

## 1. 题目:

小杨是一位刚工作的年轻人。由于工作的需要，打算购买一辆轿车代步。他看到一个公司的广告称：现在有一促销活动，新车只需自备款七万元，其余由公司贷款，可分期付款，每月只需付 800 元，十年还清。请你帮他分析，该活动是否划算，为什么？如果小杨向公司借贷  $A=60\,000$  元，月利率为  $R=0.01$ ，若每月还一次钱，需 25 年还清，那他平均每月还多少钱？公司说如果小杨每半个月还一次钱，每次还  $x=632/2=316$  元，半月利率为  $R=0.01/2=0.005$ ，则能让他提前三年（即 22 年）还清，不过公司要求一次先付三个月的款： $632 \times 3=1896$  元作为手续费，问这种方案对谁有利？

**Tips:** 这辆车究竟值多少钱，即如果一次付款要付多少钱？如果没有能力一次付款，实际上，相当于借了多少钱？为什么要每月付 800 元？试根据广告所提供的信息和银行的贷款利率（假设月利率为  $R=0.01$ ）对上述问题进行研究，供小杨参考。

## 2. 假设:

1. 假设贷款利率在还款期间保持不变且贷款的本金和利息计算遵循等额本息还款法，即每个月的还款额  $M$  的计算如下列公式:

$$M = A * \frac{R * (1 + R)^N}{(1 + R)^N - 1}$$

2. 将题中给定的三种情况假设为还款的三种方案，方案一为每月付 800 元，分 10 年还清；方案二为借贷 60000 元，月利率为 0.01，按月还款，共还 25 年；方案三为借贷金额和月利率如方案二，但半个月还款一次，且需先交付三个月的利息作为手续费，共还款 22 年。

## 3. 符号说明:

L: 还款总额

R: 月利率

N: 还款期数

A: 贷款总额

M: 每月还款额

T: 总支付额

S: 手续费

P: 自备款

## 4. 解答:

### 4.1 方案一分析

条件：自备款  $P=70,000$  元，贷款额  $A=60,000$  元，月还款  $M=800$  元，还款期限

$N=10*12=120$ (月)。

计算：

根据公式：

$$A = \frac{(1 + R)^N - 1}{R * (1 + R)^N} * M$$

求得贷款总额  $A=55760$  元。

结果：月利率  $R=0.01$  时，采用方案一的还款策略，小杨相当于向公司借款了 55760 元。

根据公式：

$$L = M * N$$

求得还款总额  $L=96000$  元；

根据公式：

$$T = L + P$$

求得总支付额  $T=166000$  元。

结果：月还款额为 800 元，还款总额为 96000 元，总支付额为 166000 元。

#### 4.2 方案二分析

条件：贷款额  $A=60000$  元，月利率  $R=0.01$ ，还款期限 25 年（还款期数  $N=25*12=300$  月）。

计算：

根据公式：

$$M = A * \frac{R * (1 + R)^N}{(1 + R)^N - 1}$$

求得每月还款  $M=632$  元；

根据公式：

$$L = M * N$$

求得还款总额  $L=189600$  元；

根据公式：

$$T = L + P$$

求得总支付额  $T=259600$  元。

结果：月还款额为 632 元，还款总额为 189600 元，总支付额为 259600 元。

#### 4.3 方案三分析

假设：每半个月还款 316 元，半月利率 0.005，还款期限 22 年（还款期数  $n=22*24=528$  个半月），手续费 1896 元。

计算：

根据公式：

$$L = M * N$$

求得还款总额  $L=166848$  元；

根据公式：

$$T = L + P + S$$

求得总支付额为 238744 元。

结果：每月还款额 632 元，还款总额为 166848 元，总支付额 238744 元。

#### 5. 结论：

①根据题目所给条件以及数学模型的分析结果，可知这辆车一共价值（拟定贷款额加自备款） $A+P=130000$  元，即如果一次付款要付 130000 元；

②如果没有能力一次付款，若是根据方案一购车，且月利率为 0.01 时，小杨相当于借了 55760 元；

③每个月还款 800 元，虽然每个月的还款金额增加了，但是还款期数减少了一半以上，还款总额相对于后两种方案要少很多，故从总付款金额的角度考虑，方案一的活动非常划算；

