计算机图形学 理论作业

2-1 数值微分(DDA)法：过 $P_0(x_0, y_0)$，$P_1(x_1, y_1)$ 的 L：$y=kx+b$，

$k=\frac{y_1-y_0}{x_1-x_0}$. 从 x_0 开始，向 x_1 步进，步长=1（像素），计算相应的 $y=kx+b$. 取 $(x, round(y))$ 作为当前点坐标。方法直观，效率低

中点画线法：当前像素点 (x_p, y_p)，下一像素点 $P_1(x_p+1, y_p)$ 或 $(x_p+1, y_p+1)P_2$. 设 M 为 P_1, P_2 中点，Q 为理想直线与 $x=x_p+1$ 垂线交点. 构造判别式

$d=F(M)=F(x_p+1, y_p+0.5)=a(x_p+1)+b(y_p+0.5)+c$.

$d<0$ 取 P_2 $\Delta d=a+b$ $d\geq 0$ 取 P_1 $\Delta d=a$

Bresenham 算法：$y_{i+1}=y_i+k$ $k=\frac{dy}{dx}$.

令 e 初值为 -0.5，增量为 k，则

$e\geq 0$ 取 P_2 $e=e-1$ $e<0$ 取 P_1

程序实现：

```
void Bresenham(int x0, int y0,
int x1, int y1, int color) {     int x=x0, y=y0;
    float k=(y1-y0)/(x1-x0), e=-0.5;
    for(; x<=x1; x++) {
        drawpixel(x, y, color);
        e=e+k;
        if(e>=0) y++; e=e-1;
}}
```

2-2 $P_0(1,0)-P_1(4,7)$ 此问题需要递增y

$a=y_1-y_0=7$ $b=x_0-x_1=-3$

$d_0=2b+a=1$ $d_1=2b=-6$ $d_2=2(a+b)=8$

i	x_i	y_i	d
1	1	0	1
2	1	1	-5
3	2	2	3
4	2	3	-3
5	3	4	5
6	3	5	-1
7	4	6	7
8	4	7	1

绘制的点、

(1,0) (1,1) (2,2) (2,3)

(3,4) (3,5) (4,6) (4,7)

