

xVA Calculation Engine

Calcul des Ajustements de Valorisation et Capital Réglementaire

Projet xVA - Équipe de 5

Master Finance

Plan de la Présentation

Partie 1 - Application & Démo

Interface Streamlit, workflow, résultats

Partie 2 - Modèles de Marché

Ornstein-Uhlenbeck, GBM, corrélations

Partie 3 - Instruments & Pricing

IRS, FX Forward, valorisation

Partie 4 - Exposition & Collatéral

EPE, ENE, PFE, VM, IM

Partie 5 - xVA & Réglementaire

CVA, DVA, FVA, MVA, KVA, SA-CCR

 Durée totale : 25-30 min



Partie 1 : Application & Démo

xVA = Coûts cachés des produits dérivés

Quand une banque fait un trade, le prix "théorique" ne suffit pas.
Il faut ajouter des **ajustements** pour les vrais risques.

Coûts :

- **CVA** – Risque de défaut contrepartie
- **FVA** – Coût de financement
- **MVA** – Coût des marges
- **KVA** – Coût du capital réglementaire

Bénéfice :

- **DVA** – "Gain" si nous faisons défaut

Formule Clé

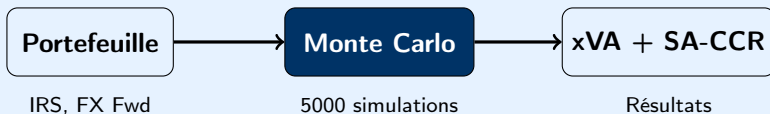
$$\text{Total} = \text{CVA} - \text{DVA} + \text{FVA} + \text{MVA} + \text{KVA}$$

Problème

Calculer les xVA à la main est **impossible** :

- Simuler des **milliers de scénarios** futurs
- Calculer l'exposition à **chaque date**
- Appliquer le **collatéral**
- Intégrer les **probabilités de défaut**

Solution : Notre Application



Stack Technique

- **Python 3.11+**
- **NumPy / Pandas** – Calculs
- **Streamlit** – Interface web
- **Plotly** – Graphiques
- **Pydantic** – Validation

Modèles

- **Ornstein-Uhlenbeck** – Taux
- **GBM** – FX
- **Monte Carlo** – Simulation


Architecture

```
xva-project/  
  xva_core/  
    market/ (P2)  
    instruments/ (P3)  
    exposure/ (P4)  
    collateral/ (P4)  
    xva/ (P5)  
    reg/ (P5)  
  xva_app/ (P1)  
  tests/
```

Partie 1 | Interface : Les 9 Onglets

 Portfolio

Définir trades

 Exposure


EPE, ENE, PFE

\$ xVA

Breakdown xVA

 SA-CCR


Capital régl.

 Calibration

Calibrer

 Stress Test

Scénarios

 Sensitivités

Greeks

 Méthodologie

Formules

 Export

Excel/CSV

Workflow

Portfolio → Run → Exposure → xVA → SA-CCR → Export

↔ Interest Rate Swaps

#	Notionnel	Taux	Mat.
1	10M\$	2.5%	5Y
2	15M\$	2.0%	3Y
3	8M\$	3.0%	7Y

Swap 1 & 3 : pay fixed / Swap 2 : receive fixed

€ FX Forwards

#	Notionnel	Strike	Mat.
1	5M EUR	1.12	1Y
2	3M EUR	1.08	2Y

Fwd 1 : buy EUR / Fwd 2 : sell EUR

Notionnel Total \approx 44 M\$



Démonstration en direct

```
streamlit run xva_app/app.py
```



Run

5000 paths, 5 ans



Exposure

EPE avec/sans collat



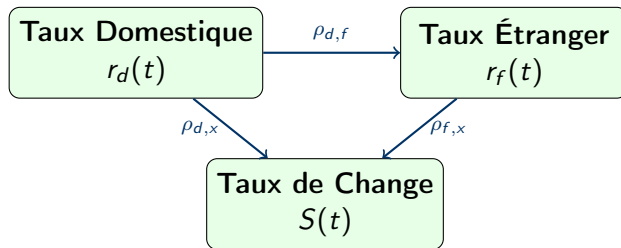
\$ xVA

Breakdown complet



Partie 2 : Modèles de Marché

Partie 2 | Vue d'Ensemble : Quels Facteurs Simuler ?



