

Notes de stage T3 - Été 2025
Baccalauréat en physique - Université de Sherbrooke

Caractérisation des spectres de sursauts gamma de l'évaporation de « morceaux » de trous noirs.

Félix MIGNEAULT

Superviseur: *Giacomo Cacciapaglia*

Conseiller pédagogique: *Louis Taillefer*

Conseillère professionnel: *Annie Ménard*



Université de
Sherbrooke



1. Évolution du flux différentiel

1.1 Contexte

En partant de l'idée proposé dans [1] où l'existence de singularité dans un trou noir serait réfuté, G. Cacciapaglia et al. [2] ont discutés de la possibilité de création de « morceaux » de trous noirs lors de la coalescence de trous noirs. Ils ont également abordés la possibilité de détection de radiation de Hawking dû à une grande quantité de morceaux et ont décrits le signal qui serait question.

Le programme `BlackHawk` [3] permet d'obtenir le taux d'émission de particules subatomiques résultantes de la radiation d'Hawking lorsqu'il est fourni une liste de paramètres spécifiant la distribution de trous noirs voulue ainsi que les caractéristiques de ceux-ci. Cette quantité est donnée à travers le spectre primaire : l'émission initiale des particules, et le spectre secondaire : l'émission induite de particules stables suite à la désintégration des autres particules. Comme donné dans [2], on peut l'exprimer comme

$$\frac{d^2 N_p}{dt dE_p} = \frac{1}{h} \frac{\Gamma_p(E_p, M_{Bm})}{\exp\left\{\frac{E_p}{k_B T_{Bm}}\right\} \pm 1}, \quad (1.1)$$

où p est l'indice du type de particule, Γ est le facteur de transmission (*grey body factor*), M_{Bm} est la masse initiale d'un morceaux de trou noir et T_{Bm} sa température. En considérant la distribution de masse des morceaux de trou noir, on obtient

$$J_p = \int_{M_{min}}^{M_{max}} dM_{Bm} \frac{dn_{Bm}}{dM_{Bm}} \frac{d^2 N_p}{dt dE_p}(\mu_t(M_{Bm}, t)), \quad (1.2)$$

où μ_t est la masse du morceau à un temps t . On souhaite alors calculer le flux différentiel :

$$E_p^2 \frac{dF_p}{dE_p} = \frac{1}{8\pi D^2} E_p^2 J_p, \quad (1.3)$$

où D est la distance comobile entre l'observateur et l'amas de trous noirs.

1.2 Traitement analytique

On cherche en premier lieu l'évolution dans le temps de la distribution de masses et l'on sait que l'émission de radiation d'Hawking peut être approximativement représenté via la radiation d'un corps noir donnant ainsi une correspondance claire entre la masse du morceau et le temps s'écoulant pour un observateur lointain. On s'attend à une fonction $\mu_t(M_{Bm}, t)$ tel que

$$\frac{d\mu_t}{dt} < 0, \quad \frac{d^2 \mu_t}{dt^2} < 0. \quad (1.4)$$

Par exemple, dans le cas d'un trou noir de Schwarzschild avec une radiation complètement en rayon gamma, on s'attend à la forme suivante :

$$\mu_t(M_{Bm}, t) = \sqrt[3]{M_{Bm}^3 - \frac{\hbar c^4}{5120\pi G^2} t}. \quad (1.5)$$

Aussi, on note que la température d'Hawking d'un trou noir s'écrit comme suit [4] :

$$\begin{aligned} T_{Bm}(M_{Bm}, t) &= \frac{\hbar c^3}{8\pi G k_B} \frac{1}{\mu_t(M_{Bm}, t)} \\ &= \frac{\hbar c^3}{8\pi G k_B} \left(M_{Bm}^3 - \frac{\hbar c^4}{5120\pi G^2} t \right)^{-1/3} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Il suffit alors de spécifier le facteur transmission de corps noir, où le modèle cherche à satisfaire les caractéristiques attendues : $\Gamma \rightarrow 0$ si $E_p \ll k_B T_{Bm}$ et $\Gamma \rightarrow 1$ si $E_p \gg k_B T_{Bm}$. Dans notre cas, il sera suffisant de prendre le cas $\Gamma \approx 1$. On souligne tout de même que des modèles plus complets existent, par exemple [5].

