

# 二次流对 LSM 和 VLISM 影响的实验研究

湍流谱理论、相干结构

刘宁

浙江大学海洋学院

2024 年 3 月 21 日



浙江大学

ZHEJIANG UNIVERSITY

# 目录

研究动机

实验设置

谱分析

讨论

K41 理论

相干结构



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY

# 研究动机

- 二次流对 VLISM 和 LSM 的影响
- 环形水槽无起点和终点，适合研究大尺度涡体 LSM 和超大尺度涡体 VLISM

*J. Fluid Mech.* (2020), vol. 887, A17. © The Author(s), 2020

887 A17-1

This is an Open Access article, distributed under the terms of the Creative Commons Attribution licence (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), which permits unrestricted re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.  
doi:10.1017/jfm.2020.8

## Secondary currents and very-large-scale motions in open-channel flow over streamwise ridges

A. Zampiron<sup>1,†</sup>, S. Cameron<sup>1</sup> and V. Nikora<sup>1</sup>

<sup>1</sup>School of Engineering, University of Aberdeen, Aberdeen AB24 3UE, UK

(Received 10 October 2018; revised 13 November 2019; accepted 20 December 2019)



浙江大學  
ZHEJIANG UNIVERSITY

# 研究动机

"Ridge-induced SCs (second currents) **prevent the formation of VLSMs** by absorbing their energy or overpowering their formation."(Zampiron 等, 2020)

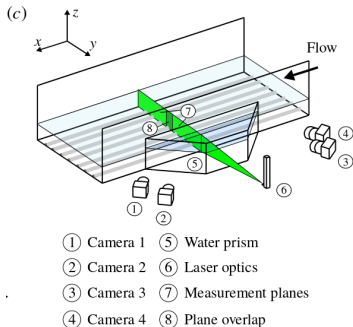


图 1: 实验设置(Zampiron 等, 2020)



# 目录

研究动机

实验设置

谱分析

讨论

K41 理论

相干结构



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY

# 实验设置

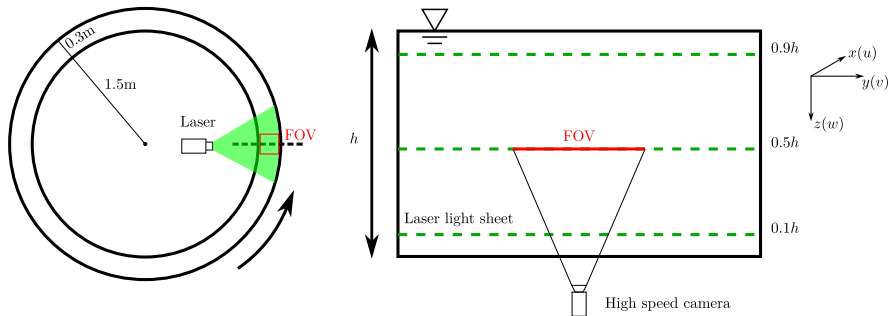


图 2: Top view and side view experiment setup



# 实验设置

表 1: 实验工况表

实验组数	测量高度 $z(\text{m})$	剪力环转速 $\omega_l(\text{rpm})$	环形槽转速 $\omega_f(\text{rpm})$	转速比 ( $\frac{\omega_l}{\omega_f}$ )
1	$0.1h$	1.5	0	$\infty$
2	$0.1h$	3	0	$\infty$
3	$0.1h$	4.5	0	$\infty$
4	$0.5h$	1.5	0	$\infty$
5	$0.5h$	3	0	$\infty$
6	$0.5h$	4.5	0	$\infty$
7	$0.9h$	1.5	0	$\infty$
8	$0.9h$	3	0	$\infty$
9	$0.9h$	4.5	0	$\infty$

