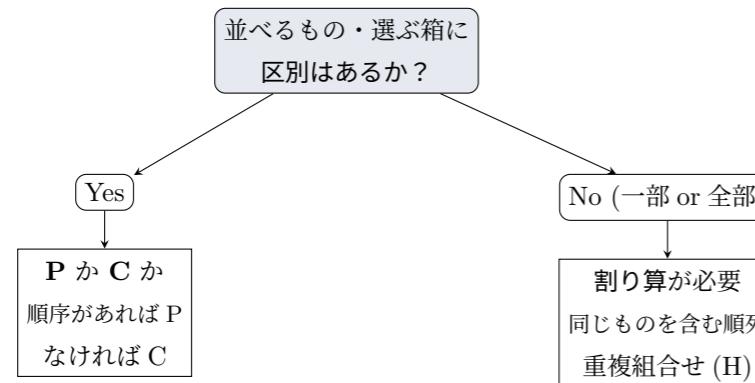


1. 場合の数の「道具」の使い分け

最も重要なのは「区別するかしないか」と「順序を考えるか」です。

- 順列 P : 選んで、並べる（区別あり、順序あり）
- 階乗 $!$: 全部並べる (P の特殊形)
- 円順列 $(n-1)!$: 回転して一致するものを区別しない
- 組合せ C : 選ぶだけ（区別あり、順序なし）
- 重複組合せ H : 選ぶだけ（区別なし、重複 OK）
- 同じものを含む順列 : 区別できないものを並べる $\rightarrow \frac{n!}{p!q!...}$



例題 1. 組分けと順列の総復習

9人の生徒を次のように分ける方法は何通りあるか。

- 4人, 3人, 2人の3つの部屋 A, B, Cに入れる。
- 4人, 3人, 2人の3つのグループに分ける。
- 3人ずつの3つのグループに分ける。

Memo / Answer

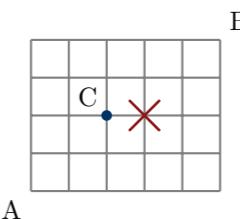
2. 最短経路の復習

「同じものを含む順列」の代表例です。

例題 2. 障害物のある最短経路

図のような格子状の道がある。A から B へ行く最短経路について、

- C 地点を通る道順は何通りか。
- ×印の地点を通らない道順は何通りか。



Memo / Answer

3. 確率の「和」と「積」

- 和の法則 (+) : 排反 (同時に起こらない)
- 積の法則 (×) : 独立 (互いに影響しない)

特に「くじ引き」や「玉の取り出し」で、元に戻すか戻さないかの違いに注意しましょう。

例題 3. 独立と従属 (復元・非復元)

赤玉 4 個、白玉 6 個が入った袋から、玉を 1 個ずつ 2 回取り出す。

- (1) 取り出した玉を元に戻すとき、赤・白の順に出る確率。
- (2) 取り出した玉を元に戻さないとき、赤・白の順に出る確率。

Memo / Answer _____**4. 条件付き確率の総復習**

苦手な人が多い「原因の確率」です。『表』を描いて整理する手法を思い出しましょう。

例題 4. 検査と原因の確率

ある工場で、製品 A, B を作っている。

- 全体の 60% が製品 A, 40% が製品 B である。
- 製品 A の不良品率は 3%, 製品 B の不良品率は 5% である。

この製品の中から 1 個を選び出すとき、

- (1) それが不良品である確率を求めよ。
- (2) 不良品であったとき、それが製品 A である確率を求めよ。

Memo / Answer _____

ヒント： 全体を 1000 個として表を作るとよい。

	不良	良品	計
A			600
B			400
計			1000

確認テスト A (場合の数)**練習 1：順列と組合せ**

男子 4 人、女子 3 人がいる。

- (1) 一列に並ぶとき、両端が男子である並び方は何通りか。
- (2) 女子 3 人が続いて並ぶ（隣り合う）並び方は何通りか。
- (3) 7 人から委員を 3 人選ぶとき、女子が少なくとも 1 人含まれる選び方は何通りか。

