年　　組　　番　氏名

1. 等差数列の定義

前回学んだ「隣り合う項の関係（漸化式）」を使って, 最も基本的な数列を定義する.

等差数列 (Arithmetic Progression)

一定の数 d を次々と**足していく**数列を等差数列といい, d を**公差 (こうさ)** という.

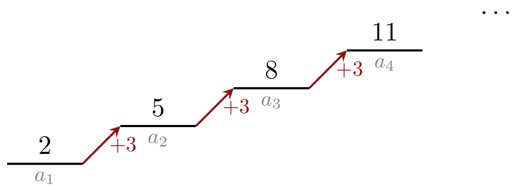
【漸化式による定義】

$$a_{n+1} = a_n + d \quad (n = 1, 2, 3 \cdots)$$

意味：次の項は, 前の項に d を足したもの

例: 2, 5, 8, 11, . . .

- 初項 $a_1 = 2$
- 毎回 $+3$ されているので, 公差 $d = 3$
- 漸化式で書くと: $a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n + 3$

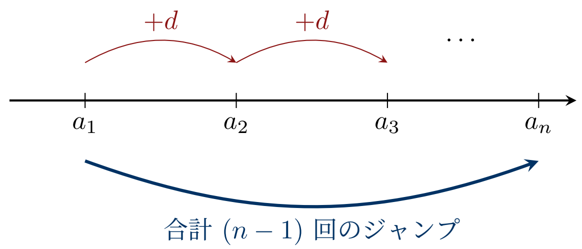


このように, 「次へ行くには $+d$ する」というのが等差数列の本質である.

2. 何回ジャンプすればいい？（一般項）

漸化式（リレー）があれば数列は作れるが, 「100 番目は？」と聞かれたときに 99 回計算するのは大変だ. そこで, 初項から一気に n 番目へ**ワープする式（一般項）**を作ろう.

- a_1 (スタート地点)
- $a_2 = a_1 + d$ (1 回ジャンプ)
- $a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$ (2 回ジャンプ)
- $a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d$ (3 回ジャンプ)



n 番目に行くには, 「間（あいだ）」の数だけ, つまり $(n-1)$ **回** d を足せば良い.

等差数列の一般項

初項 a, 公差 d の等差数列の一般項 a_n は

$$a_n = a + (n-1)d$$

例題 1 (基本計算)

初項 3, 公差 4 の等差数列の一般項を求めよ. また, 第 10 項を求めよ.

Memo / Answer

3. 数列の決定（連立方程式）

「初項」と「公差」さえ分かれば，等差数列のすべてが分かる．分からないときは，文字 a, d で置いて方程式を作ろう．

例題 2 (2 つの項から決定)

第 5 項が 13，第 10 項が 28 である等差数列の一般項を求めよ．

Memo / Answer

例題 3 (初めて負になる項)

数列 100，93，86，… について，

(1) 一般項 a_n を求めよ．

(2) 第何項で初めて負になるか．

Memo / Answer

年　組　番　氏名

確認テスト (A: 基本)

練習 A1 (一般項の計算)

次の等差数列の一般項 a_n と，第 10 項 a_{10} を求めよ．

(1) 初項 5, 公差 3
(2) 初項 20, 公差 -4
(3) 2, 4, 6, 8, ...

Memo / Answer

練習 A2 (項の決定)

等差数列 $\{a_n\}$ において，$a_n = 4n - 3$ である．このとき，値が 77 になるのは第何項か．

Memo / Answer

確認テスト (B: 標準)

練習 B1 (2 項から決定)

第 4 項が 10，第 8 項が 22 である等差数列の一般項を求めよ．

Memo / Answer

練習 B2 (条件を満たす項)

初項 2, 公差 3 の等差数列において，値が 100 を超える初めての項は第何項か．

Memo / Answer

解答 (A: 基本)

練習 A1 解答

公式 $a_n = a + (n-1)d$ を利用する．

(1) $a_n = 5 + (n-1)3 = \mathbf{3n + 2}$.
$a_{10} = 3(10) + 2 = \mathbf{32}$.

(2) $a_n = 20 + (n-1)(-4) = \mathbf{-4n + 24}$.
$a_{10} = -4(10) + 24 = \mathbf{-16}$.

(3) 初項 2, 公差 2 なので，
$a_n = 2 + (n-1)2 = \mathbf{2n}$.
$a_{10} = 2(10) = \mathbf{20}$.

練習 A2 解答

$a_n = 77$ となる n を求める．

$$\begin{aligned} 4n - 3 &= 77 \\ 4n &= 80 \\ n &= 20 \end{aligned}$$

答え: 第 20 項

解答 (B: 標準)

練習 B1 解答

初項を a, 公差を d とする．

- $a_4 = 10 \iff a + 3d = 10 \ \ldots(1)$
- $a_8 = 22 \iff a + 7d = 22 \ \ldots(2)$

$(2) - (1)$ より $4d = 12 \implies d = 3$. (1) に代入して $a + 9 = 10 \implies a = 1$.
よって $a_n = 1 + (n-1)3 = 3n - 2$. **答え: $\boldsymbol{a_n = 3n - 2}$**
別解: 4 番目と 8 番目の差は 4 ジャンプ分．値の差は $22 - 10 = 12$. $4d = 12 \to d = 3$.

練習 B2 解答

まず一般項を求める．$a_n = 2 + (n-1)3 = 3n - 1$.
これが 100 を超える条件は $a_n > 100$.

$$\begin{aligned} 3n - 1 &> 100 \\ 3n &> 101 \\ n &> \frac{101}{3} = 33.66\ldots \end{aligned}$$

これを満たす最小の自然数 n は 34. **答え: 第 34 項**
(検算: $a_{33} = 98$, $a_{34} = 101$)