

Comprendre les xVA

De Zéro à la Maîtrise

Cours Complet avec Exemples Simples

Ce que tu vas apprendre :

Produits dérivés • Risque de contrepartie • Exposition
Collatéral • Monte Carlo • CVA, DVA, FVA, MVA, KVA • SA-CCR

Préparation à la présentation de l'application xVA Calculator

19 janvier 2026

Table des matières

1 Les Bases : C'est quoi un Produit Dérivé ?

1.1 Définition Simple

Produit Dérivé

Un **produit dérivé** est un contrat financier dont la valeur **dépend** (dérive) d'un autre actif appelé "sous-jacent".

Exemples de sous-jacents :

- Taux d'intérêt (ex : Euribor, OIS)
- Taux de change (ex : EUR/USD)
- Actions (ex : CAC40)
- Matières premières (ex : pétrole)

1.2 Les Deux Produits de Notre Application

Notre application gère deux types de produits dérivés :

1.2.1 1. Le Swap de Taux d'Intérêt (IRS)

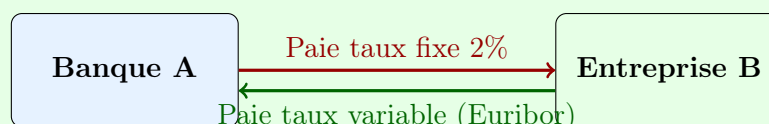
Interest Rate Swap (IRS)

Un **swap de taux** est un accord entre deux parties pour **échanger des flux d'intérêts** pendant une certaine durée.

- Une **partie paie un taux fixe** (ex : 2% par an)
- L'autre **partie paie un taux variable** (ex : Euribor)

Exemple : Swap de Taux

Situation : Banque A et Entreprise B signent un swap sur 10 millions d'euros pendant 5 ans.



Chaque année :

- Banque A paie : $10\,000\,000 \times 2\% = 200\,000$ EUR (fixe)
- Entreprise B paie : $10\,000\,000 \times \text{Euribor}$ (variable)

Si Euribor = 1.5% : Banque A paie 200k, reçoit 150k \Rightarrow perd 50k

Si Euribor = 3% : Banque A paie 200k, reçoit 300k \Rightarrow gagne 100k

1.2.2 2. Le Forward de Change (FX Forward)

FX Forward

Un **forward de change** est un accord pour **échanger des devises à une date future** à un taux fixé aujourd'hui.

Exemple : FX Forward

Situation : Aujourd'hui, le taux EUR/USD est 1.10 (1 EUR = 1.10 USD). Une entreprise française signe un forward pour acheter 1 million d'EUR dans 1 an au taux de 1.12.

Dans 1 an : L'entreprise paiera **1,120,000 USD** pour recevoir **1,000,000 EUR**

Dans 1 an, si EUR/USD = 1.20 :

- Prix marché : 1,200,000 USD pour 1M EUR
- Prix forward : 1,120,000 USD pour 1M EUR
- **Gain : 80,000 USD** (on achète moins cher que le marché)

Dans 1 an, si EUR/USD = 1.05 :

- Prix marché : 1,050,000 USD pour 1M EUR
- Prix forward : 1,120,000 USD pour 1M EUR
- **Perte : 70,000 USD** (on achète plus cher que le marché)

2 Le Risque de Contrepartie

2.1 C'est quoi le Risque de Contrepartie ?

Risque de Contrepartie

Le **risque de contrepartie** est le risque que l'autre partie du contrat **fasse défaut** (faillite) et ne puisse pas honorer ses obligations.

Exemple : Illustration du Risque

Tu as un swap avec la banque XYZ. Le swap vaut +500,000 EUR pour toi (la banque te doit de l'argent).

Scénario 1 : Tout va bien

La banque XYZ paie ce qu'elle doit. Tu reçois tes 500,000 EUR.

Scénario 2 : La banque fait faillite

La banque XYZ fait défaut. Tu ne reçois que 40% de ce qu'on te doit (taux de recouvrement).

