年　組　番　氏名

1. 整式の除法

商と余りの関係

整式 A を整式 B で割ったときの商を Q, 余りを R とすると, 次の等式が成り立つ.

$$A = BQ + R$$

注意点:

- (余り R の次数) $<$ (割る式 B の次数)
- 割り切れるとき, $R = 0$ となり, $A = BQ$ と表せる.

例題 1（整式の割り算）

整式 $A = x^3 - 4x^2 + 5$ を 整式 $B = x - 3$ で割った商と余りを求めよ. また, $A = BQ + R$ の形で表せ.

Memo / Answer

練習 1

次の整式 A を整式 B で割った商と余りを求めよ.

(1) $A = 2x^3 - x^2 + 1, \quad B = x^2 + 1$

Memo / Answer

2. 分数式の乗法・除法・加法・減法

計算の Point

(1) **乗法・除法**: まず**因数分解**し, 約分して簡単な形にする.

(2) **加法・減法**: 分母が異なるときは, **通分**する.

$$\frac{A}{C}+\frac{B}{C}=\frac{A+B}{C},\quad \frac{A}{B}+\frac{C}{D}=\frac{AD+BC}{BD}$$

例題 2（分数式の計算）

次の計算をせよ.

(1) $\dfrac{x^2-1}{x^2-x-6}\times\dfrac{x-3}{x-1}$

(2) $\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{1}{x-2}$

Memo / Answer

3. 恒等式とは

恒等式 vs 方程式

- **方程式**: 特定の x の値についてのみ成り立つ等式.
  - 例: $2x-4=0$ 　($x=2$ のときのみ真)
- **恒等式**: どのような x の値を代入しても成り立つ等式.
  - 例: $(x+1)^2=x^2+2x+1$ 　(展開公式はすべて恒等式)
  - 例: $\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$ 　(右辺を通分すると左辺になる)

例題 3（恒等式の係数決定）

等式 $ax^2+(b-1)x+c=2x^2+3x-1$ が x についての恒等式となるように, 定数 a, b, c の値を定めよ.

Memo / Answer

年　組　番　氏名

4. 応用：部分分数分解

分数を「分ける」テクニック

分数式の計算において，複雑な分数を「単純な分数の和・差」に分解することを**部分分数分解**という．特に次の形はよく用いられる（数列や積分で重要）．

$$\frac{1}{A \times B} = \frac{1}{B - A}\left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B}\right)$$

例題 4（部分分数分解）

次の等式が恒等式となるように，定数 a, b の値を定めよ．

$$\frac{2}{x(x+2)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+2}$$

Memo / Answer

年　組　番　氏名

確認テスト

練習 A1（整式の除法）

整式 $A = 3x^3 - 5x + 2$ を 整式 $B = x^2 - 2$ で割った商と余りを求めよ．

練習 A2（分数式の計算）

次の計算をせよ．

(1) $\dfrac{x^2-4}{2x+4} \times \dfrac{4x}{x^2-2x}$

(2) $\dfrac{2x}{x^2-1} - \dfrac{1}{x-1}$

Memo / Answer

練習 B1（繁分数式）

次の式を簡単にせよ．

$$1 - \cfrac{1}{1 - \frac{1}{x+1}}$$

Hint

分母の $1 - \dfrac{1}{x+1}$ から順に計算する．あるいは，分母と分子に $(x+1)$ を掛けて一気に解消する方法もある．

練習 B2（恒等式と部分分数分解）

次の等式が x についての恒等式となるように，定数 a, b, c の値を定めよ．

$$\frac{1}{x(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x(x+1)} + \frac{b}{(x+1)(x+2)}$$

また，この結果を利用して $\dfrac{c}{x} + \dfrac{d}{x+1} + \dfrac{e}{x+2}$ の形に分解せよ．

Memo / Answer