水深  $h = 15\text{cm}$ , 水槽宽度  $w = 30\text{cm}$ 。



# 目录

研究动机

实验设置

谱分析

讨论

K41 理论

相干结构



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY



# 谱分析

```
1 % o-----o |
2 % |         | o
3 % |         my | /
4 % |         | / lt
5 % o-----o
6 %      nx
7 center = [floor(my / 2) + 1, floor(nx / 2) + 1]; pxxs = 0; fs = 0;
8 Fs = 24; % 采样频率 Hz
9 for i = -1:1:1
10     for j = -1:1:1
11         area = [center(1) + i, center(2) + j];
12         u_ = zeros(lt, 1);
13         for k = 1:lt
14             u_(k) = u_pri{k}(area(1), area(2)); % u_pri为脉动流速u prime
15         end
16         [pxx_, f_] = pwelch(u_, [], [], [], Fs); % 计算功率谱密度
17         pxxs = pxx_ + pxxs;
18         fs = f_ + fs;
19     end
20 end
21 % 中心点和周围点 (共1+8个点) 的平均功率谱密度
22 pxx = pxxs ./ 9; f = fs ./ 9;
23
24 figure(); grid on; set(gca, 'XScale', 'log', 'YScale', 'log');
25 plot(f, pxx) % 功率谱
26 figure(); grid on; set(gca, 'XScale', 'log');
27 plot(f, f.* pxx) % 预乘谱
```



