

1. 排反事象と加法定理

2 つの事象  $A, B$  が「同時には決して起こらない」とき、確率の足し算ができます。

定義：排反（互いに背反）

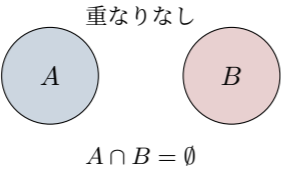
2 つの事象  $A, B$  について、共通部分がない ( $A \cap B = \emptyset$ ) とき、 $A$  と  $B$  は互いに排反であるという。

確率の加法定理（排反な場合）

$A, B$  が互いに排反であるとき、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

全事象  $U$



例題 1. 排反事象の確率

1 個のさいころを投げるとき、次の確率を求めよ。

- (1) 2 以下の目 または 5 以上の目が出る確率.
- (2) 偶数の目 または 3 の倍数の目が出る確率.

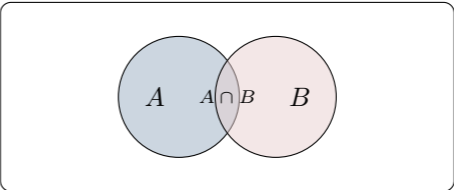
Memo / Answer

2. 一般の和事象（排反でない場合）

「または ( $A \cup B$ )」であっても、重なりがある場合は単純に足してはいけません。重複して数えた部分を引く必要があります。

確率の加法定理（一般）

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



例題 2. 排反でない事象の確率

1 から 50 までの番号札から 1 枚引くとき、その番号が「3 の倍数」または「4 の倍数」である確率を求めよ。

Memo / Answer

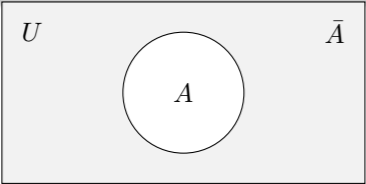
3. 余事象の利用

「少なくとも～」「～でない」という言葉が出てきたら、余事象（逆の事象）を疑いましょう。

余事象の確率

事象  $A$  に対して、「 $A$  が起こらない」という事象を  $A$  の余事象といい、 $\bar{A}$  で表す。

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$



全体の確率 1 から  
 $A$  の確率を引く

例題 3. 余事象の確率（少なくとも）

2 個のさいころを同時に投げるとき、少なくとも 1 個は偶数の目が出る確率を求めよ。

Memo / Answer

Lecture Note：余事象のキーワード

余事象を使うべき代表的なキーワード：

- 「少なくとも 1 つは ...」  $\iff$  「すべて ... でない」
- 「... ではない」
- 「隣り合わない」（※全体から引くのは 2 人のときのみ有効）

正面から計算する場合（場合分け）と、余事象を使う場合で、どちらが計算量が少ないかを常に比較しましょう。

4. ド・モルガンの法則と確率

「または」や「かつ」の否定を考えると、集合で学んだド・モルガンの法則が役立ちます。

ド・モルガンの法則

- $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$   
「 $A$  または  $B$ 」の否定  $\rightarrow$  「 $A$  でない かつ  $B$  でない」
- $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$   
「 $A$  かつ  $B$ 」の否定  $\rightarrow$  「 $A$  でない または  $B$  でない」

例題 4. 3 つの事象の和（包除原理）

1 から 100 までの番号札から 1 枚引くとき、2, 3, 5 の少なくとも 1 つで割り切れる数の確率を求めよ。

Memo / Answer

確認テスト A（基本）

練習 1：和事象の確率

1 個のさいころを投げるとき、次の確率を求めよ.

- (1) 奇数の目 または 4 以上の目が出る確率
- (2) 2 の倍数 または 3 の倍数の目が出る確率

練習 2：余事象の確率

3 枚の硬貨を同時に投げるとき、少なくとも 1 枚は表が出る確率を求めよ.

Memo / Answer

確認テスト B（標準・応用）

練習 3：カードと和事象

ジョーカーを除く 52 枚のトランプから 1 枚引くとき、そのカードが「ハート」または「絵札 (J, Q, K)」である確率を求めよ.

練習 4：余事象の応用

赤玉 5 個, 白玉 3 個が入った袋から、同時に 3 個の玉を取り出すとき、白玉が 1 個以上含まれる確率を求めよ.

Memo / Answer

【解答】確認テスト A

Memo / Answer

1

全事象は 6 通り.

(1)  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ . 共通部分  $A \cap B = \{5\}$  がある (排反でない).

$$P(A) = 3/6, P(B) = 3/6, P(A \cap B) = 1/6.$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(2)  $A = \{2, 4, 6\}$ ,  $B = \{3, 6\}$ . 共通部分  $A \cap B = \{6\}$ .

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

2

「少なくとも 1 枚は表」の余事象は「すべて裏」. すべて裏になる確率は,

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

よって求める確率は,

$$1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

【解答】確認テスト B

Memo / Answer

3

全事象は 52 枚.

•  $A$ : ハート  $\rightarrow$  13 枚.  $P(A) = 13/52$ .

•  $B$ : 絵札  $\rightarrow 3 \times 4 = 12$  枚.  $P(B) = 12/52$ .

•  $A \cap B$ : ハートの絵札  $\rightarrow$  3 枚.  $P(A \cap B) = 3/52$ .

$$P(A \cup B) = \frac{13}{52} + \frac{12}{52} - \frac{3}{52} = \frac{22}{52} = \frac{11}{26}$$

4

「白玉が 1 個以上」の余事象は「白玉が 0 個」つまり「3 個とも赤玉」. 全事象 (8 個から 3 個選ぶ):  ${}_8C_3 = 56$  通り. 3 個とも赤玉 (5 個から 3 個選ぶ):  ${}_5C_3 = 10$  通り. 余事象の確率:  $10/56 = 5/28$ .

求める確率は,

$$1 - \frac{5}{28} = \frac{23}{28}$$