年　組　番　氏名

Introduction：条件と式の形

2 次関数を求める（係数 a, b, c などを決定する）には，与えられた条件に応じて，最も計算しやすい**「式の置き方」**を選ぶことが重要です。

式の置き方 3 パターン

(1) **頂点・軸**に関する条件があるとき

$$y = a(x-p)^2 + q \quad \text{（標準形）}$$

(2) **通る 3 点**が与えられたとき

$$y = ax^2 + bx + c \quad \text{（一般形）}$$

(3) x **軸との交点** $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ が与えられたとき

$$y = a(x-\alpha)(x-\beta) \quad \text{（分解形）}$$

例題 1：頂点・軸からの決定

次の条件を満たす 2 次関数を求めよ。

(1) 頂点が点 $(1, -2)$ で，点 $(3, 6)$ を通る。
(2) 軸が直線 $x = -1$ で，2 点 $(0, 3), (2, 15)$ を通る。

Memo / Answer

例題 2：通る 3 点からの決定

グラフが次の 3 点を通るような 2 次関数を求めよ。

$$A(-1, 0), \quad B(2, -3), \quad C(4, 5)$$

Point: $y = ax^2 + bx + c$ に代入し，a, b, c の **3 元 1 次連立方程式**を作ります。文字を 1 つずつ消去（まずは c を消すのが簡単！）して解きましょう。

Memo / Answer

連立方程式の計算テクニック

a, b, c の連立方程式は計算ミスが多発します。

(1) 式に番号を振る（①, ②, ③）。
(2) ペアを作って c を引く（② − ①, ③ − ① など）。
(3) 残った a, b の連立方程式を解く。

この手順を厳守しましょう。

例題 3：x 軸との交点からの決定

グラフが x 軸と 2 点 $(1,0),(3,0)$ で交わり，かつ点 $(0,6)$ を通るような 2 次関数を求めよ。

ヒント: x 軸との交点が $1,3 \longrightarrow y=0$ の解が $x=1,3 \longrightarrow$ 因数分解して $a(x-1)(x-3)$ の形になるはず！

Memo / Answer

例題 4：文章題形式

放物線 $y=-2x^2$ を平行移動したもので，頂点が直線 $y=x+1$ 上にあり，点 $(1,-1)$ を通る 2 次関数を求めよ。

設定の仕方: 頂点の x 座標を p とおくと，頂点は直線 $y=x+1$ 上にあるので y 座標は $p+1$ と表せる。頂点：$(p,p+1)$ 平行移動なので x^2 の係数 -2 は変わらない。

Memo / Answer

年　組　番　氏名

A 問題：基本パターンの定着

次の条件を満たす 2 次関数を求めよ。

練習 A1: 頂点の利用

頂点が点 $(2,3)$ で，点 $(4,-1)$ を通る。

練習 A2: 3 点を通る

グラフが 3 点 $(0,3),(1,0),(2,-1)$ を通る。

練習 A3: x 軸との交点

グラフが x 軸と 2 点 $(-1,0),(4,0)$ で交わり，点 $(1,-6)$ を通る。

Memo / Answer

B 問題：標準・応用

条件を数式に翻訳する練習。

練習 B1: 軸と 2 点

軸が直線 $x=2$ で，2 点 $(3,1),(0,-8)$ を通る 2 次関数を求めよ。

練習 B2: 平行移動との融合

放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ を平行移動したもので，2 点 $(-2,2),(2,-2)$ を通る 2 次関数を求めよ。

Memo / Answer

A 問題：解答

Memo / Answer

A1 頂点が $(2,3)$ なので，$y = a(x-2)^2 + 3$ とおく。点 $(4,-1)$ を通るから，

$$-1 = a(4-2)^2 + 3$$
$$-1 = 4a + 3 \iff 4a = -4 \quad \therefore a = -1$$

よって，$\boldsymbol{y = -(x-2)^2 + 3}$　$(y = -x^2 + 4x - 1)$

A2 $y = ax^2 + bx + c$ とおく。

- $(0,3)$ を通る $\to c = 3 \ldots$①
- $(1,0)$ を通る $\to a + b + c = 0 \ldots$②
- $(2,-1)$ を通る $\to 4a + 2b + c = -1 \ldots$③

①を②，③に代入して整理：

$$a + b = -3 \quad \ldots \text{羇}'$$
$$4a + 2b = -4 \iff 2a + b = -2 \quad \ldots \text{羌}'$$

③’ − ②’ より，

$$a = 1$$

②’ に代入して，

$$1 + b = -3 \quad \therefore b = -4$$

よって，$\boldsymbol{y = x^2 - 4x + 3}$

A3 x 軸との交点が $-1, 4$ なので，$y = a(x+1)(x-4)$ とおく。点 $(1,-6)$ を通るから，

$$-6 = a(1+1)(1-4)$$
$$-6 = a \cdot 2 \cdot (-3)$$
$$-6 = -6a \quad \therefore a = 1$$

よって，$\boldsymbol{y = (x+1)(x-4)}$　$(y = x^2 - 3x - 4)$

B 問題：解答

Memo / Answer

B1 軸が $x = 2$ なので，$y = a(x-2)^2 + q$ とおく。

- $(3,1)$ を通る $\to 1 = a(3-2)^2 + q \implies a + q = 1 \ldots$①
- $(0,-8)$ を通る $\to -8 = a(0-2)^2 + q \implies 4a + q = -8 \ldots$②

② − ① より，

$$3a = -9 \quad \therefore a = -3$$

① に代入して，

$$-3 + q = 1 \quad \therefore q = 4$$

よって，$\boldsymbol{y = -3(x-2)^2 + 4}$

B2 「$y = \frac{1}{2}x^2$ を平行移動したもの」なので，x^2 の係数は $\frac{1}{2}$ である。よって，求める関数は

$$y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$$

とおける。

- $(-2,2)$ を通る $\to 2 = \frac{1}{2}(-2)^2 - 2b + c \implies 2 = 2 - 2b + c \implies -2b + c = 0 \ldots$①
- $(2,-2)$ を通る $\to -2 = \frac{1}{2}(2)^2 + 2b + c \implies -2 = 2 + 2b + c \implies 2b + c = -4 \ldots$②

① + ② より，

$$2c = -4 \quad \therefore c = -2$$

① に代入して，

$$-2b - 2 = 0 \quad \therefore b = -1$$

よって，$\boldsymbol{y = \frac{1}{2}x^2 - x - 2}$