# 谱分析

转速比  $1.5 : 0$ ,  $z = 0.5h$ , 拍摄时间 106min, 固定频率  $f = 0.025\text{Hz}$ 。

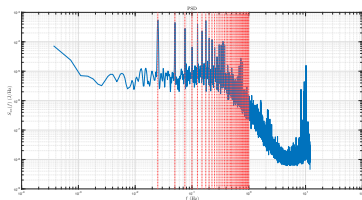


图 3: 功率谱

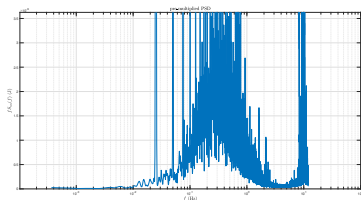


图 4: 预乘谱

预乘谱未出现双峰，单峰对应频率  $0.2\text{Hz}$ 。



# 谱分析

转速比  $1.5 : 0$ ,  $z = 0.9h$ , 拍摄时间 53min, 固定频率  $f = 0.025\text{Hz}$ 。

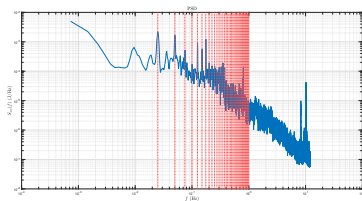


图 5: 功率谱

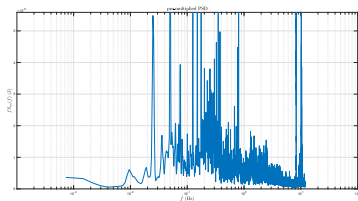


图 6: 预乘谱

预乘谱不存在双峰, 单峰对应频率  $0.2\text{Hz}$ 。



# 谱分析

转速比 3 : 0,  $z = 0.1h$ , 拍摄时间 53min, 固定频率  $f = 0.050\text{Hz}$ 。

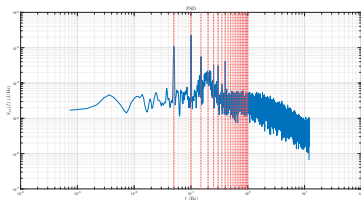


图 7: 功率谱

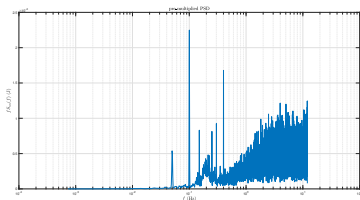


图 8: 预乘谱

预乘谱未出现双峰 (?)<sup>1</sup>, 单峰对应频率 0.2Hz。

<sup>1</sup> 高频段数据不准确, 导致预乘谱右端谱形偏移。



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY

# 谱分析

转速比 3 : 0,  $z = 0.5h$ , 拍摄时间 53min, 固定频率  $f = 0.050\text{Hz}$ 。

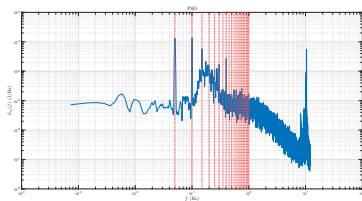


图 9: 功率谱

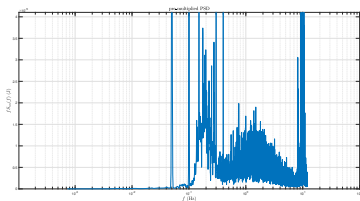


图 10: 预乘谱

预乘谱出现双峰，峰值分别对应频率 0.2Hz 和 2Hz。



# 谱分析

转速比 3 : 0,  $z = 0.9h$ , 拍摄时间 53min, 固定频率  $f = 0.050\text{Hz}$ 。

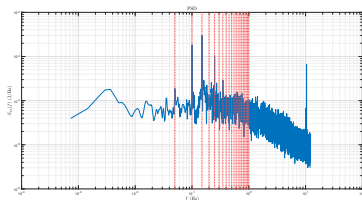


图 11: 功率谱

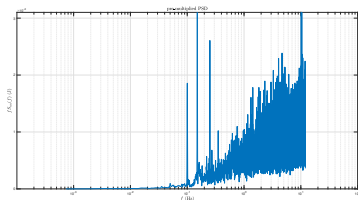


图 12: 预乘谱

预乘谱未出现双峰，单峰对应频率 0.2Hz。



# 谱分析

转速比 4.5 : 0,  $z = 0.5h$ , 拍摄时间 106min, 固定频率  $f = 0.075\text{Hz}$ 。

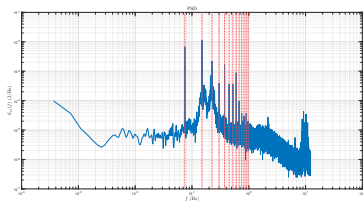


图 13: 功率谱

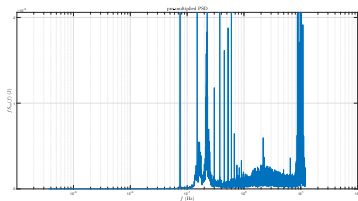


图 14: 预乘谱

预乘谱出现双峰，峰值分别对应频率 0.2Hz 和 2Hz；但是 0.2Hz 附近存在两个邻近的峰值。



# 谱分析

转速比  $4.5 : 0$ ,  $z = 0.9h$ , 拍摄时间 53min, 固定频率  $f = 0.075\text{Hz}$ 。

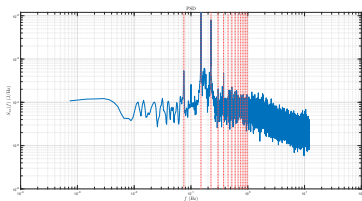


图 15: 功率谱

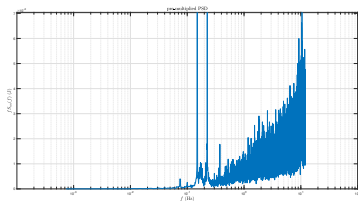


图 16: 预乘谱

预乘谱未出现双峰，但在 0.2Hz 附近存在邻近的两个峰值。



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY



# 目录

研究动机

实验设置

谱分析

讨论

K41 理论

相干结构



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY

# 讨论

- 随着环形水槽二次流增强，预乘谱由单峰变为双峰。
  - 二次流增强了 VLSM 的产生，与(Zampiron 等, 2020) 的结论相反。



# 讨论

- 随着环形水槽二次流增强，预乘谱由单峰变为双峰。
  - 二次流增强了 VL<sub>SM</sub> 的产生，与(Zampiron 等, 2020) 的结论相反。
- Q1: 原始单峰的对应频率 0.2Hz (小 $f$ ) < 新峰值的对应频率 2Hz (大 $f$ )。
  - 与 VL<sub>SM</sub> 和 L<sub>SM</sub> 的产生顺序相悖：先产生 L<sub>SM</sub> (大 $k$ )，后产生 VL<sub>SM</sub> (小 $k$ )。

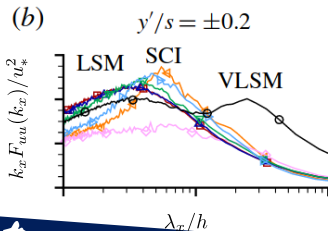


浙江大学

ZHEJIANG UNIVERSITY

# 讨论

- 随着环形水槽二次流增强，预乘谱由单峰变为双峰。
  - 二次流增强了 VLSM 的产生，与(Zampiron 等, 2020) 的结论相反。
- Q1: 原始单峰的对应频率  $0.2\text{Hz}$  (小  $f$ ) < 新峰值的对应频率  $2\text{Hz}$  (大  $f$ )。
  - 与 VLSM 和 LSM 的产生顺序相悖：先产生 LSM (大  $k$ )，后产生 VLSM (小  $k$ )。
- Q2: 二次流的能量是否会体现在功率谱或预乘谱中？
  - 一种全新的谱特性 second current instability (SCI): "a new spectral feature characterised by intermediate wavelength between LSMs and VLSMs appears, ..." (Zampiron 等, 2020)