Tu perds : $500\,000 \times (1 - 40\%) = 300\,000$ EUR

Point Clé

Le risque de contrepartie n'existe que si le contrat a une **valeur positive pour nous**. Si le contrat vaut -500,000 EUR (nous devons de l'argent), c'est **l'autre** qui a un risque sur nous !

2.2 Deux Termes Importants

LGD - Loss Given Default

LGD (Loss Given Default) = Perte en cas de défaut.

C'est le pourcentage qu'on perd si la contrepartie fait faillite.

$$\text{LGD} = 1 - \text{Taux de Recouvrement}$$

Exemple : Si on récupère 40% en cas de faillite, $\text{LGD} = 60\%$.

Hazard Rate (Taux de Défaut)

Le **hazard rate** (λ) est la probabilité **instantanée** de défaut.

Exemple simplifié : $\lambda = 1.2\%$ par an signifie environ 1.2% de chance de défaut chaque année.

La **probabilité de survie** jusqu'au temps t est :

$$S(t) = e^{-\lambda \times t}$$

Exemple : Calcul de Probabilité de Survie

Contrepartie avec $\lambda = 2\%$ par an.

Probabilité de survie à 5 ans :

$$S(5) = e^{-0.02 \times 5} = e^{-0.10} \approx 90.5\%$$

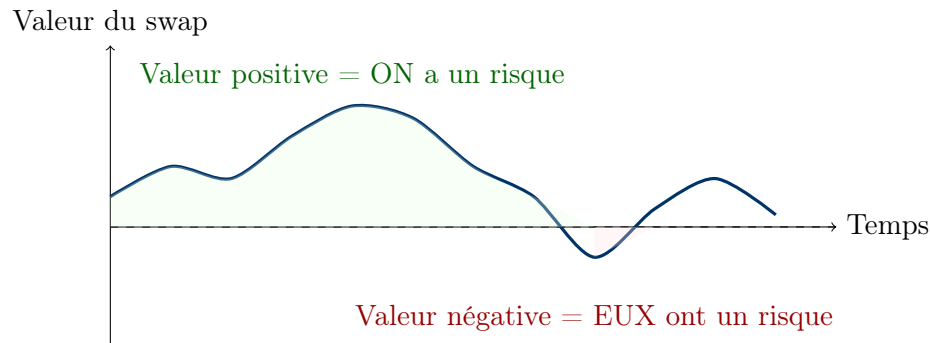
Probabilité de défaut dans les 5 ans :

$$PD(5) = 1 - S(5) = 1 - 90.5\% = 9.5\%$$

3 L'Exposition : Combien On Peut Perdre ?

3.1 Le Problème

La valeur d'un dérivé **change tous les jours** car les taux bougent. Donc notre risque change aussi !



3.2 Les Métriques d'Exposition

Comme on ne sait pas ce que le futur nous réserve, on **simule des milliers de scénarios** et on calcule des statistiques.

EPE - Expected Positive Exposure

EPE = Exposition Positive Moyenne

C'est la **moyenne** de notre exposition quand elle est positive (= quand on a un risque).

$$EPE(t) = \mathbb{E}[\max(V_t, 0)]$$

En français : "En moyenne, combien nous doit la contrepartie à la date t ?"

ENE - Expected Negative Exposure

ENE = Exposition Négative Moyenne

C'est la **moyenne** de notre exposition quand elle est négative (= quand c'est nous qui devons).

$$ENE(t) = \mathbb{E}[\max(-V_t, 0)]$$

En français : "En moyenne, combien devons-nous à la contrepartie à la date t ?"

PFE - Potential Future Exposure

PFE = Exposition Future Potentielle

C'est l'exposition dans le **pire des cas** (souvent 95% ou 99%).

$$PFE_{95\%}(t) = \text{Quantile}_{95\%}[\max(V_t, 0)]$$

En français : "Dans 95% des scénarios, notre exposition sera inférieure à cette valeur."

