

Large- and very-large-scale motions

Premultiplied spectrum: the root of all evil!

刘宁

浙江大学海洋学院

2023 年 12 月 7 日



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

预备知识

- 波长 Λ
- 波数 $k = \frac{2\pi}{\Lambda}$
- 脉动流速 $u(t)$
- 相关函数 $R(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(\tau + t)u(\tau) d\tau$
- 功率谱密度 $\hat{S}_{uu}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(t)e^{-it\omega} dt$
- 功率谱密度的波数形式 $S_{uu}(k) = \overline{U} \hat{S}_{uu}(Uk)$
 - 泰勒冻结假定



浙江大學

ZHEJIANG UNIVERSITY

目录

大尺度涡 LSM 和超大尺度涡 VLSM

一维功率谱密度 S_{uu} 图像

预乘谱的讨论



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

相干结构

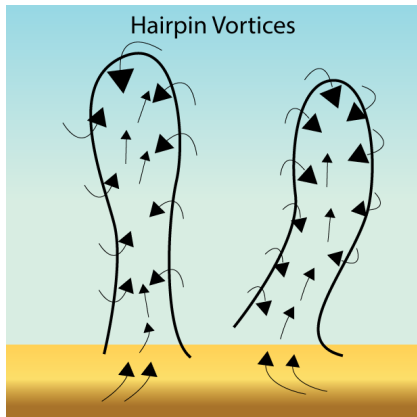


图 1: 发卡涡示意图 (Wikipedia)



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

起因: 预乘谱双峰特征

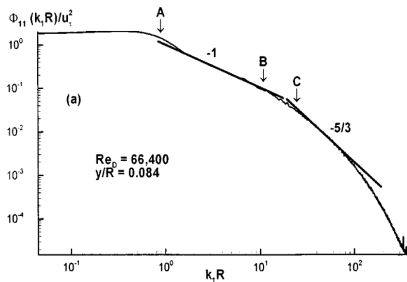


图 2: 双对数坐标下流向速度的功率谱 (Kim 等, 1999)

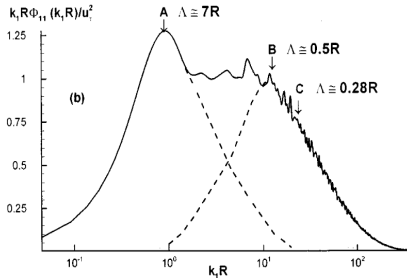


图 3: 流向速度的预乘谱 (Kim 等, 1999)



特征长度: VLSM 波长 Λ_{max}

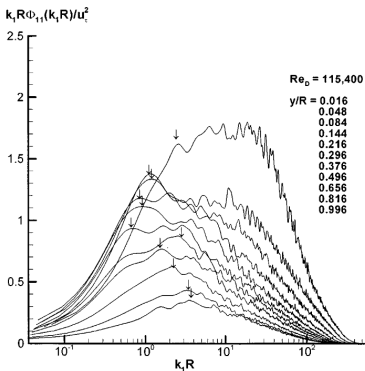


图 4: 距壁面不同距离情况下的预乘谱, 箭头表示超大尺度涡的波数 $\frac{2\pi}{\Lambda_{max}}$ (Kim 等, 1999)



特征长度: VLSM 波长 Λ_{max}

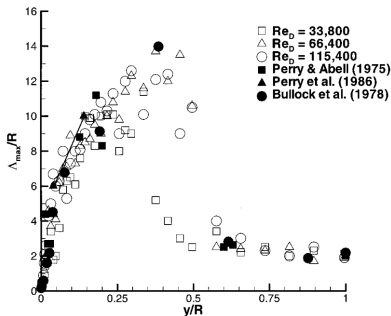


图 5: 超大尺度涡的无量纲化波长 Λ_{max}/R 随壁面距离的变化 (Kim 等, 1999)

存在两种大尺度现象:

- $\Lambda_1 \sim 2R$;
- $\Lambda_2 \sim 14R$.

