

《基础物理实验》实验报告

分组号: 01—9

实验名称 测量金属的杨氏模量 指导教师 程瑜
姓 名 李奉治 学号 2016K8009929036 专 业 计算机科学与技术 组内编号 08
实验日期 2017 年 12 月 25 日 实验地点 教 710 成绩评定

测量金属的杨氏模量 — 拉伸法

一、实验目的

- 1.学会用 CCD 杨氏模量测量仪测量微小长度变化量
- 2.学会拉伸法测定金属丝杨氏弹性模量
- 3.学会用逐差法、作图法和最小二乘法处理数据
- 4.学会不确定度的计算方法和实验结果的正确表示方法

二、仪器用具

CCD 弹性杨氏模量测量仪 实验台号 YM250059

分划板: 刻度范围 4mm, 分度值 0.05mm

砝码: 200g 砝码 8 个, 100g 砝码 2 个

铅丝: 长约 60cm, 直径约 0.18mm

螺旋测微器

分度值: 0.01mm 量程: 25mm

米尺

分度值: 1mm 量程: 3m

三、实验原理

杨氏模量物理意义：描述材料抵抗形变能力的物理量，其值越大材料约不易变形。

根据胡克定律，在弹性范围内，正应力与线应变成正比，其比例系数即为杨氏模量。设柱状物体的长度为 L ，截面积为 S ，沿长度方向受外力 F 作用后长度变化量为 Δl ，则可得出杨氏模量的公式为：

$$Y = \frac{FL}{S\Delta l}$$

在本实验的测量中，铅丝原长 L 由米尺测量，铅丝直径 d 用螺旋测微器测量，进而算出铅丝的横截面积，外力 F 由实验中铅丝下面悬挂的砝码的重力给出，取 $g = 9.81\text{m/s}^2$ ，而 Δl 是一个微小长度变化量，本实验利用 CCD 相机对铅丝微小伸长量 Δl 的间接测量。进而得出杨氏模量计算公式：

$$Y = \frac{4mgL}{\pi d^2 \Delta l}$$

四、实验内容

1. 仪器调节

调平底座，调节下横梁高度，保证叉丝组置于槽内，并使叉丝组正对 CCD 摄像头。

调节 CCD 摄像头，将摄像头与分划板放置在同一水平面上，目镜光轴与十字划线等高，前后调节 CCD 摄像头并观察监视器，直到可以观察到清晰的像，若分划板刻度尺像不在监视器的中心，则微调 CCD 摄像头位置使像处于中心位置。

2. 数据测量

- 1.在砝码盘上先放置 2 块 100g 砝码，以拉直铅丝；
- 2.使用米尺测出铅丝的长度 L （上夹板的下沿和下夹板的上沿之间的距离）；
- 3.使用螺旋测微器在铅丝的三个不同位置，分别以 90° 夹角，测量 6 次铅丝直径；
- 4.调节分划板读数为 2mm 左右，并记下初始分划板读数 l_0 ；
- 5.依次在砝码盘加上 8 个 200g 砝码，分别记录叉丝读数 l_1, l_2, \dots, l_8 ；
- 6.逐个减去 8 个 200g 砝码，分别记录叉丝读数 l'_8, l'_7, \dots, l'_1 。

7.取同一负荷下叉丝读数的平均值 $\overline{l_1}, \overline{l_2}, \dots, \overline{l_8}$ ，用逐差法求出铅丝荷重增减 4 个砝码时光标的平均偏移量 ΔL ；

- 8.代入计算公式，计算出铅丝杨氏模量的测量值，并与标准值进行对比。

五、数据处理

1. 铅丝长度

单次测量长度为 574mm ，卷尺仪器误差 $e = 1.2\text{mm}$ ，读数时不进行估读，因此最终结果为

$$L = (574 \pm 1)\text{mm}$$

$$u(\Delta L) = e/\sqrt{3} = 1\text{mm}$$

2. 铅丝直径

测量次数	1	2	3	4	5	6	平均值 \bar{d}
d/mm	0.185	0.185	0.184	0.186	0.185	0.186	0.185

表 1 铅丝直径测量数据记录表

$$6 \text{ 次数据测量带来的不确定度为 } u_A(\Delta \bar{d}) = \sqrt{\frac{\sum (\Delta d_i - \Delta \bar{d})^2}{n-1}} = 0.00077\text{mm}$$