Exemple : Comprendre EPE

On simule 1000 scénarios pour un swap. À la date $t = 2$ ans, voici les valeurs du swap :

Scénario	Valeur du swap
1	+500,000
2	-200,000
3	+800,000
...	...
1000	+300,000

Supposons que parmi les 1000 scénarios :

- 600 ont une valeur positive (moyenne des positifs = +400,000)
- 400 ont une valeur négative (moyenne des négatifs = -250,000)

Calculs :

- $EPE = \frac{600 \times 400\,000 + 400 \times 0}{1000} = 240\,000 \text{ EUR}$
- $ENE = \frac{600 \times 0 + 400 \times 250\,000}{1000} = 100\,000 \text{ EUR}$
- $PFE_{95\%} = \text{la 950ème plus grande valeur positive}$

4 La Simulation Monte Carlo

4.1 Pourquoi Simuler ?

Le Problème

On ne connaît pas le futur ! Les taux d'intérêt et le taux de change peuvent aller dans n'importe quelle direction.

Solution : On simule des **milliers de futurs possibles** et on fait des statistiques.

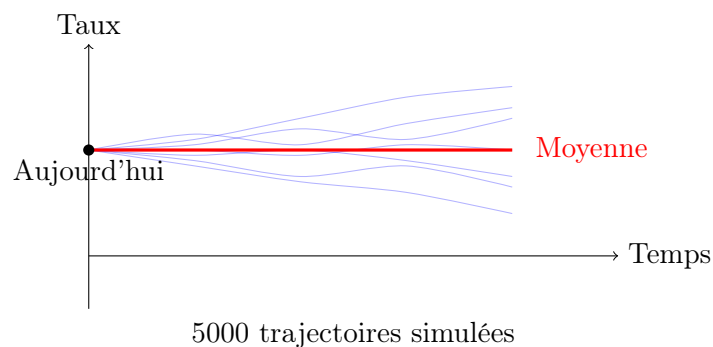
4.2 Comment ça Marche ?

Simulation Monte Carlo

Monte Carlo = Générer des milliers de scénarios aléatoires pour estimer des valeurs qu'on ne peut pas calculer exactement.

Dans notre cas :

1. On génère 5000 trajectoires possibles des taux d'intérêt
2. On génère 5000 trajectoires possibles du taux de change
3. Pour chaque trajectoire, on calcule la valeur du portefeuille à chaque date
4. On fait la moyenne pour obtenir EPE, ENE, etc.



4.3 Les Modèles Utilisés

4.3.1 Pour les Taux d'Intérêt : Ornstein-Uhlenbeck

Formule : Modèle Ornstein-Uhlenbeck (Vasicek)

$$dr = \kappa(\theta - r) dt + \sigma dW$$

Paramètres :

- r = taux d'intérêt actuel
- κ = vitesse de retour à la moyenne (ex : 0.1)
- θ = taux moyen long terme (ex : 2%)
- σ = volatilité (ex : 1%)
- dW = choc aléatoire (mouvement brownien)

Exemple : Intuition du Modèle OU

Si le taux actuel est 3% et $\theta = 2\%$:

Le terme $\kappa(\theta - r) = \kappa(2\% - 3\%) < 0$ va **tirer le taux vers le bas**.

⇒ Le modèle OU fait que les taux **reviennent vers leur moyenne** à long terme.

C'est réaliste : les taux ne montent pas à l'infini ni ne descendent à -100%.

4.3.2 Pour le Taux de Change : GBM**Formule : Modèle GBM (Geometric Brownian Motion)**

$$\frac{dS}{S} = (r_d - r_f) dt + \sigma dW$$

Paramètres :

- S = taux de change (ex : EUR/USD = 1.10)
- r_d = taux domestique (USD)
- r_f = taux étranger (EUR)
- σ = volatilité FX (ex : 12%)

5 Le Collatéral : Réduire le Risque

5.1 C'est quoi le Collatéral ?

Collatéral (Garantie)

Le **collatéral** est une garantie (souvent du cash) qu'on échange pour **réduire le risque de contrepartie**.