3 facteurs corrélés \rightarrow Matrice de corrélation 3×3

Fichiers concernés

xva_core/market/ : `ir_model.py`, `fx_model.py`, `correlation.py`, `curve.py`

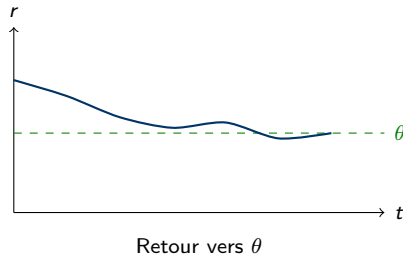
Partie 2 | Modèle de Taux : Ornstein-Uhlenbeck (Vasicek)

Équation Différentielle Stochastique

$$dr_t = \kappa(\theta - r_t) dt + \sigma dW_t$$

Paramètres :

- r_t = taux court à l'instant t
- κ = vitesse de retour à la moyenne
- θ = taux moyen long terme
- σ = volatilité
- dW_t = mouvement brownien



Valeurs par défaut

$\kappa = 0.10$ | $\theta = 2\%$ | $\sigma = 100$ bps

Équation Différentielle Stochastique

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_d - r_f) dt + \sigma dW_t$$

Paramètres :

- S_t = taux de change (ex : EUR/USD)
- $r_d - r_f$ = différentiel de taux
- σ = volatilité FX

Valeurs par défaut :

$S_0 = 1.10$ | $\sigma_{FX} = 12\%$

Log-Euler (simulation)

$$S_{t+\Delta t} = S_t \exp \left[\left(r_d - r_f - \frac{\sigma^2}{2} \right) \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t} Z \right]$$

où $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$

Matrice de Corrélation

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{d,f} & \rho_{d,x} \\ \rho_{d,f} & 1 & \rho_{f,x} \\ \rho_{d,x} & \rho_{f,x} & 1 \end{pmatrix}$$

Valeurs typiques :

- $\rho_{d,f} = 0.7$ (taux corrélés)
- $\rho_{d,x} = -0.3$ (taux $\uparrow \Rightarrow$ devise \downarrow)
- $\rho_{f,x} = 0.4$

Méthode :

- 1 Générer Z_1, Z_2, Z_3 indépendants
 - 2 Décomposer $C = LL^T$
 - 3 Calculer $\tilde{Z} = L \cdot Z$
- $\Rightarrow \tilde{Z}$ a la corrélation voulue

Validation

La matrice doit être **définie positive** (toutes les valeurs propres > 0)

✓ Hypothèses

- **Mesure risque-neutre**
- Taux peuvent être négatifs (OU)
- Volatilités constantes
- Pas de sauts
- Corrélations constantes

⚙ Paramètres Simulation

- **Paths** : 5000
- **Horizon** : 5 ans
- **Pas** : trimestriel (20 steps)
- **Seed** : 42 (reproductibilité)

Extensions possibles

- Structure par terme de volatilité
- Modèles à sauts (jump-diffusion)
- Corrélations stochastiques



Partie 3 : Instruments & Pricing



Interest Rate Swap (IRS)

Échange taux fixe \leftrightarrow variable



FX Forward

Achat/vente devise à terme

Fichiers concernés

`xva_core/instruments/` : `base.py`, `irs.py`, `fxforward.py`

Principe

À chaque date t , le swap a une valeur = différence entre les deux jambes

Jambe Fixe :

$$PV_{fix} = N \times K \times \sum_i \tau_i \times DF(t, T_i)$$

- N = notionnel
- K = taux fixe
- τ_i = fraction d'année
- DF = facteur d'actualisation

Jambe Variable :

$$PV_{float} \approx N \times [1 - DF(t, T)]$$

Valeur du Swap (pay fixed) :

$$MTM = PV_{float} - PV_{fix}$$

Signe

Pay fixed : $MTM > 0$ si taux montent / **Receive fixed :** $MTM > 0$ si taux baissent

Principe

Accord pour échanger des devises à une date future au taux K (strike)

Formule de Valorisation

$$MTM = N_f \times S(t) \times DF_f(t, T) - N_f \times K \times DF_d(t, T)$$

Paramètres :

- N_f = notionnel en devise étrangère
- $S(t)$ = spot à l'instant t
- K = strike (taux forward)
- DF_d, DF_f = discount factors

Exemple :

$N_f = 5M$ EUR, $K = 1.12$

Si $S(t) = 1.15$ et $DF \approx 0.98$:

$$MTM \approx 5M \times (1.15 - 1.12) \times 0.98$$

$$MTM \approx 147\,000 \text{ USD}$$

✓ Tests de Cohérence

Test	Attendu	Vérifié ?
IRS at-the-money à $t = 0$	MTM ≈ 0	✓
Vol = 0	MTM = valeur déterministe	✓
Taux \uparrow	MTM pay-fixed \uparrow	✓
FX spot \uparrow	MTM buy-foreign \uparrow	✓
Maturité atteinte	MTM $\rightarrow 0$	✓

