年　組　番　氏名

Introduction：原点からの移動

中学で習った関数 $y = ax^2$ のグラフは，原点 $O(0,0)$ を頂点とする放物線でした。高校では，このグラフを上下左右に動かします（平行移動）。

- 上下に q 動かす $\longrightarrow$ y 座標に q を足す $\longrightarrow$ $y = ax^2 + q$
- 左右に p 動かす $\longrightarrow$ 式はどうなる？

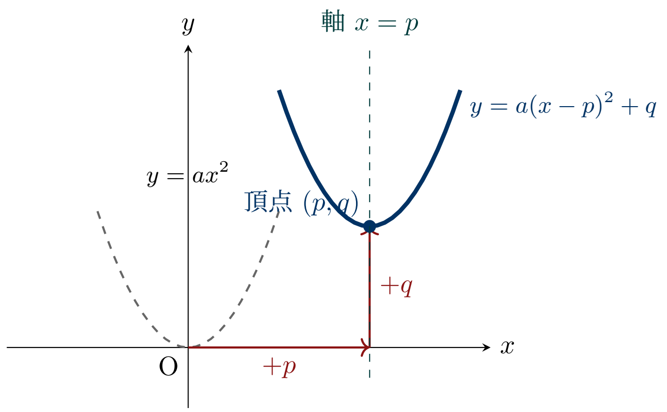
2 次関数の標準形

2 次関数 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフは，
$y = ax^2$ のグラフを x 軸方向に p，y 軸方向に q だけ平行移動した放物線である。

- **軸**：直線 $x = p$
- **頂点**：点 (p, q)
- **形状**：$a > 0$ なら下に凸，$a < 0$ なら上に凸（a は変わらない！）

なぜ $x - p$ なのに $+p$ 移動なのか？
「2 乗の中身が 0 になる x の値」が頂点の x 座標だと考えよう。

- $y = x^2$　$\to x = 0$ で最小値 0　(頂点 $x = 0$)
- $y = (x-3)^2$　$\to x = 3$ で最小値 0　(頂点 $x = 3$)



例題 1：グラフの読み取り

次の 2 次関数のグラフの軸と頂点を求め，グラフをかけ。

(1) $y = (x-2)^2 + 1$
(2) $y = -2(x+1)^2 + 4$

注意: $(x+1)^2$ は $(x-(-1))^2$ と考える。
つまり，頂点の x 座標は符号が反転して -1 になる。

Memo / Answer

年　　組　　番　氏名

グラフを描く際の手順

グラフをただの概形（フリーハンド）で済ませず，以下の 3 要素を明示する習慣をつけよう。

(1) 頂点の座標
(2) 軸（対称軸）
(3) y 切片（$x=0$ のときの y の値）
→ これがないとグラフの「開き具合」が確定しないため，減点対象になることが多い。

例題 2：頂点からの決定

次の条件を満たす 2 次関数を求めよ。

(1) 頂点が点 $(2,-3)$ で，点 $(4,5)$ を通る。
(2) 軸が直線 $x=-1$ で，2 点 $(0,2),(1,-1)$ を通る。

Memo / Answer

平行移動の記述

「$y=2x^2$ を x 軸方向に 3，y 軸方向に -1 平行移動したもの」
という文章を式に翻訳できるようになろう。

頂点 $(0,0)\longrightarrow$ 頂点 $(3,-1)$
開き具合 $a=2$ は変わらない。

よって，式は $y=2(x-3)^2-1$ となる。

例題 3：平行移動と式

2 次関数 $y=-x^2$ のグラフを，次のように平行移動した放物線の方程式を求めよ。

(1) x 軸方向に -2，y 軸方向に 1
(2) 頂点が点 $(3,0)$ となるように移動

Memo / Answer

A 問題：基礎の定着

次の問いに答えよ。

練習 A1: グラフの描図

次の 2 次関数の頂点と軸を求め，グラフの概形をかけ（頂点と y 切片を明示すること）。

(1) $y=(x-1)^2-2$

(2) $y=-2(x+2)^2+5$

練習 A2: 平行移動

放物線 $y=3x^2$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に -4 だけ平行移動したときの方程式を求めよ。

Memo / Answer

B 問題：標準・応用

条件から式を決定する問題。

練習 B1: 頂点指定の決定

頂点が点 $(-2,3)$ で，原点を通る 2 次関数を求めよ。

練習 B2: 軸指定の決定

軸の方程式が $x=1$ で，2 点 $(2,1),(-1,-8)$ を通る 2 次関数を求めよ。

練習 B3: 平行移動の逆

ある放物線を x 軸方向に -1，y 軸方向に 2 だけ平行移動すると，放物線 $y=-x^2$ になった。もとの放物線の方程式を求めよ。

Memo / Answer

A 問題：解答

Memo / Answer

A1

(1) $y=(x-1)^2-2$

$x-1=0 \to x=1$ より，

頂点 $(1,-2)$，軸 $x=1$

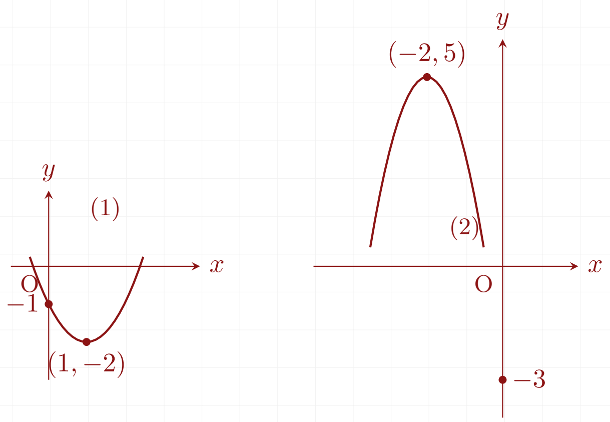
y 切片：$x=0$ のとき $y=(-1)^2-2=-1$

(2) $y=-2(x+2)^2+5$

$x+2=0 \to x=-2$ より，

頂点 $(-2,5)$，軸 $x=-2$

y 切片：$x=0$ のとき $y=-2(2)^2+5=-3$



A2 頂点 $(0,0)$ が $(2,-4)$ に移動する。

開き具合 3 はそのまま。

よって，$\boldsymbol{y=3(x-2)^2-4}$

B 問題：解答

Memo / Answer

B1 頂点が $(-2,3)$ なので，求める関数は

$$y=a(x+2)^2+3$$

とおける。原点 $(0,0)$ を通るから，

$$0=a(0+2)^2+3$$

$$4a=-3 \quad \therefore a=-\frac{3}{4}$$

よって，$\boldsymbol{y=-\frac{3}{4}(x+2)^2+3}$

B2 軸が $x=1$ なので，求める関数は

$$y=a(x-1)^2+q$$

とおける。

- $(2,1)$ を通る $\to 1=a(2-1)^2+q \implies a+q=1 \ldots$①
- $(-1,-8)$ を通る $\to -8=a(-1-1)^2+q \implies 4a+q=-8 \ldots$②

② − ①より，$3a=-9 \implies a=-3$

①に代入して，$-3+q=1 \implies q=4$

よって，$\boldsymbol{y=-3(x-1)^2+4}$

B3 移動の「逆」を考える。移動後の $y=-x^2$（頂点 $(0,0)$）から，

- x 軸方向に $+1$（-1 の逆）
- y 軸方向に -2（2 の逆）

戻せばよい。頂点は $(0,0) \to (1,-2)$ となる。

よって，$\boldsymbol{y=-(x-1)^2-2}$