Idée : Si tu me dois 1 million et que tu me donnes 1 million en garantie, même si tu fais faillite, j'ai déjà l'argent !

5.2 Variation Margin (VM)

Variation Margin

La **Variation Margin** est le collatéral échangé **régulièrement** pour couvrir la valeur de marché actuelle du contrat.

Règle simple :

- Si le contrat vaut +1M pour moi \Rightarrow la contrepartie me donne 1M
- Si le contrat vaut -1M pour moi \Rightarrow je donne 1M à la contrepartie

Exemple : Variation Margin en Action

Jour 1 : Swap vaut 0 \Rightarrow pas d'échange

Jour 30 : Swap vaut +500k pour nous \Rightarrow on reçoit 500k de collatéral

Jour 60 : Swap vaut +300k pour nous \Rightarrow on rend 200k (on garde 300k)

Jour 90 : Swap vaut -100k pour nous \Rightarrow on rend tout et on paie 100k

5.3 Paramètres du Collatéral

Threshold (Seuil)

Le **seuil** est le montant d'exposition en dessous duquel on n'échange pas de collatéral.

Exemple : Seuil = 1M EUR

Si exposition = 800k \Rightarrow pas de collatéral (en dessous du seuil)

Si exposition = 1.5M \Rightarrow on reçoit 500k de collatéral (1.5M - 1M)

MTA - Minimum Transfer Amount

Le **MTA** est le montant minimum pour faire un transfert de collatéral.

Exemple : MTA = 100k EUR

Si la variation depuis le dernier appel est de 50k \Rightarrow pas de transfert

Si la variation est de 150k \Rightarrow transfert de 150k

MPR - Margin Period of Risk

Le **MPR** est le temps qu'il faut pour clôturer une position si la contrepartie fait défaut.

Typiquement : 10 jours ouvrés

Pourquoi c'est important ?

Pendant ces 10 jours, le marché peut bouger et on peut perdre de l'argent même si on avait du collatéral avant.

Exemple : Impact du MPR

Jour 0 : Swap vaut +1M, on a 1M de collatéral \Rightarrow exposition nette = 0

La contrepartie fait défaut !

Pendant les 10 jours de clôture :

- Le swap peut passer de +1M à +1.5M
- On a toujours seulement 1M de collatéral
- Exposition réelle = 1.5M - 1M = **500k de risque**

\Rightarrow Le MPR crée un "risque résiduel" même avec du collatéral.

5.4 Initial Margin (IM)**Initial Margin**

L'**Initial Margin** est du collatéral supplémentaire pour couvrir le risque pendant le MPR.

Calcul simplifié :

$$IM \approx 1.5 \times EPE$$

C'est de l'argent "bloqué" qui coûte (d'où le MVA qu'on verra plus tard).

6 Les xVA : Les Ajustements de Valorisation

6.1 Vue d'Ensemble

Les 5 xVA

xVA	Nom	C'est quoi ?	Coût/Bénéfice
CVA	Credit VA	Risque de défaut de la contrepartie	Coût (+)
DVA	Debt VA	Risque de notre propre défaut	Bénéfice (-)
FVA	Funding VA	Coût de financement	Coût (+)
MVA	Margin VA	Coût de la marge initiale	Coût (+)
KVA	Capital VA	Coût du capital réglementaire	Coût (+)

$$\text{Total xVA} = \text{CVA} - \text{DVA} + \text{FVA} + \text{MVA} + \text{KVA}$$

6.2 CVA - Credit Valuation Adjustment

CVA

Le **CVA** est le coût du risque que la **contrepartie fasse défaut**.

Intuition : C'est comme une "prime d'assurance" contre le défaut de la contrepartie.

