

Introduction：展開の逆，それが因数分解

因数分解とは，バラバラの多項式を「積（掛け算）の形」に戻すことです。

$$\underbrace{x^2 - 5x + 6}_{\text{和の形}} \xrightarrow{\text{因数分解}} \underbrace{(x - 2)(x - 3)}_{\text{積の形}}$$

ポイントはただ一つ。「展開の公式を逆に使う」ことです。特に高校数学では， x^2 に係数がついた因数分解（たすき掛け）が必須となります。

基本公式の復習（中学レベル+ α）

- (1) 共通因数でくくる： $MA + MB = M(A + B)$
- (2) 2乗の公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
- (3) 2乗引く2乗： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- (4) 足して掛けて： $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$

鉄則：まずは共通因数がないか確認する！

例題 1：基本の因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1) $2x^2y - 6xy^2$
- (2) $x^2 - 8x + 16$
- (3) $x^2 + 5x - 6$

Check: (1) 数字の「2」も共通因数です。(3) 「掛けて -6，足して 5」になるペアを探します。

Memo / Answer

必殺技：たすき掛け

x^2 の係数が 1 でないとき $(acx^2 + (ad + bc)x + bd)$ は，次の手順で因数分解します。

$$2x^2 + 7x + 3 \rightarrow (2x + 1)(x + 3)$$

acx^2

a

c

bd

b

d

$(ad + bc)x$

ad

bc

\longrightarrow

$ad + bc$

$2x^2 + 7x + 3$

2

1

1

3

\longrightarrow

1

6

$\frac{6}{7}$

$\Rightarrow (2x + 1)(1x + 3)$

一致すれば OK!

例題 2：たすき掛けの基本

次の式を因数分解せよ。

$$3x^2 + 7x + 2$$

考え方:

- (1) 掛けて 3 になる組み合わせ：(1, 3)
- (2) 掛けて 2 になる組み合わせ：(1, 2), (-1, -2)

これらを組み合わせて，クロスして足した結果が「7」になるものを探します。

Memo / Answer

たすき掛けのコツ：符号と順序

- 定数項が「正」→ 両方プラス または 両方マイナス
- 定数項が「負」→ 片方がプラス，片方がマイナス

失敗しても消しゴムで消さずに，別の組み合わせを横に書くと発見が早くなります。

例題 3：定数項が負の場合

次の式を因数分解せよ。

$$2x^2 + x - 6$$

考え方: 掛けて 2 → (1, 2) 掛けて -6 → (1, -6), (-1, 6), (2, -3), (-2, 3) ... 候補が多いですが，足して「+1」になるので，近い数字同士の組み合わせが怪しいです。

Memo / Answer

例題 4：係数が大きい場合

次の式を因数分解せよ。

$$6x^2 - 13x + 6$$

ヒント: 掛けて 6 は (1, 6) か (2, 3)。真ん中が -13 なので，定数項のペアは両方マイナスです。

Memo / Answer

A 問題：基礎の定着

練習 A1: 基本公式

次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2 - 10x + 25$
- (2) $x^2 - 9y^2$
- (3) $x^2 + 4x - 21$

練習 A2: たすき掛け（基本）

次の式を因数分解せよ。

- (1) $2x^2 + 5x + 2$
- (2) $3x^2 - 5x + 2$
- (3) $2x^2 + 5x - 3$

Memo / Answer

B 問題：標準・応用

練習 B1: たすき掛け（標準）

次の式を因数分解せよ。

- (1) $4x^2 + 8x - 5$
- (2) $6x^2 - 7x - 3$

練習 B2: いろいろな因数分解

次の式を因数分解せよ。

- (1) $3a^2 - 12b^2$ （まずくくる！）
- (2) $(x + 1)^2 - 3(x + 1) - 10$ （置き換え）
- (3) $abx^2 - (a^2 + b^2)x + ab$

Memo / Answer

A 問題：解答

Memo / Answer

A1

- (1) $(x - 5)^2$
掛けて 25, 足して -10。
- (2) $(x + 3y)(x - 3y)$
2 乗引く 2 乗。
- (3) $(x + 7)(x - 3)$
掛けて -21, 足して +4 $\rightarrow (7, -3)$ 。

A2

- (1) $(2x + 1)(x + 2)$
- | | | |
|---|---|-----------------|
| 2 | 1 | $\rightarrow 1$ |
| 1 | 2 | $\rightarrow 4$ |
| | | 5 |
- (2) $(3x - 2)(x - 1)$
- | | | |
|---|----|------------------|
| 3 | -2 | $\rightarrow -2$ |
| 1 | -1 | $\rightarrow -3$ |
| | | -5 |
- (3) $(2x - 1)(x + 3)$
- | | | |
|---|----|------------------|
| 2 | -1 | $\rightarrow -1$ |
| 1 | 3 | $\rightarrow 6$ |
| | | 5 |

B 問題：解答

Memo / Answer

B1

- (1) $(2x + 5)(2x - 1)$
- | | | |
|---|----|------------------|
| 2 | 5 | $\rightarrow 10$ |
| 2 | -1 | $\rightarrow -2$ |
| | | 8 |
- ※ $4x^2$ を 1×4 で分けると失敗します。
- (2) $(2x - 3)(3x + 1)$
- | | | |
|---|----|------------------|
| 2 | -3 | $\rightarrow -9$ |
| 3 | 1 | $\rightarrow 2$ |
| | | -7 |

B2

- (1) 共通因数 3 でくくる。
- $$3(a^2 - 4b^2) = 3(a + 2b)(a - 2b)$$
- (2) $x + 1 = A$ と置く。
- $$A^2 - 3A - 10 = (A - 5)(A + 2)$$
- 元に戻して,
- $$(x + 1 - 5)(x + 1 + 2) = (x - 4)(x + 3)$$
- (3) 文字定数のたすき掛け。
- | | | |
|------|------|--------------------|
| ax | $-a$ | $\rightarrow -a^2$ |
| bx | $-b$ | $\rightarrow -b^2$ |
| | | $-(a^2 + b^2)$ |
- よって, $(ax - b)(bx - a)$