# 讨论

实验中预乘谱出现的双峰并不是 VLSM 和 LSM，而是 SCI 和 LSM。始终存在的 0.2Hz 的频率对应 SCI，随着二次流增强出现的新峰值频率 2Hz 对应 LSM，这符合二者的大小关系和出现的先后顺序（先出现大尺度，后出现小尺度）。

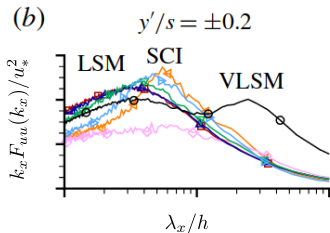


图 17: Figure 8(b) Pre-multiplied spectra  $k_x F_{uu}(k_x)/u_*^2$  from (Zampiron 等, 2020).



# 目录

研究动机

实验设置

谱分析

讨论

K41 理论

相干结构



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY

## $p_{th}$ order velocity strcture function

$$S_p(r) = \left\langle \left[ \left( \vec{u}(\vec{x} + r\vec{l}^0) - \vec{u}(\vec{x}) \right) \cdot \vec{l}^0 \right]^p \right\rangle.$$

K41 理论解释  $p = 2$  的二阶 velocity strcture function 实验结果（取  $\vec{l}^0$  为流向单位矢量， $\vec{u} \cdot \vec{l}^0 = u_1$  为流向流速）<sup>2</sup>：

$$S_2^L(r) = \left\langle [u_1(x+r) - u_1(x)]^2 \right\rangle \sim r^{\frac{2}{3}}.$$

---

<sup>2</sup>上标  $L$  表示主流方向。



## K41: $\frac{2}{3}$ power law

为弥补二阶 velocity structure function 标度律推导过程的缺陷<sup>3</sup>, Kolmogorov 推导出  $p = 3$  的理论  $\frac{4}{5}$  law:

$$S_3^L(r) = \left\langle [u_1(x+r) - u_1(x)]^3 \right\rangle = \frac{4}{5} \varepsilon r.$$

Kolmogorov 假设 structure function 的偏度 (skewness)  $S'$  为常数:

$$S' = S_3^L(r) / S_2^L(r)^{\frac{3}{2}}.$$

因此从理论上解释了  $S_2^L(r) \sim r^{\frac{2}{3}}$  实验结果,

$$S_2^L = \left( -\frac{4}{5S'} \right)^{\frac{2}{3}} (\varepsilon r)^{\frac{2}{3}} \sim r^{\frac{2}{3}}.$$

---

<sup>3</sup>朗道质疑不存在普适的 (universal) 常数使得  $\frac{2}{3}$  标度律成立。 [link here](#).





## K41: $-\frac{5}{3}$ power law

$$S_2^L(r) = \left\langle [u_1(x+r) - u_1(x)]^2 \right\rangle \sim \varepsilon^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}}, \quad R_{11}(r) = \langle u_1(x+r)u_1(x) \rangle.$$

二阶 velocity strcture function 可表示为相关函数  $R_{11}(r)$  的形式:

$$S_2^L(r) = 2R_{11}(0) - R_{11}(r) - R_{11}(-r) = 2R_{11}(0) - 2R_{11}(r).$$

又由于相关函数  $R_{11}(r)$  和功率谱密度  $E_{11}(k)$  为一对 Fourier 变换对, 因此功率谱可表示为二阶 velocity strcture function 的 Fourier 变换形式:

$$S_2^L(r) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} (1 - e^{ik \cdot r}) E_{11}(k) dk.$$

最终, 二阶 velocity strcture function 的  $\frac{2}{3}$  标度律导出功率谱的  $-\frac{5}{3}$  标度律。



# 目录

研究动机

实验设置

谱分析

讨论

K41 理论

相干结构



浙江大学  
ZHEJIANG UNIVERSITY

# Lagrangian Coherent Structure



图 18: Cover of album of fluid motion



# Lagrangian Coherent Structure


- **Finite-Time Lyapunov Exponents** (FTLE) can be used to find separatrices in time-dependent systems ...
- These separatrices are called **Lagrangian Coherent Structures** (LCS).
- These structures divide dynamically distinct regions in the flow and reveal geometry ...



图 19: FTLE field for a plunging plate at low Reynolds number



# 参考文献 I

-  ZAMPIRON A, CAMERON S, NIKORA V, 2020. Secondary currents and very-large-scale motions in open-channel flow over streamwise ridges[J]. Journal of Fluid Mechanics, 887:A17.