2-4 字符串裁剪可以按照

串精度：整个字符串方框在窗口内才显示

字符精度：字符方框在窗口内就显示

笔画精度：将字符笔画分解成直线段作裁剪（矢量型）

像素精度：将像素相对窗口边界作取舍（点阵型）

2-5 字库分为

矢量型：记录笔画信息，存储空间小，美观、变换方便；

点阵型：每个字符由一个位图表示，用矩阵（字符掩膜）表示，存储空间庞大，可采用轮廓字形法压缩。

2-8 走样：用离散量表示连续量引起的失真现象。

包括阶梯状边界、图形细节失真等。

反走样：在图形显示过程中，用于减少或消除走样现象的方法或技术。包括：

提高分辨率：简单、代价大

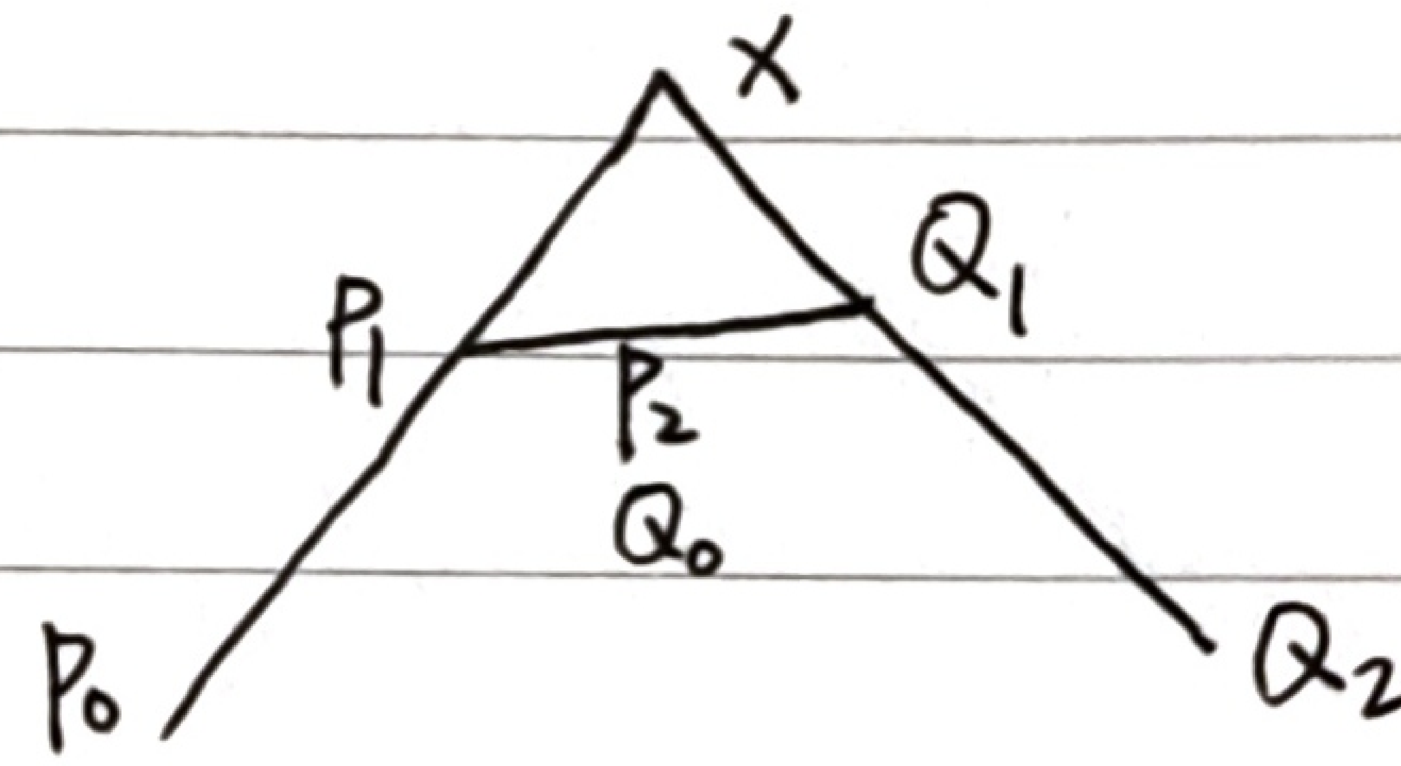
非加权区域采样：改变直线段模型

加权区域采样：对像素亮度的贡献取决于距离

半色调技术：通过几个像素组合成一个单元来获得多级灰度

3-3 若可以精确合并，两曲线是由一条曲线分割而来，设原曲线控制顶点为 P_0, X, Q_2，由 de Castejau 算法有 $P_1, P_2(Q_0), Q_1$ 三点共线

三切线定理



$$\frac{Q_2-Q_1}{Q_1-X}=\frac{Q_1-Q_0}{P_2-P_1}=\frac{X-P_1}{P_1-P_0}$$

即 $Q_1-\frac{Q_2-Q_1}{Q_1-Q_0}(P_2-P_1)=P_1+\frac{P_1-P_0}{P_2-P_1}(Q_1-Q_0)$

3-4 由 Bezier 曲线性质

$$P_0=Q_0=(50,0) \quad P_3=Q_3=(0,100)$$

$$\frac{8}{27}P_0+\frac{4}{9}P_1+\frac{2}{9}P_2+\frac{1}{27}P_3=Q_1=(100,0)$$

$$\frac{1}{27}P_0+\frac{2}{9}P_1+\frac{4}{9}P_2+\frac{8}{27}P_3=Q_2=(0,50)$$

Date　　Page

解得 $P_1=(\frac{775}{3}, -\frac{125}{3})$　$P_2=(-\frac{400}{3}, \frac{200}{3})$

四次 Beizer 退化为三次的条件是 t^3 系数和为0，即

$$\sum_{i=0}^{3}(-1)^i C_3^i P_{3-i} = \Delta^3 P_0 = 0.$$

3-5 若将 P_1 调整至 $P_1+\lambda$ 使 $P(0.5)$ 通过点 T，设调整后曲线为 $\hat{P}(t)$，有

$$\hat{P}(t)\big|_{0.5} = \sum_{i=0}^{3} P_i B_{i,3}(t)\big|_{0.5} + \lambda B_{1,3}(\tfrac{1}{2})$$

$T = P(0.5) + \lambda B_{1,3}(0.5)$　　$\lambda = \dfrac{T-P(0.5)}{B_{1,3}(0.5)}$.

3-6 $P_0^n = (1-t)P_0^{n-1} + tP_1^{n-1}$　　$t=0.5$

$P_0^0(30,0)$

$P_1^0(60,10) \to P_0^1(45,5)$

$P_2^0(80,30) \to P_1^1(70,20) \to P_0^2(57.5,12.5)$

$P_3^0(90,60) \to P_2^1(85,45) \to P_1^2(77.5,32.5) \to P_0^3$

$P_4^0(90,90) \to P_3^1(90,75) \to P_2^2(87.5,60) \to P_1^3$

$P_0^3(67.5,22.5)$

$P_1^3(82.5,46.25) \to P_0^4(75,34.375)$

3-7 升阶 $P_i^* C_{n+1}^i = P_i C_n^i + P_{n-1} C_n^{i-1}$

$P_0^* = P_0 = (0,0)$　　$P_1^* = (C_3^1 P_1 + C_3^0 P_0)/C_4^1 = (0,75)$

$P_2^* = (C_3^2 P_2 + C_3^1 P_1)/C_4^2 = (50,50)$

$P_3^* = (C_3^3 P_3 + C_3^2 P_2)/C_4^3 = (100,25)$

$P_4^* = P_3 = (100,100)$

3-9 n次Bezier曲线退化$n-1$次的条件是

展开式中t最高项t^n系数为0.

即 $\sum_{i=0}^{n}(-1)^i C_n^{n-i} P_{n-i} = \sum_{i=0}^{n}(-1)^i C_n^i P_{n-i} = 0$

而 $\Delta^k P_i = \Delta(\Delta^{k-1} P_i) = \Delta^{k-1} P_{i+1} - \Delta^{k-1} P_i$

$= \sum_{i=0}^{k}(-1)^i C_k^i P_{i+k-1}$

因此 $\Delta^n P_0 = \sum_{i=0}^{n}(-1)^i C_n^i P_{n-1} = 0$. 证毕.

3-14 形体表示方法:

线框模型, 只能表示一些简单的模型

实体模型: 能完整、无歧义地表达三维形状,

不适合物体表面的运算

表面模型: 连续参数曲面: 表达光滑曲线曲面

离散表面(三角网格):

近似三维模型, 表达真实物体