千分尺仪器误差为 $e = 0.004\text{mm}$ ，因此 6 次仪器测量带来的不确定度为

$$u(\bar{d}) = \sqrt{u_A(\Delta \bar{d})^2 + \left(\frac{e}{\sqrt{3}}\right)^2} = 0.002\text{mm}$$

故最终的测量结果为：

$$d = \left(0.185 \pm \frac{e}{\sqrt{3}}\right)\text{mm} = (0.185 \pm 0.002)\text{mm}$$

3. 监视器示数

初始示数 $l_0 = 1.78\text{mm}$ ，千分尺仪器误差 $e = 0.004\text{mm}$

序号 i	砝码质量M/g	叉丝读数/mm			$\bar{l}_i M_i / (mm \cdot g)$	示数差值 $\Delta \bar{l} = \overline{l_{i+4}} - \bar{l}_i$
		加载 l_i/mm	卸载 l_i'/mm	平均值 \bar{l}_i/mm		
1	200	2.03	2.04	2.04	408	0.70
2	400	2.22	2.23	2.22	888	0.68
3	600	2.40	2.41	2.40	1440	0.66
4	800	2.56	2.57	2.56	2048	0.66
5	1000	2.73	2.74	2.74	2740	
6	1200	2.90	2.90	2.90	3480	
7	1400	3.06	3.06	3.06	4284	
8	1600	3.22	3.22	3.22	5152	
\bar{M}	900		\bar{l}	2.64		
ΣM	7200		$\Sigma \bar{l}$	21.14		

表 2 监视器示数数据记录表

$$u_A(\Delta \bar{l}) = \sqrt{\frac{\sum (\Delta l_i - \Delta \bar{l})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.0011}{3}}\text{mm} = 0.02\text{mm}$$

1.逐差法计算杨氏模量

由测量结果可知, $\overline{\Delta l} = 0.68\text{mm}$, $m = 0.8\text{kg}$, $L = 574\text{mm}$, $d = 0.185\text{mm}$, 取 $g = 9.81\text{m/s}^2$ 。带入杨氏模量的计算公式得:

$$Y = \frac{4mgL}{\pi d^2 \Delta l} = 2.46 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

将上述计算的各不确定度带入合成不确定度计算公式得:

$$N\% = \frac{\Delta Y}{\bar{Y}} = \sqrt{\left(\frac{u(\Delta L)}{\bar{L}}\right)^2 + \left(\frac{u(\bar{\Delta l})}{\bar{\Delta l}}\right)^2 + \left(\frac{2u(\bar{d})}{\bar{d}}\right)^2} = 3.65\%$$

因此最终的测量结果为

$$Y = (2.46 \pm 0.09) \times 10^{11} \text{N/m}^2 \quad (P = 68.3\%)$$

测量值与标准值 $2.3 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ 的相对误差大小为6.96%

2.最小二乘法计算杨氏模量

根据测量结果, 可以计算得出 $\Sigma \bar{l}_i M_i = 20440\text{mm} \cdot g$, $\Sigma \bar{l}_i^2 = 57.05\text{mm}^2$, 带入最小二乘法的公式得

$$k = \frac{n \Sigma \bar{l}_i M_i - \Sigma \bar{l}_i \Sigma M_i}{n \Sigma \bar{l}_i^2 - (\Sigma \bar{l}_i)^2} = 1190.69 \text{g/mm}$$

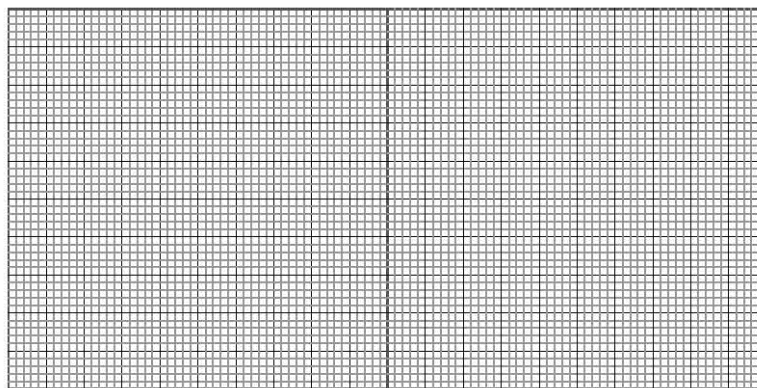
带入杨氏模量的计算公式可得

$$Y = \frac{4mgL}{\pi d^2 \Delta l} = \frac{4kgL}{\pi d^2} = 2.49 \times 10^{11} \text{N/m}^2$$