超大尺度涡波长 Λ_{max} 的无量纲参数 (Balakumar 等, 2007):

- outer (large) scale δ_o ;
 - 明渠半高, h ;
 - 边界层厚度, δ ;
 - 管径, R ;
- inner (small) scale $\delta_\nu = \frac{\nu}{u_*}$.



特征长度: VLSM 波长 Λ_{max}

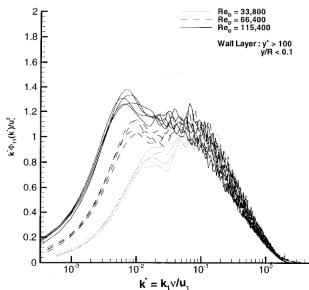


图 6: inner scale δ_v 无量纲化的预乘谱 (Kim 等, 1999)

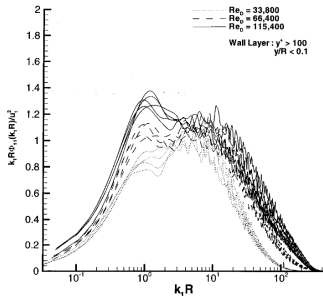


图 7: outer scale δ_o 无量纲化的预乘谱 (Kim 等, 1999)



Λ_{max} 划分预乘谱

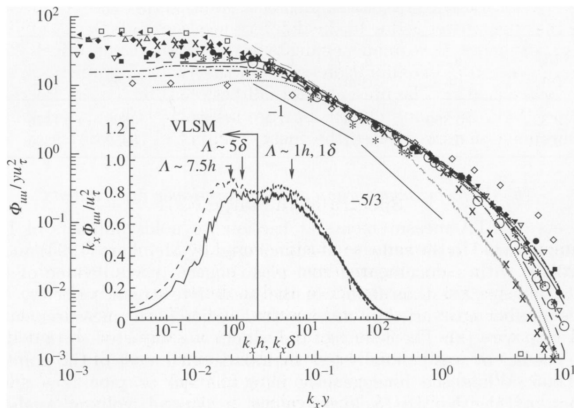


图 8: 流向流速的功率谱 (Balakumar 等, 2007)



VLISM 紊流特征的累积量 γ_{ij}

$$\begin{aligned}\gamma_{ij} \left(k \geq k_x = \frac{2\pi}{\Lambda_x} \right) &= 1 - \frac{\sum_{k=0}^{k=k_x} S_{ij}(k)}{\sum_{k=0}^{k=k_{x\max}} S_{ij}(k)} \\ &= \gamma_{ij} \left(\Lambda \leq \Lambda_x = \frac{2\pi}{k_x} \right).\end{aligned}$$

- 累积湍动能 γ_{uu} ;
- 累积雷诺切应力 γ_{uw} 。



浙江大學

ZHEJIANG UNIVERSITY

VLSM 紊流特征的累积量 γ_{ij}

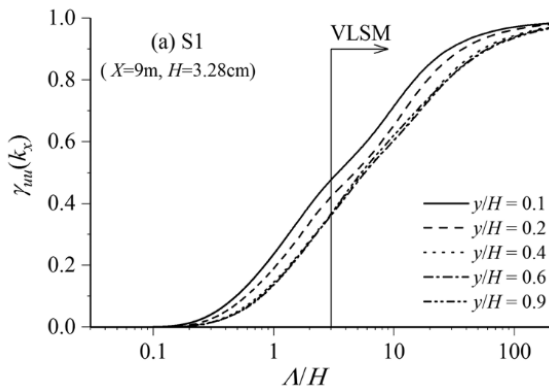


图 9: 流向流速 u 动能累积分布 γ_{uu} (Zhang 等, 2019)



VLSM 形成机制猜想

Hairpins alignment, i.e. spatial alignment of LSMs(Kim 等, 1999).

