印の先（受ける側）なので, 必要 条件。
- (3)  $x + y > 0 \implies xy > 0$  (偽, 例  $5, -2$ )  $xy > 0 \implies x + y > 0$  (偽, 例  $-2, -3$ ) 両方 言えない。よって, 必要条件でも十分条件でもない (なし)。

B2

- (1)  $x = y \implies x^2 = y^2$  (真)  $x^2 = y^2 \implies x = y$  (偽, 符号違いがある) 右向き ( $\implies$ ) が 成り立つ。主語は出発点（出す側）なので, 十分 条件。
- (2) 主語が逆になっている。「 $x^2 = y^2$ 」は矢印の到達点（必要とされる側）。よって, 必要 条件。