《数理统计》课程期中练习（经统）

1、 设$\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_{10}$是来自$N(0,4)$的样本，设$F=\dfrac{c(\sum\limits_{i=1}^{6}\xi_i)^2}{\sum\limits_{i=7}^{10}\xi_i^2}$服从$F$分布，求$c$的值。

2、 设总体容量为 8 的一组样本观察值为 1，1，2，5，3，3，4，5 求经验分布函数$F_n\left(x\right)$ 。

3、设总体$\xi\sim f(x,\theta)=\begin{cases}\theta\left(1+\theta\right)x^{\theta-1}\left(1-x\right) & 0<x<1\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$， $x_1,x_2,\cdots,x_n$为样本观察值，求θ的矩估计。

4、设总体$\xi\sim f(x;\theta_{1,}\theta_2)=\begin{cases}\theta_2 e^{-\theta_2(x-\theta_1)} & x>\theta_1,\theta_2>0\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$求$\theta_1,\theta_2$的极大似然估计。

5、设$\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2$为$\theta$的两个独立的无偏估计量，且$\hat{\theta}_1$的方差为$\hat{\theta}_2$的方差的三倍，试确定常数$c_1,c_2$使得$c_1\hat{\theta}_1+c_2\hat{\theta}_2$为$\theta$的线性最小方差无偏估计量。

6、设总体，$\xi\sim f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta}{x^2}e^{-\frac{\theta}{x}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$,$\theta>0$ $\xi_1,\xi_2,\cdots\xi_n$为总体ξ的样本，求$\dfrac{1}{\theta}$的有效估计量，一致最小方差无偏估计及$R-C$下界。

7、为考察某大学成年男性的胆固醇水平，现抽取了样本容量为 26 的样本，测得$\overline{x}=186$,样本标准差为 10。假定胆固醇水平$\xi\sim N\left(a,\sigma^2\right)$,试求$a$及$\sigma^2$的 90%的置信区间。

8、设$\left(\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_{n_1}\right)$和$\left(\eta_1,\eta_2,\cdots,\eta_{n_2}\right)$分别来自$N\left(a_1,\sigma^2\right)$和$N\left(a_2,\sigma^2\right)$的样本，且相互独立，$\alpha$和$\beta$是两个已知常数，试求

$$\frac{\alpha\left(\overline{\xi}-a_1\right)+\beta\left(\overline{\eta}-a_2\right)}{\sqrt{\frac{n_1S_1^2+n_2S_2^2}{n_1+n_2-2}\left(\frac{\alpha^2}{n_1}+\frac{\beta^2}{n_2}\right)}}$$ 的分布，

其中$S_1{}^2=\frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1}(\xi_i-\overline{\xi})^2$，$S_2{}^2=\frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2}(\eta_i-\overline{\eta})^2$

9、设$\xi\sim N(a,\sigma^2)$，$\xi_{1,}\xi_2\cdots,\xi_n$为$\xi$的样本，求常数 k

使$P\left\{\left|\frac{\xi_1-\overline{\xi}}{\sigma/\sqrt{n}}\right|<\left(n\text{-}1\right)k\right\}=0.95$

10、设$\xi\sim N(a,\sigma^2)$，$\xi_{1,}\xi_2\cdots,\xi_{16}$为$\xi$的样本

求（1）$P\left\{\frac{\mathrm{S}^2}{\sigma^2}<1.718\right\}$（2）$DS^2$