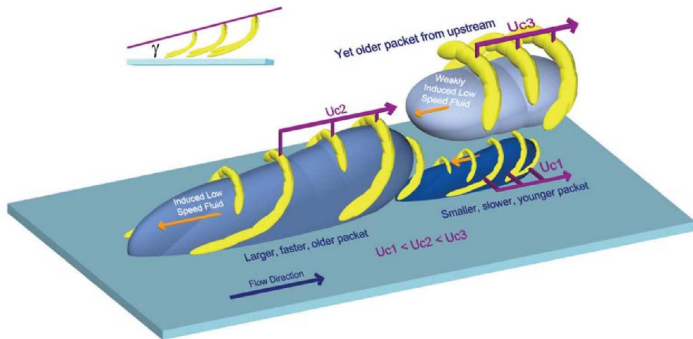


图 10: Conceptual model of the nested packets of hairpins(Srinath, 2017)



VLSM 形成机制猜想

Differences in LSMs and VLSMs scaling \Rightarrow form independently (Cameron 等, 2017).

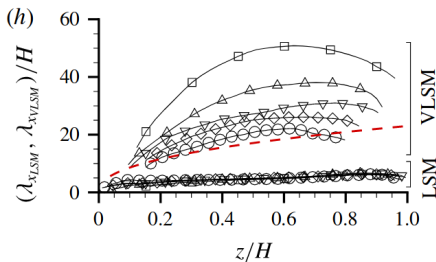


图 11: LSM 和 VLSM 预乘谱波峰对应的波长 Λ (Cameron 等, 2017)

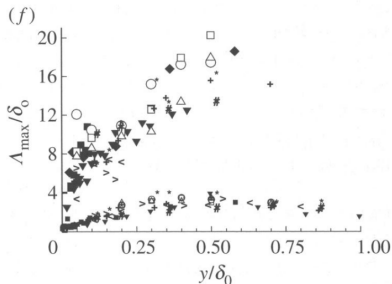


图 12: LSM 和 VLSM 预乘谱波峰对应的波长 Λ (Balakumar 等, 2007)



目录

大尺度涡 LSM 和超大尺度涡 VLSM

一维功率谱密度 S_{uu} 图像

预乘谱的讨论



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

Big picture

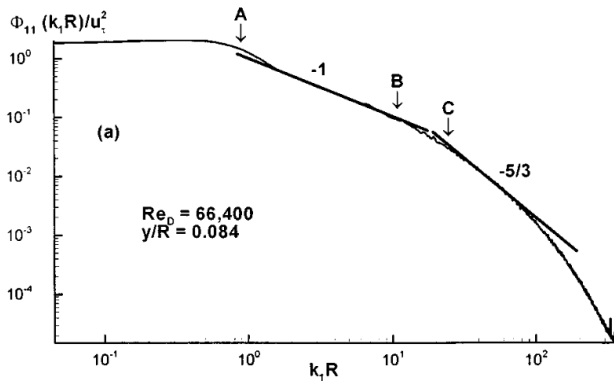


图 13: 双对数坐标下流向速度的功率谱密度 (Kim 等, 1999)



功率谱密度 $-5/3$ 段：惯性区

惯性区内大涡的能量通过能量级串传递到小涡, 其中能量产生等于耗散, 最终小涡耗散为热量.

- $\varepsilon[\text{m}^2\text{s}^{-3}]$: 单位质量的平均能量耗散率
- $\nu[\text{m}^2\text{s}^{-1}]$: 动力黏度

在大雷诺数情况下, 惯性区内部的统计量仅与特征长度 ℓ 和 $\varepsilon = \text{const}$ 有关 (Kolmogorov, 1941).

能量谱 $E(k)$ 的 $-5/3$ 法则

特征长度 $\ell = \ell(\varepsilon)^{1/4}$ 对应的波数 $k = \frac{2\pi}{\ell}$. 量纲分析得到能量谱 $E(k)[\text{m}^3\text{s}^{-2}]$:

$$E(k) = f(\varepsilon, k) \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}.$$

¹ Kolmogorov's second similarity hypothesis (Pope, 2000).