测量值与标准值 $2.3 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ 的相对误差大小为8.26%

3.作图法计算杨氏模量

通过作图结果, 取点(2.02,160)和(3.22,1600), 计算得到 $k = \frac{1600-160}{3.22-2.02} = 1200.00 \text{g/mm}$, 带入杨氏模量的计算公式可得 $Y = 2.50 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, 测量值与标准值 $2.3 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ 的相对误差大小为8.70%



测量金属的杨氏模量 — 弯曲法

一、实验目的

- 1.熟悉霍尔位置传感器的特性
- 2.学会对霍尔位置传感器定标
- 3.通过微小位移测量并使用弯曲法测量黄铜的杨氏模量

二、仪器用具

DYH-1A 霍尔位置传感器法杨氏模量测定仪

包括底座固定箱、读数显微镜及调节机构、SS495A 型集成霍尔位置传感器、磁体、支架、加力机构以及测试样品。

技术指标：

JC-10 型读数显微镜

目镜放大率	10X
目镜测微鼓轮最小分度值	0.01mm
物镜放大率	2X
测量范围	0~6mm
鼓轮实际读数最小分辨率	$0.01/2 = 0.005\text{mm}$

电子秤传感器加力系统

0~199.9g 连续可调，三位半数显

霍尔电压表

量程 1 0~199.9mV，分辨率0.1mV

量程 2 0~1.999V，分辨率1mV

霍尔位置传感器

灵敏度大于250mV/mm，线性范围0~2mm

螺旋测微器 分度值0.01mm，量程 25mm

标准钢尺 分度值1mm，量程 30cm

游标卡尺 分度值0.02mm，量程 20cm

三、实验原理

1. 霍尔效应及霍尔位置传感器的定标

当电流垂直于外磁场通过导体时，垂直于电流和磁场方向会产生一附加磁场，从而在导体的两端产生电势差，这一效应被称为**霍尔效应**，电势差称为**霍尔电势差**。霍尔电势差的表达式为：

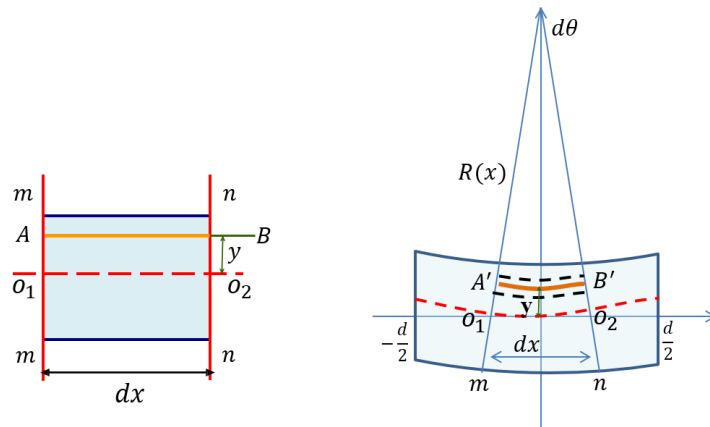
$$U_H = R_H \frac{IB}{d} = K_H IB$$

若保持霍尔元件的电流 I 不变，让霍尔导体在一个均匀梯度的磁场中移动，输出的霍尔电势差的变化量为上式的微分：

$$\Delta U_H = KI \frac{dB}{dZ} \Delta z$$

其中 Δz 代表位移量，当 dB/dZ 为常数时， ΔU_H 与 ΔZ 成正比。而根据本实验中传感器的技术指标数据，在位移量小于 $2mm$ 时，满足 dB/dZ 为常数，此时我们可以根据测量数据，对霍尔位置传感器进行定标。

2. 弯曲法测杨氏模量



如上图所示：

设金属片在刀口间的长度为 d ，金属片的厚度为 a ，宽度为 b 。

o_1o_2 所在平面为中性面，它既不拉伸也不压缩， AB 为中性面间距离为 y 处的平面。

变形前： $o_1o_2 = AB = dx$ ，变形后： $o_1o_2 = dx = R(x)d\theta$ ， $A'B' = (R(x) - y)d\theta$

则 AB 面的应变为

$$\varepsilon = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{(R(x) - y)d\theta - dx}{dx} = \frac{(R(x) - y) \frac{dx}{R(x)} - dx}{dx} = -\frac{y}{R(x)}$$

