

1. 独立な試行の確率

2 つの試行 S, T が互いに他方の結果に影響を与えないとき、これらは独立であるといいます。

- さいころを 2 回投げる (1 回目の目は 2 回目に関係ない)
- コインとさいころを同時に投げる
- 袋から玉を取り出し、元に戻してからもう一度引く (復元抽出)

独立試行の確率 (積の法則)

2 つの試行が独立であるとき、事象 A, B がともに起こる確率は、それぞれの確率の積で表される。

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

例題 1. 独立試行の基本

1 個のさいころを 2 回投げるとき、次の確率を求めよ。

- (1) 1 回目に偶数, 2 回目に 3 の倍数が出る確率.
- (2) 1 回目に 5 以上, 2 回目に 4 以下の目が出る確率.

Memo / Answer

2. 独立でない試行 (従属)

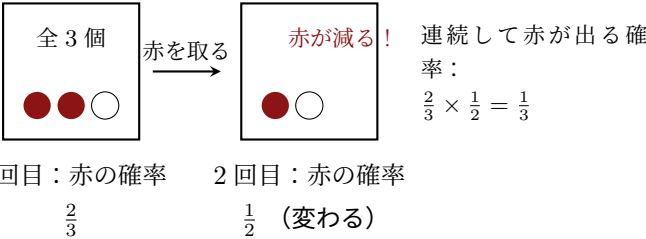
1 回目の結果によって、2 回目の確率が変わる場合です。代表例は「くじを元に戻さない (非復元抽出)」場合です。

確率の乗法定理

事象 A が起こり、その連続で (A が起こった状態で) 事象 B が起こる確率は、

$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$$

$P_A(B)$ は「 A が起こったときの B の確率」です。記号は難しそうですが、要は「状況が変わった後の確率を掛ける」ということです。



例題 2. 元に戻す・戻さない

赤玉 4 個, 白玉 2 個が入った袋がある。ここから玉を 1 個ずつ 2 回取り出すとき、2 個とも赤玉が出る確率を求めよ。

- (1) 取り出した玉を元に戻す場合.
- (2) 取り出した玉を元に戻さない場合.

Memo / Answer

3. くじ引きの確率

「戻さない」試行の代表例です。前の人の結果が次に影響します。

例題 3. 3 人のくじ引き

当たりくじ 3 本を含む 10 本のくじがある。A, B, C の 3 人がこの順に 1 本ずつ引くとき、次の確率を求めよ。ただし、引いたくじは戻さない。

- (1) A, B, C の 3 人とも当たる確率.
- (2) A, B がはずれ, C だけが当たる確率.

Memo / Answer

4. 複数の事象が絡む問題

「A が勝ち, B が負ける」のように、それぞれの結果を指定された確率の積で計算します。

例題 4. 独立試行の応用

A, B の 2 人が試験を受けるとき、合格する確率はそれぞれ $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ である。このとき、次の確率を求めよ。

- (1) 2 人とも合格する確率.
- (2) A だけが合格する確率.
- (3) 少なくとも 1 人は合格する確率.

Memo / Answer

Lecture Note : 独立と排反の違い

- よく混同される概念です。
- 独立 (Independent) : 試行が別々 (コインとサイコロなど). 「かつ (∩)」は掛け算.
 - 排反 (Mutually Exclusive) : 1 つの試行の結果の分類 (偶数と奇数など). 「または (∪)」は足し算. 「同時に起こるか? (積)」と「同時には起こらないか? (和)」の違いを意識しましょう.

確認テスト A（基本）

練習 1：独立試行（サイコロ）

1 個のさいころを 2 回投げるとき、1 回目に奇数、2 回目に 3 以上の目が出る確率を求めよ。

練習 2：独立試行（合格率）

A, B の 2 人が検定試験を受ける。合格する確率はそれぞれ 0.6, 0.7 である。

- (1) 2 人とも合格する確率。
- (2) 2 人とも不合格になる確率。

Memo / Answer

確認テスト B（標準・応用）

練習 3：非復元抽出（玉）

赤玉 5 個、白玉 3 個が入った袋から、玉を 1 個ずつ続けて 2 回取り出す。ただし、取り出した玉は元に戻さない。

- (1) 1 回目に赤、2 回目に白が出る確率。
- (2) 2 回とも白が出る確率。

練習 4：くじ引き

10 本中 2 本の当たりくじが入っている。A, B の 2 人がこの順に 1 本ずつ引く（戻さない）とき、A がはずれ、B が当たる確率を求めよ。

Memo / Answer

【解答】確認テスト A

Memo / Answer

1

1 回目と 2 回目は独立.

- 1 回目が奇数 : 1, 3, 5 の 3 通り $\rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
- 2 回目が 3 以上 : 3, 4, 5, 6 の 4 通り $\rightarrow \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

よって,

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

2

(1) $0.6 \times 0.7 = \mathbf{0.42}$ ($\frac{21}{50}$)

(2) A が不合格 : $1 - 0.6 = 0.4$ B が不合格 : $1 - 0.7 = 0.3$ 2 人とも不合格は,

$$0.4 \times 0.3 = \mathbf{0.12} \left(\frac{3}{25} \right)$$

【解答】確認テスト B

Memo / Answer

3

全体 8 個 (赤 5, 白 3). 戻さないで分母が減る.

(1) 1 回目赤 : $\frac{5}{8}$. 残り 7 個 (赤 4, 白 3). 2 回目白 : $\frac{3}{7}$.

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{\mathbf{15}}{\mathbf{56}}$$

(2) 1 回目白 : $\frac{3}{8}$. 残り 7 個 (赤 5, 白 2). 2 回目白 : $\frac{2}{7}$.

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{6}{56} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{28}}$$

4

全体 10 本 (当たり 2, はずれ 8).

- A がはずれる : $\frac{8}{10}$. 残り 9 本 (当たり 2, はずれ 7).
- B が当たる : $\frac{2}{9}$.

よって,

$$\frac{8}{10} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{45}}$$