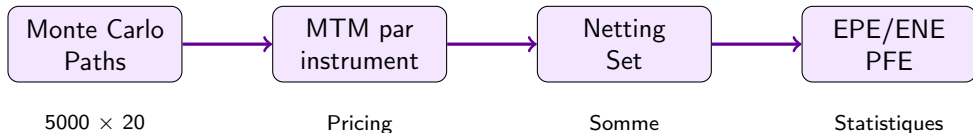
Ordre de Grandeur

Pour un swap 10M\$ à 5 ans avec vol = 100 bps :

MTM typique : $\pm 200k - 500k$ USD (quelques % du notionnel)



Partie 4 : Exposition & Collatéral



Fichiers concernés

xva_core/exposure/ : simulator.py, netting.py, metrics.py

xva_core/collateral/ : vm.py, im.py

Partie 4 | Métriques d'Exposition

EPE

Expected Positive Exposure

$$EPE(t) = \mathbb{E}[\max(V_t, 0)]$$

Moyenne quand on est "gagnant"

ENE

Expected Negative Exposure

$$ENE(t) = \mathbb{E}[\max(-V_t, 0)]$$

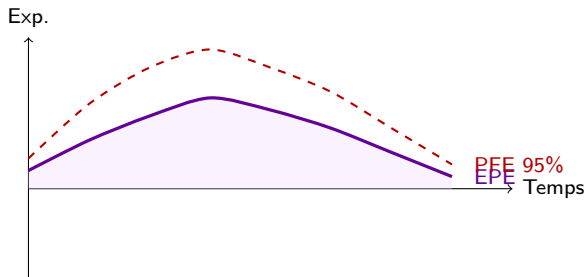
Moyenne quand on est "perdant"

PFE

Potential Future Exposure

$$PFE_{95\%}(t) = Q_{95\%}[V_t^+]$$

Pire cas (quantile)



Principe du Netting

Sous un accord ISDA, si la contrepartie fait défaut, on compense tous les trades.

Sans netting : Exposition = somme des MTM positifs

Avec netting : Exposition = $\max(\text{somme de tous les MTM}, 0)$

Exemple :

- Trade 1 : MTM = +500k
- Trade 2 : MTM = -300k
- Trade 3 : MTM = +200k

Sans netting : $500k + 200k = 700k$

Avec netting : $500k - 300k + 200k = 400k$

Net-to-Gross Ratio

$$NGR = \frac{\text{Net Exposure}}{\text{Gross Exposure}}$$

Dans l'exemple : $NGR = \frac{400}{700} = 57\%$

⇒ Réduction de 43% grâce au netting

Principe

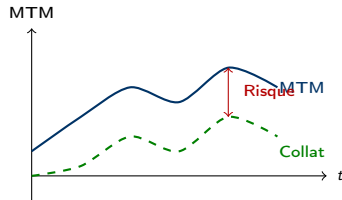
Échange quotidien de collatéral pour couvrir le MTM courant

Paramètres :

- **Threshold** : seuil d'appel (ex : 1M\$)
- **MTA** : montant min de transfert (ex : 100k\$)
- **MPR** : période de risque (ex : 10 jours)

Logique :

- 1 Si $|MTM - Collat| > Threshold$
- 2 Et si variation $> MTA$
- 3 Alors appel de marge



Principe

Collatéral supplémentaire pour couvrir le risque pendant le MPR

Pourquoi ?

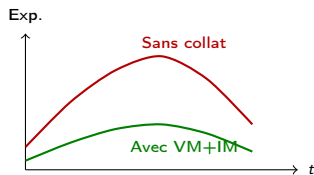
Pendant les 10 jours du MPR, le marché bouge mais pas le collatéral VM.

Calcul simplifié :

$$IM \approx k \times EPE$$

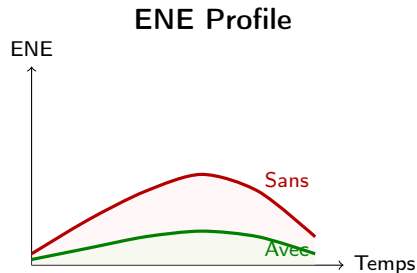
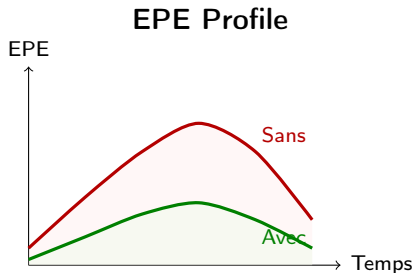
où $k \approx 1.5$ (multiplicateur)

Impact sur l'exposition :



Réduction typique : 50-70%

Impact du collatéral sur les profils d'exposition



Le collatéral réduit l'exposition de 50-60%



Partie 5 : xVA & Réglementaire

xVA	Nom Complet	Input Principal	Type
CVA	Credit VA	EPE + PD contrepartie	Coût
DVA	Debt VA	ENE + PD propre	Bénéfice
FVA	Funding VA	EPE + spread funding	Coût
MVA	Margin VA	IM + spread funding	Coût
KVA	Capital VA	EAD + coût du capital	Coût