Formule : CVA

$$\text{CVA} = \sum_{i=1}^n DF(t_i) \times EPE(t_i) \times LGD \times \Delta PD(t_i)$$

Où :

- $DF(t_i)$ = facteur d'actualisation (valeur aujourd'hui de 1€ futur)
- $EPE(t_i)$ = exposition positive espérée à t_i
- LGD = perte en cas de défaut (ex : 60%)
- $\Delta PD(t_i)$ = probabilité de défaut entre t_{i-1} et t_i

Exemple : Calcul de CVA Simplifié**Données :**

- Horizon : 2 ans (2 périodes)
- EPE année 1 = 1M EUR, EPE année 2 = 800k EUR
- DF = 0.98 (année 1), 0.96 (année 2)
- LGD = 60%
- $\lambda = 2\%$ par an $\Rightarrow \Delta PD_1 \approx 2\%, \Delta PD_2 \approx 1.96\%$

Calcul :

$$\begin{aligned}
 \text{CVA} &= 0.98 \times 1\,000\,000 \times 0.6 \times 0.02 \\
 &\quad + 0.96 \times 800\,000 \times 0.6 \times 0.0196 \\
 &= 11\,760 + 9\,031 \\
 &= \mathbf{20\,791\,EUR}
 \end{aligned}$$

Interprétation : On devrait charger 21k EUR au client pour couvrir le risque de défaut.

6.3 DVA - Debt Valuation Adjustment**DVA**

Le **DVA** est le "bénéfice" lié au fait que **nous pouvons aussi faire défaut**.

Logique (controversée) : Si nous faisons défaut, nous ne paierons pas ce que nous devons. C'est un "gain" pour nous.

Le DVA est calculé sur l'**ENE** (quand nous devons de l'argent).

Formule : DVA

$$\text{DVA} = \sum_{i=1}^n DF(t_i) \times ENE(t_i) \times LGD_{\text{own}} \times \Delta PD_{\text{own}}(t_i)$$

Controverse du DVA

Le DVA est controversé car il dit : "Plus je suis risqué, plus j'ai de bénéfices!"

C'est contre-intuitif, mais c'est la logique comptable IFRS 13 / FAS 157.

Dans le Total xVA, on le **soustrait** : Total = CVA - **DVA** + ...

6.4 FVA - Funding Valuation Adjustment**FVA**

Le **FVA** est le coût de **financement** de l'exposition positive.

Intuition : Si le swap vaut +1M pour nous, la contrepartie nous "doit" 1M. Mais tant qu'on ne l'a pas reçu, on doit peut-être emprunter cet argent sur le marché.

Formule : FVA

$$FVA = \sum_{i=1}^n DF(t_i) \times EPE(t_i) \times s_f \times \Delta t$$

Où :

- s_f = spread de funding (ex : 1% = 100 bps au-dessus du taux sans risque)
- Δt = durée de la période

Exemple : Calcul de FVA**Données :**

- EPE moyen sur 5 ans = 2M EUR
- Spread de funding = 1% par an

Approximation simple :

$$FVA \approx 2\,000\,000 \times 1\% \times 5 \times 0.9 \approx \mathbf{90\,000\,EUR}$$

(Le 0.9 est une approximation du facteur d'actualisation moyen)

6.5 MVA - Margin Valuation Adjustment**MVA**Le **MVA** est le coût de **financement de l'Initial Margin**.**Intuition :** L'IM est de l'argent bloqué qu'on ne peut pas utiliser. On doit l'emprunter, donc ça coûte.**Formule : MVA**

$$MVA = \sum_{i=1}^n DF(t_i) \times IM(t_i) \times s_f \times \Delta t$$

Similaire au FVA, mais sur l'IM au lieu de l'EPE.

6.6 KVA - Capital Valuation Adjustment**KVA**Le **KVA** est le coût du **capital réglementaire** que la banque doit détenir.**Intuition :** Les régulateurs obligent les banques à garder du capital pour absorber les pertes potentielles. Ce capital a un coût d'opportunité.

