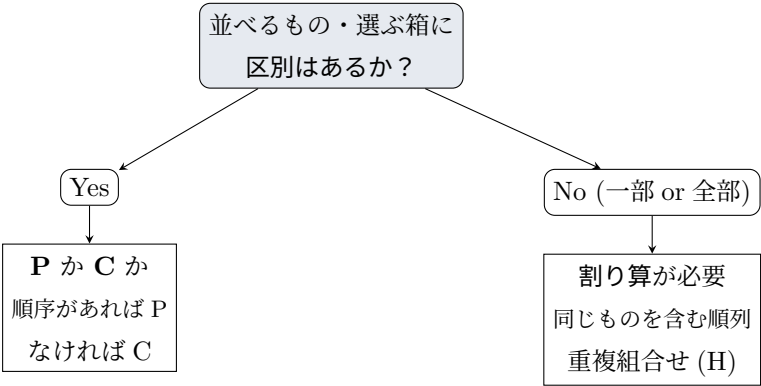


1. 場合の数の「道具」の使い分け

最も重要なのは「区別するかしないか」と「順序を考えるか」です。

- 順列  $P$ ：選んで、並べる（区別あり，順序あり）
- 階乗  $!$ ：全部並べる（ $P$  の特殊形）
- 円順列  $(n - 1)!$ ：回転して一致するものを区別しない
- 組合せ  $C$ ：選ぶだけ（区別あり，順序なし）
- 重複組合せ  $H$ ：選ぶだけ（区別なし，重複 OK）
- 同じものを含む順列：区別できないものを並べる  $\rightarrow \frac{n!}{p!q!...}$



例題 1. 組分けと順列の総復習

9 人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。

- (1) 4 人，3 人，2 人の 3 つの部屋 A，B，C に入れる。
- (2) 4 人，3 人，2 人の 3 つのグループに分ける。
- (3) 3 人ずつの 3 つのグループに分ける。

Memo / Answer

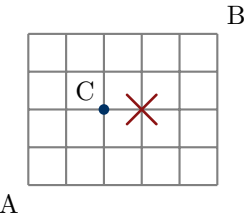
2. 最短経路の復習

「同じものを含む順列」の代表例です。

例題 2. 障害物のある最短経路

図のような格子状の道がある。A から B へ行く最短経路について、

- (1) C 地点を通る道順は何通りか。
- (2) ×印の地点を通らない道順は何通りか。



Memo / Answer

3. 確率の「和」と「積」

- 和の法則 (+)：排反（同時には起こらない）
- 積の法則 (×)：独立（互いに影響しない）

特に「くじ引き」や「玉の取り出し」で，元に戻すか戻さないかの違いに注意しましょう．

例題 3. 独立と従属（復元・非復元）

赤玉 4 個，白玉 6 個が入った袋から，玉を 1 個ずつ 2 回取り出す．

- (1) 取り出した玉を元に戻すとき，赤・白の順に出る確率．
- (2) 取り出した玉を元に戻さないとき，赤・白の順に出る確率．

Memo / Answer

4. 条件付き確率の総復習

苦手な人が多い「原因の確率」です．「表」を描いて整理する手法を思い出しましょう．

例題 4. 検査と原因の確率

ある工場で，製品 A，B を作っている．

- 全体の 60% が製品 A，40% が製品 B である．
- 製品 A の不良品率は 3%，製品 B の不良品率は 5% である．

この製品の中から 1 個を選び出すとき，

- (1) それが不良品である確率を求めよ．
- (2) 不良品であったとき，それが製品 A である確率を求めよ．

Memo / Answer

ヒント： 全体を 1000 個として表を作るとよい．

	不良	良品	計
A			600
B			400
計			1000

確認テスト A（場合の数）

練習 1：順列と組合せ

男子 4 人，女子 3 人がいる．

- (1) 一列に並ぶとき，両端が男子である並び方は何通りか．
- (2) 女子 3 人が続いて並ぶ（隣り合う）並び方は何通りか．
- (3) 7 人から委員を 3 人選ぶとき，女子が少なくとも 1 人含まれる選び方は何通りか．

