年　　組　　番　氏名

Introduction：対称移動の仕組み

グラフを折り返す操作を**対称移動**といいます。点の移動から式の変化を考えましょう。

- 点 (x, y) を x 軸に関して対称移動 $\longrightarrow (x, -y)$
- 点 (x, y) を y 軸に関して対称移動 $\longrightarrow (-x, y)$
- 点 (x, y) を 原点に関して対称移動 $\longrightarrow (-x, -y)$

対称移動の公式

関数 $y = f(x)$ のグラフを次のように移動した方程式は，

(1) x **軸**に関して対称移動 $\longrightarrow$ y を $-y$ に変える

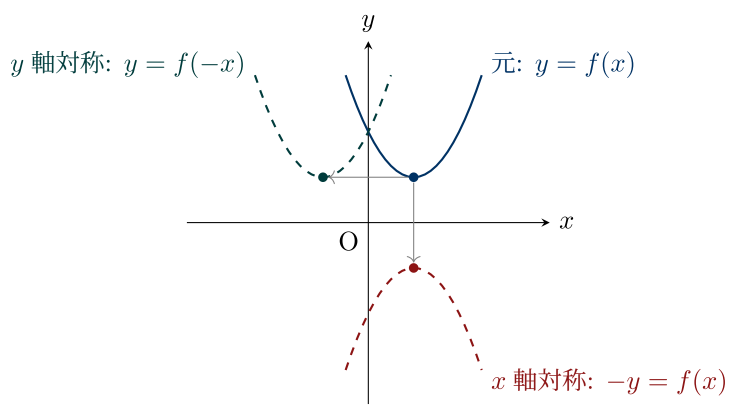
$$-y = f(x) \iff y = -f(x)$$

(2) y **軸**に関して対称移動 $\longrightarrow$ x を $-x$ に変える

$$y = f(-x)$$

(3) **原点**に関して対称移動 $\longrightarrow$ x を $-x$，y を $-y$ に変える

$$-y = f(-x) \iff y = -f(-x)$$



例題 1：2 次関数の対称移動

放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ を，次に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(1) x 軸

(2) y 軸

(3) 原点

Memo / Answer

Topic：平行移動の 2 つのアプローチ

放物線 $C : y = 2x^2 - 4x + 1$ を x 軸方向に $+3$，y 軸方向に -2 平行移動する場合を考えます。

解法 A：頂点の移動（基本）

頂点を求めて，頂点だけを移動し，式に戻す方法。

(1) $y = 2(x-1)^2 - 1$ より，頂点は $(1, -1)$

(2) 頂点を移動：$(1+3, -1-2) = (4, -3)$

(3) 式に戻す：$y = 2(x-4)^2 - 3$ （開き具合 2 は不変）

解法 B：変数の置き換え（応用・高速）

式全体で，$x \to x - p$, $y \to y - q$ と書き換える方法。

平方完成が面倒な場合や，2 次関数以外でも使えます。

$$y - (-2) = 2(x-3)^2 - 4(x-3) + 1$$

これを展開・整理すれば答えが得られます。

例題 2：平行移動（変数置換）

放物線 $y = -x^2 + 2x$ を x 軸方向に 1，y 軸方向に -3 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。（解法 A, B どちらでもよいが，ここでは B で立式し，展開せよ）

Memo / Answer

例題 3：移動の逆問題（重要）

ある放物線 C を x 軸方向に -2，y 軸方向に $+1$ 平行移動すると，放物線 $y = x^2 - 2x + 3$ になった。もとの放物線 C の方程式を求めよ。

考え方: 「元 $\xrightarrow{\text{移動}}$ ゴール」の関係。ゴールから元に戻すには，**逆の移動**をすればよい。

Memo / Answer

年　　組　　番　氏名

A 問題：基礎の定着

練習 A1: 対称移動

放物線 $y = x^2 + 2x - 3$ を，次に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

(1) y 軸
(2) 原点

練習 A2: 平行移動

放物線 $y = 2x^2 - 3$ を x 軸方向に -1，y 軸方向に 2 だけ平行移動した放物線の方程式を求めよ。

Memo / Answer

B 問題：標準・応用

練習 B1: 複合問題

放物線 $y = x^2 - 2x + 3$ を x 軸方向に 2，y 軸方向に -1 だけ平行移動し，さらに x 軸に関して対称移動した放物線の方程式を求めよ。

練習 B2: 移動の逆問題

ある放物線 C を原点に関して対称移動し，さらに x 軸方向に 1 だけ平行移動すると，放物線 $y = -x^2 + 4x - 1$ になった。もとの放物線 C の方程式を求めよ。

Memo / Answer

A 問題：解答

Memo / Answer

A1 元の式：$y = x^2 + 2x - 3$

(1) y 軸対称 → x を $-x$ に変える。

$y = (-x)^2 + 2(-x) - 3$

$\boldsymbol{y = x^2 - 2x - 3}$

(2) 原点対称 → x を $-x$，y を $-y$ に変える。

$-y = (-x)^2 + 2(-x) - 3$

$-y = x^2 - 2x - 3$

$\boldsymbol{y = -x^2 + 2x + 3}$

A2 解法 A（頂点利用）：

$y = 2x^2 - 3$ の頂点は $(0, -3)$。

移動後の頂点は $(0-1, -3+2) = (-1, -1)$。

よって，$\boldsymbol{y = 2(x+1)^2 - 1}$　$(y = 2x^2 + 4x + 1)$

解法 B（変数置換）：

$x \to x - (-1)$, $y \to y - 2$ を代入。

$y - 2 = 2(x+1)^2 - 3$

$y = 2(x+1)^2 - 3 + 2$

$\boldsymbol{y = 2(x+1)^2 - 1}$

B 問題：解答

Memo / Answer

B1 Step 1: 平行移動

$y = x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$　(頂点 $(1, 2)$)

x 軸 $+2$，y 軸 -1 移動 → 頂点 $(3, 1)$

式：$y = (x-3)^2 + 1 = x^2 - 6x + 10$

Step 2: x 軸対称移動

y を $-y$ に変える。

$-y = x^2 - 6x + 10$

$\boldsymbol{y = -x^2 + 6x - 10}$

B2 逆の手順で戻す。ゴール：$y = -x^2 + 4x - 1 = -(x-2)^2 + 3$　(頂点 $(2, 3)$)

Step 1: 平行移動を戻す

(x 軸方向に $+1$ してここに来た → -1 戻す)

頂点 $(2-1, 3) = (1, 3)$

式：$y = -(x-1)^2 + 3$

Step 2: 原点対称移動を戻す

(原点対称の逆操作も原点対称)

$x \to -x, y \to -y$

$-y = -(-x-1)^2 + 3$

$-y = -(x+1)^2 + 3$

$y = (x+1)^2 - 3$

$\boldsymbol{y = x^2 + 2x - 2}$