功率谱密度 —1 段

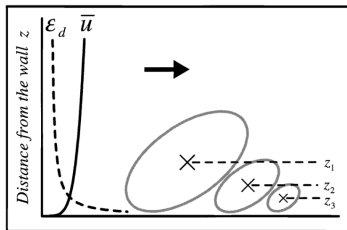


图 14: 壁面湍流竖直方向湍动能耗散 ε_d 分布 (Nikora, 1999)

$$\varepsilon \sim u_*^3/z \sim u_*^3 k.$$

$$S_{uu}(k) \sim \varepsilon(k)^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}} \sim u_*^2 k^{-1}.$$



低频段的平台区域

一维谱的混叠

见 (Tennekes 等, 1972)248 至 249 页.

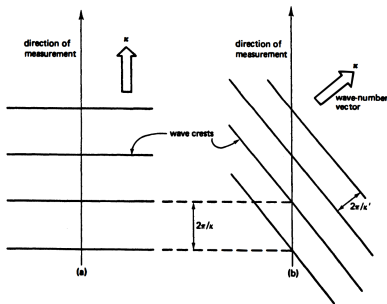


图 15: Aliasing in one-dimensional spectra(Tennekes 等, 1972)



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

目录

大尺度涡 LSM 和超大尺度涡 VLSM

一维功率谱密度 S_{uu} 图像

预乘谱的讨论



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

预乘谱的变换

针对特定的一组功率谱密度 $S_{uu}(k)$ 数据，预乘谱变换包含两个步骤：

1. x 轴的 scale 变换为 $\log_{10}(k)$;
2. y 轴变量更改为 $\frac{1}{(\log_{10} k)'} S_{uu}(k) = \mathcal{O}(k \cdot S_{uu}(k))$ 。

广义形式

1. x 轴的 scale 变换为 $f(k)$;
2. y 轴变量更改为 $\frac{1}{f'(k)} S_{uu}(k)$ 。

广义形式变换得到的预乘谱仍然满足积分面积大小正比于能量大小。



预乘谱的变换

表 1: 预乘谱的广义变换形式

x 轴变换函数 $f(k)$	y 轴变量	广义预乘谱变换结果	是否存在双峰
k	$S_{uu}(k)$	线性坐标下功率谱	否
$\log_{10}(k)$	$k \cdot S_{uu}(k)$	预乘谱	是
\sqrt{k}	$2\sqrt{k} \cdot S_{uu}(k)$	广义预乘谱	否



HOWTO

```
1 def forward(k):  
2     return k**(1/2)  
3  
4 def inverse(k):  
5     return k**2  
6  
7 ax.plot(k, Suu)  
8 ax.set_xscale('function', functions=(forward, inverse))
```





代码 1: x 轴广义变换 $f(k) = \sqrt{k}$

See also: [matplotlib scales demo](#).








浙江大學
ZHEJIANG UNIVERSITY

参考文献 I

-  BALAKUMAR B, ADRIAN R, 2007. Large-and very-large-scale motions in channel and boundary-layer flows[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 365(1852): 665-681.
-  CAMERON S, NIKORA V, STEWART M, 2017. Very-large-scale motions in rough-bed open-channel flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 814: 416-429.
-  KIM K C, ADRIAN R J, 1999. Very large-scale motion in the outer layer[J]. Physics of Fluids, 11(2): 417-422.
-  KOLMOGOROV A, 1941. The Local Structure of Turbulence in Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds' Numbers[J]. Akademiia Nauk SSSR Doklady, 30: 301-305.



参考文献 II

-  NIKORA V, 1999. Origin of the “- 1” spectral law in wall-bounded turbulence[J]. Physical Review Letters, 83(4): 734.
-  POPE S B, 2000. Turbulent Flows[M]. Cambridge University Press.
-  SRINATH S, 2017. Modeling and prediction of near wall turbulent flows[D]. Ecole centrale de Lille.
-  TENNEKES H, LUMLEY J L, 1972. A first course in turbulence[M]. MIT press.
-  ZHANG P, DUAN Y, LI D, et al., 2019. Turbulence statistics and very-large-scale motions in decelerating open-channel flow[J]. Physics of Fluids, 31(12).