Formule Totale

$$\text{Total xVA} = \text{CVA} - \text{DVA} + \text{FVA} + \text{MVA} + \text{KVA}$$

Fichiers concernés

xva_core/xva/ : cva.py, dva.py, fva.py, mva.py, kva.py

xva_core/reg/ : saccr.py

Définition

Coût du risque que la **contrepartie fasse défaut**

Formule

$$CVA = \sum_{i=1}^n DF(t_i) \times EPE(t_i) \times LGD \times \Delta PD(t_i)$$

Inputs :

- $EPE(t_i)$: exposition positive
- LGD : loss given default (60%)
- ΔPD : prob. défaut incrémentale
- DF : facteur d'actualisation

Hazard Rate λ :

$$S(t) = e^{-\lambda t}$$

$$\Delta PD(t_i) = S(t_{i-1}) - S(t_i)$$

Typiquement : $\lambda = 1 - 2\%$ p.a.

DVA

"Bénéfice" de notre propre risque

$$DVA = \sum DF \times ENE \times LGD_{own} \times \Delta PL$$

Soustrait du total

FVA

Coût de financement de l'exposition

$$FVA = \sum DF \times EPE \times s_f \times \Delta t$$

s_f = spread funding (100 bps)

MVA

Coût de financement de l'IM

$$MVA = \sum DF \times IM \times s_f \times \Delta t$$

IM = Initial Margin

KVA

$$KVA = \sum_i DF(t_i) \times K(t_i) \times CoC \times \Delta t$$

où $K = \beta \times EAD$ (capital = ratio \times exposition), $CoC = 10\%$

Objectif

Calculer l'**Exposure at Default (EAD)** pour le capital réglementaire (Bâle III)

Formule SA-CCR

$$EAD = \alpha \times (RC + PFE)$$

Composantes :

- $\alpha = 1.4$ (multiplicateur Bâle)
- $RC = \text{Replacement Cost} = \max(\text{MTM} - C, 0)$
- $PFE = \text{multiplier} \times \text{AddOn}$

Supervisory Factors :

- Taux d'intérêt : **0.5%**
- FX : **4%**
- Actions : **32%**
- Commodities : **18%**

Portefeuille : 1 IRS 10M\$ (5Y) + 1 FX Fwd 5M EUR, MTM = +800k, pas de collat

1. Replacement Cost

$$RC = \max(800\,000 - 0, 0) = 800\,000$$

2. Add-On IRS (SF = 0.5%, MF = $\sqrt{5} = 2.24$)

$$AddOn_{IR} = 10\,000\,000 \times 0.5\% \times 2.24 = 111\,803$$

3. Add-On FX (SF = 4%)

$$AddOn_{FX} = 5\,500\,000 \times 4\% = 220\,000$$

4. EAD

$$EAD = 1.4 \times (800\,000 + 111\,803 + 220\,000) = \boxed{1\,584\,524}$$

✓ Ce qu'on couvre (Bâle III)

- **SA-CCR** pour EAD
- Expositions dérivés OTC
- Netting agreements
- Collatéral (VM + IM)
- Supervisory factors standards

→ Enjeux "Bâle IV" (2025+)

- **Output floor** : RWA min = 72.5% du standard
- Révision des modèles internes
- FRTB pour risque de marché
- CVA capital charge renforcé

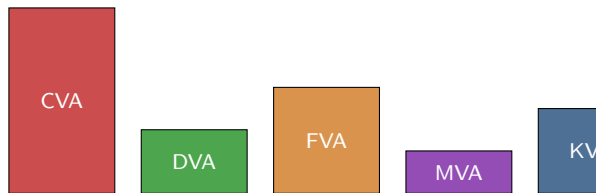
Impact sur les xVA

Bâle IV \Rightarrow Plus de capital requis \Rightarrow KVA plus élevé \Rightarrow Coût des dérivés \uparrow

Exemple de Résultats

Composante	Valeur
CVA	+45,000 \$
DVA	-15,000 \$
FVA	+25,000 \$
MVA	+10,000 \$
KVA	+20,000 \$
Total xVA	+85,000 \$

≈ 19 bps sur 44M\$ de notionnel



CVA = composante principale (50%)

✓ Ce que fait notre application

- 1 **Simule** les marchés (Monte Carlo, OU, GBM)
- 2 **Valorise** les instruments (IRS, FX Forward)
- 3 **Calcule** les expositions (EPE, ENE, PFE)
- 4 **Applique** le collatéral (VM, IM)
- 5 **Produit** les xVA (CVA, DVA, FVA, MVA, KVA)
- 6 **Calcule** le capital réglementaire (SA-CCR)

Questions ?