根据胡克定律 $\frac{dF}{dS} = Y\varepsilon = -Y \frac{y}{R(x)}$ ，且 $dS = b \cdot dy$ ，因此得到

$$dF(x) = -\frac{Yby}{R(x)} dy$$

对中性面的转矩为 $d\mu(x) = |dF(x)| \cdot y = \frac{Y \cdot b}{R(x)} y^2 \cdot dy$ ，积分得：

$$\mu(x) = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{Y \cdot b}{R(x)} y^2 dy = \frac{Yba^3}{12R(x)} \quad (1)$$

对梁上各点有 $\frac{1}{R(x)} = \frac{y''(x)}{[1+y'(x)]^{\frac{3}{2}}}$ ，而由于梁的弯曲很小， $y'(x) = 0$ ，得到：

$$R(x) = \frac{1}{y''(x)} \quad (2)$$

在平衡时，梁在 x 处的转矩应与梁右端支撑力 $Mg/2$ 对 x 处的力矩平衡，因此：

$$\mu(x) = \frac{Mg}{2} \left(\frac{d}{2} - x \right) \quad (3)$$

由(1)(2)(3)式得：

$$y''(x) = \frac{6Mg}{Yba^3} \left(\frac{d}{2} - x \right)$$

带入边界条件 $y(0) = 0$ 和 $y'(0) = 0$ ，解得：

$$y(x) = \frac{3Mg}{Yba^3} \left(\frac{d}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right)$$

在中点 $x = d/2$ 处，有

$$\Delta z = y \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{Mgd^3}{4Yba^3}$$

因此杨氏模量可表达为

$$Y = \frac{d^3 Mg}{4a^3 b \Delta z}$$

其中 M 为电子秤传感器加力系统所加质量， Δz 可由逐差法求出。

四、实验内容

- 1.多次测量试样在两刀口之间的长度 d ，不同位置横梁宽度 b 以及横梁厚度 a 。
- 2.按照实验装置示意图安装实验仪器。
- 3.观察水平泡是否在中央位置，若不在，调节水平机脚，使得平台处于水平位置。
- 4.调节使得霍尔位置传感器探测元件处在磁铁中间的位置。
- 5.整个实验仪器开机 10 分钟后，使得霍尔位置传感器的毫伏电压表为零。首先通过磁体调节机构上下移动磁铁，当毫伏表读数很小时，停止调节并固定螺丝，最后调节调零电位器使毫伏表读数为零。
- 6.在拉力绳不受力的情况下将电子秤传感器加力系统进行调零。
- 7.调节读数显微镜目镜，使得眼睛能看到十字线、分划板刻度线和数字清晰。然后移动读数显微镜前后距离，直到看到铜刀口上的基线。再转动读数显微镜上的读数鼓轮使得铜刀口上的基线和读数显微镜内十字刻度线吻合，记下初始读数值。
- 8.通过加力调节旋钮逐次增加拉力（每次增加 10g ），同时从读数显微镜上读出基线位置，和电压表电压值。
- 9.用逐差法计算，求得 Δz ，计算黄铜的杨氏模量。并对霍尔位置传感器定标 $\Delta U_H/\Delta Z$
- 10.计算相对误差，分析误差原因。

五、数据处理

1. 黄铜横梁的几何尺寸

长度 <i>d</i> /mm	229.5								平均值
宽度 <i>b</i> /mm	23.00		23.04		22.98		23.02		23.01
厚度 <i>a</i> /mm	0.995	0.994	0.997	0.996	0.995	0.996	0.996	0.997	0.996

表 3 黄铜横梁的几何尺寸测量数据记录表

2. 读数显微镜示数

显微镜初始读数 $Z_0 = 2.020mm$

序号 <i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	平均值
M_i/g	10.1	20.0	30.0	40.1	50.1	60.0	70.0	80.3	45.1
Z_i/mm	2.165	2.253	2.454	2.672	2.784	2.860	3.056	3.190	2.679
U_i/mV	38	74	113	149	185	222	263	306	169
$\Delta Z_i/mm$	0.619	0.607	0.602	0.518					0.587
$\Delta U_i/mV$	147	148	150	157					151
U_i^2/mV^2	1444	5476	12769	22201	34225	49284	69169	93636	36026
Z_i^2/mm^2	4.687	5.076	6.022	7.140	7.751	8.180	9.339	10.176	7.296
$Z_i U_i$	82.	166.	277.	398.	515.	634.	803.	976.	481.
$/(mm \cdot mV)$	270	722	302	128	040	920	728	140	781

