

1. 独立な試行の確率

2 つの試行 S, T が互いに他方の結果に影響を与えないとき、これらは独立であるといいます。

- さいころを 2 回投げる（1 回目の目は 2 回目に関係ない）
- コインとさいころを同時に投げる
- 袋から玉を取り出し、元に戻してからもう一度引く（復元抽出）

独立試行の確率（積の法則）

2 つの試行が独立であるとき、事象 A, B がともに起こる確率は、それぞれの確率の積で表される。

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

例題 1. 独立試行の基本

1 個のさいころを 2 回投げるとき、次の確率を求めよ。

- 1 回目に偶数、2 回目に 3 の倍数が出る確率。
- 1 回目に 5 以上、2 回目に 4 以下の目が出る確率。

Memo / Answer

2. 独立でない試行（従属）

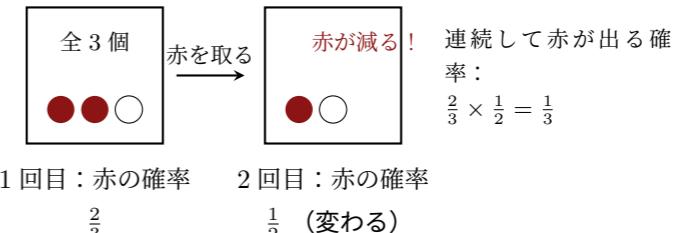
1 回目の結果によって、2 回目の確率が変わる場合です。代表例は「くじを元に戻さない（非復元抽出）」場合です。

確率の乗法定理

事象 A が起こり、その連続で（ A が起こった状態で）事象 B が起こる確率は、

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

$P_A(B)$ は「 A が起こったときの B の確率」です。記号は難しそうですが、要は「状況が変わった後の確率を掛ける」ということです。



例題 2. 元に戻す・戻さない

赤玉 4 個、白玉 2 個が入った袋がある。ここから玉を 1 個ずつ 2 回取り出すとき、2 個とも赤玉が出る確率を求めよ。

- 取り出した玉を元に戻す場合。
- 取り出した玉を元に戻さない場合。

Memo / Answer

3. くじ引きの確率

「戻さない」試行の代表例です。前の人への結果が次に影響します。

例題 3. 3人のくじ引き

当たりくじ 3 本を含む 10 本のくじがある。A, B, C の 3 人がこの順に 1 本ずつ引くとき、次の確率を求めよ。ただし、引いたくじは戻さない。

- (1) A, B, C の 3 人とも当たる確率。
- (2) A, B がはずれ、C だけが当たる確率。

Memo / Answer

4. 複数の事象が絡む問題

「A が勝ち、B が負ける」のように、それぞれの結果を指定された確率の積で計算します。

例題 4. 独立試行の応用

A, B の 2 人が試験を受けるとき、合格する確率はそれぞれ $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ である。このとき、次の確率を求めよ。

- (1) 2 人とも合格する確率。
- (2) A だけが合格する確率。
- (3) 少なくとも 1 人は合格する確率。

Memo / Answer

Lecture Note : 独立と排反の違い

よく混同される概念です。

- **独立 (Independent)** : 試行が別々（コインとサイコロなど）。「かつ (\cap)」は掛け算。
- **排反 (Mutually Exclusive)** : 1 つの試験の結果の分類（偶数と奇数など）。「または (\cup)」は足し算。
「同時に起こるか？（積）」と「同時に起こらないか？（和）」の違いを意識しましょう。

確認テスト A (基本)

練習 1：独立試行（サイコロ）

1 個のさいころを 2 回投げるとき、1 回目に奇数、2 回目に 3 以上の目が出る確率を求めよ。

練習 2：独立試行（合格率）

A, B の 2 人が検定試験を受ける。合格する確率はそれぞれ 0.6, 0.7 である。

- (1) 2 人とも合格する確率。
- (2) 2 人とも不合格になる確率。

Memo / Answer

確認テスト B (標準・応用)

練習 3：非復元抽出（玉）

赤玉 5 個、白玉 3 個が入った袋から、玉を 1 個ずつ続けて 2 回取り出す。ただし、取り出した玉は元に戻さない。

- (1) 1 回目に赤、2 回目に白が出る確率。
- (2) 2 回とも白が出る確率。

練習 4：くじ引き

10 本中 2 本の当たりくじが入っている。A, B の 2 人がこの順に 1 本ずつ引く（戻さない）とき、A がはずれ、B が当たる確率を求めよ。

Memo / Answer

【解答】確認テスト A

Memo / Answer

1

1回目と2回目は独立。

- 1回目が奇数：1, 3, 5 の3通り $\rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- 2回目が3以上：3, 4, 5, 6 の4通り $\rightarrow \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

よって,

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

2

$$(1) 0.6 \times 0.7 = 0.42 \left(\frac{21}{50}\right)$$

(2) A が不合格 : $1 - 0.6 = 0.4$ B が不合格 : $1 - 0.7 = 0.3$ 2人とも不合格は,

$$0.4 \times 0.3 = 0.12 \left(\frac{3}{25}\right)$$

【解答】確認テスト B

Memo / Answer

3

全体8個(赤5, 白3). 戻さないので分母が減る。

$$(1) 1回目赤 : \frac{5}{8}. 残り7個(赤4, 白3). 2回目白 : \frac{3}{7}.$$

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$$

$$(2) 1回目白 : \frac{3}{8}. 残り7個(赤5, 白2). 2回目白 : \frac{2}{7}.$$

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

4

全体10本(当たり2, はずれ8).

- A がはずれる : $\frac{8}{10}$. 残り9本(当たり2, はずれ7).
- B が当たる : $\frac{2}{9}$.

よって,

$$\frac{8}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{8}{45}$$