

## 【数学II】 授業プリント 2学期期末範囲 第24回 第2章 統計的な推測

### 基本事項

- 前時の活動では、示したい主張「S先生はいかさまをしている」に対して、これに反するものとして「二人の勝率に偏りはない」という主張を立てた。この主張のように、示したい主張に反するものとして立てた主張を\_\_\_\_\_といい、「S先生はイカサマをしている」など示したい主張を\_\_\_\_\_という。
- 有意水準  $\alpha$ (前時は 0.05) に対して、仮説が棄却されるような確率変数の値の範囲が定まる。このような範囲を\_\_\_\_\_という。
- 棄却域を両側にとる検定を\_\_\_\_\_, 片側にとる検定を\_\_\_\_\_という(詳しくは後で)。
- 以上を踏まえて、仮説検定の手順をまとめると、
  - 有意水準と検定方法を定める。(問題を解く際には指定されていることが多い。)
  - 帰無仮説と対立仮説を立てる。
  - 確率変数  $Z$ (検定統計量) の分布を調べる。
  - 実現値を求める。
  - 有意水準と検定方法から棄却域を決める。
  - 実現値と棄却域を比較する。
    - 実現値が棄却域に入る → 帰無仮説を棄却する → 対立仮説を採択する。
    - 実現値が棄却域に入らない → 帰無仮説は棄却されない → \_\_\_\_\_
- 対立仮説を主語にして結論を述べる。

### 全体課題(前回)

S先生とH先生がじゃんけんを100回行ったところ、S先生が61回勝った。このとき、「S先生はイカサマをしている(S先生とH先生の勝率には偏りがある)」…[I]と判断して良いか。主張[I]に反する仮説を立て、有意水準5%, 両側検定で検定せよ。

### 解答

(1) (問題文にあるから省略)

(2) S先生の勝率を  $p$  とし、

$$\text{帰無仮説} : p = 1/2, \text{ 対立仮説} : p \neq 1/2$$

と定め、帰無仮説が真であると仮定する。

(3) 帰無仮説のもとで、S先生が勝つ回数  $X$  は、二項分布  $B(100, 1/2)$  に従う。したがって、期待値  $m$  と標準偏差  $\sigma$  は

$$m = 100 \cdot 1/2 = 50, \quad \sigma = \sqrt{100 \cdot 1/2 \cdot 1/2} = 5.$$

よって  $Z = \frac{X - 50}{5}$  とおくと、 $Z$  は標準正規分布  $N(0, 1)$  に従う確率変数になる。

$$(4) X = 61 \text{ を代入すると}, Z = \frac{61 - 50}{5} = 2.2.$$

(5) 今、有意水準5%, 両側検定であるから、 $Z$  の棄却域は  $|Z| \geq 1.96$  つまり  $Z \leq -1.96$  または  $1.96 \leq Z$ .

(6)  $Z = 2.2$  は棄却域に含まれるから、帰無仮説を棄却する。

(7) したがって、S先生はイカサマをしたと判断できる。

### 練習 35

ある種子の発芽率は従来 75% であったが、品種改良した新しい種子から無作為に 300 個を抽出して種をまいたところ、237 個が発芽した。品種改良によって発芽率は上がったと判断して良いか。有意水準 5%，片側検定で検定せよ。

解答

母集団の発芽率を  $p$  とし、

$$\text{帰無仮説} : p = 3/4, \quad \text{対立仮説} : p > 3/4$$

と定め、帰無仮説が真であると仮定する。

帰無仮説のもとで、種子の発芽数  $X$  は二項分布  $B(300, 3/4)$  に従う。したがって、 $X$  の期待値  $m$ 、標準偏差  $\sigma$  は

$$m = 300 \times \frac{3}{4} = 225, \quad \sigma = \sqrt{300 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}.$$

よって  $Z = \frac{X - 225}{\frac{15}{2}}$  とおくと、 $Z$  は標準正規分布  $N(0, 1)$  に従う確率変数になる。

$X = 237$  を代入すると、 $Z = \frac{16}{10} = 1.6$ 。

今、有意水準 5%，片側検定であるから、 $Z$  の棄却域は  $Z \geq 1.645$ 。

$Z = 1.6$  は棄却域に含まれないから、帰無仮説は棄却されない。

以上より、発芽率が上がったとは判断できない。