Metody Numeryczne 2
Laboratorium 1
Wyznaczanie zer wielomianów metodą stycznych z deflacją czynnikiem liniowym

Szymon Adach

20 października 2015

1 Treść zadania

Zadanie 12: Wyznaczenie wszystkich zer wielomianów metodą stycznych w dziedzienie rzeczywistej. Po wyznaczeniu kolejnego zera należy dokonać deflacji czynnikiem liniowym.

2 Opis metody

Zadanie można podzielić na następujące podproblemy:

1. **Obliczenie wartości wielomianu i jego pochodnej w punkcie.**
   W tym celu wykorzystano algorytm Hornera. Obliczmy wartość wielomianu $W(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$ w punkcie $\hat{x}$. Wtedy:

   ```
   // w − wartosc wielomianu dla x̂
   // p − wartosc pochodnej wielomianu dla x̂
   w = a_n
   p = w
   for k = n−1,...,1
           w = w · x̂ + a_k
           p = p · x̂ + w
   end
   w = w · x̂ + a_0
   ```

2. **Wyszukanie pierwiastka wielomianu.**
   Zgodnie z poleceniem wykorzystano metodę Newtona. W celu zapewnienia poprawnego wykonania programu, maksymalna liczba iteracji została ustalona na MAX_ITER = 30.

Ponadto aby uniknąć dzielenia przez zero, jeżeli wartość pierwszej pochodnej jest równa zero, jest ona zaburzana poprzez dodanie 0.012.
Za punkt startowy metody obrano $x = 0$;
Wzór na zero x wielomianu W:

$$x \coloneqq x - \frac{W(x)}{W'(x)}$$

Warunkiem stopu metody jest przekroczenie maksymalnej liczby iteracji lub $|W(x)| \leqslant err$ gdzie $err \coloneqq (1\text{E}6 \cdot eps) = 2.2204\text{E-}10$.

3. **Dzielenie wielomianu przez dwumian**
   W tym celu wykorzystano algorytm Hornera.

4. **Wyznaczenie wszystkich zer**
   (dane wejściowe: wielomian W i opcjonalnie punkt startowy a)

   (a) Dopóki liczba iteracji jest mniejsza od $deg(W)$, startując z a wyszukaj metodą stycznych pierwiastek x_0 wielomianu.

   (b) Podziel wielomian W przez dwumian $(x - x_0)$, $W(x) \coloneqq \frac{W(x)}{(x - x_0)}$

   (c) Niech $a = x_0$. Wróć do (a).

3 Działanie programu

Program został napisany w MATLAB-ie, składa się z 4 plików i jest uruchamiany poleceniem **find_zeroes(poly, start)**, gdzie poly to wektor współczynników (podawanych od najniższej potęgi), a start to argument opcjonalny - punkt startowy metody.
Jeżeli nie znaleziono zer, to program zwraca pusty wektor [ ]. W przeciwnym przypadku zwracany jest wektor z zerami wielomianu - zera wielokrotne pojawiają się odpowiednią ilośc razy.

4 Przykłady

1. $W(x) = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$
   $x_0 = 0$

   Wyjście: -1.7321 -1.4142 1.4142 1.7321

   Komentarz: Punkt startowy w punkcie zerowania pierwszej pochodnej, pierwiastki rozłożone symetrycznie względem punktu startowego.

2. $W(x) = x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2x + 4$
   $x_0 = 0$

   Wyjście [ ]

   Komentarz: Wielomian, który nie ma zer rzeczywistych.

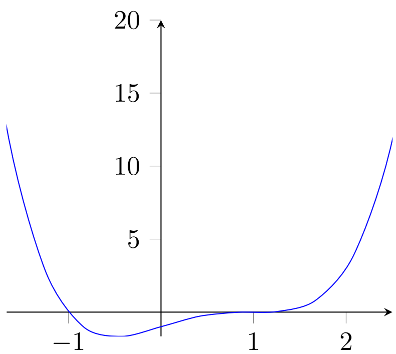
3. $W(x) = x^4$
   $x_0 = 0$

   Wyjście: 0 0 0 0

   Komentarz: Poczwórne zero wielomianu, podczas deflacji powstają błędy współczynników.

4. $W(x) = (x-1)^3 \cdot (x+1)$
   $x_0 = 0$

   Wyjście: 0.999709367039642 1.003572973256412 0.996711743886779 -0.999994084182832

   Komentarz: Wykres wielomianu jest spłaszczony w okolicach $x = 1$; metoda daje niedokładne wyniki.

5. $W(x) = -1231.23 + 53453x + 333x^2 - 15x^3$
   $x_0 = 0$

   Wyjście: 0.023030579340882 -49.632175488307347 71.809144908966474

   Komentarz: Duży zakres współczynników oraz duży zakres zer wielomianu.