表 4 读数显微镜示数数据记录表

带入公式计算杨氏模量

$$Y = \frac{d^3 M g}{4 a^3 b \Delta Z} = 0.89 \times 10^{11} N/m^2$$

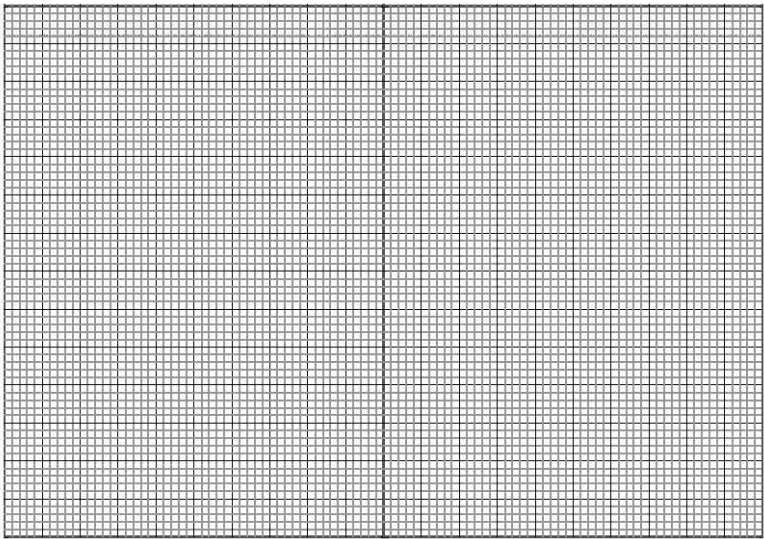
测量值与标准值 $1.06 \times 10^{11} N/m^2$ 的相对误差大小为16.04%

3. 计算霍尔位置传感器的灵敏度系数

逐差法: $K I d B / d Z = \Delta U_i / \Delta Z_i = 256.39 mV/mm$

最小二乘法: $K I \frac{dB}{dZ} = \frac{\Delta U}{\Delta Z} = \frac{\overline{ZU} - \bar{Z} \cdot \bar{U}}{\overline{Z^2} - (\bar{Z})^2} = 244.03 mV/mm$

作图法: 通过作图结果, 取点(2.12,25)和(3.18,300), 计算得到 $\frac{K I d B}{d Z} = k = \frac{300-25}{3.18-2.12} = 259.43 mV/mm$



五、思考与反思

1. 杨氏模量测量数据 N 若不用逐差法而用作图法，如何处理？

先根据数据的取值范围标定坐标轴，以保证最终的拟合直线斜率接近 1。接下来，将实验中测得的数据点在坐标系中标出，在根据点的分布趋势，画出一条拟合直线。要尽量保证点在直线上，无法在直线上的点也要尽量保证在直线两侧均布。最后，在拟合直线上取较远的两点，读取坐标值，求得直线的斜率，得到最终结果。

2. 两根材料相同但粗细不同的金属丝，它们的杨氏模量相同吗？为什么？

它们的杨氏模量是相同的。因为杨氏模量是描述固体材料抵抗形变能力的物理量，仅取决于材料的物理性质，与材料的形状和规格无关。

3. 本实验使用了哪些测量长度的量具？选择它们的依据是什么？它们的仪器误差各是多少？

量具名称	分度值	量程	仪器误差	特点
螺旋测微器	0.01mm	25mm	0.004mm	量程较小但精度最高
游标卡尺	0.02mm	20cm	0.02mm	量程较大且精度极高
标准钢尺	1mm	30cm	0.5mm	测量方便且精度较高
米尺	1mm	3m	1.2mm	量程最大但精度较小

4. 在 CCD 法测定金属丝杨氏模量实验中，为什么起始时要加一定数量的底码？

加入底码是因为初始的时候金属丝都会有弯曲，有初始拉力可以拉直金属丝。

5. 加砝码后标示横线在屏幕上可能上下颤动不停，不能够完全稳定时，如何判定正确读数？

可以在待其振动幅度缩小到一定范围后，取振动的极大值与极小值的平均数作为测量读数。

6. 对于实验的进一步思考

可以推荐使用手机的摄像头进行显微镜读取的辅助，这样既比目视有更高的精度，而且更加方便快捷。下图为是测量过程中使用手机摄像头捕捉到的画面，划线清晰可见。

