

# 算法设计与分析

---

## 回溯法作业



姓名

---

班级

---

学号

---

电话

---

Email

---

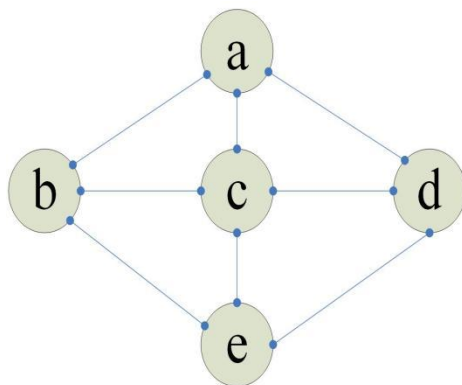
日期

---

## 一、题目重述

使用回溯算法来求解图的  $m(m=3)$  着色问题的如下图实例。

- (1) 给出解向量的形式，指出解空间树的类型。
- (2) 描述搜索过程。
- (3) 画出找到一个解所生成的部分搜索树，并给出这个解。



## 二、问题解答

(1)

**解向量的形式：**解向量可以表示为一个数组，例如：[颜色 a, 颜色 b, 颜色 c, 颜色 d, 颜色 e]，其中每个元素代表对应节点的颜色。

在该题目中， $m=3$  的情况下，一个可能的解向量是：[1, 2, 3, 2, 1]。

**解空间树的类型：**解空间树是决策树，每个节点代表一个状态，每个分支代表一个决策（即选择一种颜色）。在这个问题中，每个节点有  $m$  个可能的分支。

(2)

**搜索过程：**

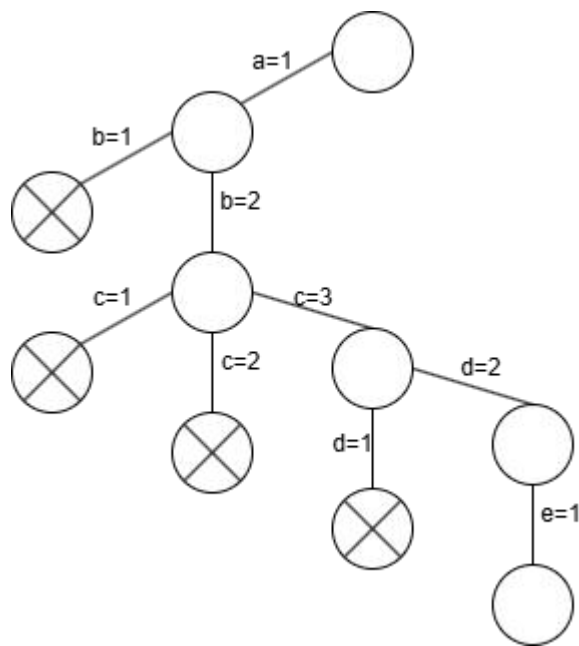
- ①从第一个节点开始，为其分配一种颜色。
- ②移至下一个节点，尝试为其分配一种与相邻节点不同的颜色。

③如果所有颜色都不能满足条件，则回溯到上一个节点，改变其颜色，并重新尝试。

④重复上述过程，直到所有节点都被正确着色，或者确定无解。

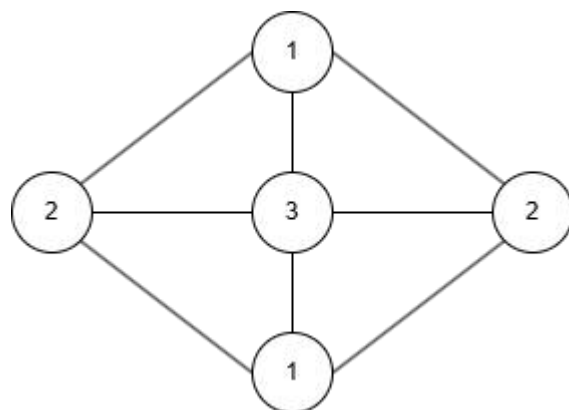
(3)

部分搜索树：



该部分搜索树的解：

[1, 2, 3, 2, 1]



### 三、具体代码

```
# 图的邻接关系（邻接表表示）
graph = {
```

```

    'a': ['b', 'c', 'd'],
    'b': ['a', 'c', 'e'],
    'c': ['a', 'b', 'd', 'e'],
    'd': ['a', 'c', 'e'],
    'e': ['b', 'c', 'd']
}
# 顶点集合
vertices = ['a', 'b', 'c', 'd', 'e']
# 可选的颜色数 m
m = 3
# 存储每个顶点的颜色
coloring = {}
# 存储所有解的列表
solutions = []
# 判断当前的着色是否有效
def is_valid(vertex, color):
    # 遍历所有相邻的顶点，检查是否有相邻顶点已经有相同的颜色
    for neighbor in graph[vertex]:
        if neighbor in coloring and coloring[neighbor] == color:
            return False
    return True
# 回溯函数，尝试为每个顶点着色
def backtrack(index):
    # 如果所有顶点都已着色，保存当前解
    if index == len(vertices):
        # 将当前的着色方案添加到解列表中
        solutions.append(coloring.copy())
        return
    vertex = vertices[index]
    # 尝试为当前顶点分配不同的颜色
    for color in range(1, m + 1): # 颜色范围从 1 到 m
        if is_valid(vertex, color):
            coloring[vertex] = color
            # 继续为下一个顶点着色
            backtrack(index + 1)
            # 回溯，撤销当前选择
            del coloring[vertex]
# 调用回溯算法开始着色
backtrack(0)
# 输出所有找到的解
if solutions:
    print(f"找到的{len(solutions)}个解是：")
    for i, solution in enumerate(solutions, start=1):
        print(f"解 {i}:")

```

```
        for vertex in vertices:
            print(f"  顶点 {vertex} 的颜色是 {solution[vertex]}")
else:
    print("没有找到有效的着色方案。")
```

## 四、运行结果

找到的6个解是：

解 1：

顶点 a 的颜色是 1  
顶点 b 的颜色是 2  
顶点 c 的颜色是 3  
顶点 d 的颜色是 2  
顶点 e 的颜色是 1

解 2：

顶点 a 的颜色是 1  
顶点 b 的颜色是 3  
顶点 c 的颜色是 2  
顶点 d 的颜色是 3  
顶点 e 的颜色是 1

解 3：

顶点 a 的颜色是 2  
顶点 b 的颜色是 1  
顶点 c 的颜色是 3  
顶点 d 的颜色是 1  
顶点 e 的颜色是 2

解 4：

顶点 a 的颜色是 2  
顶点 b 的颜色是 3  
顶点 c 的颜色是 1  
顶点 d 的颜色是 3  
顶点 e 的颜色是 2

解 5：

顶点 a 的颜色是 3  
顶点 b 的颜色是 1  
顶点 c 的颜色是 2  
顶点 d 的颜色是 1  
顶点 e 的颜色是 3

解 6：

顶点 a 的颜色是 3  
顶点 b 的颜色是 2  
顶点 c 的颜色是 1  
顶点 d 的颜色是 2  
顶点 e 的颜色是 3