練習 2：整数の作成

0, 1, 2, 3, 4 の 5 個の数字から異なる 3 個を使って 3 桁の整数を作るとき，

- (1) 整数は全部で何個できるか．
- (2) 偶数は何個できるか．

Memo / Answer

確認テスト B（確率の基本）

練習 3：反復試行の確率

1 個のさいころを 4 回投げるとき，以下の確率を求めよ．

- (1) 1 の目がちょうど 1 回出る確率．
- (2) 偶数の目が 3 回以上出る確率．

練習 4：余事象

3 個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が偶数になる確率を求めよ．

Memo / Answer

確認テスト C（応用）

練習 5：条件付き確率

当たりくじ 3 本を含む 10 本のくじがある．A 君，B 君の順に 1 本ずつ引く（引いたくじは戻さない）．

- (1) A 君が当たり，B 君も当たる確率．
- (2) B 君が当たる確率．
- (3) B 君が当たったとき，A 君も当たっていた確率．

練習 6：確率の最大値

白玉 4 個，赤玉 2 個が入った袋から，玉を 1 個取り出して色を確認し，元に戻す．この試行を  $n$  回繰り返すとき，赤玉が  $k$  回出る確率を  $P_k$  とする． $n = 50$  のとき， $P_k$  を最大にする  $k$  の値を求めよ．

Memo / Answer

【解答】確認テスト A・B

Memo / Answer

**1**  
(1) 両端の男子： ${}_4P_2 = 12$ . 中の 5 人： $5! = 120$ .  $12 \times 120 = \mathbf{1440}$  通り. (2) 女子 3 人を 1 セット. 計 5 つの順列  $5! \times 3! = 120 \times 6 = \mathbf{720}$  通り. (3) 全体  ${}_7C_3 = 35$ . 全員男子  ${}_4C_3 = 4$ .  $35 - 4 = \mathbf{31}$  通り.

**2**  
(1) 百の位は 0 以外  $\rightarrow 4$  通り. 残りは  $4 \times 3$ .  $4 \times 4 \times 3 = \mathbf{48}$  個. (2) 一の位が 0： $4 \times 3 = 12$  個. 一の位が 2,4： $3 \times 3 \times 2 = 18$  個.  $12 + 18 = \mathbf{30}$  個.

**3** (1)  ${}_4C_1(\frac{1}{6})^1(\frac{5}{6})^3 = 4 \cdot \frac{125}{1296} = \frac{125}{324}$ . (2) 3 回： ${}_4C_3(\frac{1}{2})^4 = \frac{4}{16}$ . 4 回： ${}_4C_4(\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$ . 計  $\frac{5}{16}$ .

**4** 余事象「積が奇数」 $\iff$ 「すべて奇数」. $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$ .  $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ .

【解答】確認テスト C

Memo / Answer

**5** (1)  $P(A \cap B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$ .  
(2) A 当たり B 当たり + A はずれ B 当たり  
$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{6 + 21}{90} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10}$$
  
(3) 求める確率は  $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ .  
$$\frac{6/90}{27/90} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

**6** 赤が出る確率は  $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .  $P_k = {}_{50}C_k(\frac{1}{3})^k(\frac{2}{3})^{50-k}$ . 比  $\frac{P_{k+1}}{P_k} = \frac{50-k}{k+1} \cdot \frac{1}{2}$ .  $P_{k+1} > P_k$  となる条件は,  
$$50 - k > 2(k + 1) \iff 48 > 3k \iff k < 16$$
  
 $k = 0 \dots 15$  までは増加,  $k = 16$  から減少. 最大値は  $k = 15$  の次の項,  $P_{16}$ . よって **k = 16**.

Memo / 復習メモ

Memo / Answer

- 間違い直し・復習ポイント
- 間違えた問題の単元をチェックしましょう.
  - P と C の使い分けは完璧ですか？
  - 条件付き確率の計算手順は身につきましたか？