④对于方案二和方案三，方案二的总还款额相较于方案三要大，但每月还款金额恒定，比较稳定，而方案三虽从还款期数和总还款额上优于方案二，但需先交付手续费，第一次还款的金额远远大于方案二第一次还款的金额。

附录：

相关代码(Python)：

```
import math
#方案一的有关代码
M = 800      #每月还款额
N_year = 10  #还款年数
R = 0.01     #月利率
P = 70000    #自备款
N_month = N_year * 12  #计算还款期数
A = int(M * ((1 + R) ** N_month - 1) / (R * (1 + R) ** N_month))  #
计算贷款额
L = N_month * M  #计算还款总额
T = P + L  #计算总支付额
print("方案一:")
print("相当于贷款",A,"元,", "每月还款",M,"元, 总还款额为",L,"元, 总支付
额为",T,"元")

#方案二的有关代码
A = 60000    #贷款金额
N_year = 25  #还款年数
R = 0.01     #月利率
P = 70000    #自备款
N_month = N_year * 12  #计算还款期数
M = math.ceil(A * (R * (1 + R) ** N_month) / ((1 + R) ** N_month - 1))
#计算每月还款额
L = N_month * M  #计算还款总额
T = P + L  #计算总支付额
print("方案二:")
print("贷款",A,"元, 每月还款",M,"元, 总还款额为",L,"元, 总支付额为",T,"
元")

#方案三的有关代码
A = 60000    #贷款金额
S = 1896     #手续费
N_year = 22  #还款年数
R = 0.01     #月利率
P = 70000    #自备款
N_month = N_year * 12  #计算还款期数
L = N_month * M  #计算还款总额
T = P + L  #计算总支付额
print("方案三:")
print("贷款",A,"元, 每月还款",M,"元, 总还款额为",L,"元, 总支付额为",T,"
元")
```

代码运行结果:

方案一:

相当于贷款 55760 元, 每月还款 800 元, 总还款额为 96000 元, 总支付额为 166000 元

方案二:

贷款 60000 元, 每月还款 632 元, 总还款额为 189600 元, 总支付额为 259600 元

方案三:

贷款 60000 元, 每月还款 632 元, 总还款额为 166848 元, 总支付额为 236848 元

计算部分相关代码(Python):

```

1 import math
2 #方案一的有关代码
3 #给定值
4 M = 800 #每月还款额
5 N_year = 10 #还款年数
6 R = 0.01 #月利率
7 P = 70000 #自备款
8 N_month = N_year * 12 #计算还款期数
9 A = M * ((1 + R) ** N_month - 1) / (R * (1 + R) ** N_month) #计算贷款额
10 L = N_month * M #计算还款总额
11 T = P + L #计算总支付额
12 print("方案一:")
13 print("相当于贷款",int(A),"元","每月还款",M,"元,总还款额为",int(L),"元,总支付额为",int(T))
14
15 #方案二的有关代码
16 #给定值
17 A = 60000 #贷款金额
18 N_year = 25 #还款年数
19 R = 0.01 #月利率
20 P = 70000 #自备款
21 N_month = N_year * 12 #计算还款期数
22 M = math.ceil(A * (R * (1 + R) ** N_month) / ((1 + R) ** N_month - 1)) #计算每月还款额
23 L = N_month * M #计算还款总额
24 T = P + L #计算总支付额
25 print("方案二:")
26 print("贷款",A,"元,每月还款",math.ceil(M),"元,总还款额为",int(L),"元,总支付额为",int(T))
27
28 #方案三的有关代码
29 #给定值
30 A = 60000 #贷款金额
31 S = 1896 #手续费
32 N_year = 22 #还款年数
33 R = 0.01 #月利率
34 P = 70000 #自备款
35 N_month = N_year * 12 #计算还款期数
36 L = N_month * M #计算还款总额
37 T = P + L #计算总支付额
38 print("方案三:")
39 print("贷款",A,"元,每月还款",int(M),"元,总还款额为",int(L),"元,总支付额为",int(T))

```

计算结果展示:

方案一:

相当于贷款 55760 元, 每月还款 800 元,总还款额为 96000 元,总支付额为 166000

方案二:

贷款 60000 元,每月还款 632 元,总还款额为 189600 元,总支付额为 259600

方案三:

贷款 60000 元,每月还款 632 元,总还款额为 166848 元,总支付额为 236848