

基本事項

- 前時の活動では、示したい主張「S 先生はいかさまをしている」に対して、これに反するものとして「二人の勝率に偏りはない」という主張を立てた。この主張のように、示したい主張に反するものとして立てた主張を \_\_\_\_\_ といい、「S 先生はイカサマをしている」など示したい主張を \_\_\_\_\_ という。
- 有意水準  $\alpha$  (前時は 0.05) に対して、仮説が棄却されるような確率変数の値の範囲が定まる。このような範囲を \_\_\_\_\_ という。
- 棄却域を両側にとる検定を \_\_\_\_\_, 片側にとる検定を \_\_\_\_\_ という (詳しくは後で)。
- 以上を踏まえて、仮説検定の手順をまとめると,
  - (1) 有意水準と検定方法を定める。(問題を解く際には指定されていることが多い。)
  - (2) 帰無仮説と対立仮説を立てる。
  - (3) 確率変数  $Z$  (検定統計量) の分布を調べる。
  - (4) 実現値を求める。
  - (5) 有意水準と検定方法から棄却域を決める。
  - (6) 実現値と棄却域を比較する。
    - － 実現値が棄却域に入る → 帰無仮説を棄却する → 対立仮説を採択する。
    - － 実現値が棄却域に入らない → 帰無仮説は棄却されない → \_\_\_\_\_
  - (7) 対立仮説を主語にして結論を述べる。

全体課題 (前回)

S 先生と H 先生がじゃんけんを 100 回行ったところ, S 先生が 61 回勝った。このとき,  
「S 先生はイカサマをしている (S 先生と H 先生の勝率には偏りがある)」 … [ I ]  
と判断して良いか。主張 [ I ] に反する仮説を立て、有意水準 5%, 両側検定で検定せよ。

解答

- (1) (問題文にあるから省略)
- (2) S 先生の勝率を  $p$  とし,

帰無仮説 :  $p = 1/2$ , 対立仮説 :  $p \neq 1/2$

- と定め、帰無仮説が真であると仮定する。
- (3) 帰無仮説のもとで, S 先生が勝つ回数  $X$  は, 二項分布  $B(50, 1/2)$  に従う。したがって, 期待値  $m$  と標準偏差  $\sigma$  は

$m = 100 \cdot 1/2 = 50, \quad \sigma = \sqrt{100 \cdot 1/2 \cdot 1/2} = 5.$

- よって  $Z = \frac{X - 50}{5}$  とおくと,  $T$  は標準正規分布  $N(0, 1)$  に従う確率変数になる。
- (4)  $X = 61$  を代入すると,  $Z = \frac{61 - 50}{5} = 2.2.$
  - (5) 今, 有意水準 5%, 両側検定であるから,  $Z$  の棄却域は  $|Z| \geq 1.96$  つまり  $Z \leq -1.96$  または  $1.96 \leq Z$ .
  - (6)  $Z = 2.2$  は棄却域に含まれるから, 帰無仮説を棄却する。
  - (7) したがって, S 先生はイカサマをしたと判断できる。

### 練習 35

ある種子の発芽率は従来 75% であったが、品種改良した新しい種子から無作為に 300 個を抽出して種をまいたところ、237 個が発芽した。品種改良によって発芽率は上がったと判断して良いか。有意水準 5%, 片側検定で検定せよ。

### 解答

母集団の発芽率を  $p$  とし、

$$\text{帰無仮説} : p = 3/4, \quad \text{対立仮説} : p > 3/4$$

と定め、帰無仮説が真であると仮定する。

帰無仮説のもとで、種子の発芽数  $X$  は二項分布  $B(300, 3/4)$  に従う。したがって、 $X$  の期待値  $m$ , 標準偏差  $\sigma$  は

$$m = 300 \times \frac{3}{4} = 225, \quad \sigma = \sqrt{300 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}} = \frac{30}{2} = \frac{15}{2}.$$

よって  $Z = \frac{X - 225}{\frac{15}{2}}$  とおくと、 $Z$  は標準正規分布  $N(0, 1)$  に従う確率変数になる。

$$X = 237 \text{ を代入すると, } Z = \frac{16}{10} = 1.6.$$

今、有意水準 5%, 片側検定であるから、 $Z$  の棄却域は  $Z \geq 1.645$ 。

$Z = 1.6$  は棄却域に含まれないから、帰無仮説は棄却されない。

以上より、発芽率が上がったとは判断できない。