Formule : KVA

$$\text{KVA} = \sum_{i=1}^n DF(t_i) \times K(t_i) \times CoC \times \Delta t$$

Où :

- $K(t_i)$ = capital requis = $\beta \times EAD(t_i)$
- β = ratio de capital (ex : 8%)
- CoC = coût du capital (ex : 10%)
- EAD = Exposure at Default (calculé via SA-CCR)

7 SA-CCR : Le Capital Réglementaire

7.1 C'est quoi SA-CCR ?

SA-CCR

SA-CCR = Standardized Approach for Counterparty Credit Risk

C'est la méthode **réglementaire** (Bâle III) pour calculer l'**Exposure at Default (EAD)** des produits dérivés.

L'EAD sert ensuite à calculer le capital réglementaire que la banque doit détenir.

7.2 La Formule SA-CCR

Formule : SA-CCR

$$EAD = \alpha \times (RC + PFE)$$

Où :

- $\alpha = 1.4$ (multiplicateur réglementaire, fixé par Bâle)
- RC = Replacement Cost (coût de remplacement)
- PFE = Potential Future Exposure

7.2.1 Replacement Cost (RC)

Replacement Cost

$$RC = \max(V - C, 0)$$

Où :

- V = valeur de marché actuelle du portefeuille
- C = collatéral détenu

Intuition : C'est ce qu'on perdrait si la contrepartie faisait défaut **aujourd'hui**.

7.2.2 Potential Future Exposure (PFE)

PFE dans SA-CCR

$$PFE = \text{multiplier} \times \text{AddOn}$$

AddOn dépend du type de produit :

- **Taux d'intérêt** : $\text{AddOn} = \text{Notionnel} \times \text{SF} \times \text{MF}$
- **FX** : $\text{AddOn} = \text{Notionnel} \times \text{SF}$

SF = Supervisory Factor (facteur réglementaire) :

- Taux d'intérêt : 0.5%
- FX : 4%

MF = Maturity Factor = $\sqrt{\min(M, 5)}$ pour les taux

Exemple : Calcul SA-CCR**Portefeuille :**

- 1 IRS : Notionnel = 10M, Maturité = 5 ans
- 1 FX Forward : Notionnel = 5M EUR (= 5.5M USD)
- Valeur de marché actuelle : $V = +800\text{k USD}$
- Pas de collatéral

Étape 1 : RC

$$\text{RC} = \max(800\,000 - 0, 0) = 800\,000$$

Étape 2 : AddOn IRS

$$\text{AddOn}_{\text{IRS}} = 10\,000\,000 \times 0.5\% \times \sqrt{5} = 111\,803$$

Étape 3 : AddOn FX

$$\text{AddOn}_{\text{FX}} = 5\,500\,000 \times 4\% = 220\,000$$

Étape 4 : PFE (multiplier = 1 car pas de collatéral excédentaire)

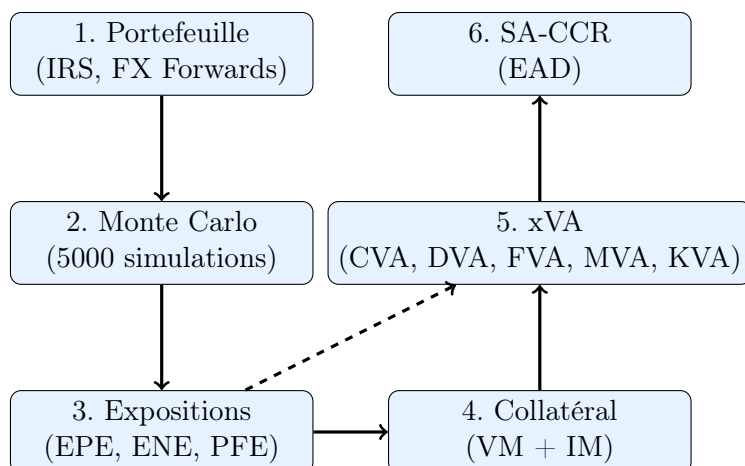
$$\text{PFE} = 1 \times (111\,803 + 220\,000) = 331\,803$$

