年　　組　　番　氏名

Introduction：じゃない方を探せ

「クラスの中で，メガネをかけて**いない**人は何人？」これを調べるのに，メガネをかけていない人を一人ひとり数える必要はありません。

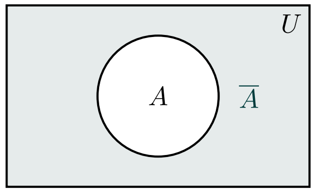
$$(\text{全体}) - (\text{メガネの人})$$

で計算できます。このように，「全体」を設定し，そこから「特定の部分」を除いた残りを考えることが，数学では非常に重要です。

全体集合と補集合

- **全体集合** (U)：考察の対象となる集合全体（Universal set）。通常，四角形の枠で表します。
- **補集合** $(\overline{A})$：U の要素のうち，A に属さないものの集合。

$$\overline{A} = \{x \mid x \in U \text{ かつ } x \notin A\}$$



$\overline{A}$ は「A の外側」

例題 1：補集合の要素

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とする。$A = \{2, 4, 6, 8\}$ のとき，$\overline{A}$ を求めよ。

考え方: U の中から，A に入っている数字を消去します。残ったものが $\overline{A}$ です。

Memo / Answer

ド・モルガンの法則（De Morgan's laws）

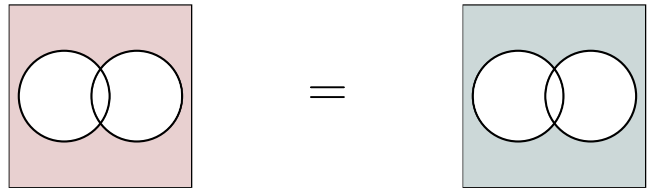
「否定の否定」や「かつ・またはの否定」を扱うための強力な法則です。

(1) $\overline{\boldsymbol{A \cup B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cap \overline{\boldsymbol{B}}$

(2) $\overline{\boldsymbol{A \cap B}} = \overline{\boldsymbol{A}} \cup \overline{\boldsymbol{B}}$

覚え方：「長いバーをちぎると，カップがひっくり返る」

$$\overline{A \cup B} \xrightarrow{\text{ちぎる}} \overline{A} \cap \overline{B}$$



$\overline{A \cup B}$「A でも B でもない」　　$\overline{A} \cap \overline{B}$「A の外 かつ B の外」

例題 2：ド・モルガンの法則の確認

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする。$A = \{1, 2, 3\}$，$B = \{3, 4, 5\}$ について，$\overline{A} \cap \overline{B}$ を求めよ。

考え方: まともに計算すると：$\overline{A} = \{4, 5, 6\}$，$\overline{B} = \{1, 2, 6\}$ 共通部分は $\{6\}$。

法則を使うと：$\cdots$？

Memo / Answer

年　　組　　番　氏名

Topic：「少なくとも 1 つ」$\Longleftrightarrow$「全部ダメ」

「少なくとも 1 つ含まれる」という条件は，要素が多くて数えるのが大変です。そんなときは**補集合（否定）**を考えましょう。

- $A \cup B$ ：「A または B に入っている」＝「少なくとも一方に入っている」
- $\overline{A \cup B}$ ：「どちらにも入っていない」＝「全部ハズレ」

例題 3：ベン図を使った整理

$U = \{1, 2, \ldots, 10\}$ とする。$A = \{$ 偶数 $\}$，$B = \{3$ の倍数 $\}$ のとき，次の集合を求めよ。

(1) $A \cap B$
(2) $\overline{A} \cap \overline{B}$

手順:

(1) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$，$B = \{3, 6, 9\}$
(2) 共通部分 $A \cap B$ を探す。
(3) 図の真ん中に書き，残りを左右に書く。
(4) どこにも属さなかった数字を外に書く。

Memo / Answer

年　　組　　番　氏名

A 問題：基礎の定着

練習 A1: 補集合の計算

$U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ を全体集合とする。$A=\{1,3,5,7\}$，$B=\{1,2,3,4\}$ について，次の集合を求めよ。

(1) $\overline{A}$
(2) $\overline{B}$
(3) $A\cap\overline{B}$ （A かつ B じゃない）

練習 A2: ド・モルガンの法則

前問の集合について，次の集合を求めよ。

(1) $\overline{A\cup B}$
(2) $\overline{A}\cup\overline{B}$

Memo / Answer

B 問題：標準・応用

練習 B1: ベン図の活用

1 から 20 までの自然数の集合を全体集合 U とする。3 の倍数の集合を A，4 の倍数の集合を B とするとき，次の集合の要素を書き並べよ。

(1) $A\cap B$
(2) $\overline{A}\cap B$
(3) $\overline{A\cup B}$

練習 B2: 条件の否定

実数全体を全体集合とする。$A=\{x \mid 1<x\leqq 4\}$ の補集合 $\overline{A}$ を，不等式を用いて表せ。

Memo / Answer

A 問題：解答

Memo / Answer

A1

(1) U から A の要素 $\{1,3,5,7\}$ を除く。$\mathbf{\{2,4,6\}}$
(2) U から B の要素 $\{1,2,3,4\}$ を除く。$\mathbf{\{5,6,7\}}$
(3) $A=\{1,3,5,7\}$ と $\overline{B}=\{5,6,7\}$ の共通部分。$\mathbf{\{5,7\}}$（※ A から B の要素を取り除いたもの，とも言える）

A2

(1) $A\cup B=\{1,2,3,4,5,7\}$。この外側（補集合）なので，$\mathbf{\{6\}}$
(2) ド・モルガンの法則より，$\overline{A}\cup\overline{B}=\overline{A\cap B}$。$A\cap B=\{1,3\}$。これ以外のすべてなので，$\mathbf{\{2,4,5,6,7\}}$

B 問題：解答

Memo / Answer

B1 全体 $U=\{1,2,\ldots,20\}$ $A=\{3,6,9,12,15,18\}$ $B=\{4,8,12,16,20\}$
(1) A と B の共通部分（3 の倍数かつ 4 の倍数 → 12 の倍数）。$\mathbf{\{12\}}$
(2) 「A ではない」かつ「B である」。つまり「B の中から A の要素を除いたもの」。B の要素 $\{4,8,12,16,20\}$ から，3 の倍数（12）を除く。$\mathbf{\{4,8,16,20\}}$
(3) ド・モルガンの法則より $\overline{A}\cap\overline{B}$（どちらでもない）。$A\cup B=\{3,4,6,8,9,12,15,16,18,20\}$ これに入っていない数を探す。1，2，5，7，10，11，13，14，17，19 よって，$\mathbf{\{1,2,5,7,10,11,13,14,17,19\}}$

B2 $A: 1<x\leqq 4$ 数直線上で，1（白丸）より右，4（黒丸）より左。否定（補集合）はそれ以外すべて。

- 1 より右 → 否定は 1 以下（1 を含む）
- 4 以下 → 否定は 4 より大きい（4 を含まない）

よって，$\boldsymbol{x\leqq 1,\quad 4<x}$