年　組　番　氏名

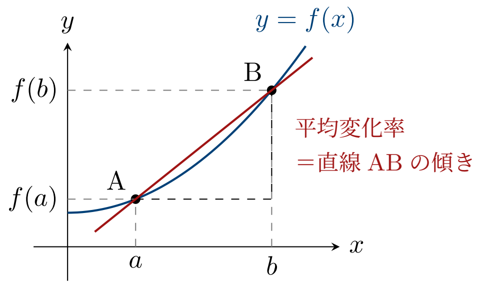
1. 平均変化率（直線の傾き）

解説

関数 $y=f(x)$ において，x が a から b まで変化するとき，

$$\frac{y\text{ の変化量}}{x\text{ の変化量}}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

を，x が a から b まで変化するときの**平均変化率**という．



これは，グラフ上の 2 点 A$(a, f(a))$，B$(b, f(b))$ を結ぶ**直線の傾き**を表す．

例題 1：平均変化率の計算

$f(x)=x^2$ について，x が 1 から 3 まで変化するときの平均変化率を求めよ．

練習 1

$f(x)=x^2$ について，次のときの平均変化率を求めよ．

(1) x が 1 から 2 まで変化するとき　　答え：________

(2) x が 1 から 1.1 まで変化するとき　　答え：________

(3) x が 1 から $1+h$ まで変化するとき　　答え：________

Memo / Answer

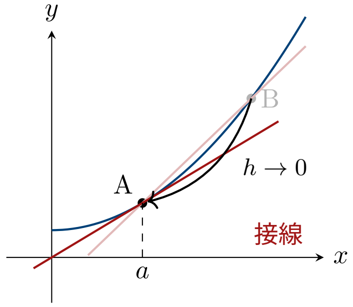
2. 微分係数（瞬間の傾き）

解説

上の練習 1 で，幅 h を限りなく 0 に近づける（b を a に近づける）と，2 点を通る直線は，点 A における**接線**に近づく．このときの極限値を，関数 $f(x)$ の $x=a$ における**微分係数**といい，$f'(a)$ で表す．

微分係数の定義

$$f'(a)=\lim_{b\to a}\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$



例題 2：定義に従って微分係数を求める

$f(x)=x^2$ の $x=1$ における微分係数 $f'(1)$ を求めよ．

3. 導関数（いつでも傾きがわかる関数）

解説

$x=a$（定数）に限らず，一般の x（変数）での微分係数を表す関数を**導関数**といい，$f'(x)$ で表す．$f(x)$ から $f'(x)$ を求めることを，**微分する**という．

導関数の定義（重要！）

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

例題 3：定義に従って微分する

$f(x)=x^2$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ．

練習 2：定義による微分

定義に従って，次の関数の導関数を求めよ．

(1) $f(x)=3x$
(2) $f(x)=x^2+x$

Memo / Answer

今回のポイント

- 平均変化率は「2 点間の直線の傾き」である．
- $h \to 0$ の極限をとると「接線の傾き（微分係数）」になる．
- 導関数 $f'(x)$ を求めれば，代入するだけで接線の傾きがわかる！

例えば，例題 3 より $f(x)=x^2$ を微分すると $f'(x)=2x$ である．これを使うと，$x=1$ のときの接線の傾きは $2\times 1=2$，$x=3$ なら $2\times 3=6$ とすぐにわかる．

練習 A：平均変化率

関数 $f(x)=x^2-3x$ について，次のような平均変化率を求めよ．

(1) x が 1 から 4 まで変化するとき
(2) x が 2 から $2+h$ まで変化するとき

練習 B：微分係数

関数 $f(x)=x^2$ について，次の微分係数を定義に従って求めよ．

(1) $f'(-2)$

練習 C：導関数の定義

次の関数を，定義に従って微分せよ（導関数を求めよ）．

(1) $f(x)=-2x$
(2) $f(x)=x^2-4x$
(3) $f(x)=x^3$　※ヒント：$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Memo / Answer