Étape 5 : EAD

$$\text{EAD} = 1.4 \times (800\,000 + 331\,803) = \mathbf{1\,584\,524\,USD}$$

8 Récapitulatif : Tout Relier

8.1 Le Flux de Calcul de l'Application



8.2 Tableau Récapitulatif des Termes

Terme	Signification	Explication simple
IRS	Interest Rate Swap	Échange de taux fixe contre taux variable
FX Forward	Foreign Exchange Forward	Achat/vente de devise à terme
EPE	Expected Positive Exposure	Moyenne de ce qu'on peut perdre
ENE	Expected Negative Exposure	Moyenne de ce qu'on doit
PFE	Potential Future Exposure	Pire cas (95% ou 99%)
LGD	Loss Given Default	Perte en cas de défaut (ex : 60%)
Hazard Rate	Taux de défaut	Probabilité instantanée de défaut
VM	Variation Margin	Collatéral quotidien
IM	Initial Margin	Collatéral de sécurité supplémentaire
MPR	Margin Period of Risk	Temps pour clôturer (10 jours)
MTA	Minimum Transfer Amount	Montant minimum d'appel de marge
CVA	Credit VA	Coût du risque de défaut contrepartie
DVA	Debt VA	"Bénéfice" de notre propre risque
FVA	Funding VA	Coût de financement
MVA	Margin VA	Coût de l'Initial Margin
KVA	Capital VA	Coût du capital réglementaire
SA-CCR	Standardized Approach CCR	Méthode réglementaire pour EAD
EAD	Exposure at Default	Exposition pour le capital

8.3 Les Formules Clés

Formules à Retenir

Exposition :

$$EPE(t) = \mathbb{E}[\max(V_t, 0)] \quad ENE(t) = \mathbb{E}[\max(-V_t, 0)]$$

Probabilité de survie :

$$S(t) = e^{-\lambda t}$$

xVA :

$$CVA = \sum_i DF_i \times EPE_i \times LGD \times \Delta PD_i$$

$$FVA = \sum_i DF_i \times EPE_i \times s_f \times \Delta t$$

$$\text{Total xVA} = CVA - DVA + FVA + MVA + KVA$$

SA-CCR :

$$EAD = 1.4 \times (RC + PFE)$$

9 Annexe : Aide-Mémoire pour ta Présentation

9.1 Si on te pose une question...

Question	Réponse simple
"C'est quoi un xVA ?"	"Ce sont les coûts cachés des dérivés : risque de défaut, financement, marge, capital."
"Pourquoi 5000 simulations ?"	"C'est un compromis entre précision et temps de calcul. Plus on en fait, plus c'est précis."
"C'est quoi Monte Carlo ?"	"On simule des milliers de futurs possibles pour estimer des moyennes et des risques."
"Pourquoi le DVA est négatif ?"	"C'est un bénéfice : si on fait défaut, on ne paie pas ce qu'on doit. C'est controversé mais c'est la norme comptable."
"C'est quoi le collatéral ?"	"C'est une garantie en cash qu'on échange pour réduire le risque. Si tu me dois 1M et me donnes 1M de garantie, je n'ai plus de risque."
"C'est quoi SA-CCR ?"	"C'est la méthode réglementaire Bâle III pour calculer combien de capital la banque doit garder."
"C'est quoi $\alpha = 1.4$?"	"C'est un multiplicateur de sécurité fixé par les régulateurs pour être conservateur."
"Pourquoi l'EPE diminue avec le collatéral ?"	"Parce que le collatéral couvre une partie de l'exposition. On ne risque que la partie non couverte."

9.2 Chiffres Typiques à Retenir

- **LGD** : 60% (on récupère 40% en cas de défaut)
- **Hazard rate** : 1-2% par an pour une contrepartie investment grade
- **Funding spread** : 100 bps (1%)
- **Coût du capital** : 10%
- **MPR** : 10 jours ouvrés
- **Seuil collatéral** : souvent 0 à 10M selon l'accord
- α **SA-CCR** : 1.4 (fixé par Bâle)
- **SF taux** : 0.5%
- **SF FX** : 4%