練習 2：整数の作成

0, 1, 2, 3, 4 の 5 個の数字から異なる 3 個を使って 3 行の整数を作るとき、

- (1) 整数は全部で何個できるか。
- (2) 偶数は何個できるか。

Memo / Answer _____

確認テスト B (確率の基本)**練習 3：反復試行の確率**

1 個のさいころを 4 回投げるとき、以下の確率を求めよ。

- (1) 1 の目がちょうど 1 回出る確率。
- (2) 偶数の目が 3 回以上出る確率。

練習 4：余事象

3 個のさいころを同時に投げるとき、出た目の積が偶数になる確率を求めよ。

Memo / Answer _____

確認テスト C (応用)

練習 5 : 条件付き確率

当たりくじ 3 本を含む 10 本のくじがある。A 君, B 君の順に 1 本ずつ引く（引いたくじは戻さない）。

- (1) A 君が当たり, B 君も当たる確率.
- (2) B 君が当たる確率.
- (3) B 君が当たったとき, A 君も当たっていた確率.

練習 6 : 確率の最大値

白玉 4 個, 赤玉 2 個が入った袋から, 玉を 1 個取り出して色を確認し, 元に戻す。この試行を n 回繰り返すとき, 赤玉が k 回出る確率を P_k とする。 $n = 50$ のとき, P_k を最大にする k の値を求めよ。

Memo / Answer

【解答】確認テスト A・B

Memo / Answer

1

(1) 両端の男子： ${}_4P_2 = 12$. 中の 5 人： $5! = 120$. $12 \times 120 = 1440$ 通り. (2) 女子 3 人を 1 セット. 計 5 つの順列 $5! \times 3! = 120 \times 6 = 720$ 通り. (3) 全体 ${}_7C_3 = 35$. 全員男子 ${}_4C_3 = 4$. $35 - 4 = 31$ 通り.

2

(1) 百の位は 0 以外 → 4 通り. 残りは 4×3 . $4 \times 4 \times 3 = 48$ 個. (2) 一の位が 0 : $4 \times 3 = 12$ 個. 一の位が 2, 4 : $3 \times 3 \times 2 = 18$ 個. $12 + 18 = 30$ 個.

3 (1) ${}_4C_1 (\frac{1}{6})^1 (\frac{5}{6})^3 = 4 \cdot \frac{125}{1296} = \frac{125}{324}$. (2) 3 回： ${}_4C_3 (\frac{1}{2})^4 = \frac{4}{16}$. 4 回： ${}_4C_4 (\frac{1}{2})^4 = \frac{1}{16}$. 計 $\frac{5}{16}$.

4 余事象「積が奇数」 \iff 「すべて奇数」. $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$. $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

【解答】確認テスト C

Memo / Answer

5 (1) $P(A \cap B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$.

(2) A 当たり B 当たり + A はずれ B 当たり

$$\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{6+21}{90} = \frac{27}{90} = \frac{3}{10}$$

(3) 求める確率は $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

$$\frac{6/90}{27/90} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9}$$

6 赤が出る確率は $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. $P_k = {}_{50}C_k (\frac{1}{3})^k (\frac{2}{3})^{50-k}$. 比 $\frac{P_{k+1}}{P_k} = \frac{50-k}{k+1} \cdot \frac{1}{2}$. $P_{k+1} > P_k$ となる条件は,

$$50 - k > 2(k + 1) \iff 48 > 3k \iff k < 16$$

$k = 0 \dots 15$ までは増加, $k = 16$ から減少. 最大値は $k = 15$ の次の項, P_{16} . よって $k = 16$.

Memo / 復習メモ

Memo / Answer

間違い直し・復習ポイント

- 間違えた問題の単元をチェックしましょう.
- P と C の使い分けは完璧ですか？
- 条件付き確率の計算手順は身につきましたか？