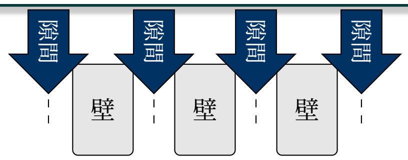
年　組　番　氏名

1. 隣り合わない順列（基本）

「どの 2 人も隣り合わない」ように並ぶには，**「隙間に入れる」**のが鉄則です．「全体 − 隣り合う」が通用するのは「2 人のときだけ」です．3 人以上が「隣り合わない」場合，その逆（余事象）は「少なくとも 1 カ所で隣り合う」となり計算が大変になります．

隣り合わない順列の解法ステップ

(1) **関係ないもの（壁役）**を先に 1 列に並べる．
(2) その**両端と隙間**に，隣り合ってはいけないものを入れる．



※ n 個並べると，隙間は $n+1$ 箇所できる！

例題 1．隣り合わない順列

男子 4 人，女子 3 人が 1 列に並ぶとき，女子 3 人が隣り合わない並び方は何通りあるか．

ヒント：先に男子 4 人を並べて，その隙間（両端含む）に女子を配置しよう．

Memo / Answer

2. 交互に並ぶ順列

「男子と女子が交互に並ぶ」問題は，人数差によって状況が変わります．

交互順列のパターン

(1) **人数が同じ場合（m 人と m 人）**
「男女男女...」のパターンと「女男女男...」のパターンの **2 通り**がある．
(2) **人数が 1 人違いの場合（$m+1$ 人と m 人）**
多い方が両端に来るパターン **1 通り**しかない．（例：男 5 女 4 なら，男から始まり男で終わるしかない）
(3) **2 人以上違う場合**
交互に並ぶことは不可能（0 通り）．

例題 2．交互に並ぶ順列

(1) 男子 4 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，男女が交互になる並び方は何通りか．
(2) 男子 4 人，女子 3 人が 1 列に並ぶとき，男女が交互になる並び方は何通りか．

Memo / Answer

3. 「少なくとも」と補集合

「少なくとも一端が女子」のような条件は，正面から数えると「左のみ女子」「右のみ女子」「両方女子」と場合分けが必要です．そこで，補集合（余事象）を利用します．

補集合の利用

$$(\text{少なくとも 1 つ A}) = (\text{全体}) - (\text{すべて A でない})$$

- 「少なくとも一端が女子」の否定 $\Longleftrightarrow$ 「両端とも男子」
- 全体から「両端とも男子」の場合を引けばよい．

例題 3．補集合の利用

男子 4 人，女子 3 人の計 7 人が 1 列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか．

(1) 少なくとも一端が女子である．
(2) 少なくとも一端が男子である．

Memo / Answer

4. 特定のものの分離

「隣り合わない」には 2 つの意味があります．

(1) 全員がバラバラ（誰も隣り合わない）→ **隙間に入れる**
(2) 特定の **2** 人だけが隣り合わない（他の人はどうでもいい）→ **全体－隣り合う**

この違いを混同しないようにしましょう．

例題 4．特定の 2 人の分離

男子 5 人，女子 2 人が 1 列に並ぶとき，女子 2 人が隣り合わない並び方は何通りあるか．

Memo / Answer

使い分けのまとめ

- 女子 3 人以上で「どの女子も隣り合わない」 → **隙間**
- 女子 2 人で「女子が隣り合わない」 → **隙間でも引き算でも** OK
- 3 人中「特定の A 君と B 君だけ隣り合わない」 → **引き算が楽**

5. 順序の固定・指定位置

特定の人物が「特定の場所」に来てはいけない，といった制約がある場合です．

例題 5．位置の制限

男子 3 人 (A, B, C)，女子 3 人 (D, E, F) が 1 列に並ぶ．

(1) A が両端のどちらかに来る．
(2) A が両端に来ない．
(3) A は左端に来て，かつ B は右端に来ない．

Memo / Answer

Lecture Note：考え方の整理

順列の条件処理は「パズル」のようなものです．これまでに習った道具を整理しておきましょう．

- **隣り合う** → セットにして 1 個とみなす（ブロック）．
- **隣り合わない（全員）** → 他のものを並べて，隙間に入れる．
- **両端指定** → 箱を描いて，まず両端を埋める．
- **少なくとも〜** → 全体から引く（補集合）．
- **交互** → 人数差を確認して，パターンを固定する．

これらの道具を，問題文を見て**即座に**取り出せるようにするのが練習の目的です．特に「隣り合わない」問題で，安易に引き算をして間違えるケースが非常に多いです．「3 人以上なら隙間！」と叩き込んでおきましょう．

確認テスト A（基本）

練習 1：隣り合わない順列

男子 4 人，女子 3 人が 1 列に並ぶとき，女子 3 人が誰一人として隣り合わない並び方は何通りあるか.

練習 2：補集合の利用

男子 5 人，女子 2 人が 1 列に並ぶとき，少なくとも一端が男子である並び方は何通りあるか.

Memo / Answer

確認テスト B（標準・応用）

練習 3：交互に並ぶ順列

男子 5 人，女子 4 人が 1 列に並ぶとき，男女が交互になる並び方は何通りあるか.

練習 4：条件の融合

大人 3 人，子供 4 人が 1 列に並ぶとき，次の並び方は何通りあるか.

(1) 両端が大人で，かつ子供 4 人が全員固まって（隣り合って）並ぶ.

(2) 大人が両端に来ない.

Memo / Answer

【解答】確認テスト A

Memo / Answer

1

女子が隣り合わないので「隙間に入れる」．まず男子 4 人を並べる $\to 4! = 24$ 通り．男子の間と両端の計 5 カ所の隙間から，女子 3 人の場所を選んで並べる $\to {}_5P_3 = 60$ 通り．

$$24 \times 60 = \mathbf{1440}\ (\text{通り})$$

2

「少なくとも一端が男子」の否定（余事象）は「両端とも女子」．全体は $7! = 5040$ 通り．両端が女子の場合：まず両端に女子 2 人を並べる $\to 2! = 2$ 通り．間に男子 5 人を並べる $\to 5! = 120$ 通り．$2 \times 120 = 240$ 通り．よって，

$$5040 - 240 = \mathbf{4800}\ (\text{通り})$$

【解答】確認テスト B

Memo / Answer

3

人数が 1 人違いなので，多い方（男子）が両端に来るパターンしかない．

男 女 男 女 男 女 男 女 男

男子 5 人の並び方 $\to 5! = 120$ 通り．女子 4 人の並び方 $\to 4! = 24$ 通り．

$$120 \times 24 = \mathbf{2880}\ (\text{通り})$$

4

(1) 条件を整理する．

- 子供 4 人を 1 セットとみなす (C_{all}).
- 両端が大人 $\to$ まず両端の大人 2 人を選ぶ・並べる (${}_3P_2$).
- 残った大人 1 人と，C_{all} を，両端の間に並べる $(2!)$.
- 子供セットの中で並べ替える $(4!)$.

式：${}_3P_2 \times 2! \times 4! = 6 \times 2 \times 24 = \mathbf{288}$ (通り)

(2) 「大人が両端に来ない」 $\iff$ 「両端とも子供」全体 $7! = 5040$．両端が子供の場合：${}_4P_2 \times 5! = 12 \times 120 = 1440$．（※両端子供を並べて，残り 5 人を中に並べる）これは補集合ではないのでそのまま答える．答え：**1440** (通り)（もし「少なくとも一端が大人」の否定として解くなら全体から引くが，ここでは直接「両端子供」を求めたほうが早い）