Ainsi, en utilisant les trois quantités précédentes, on réécrit l'équation (1.1) tel que

$$\frac{d^2 N_p}{dt dE_p} = \frac{1}{h} \frac{1}{\exp\left\{ \frac{8\pi G}{\hbar c^3} E_p \sqrt[3]{M_{Bm}^3 - \frac{\hbar c^4}{5120\pi G^2} t} \right\} \pm 1}, \quad (1.7)$$

et on parvient à la figure 1.1.

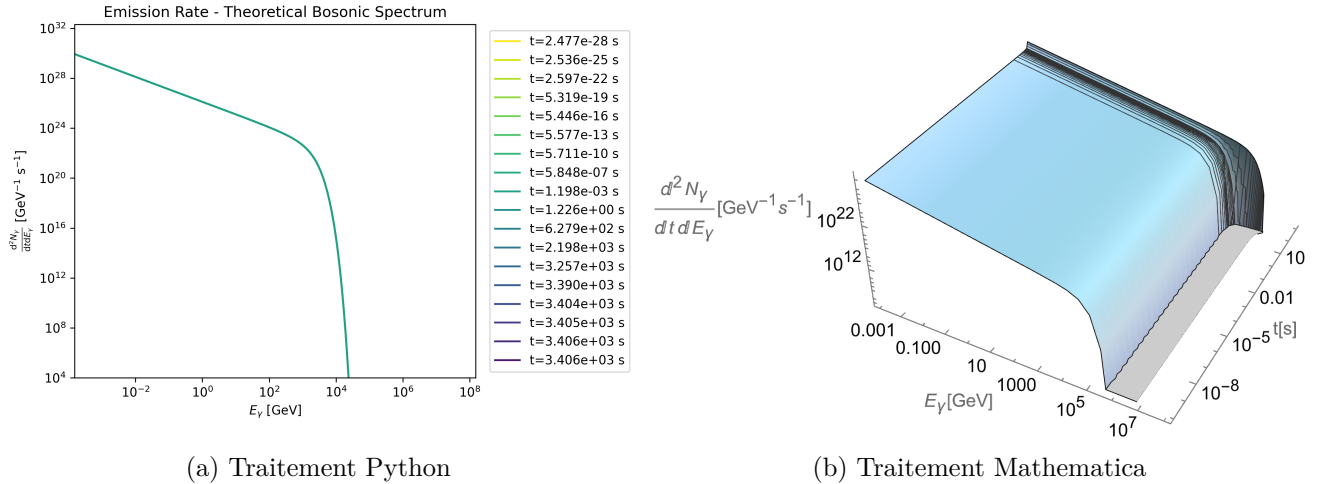


Figure 1.1: Spectre secondaire du taux d'émission de photons à différents temps pour un trou noir de masse $2 \cdot 10^7$ kg, sans charge et sans spin. On note qu'il y a une augmentation considérable du taux d'émission à un temps très près du temps d'évaporation tel que présenté dans la figure de droite. Comme dans la plupart des figures ici, les courbes de la figure de gauche se chevauchent et, dans ce cas, les courbes de temps élevés ne s'affichent pas par le manque de convergence numérique, mais devraient aussi se chevaucher jusqu'à l'augmentation noté plus tôt.

On peut alors calculer J_p :

$$\begin{aligned}
 J_p(E_p, t) &= \int_{M_{min}}^{M_{max}} dM_{Bm} \frac{dn_{Bm}}{dM_{Bm}} \frac{1}{h} \frac{1}{\exp\left\{\frac{8\pi G}{hc^3} E_p \mu_t(M_{Bm}, t)\right\} \pm 1} \\
 &= \int_{\tau_{max}}^0 d\tau \left. \frac{dn_{Bm}}{dM_{Bm}} \right|_{\mu_t(M_{max}, \tau)} \frac{1}{h} \frac{\frac{d}{d\tau}(\mu_t(M_{max}, \tau))}{\exp\left\{\frac{8\pi G}{hc^3} E_p \mu_t(M_{max}, t + \tau)\right\} \pm 1} \\
 &= \int_0^{\tau_{max}} d\tau \left. \frac{dn_{Bm}}{dM_{Bm}} \right|_{\mu_t(M_{max}, \tau)} \frac{\frac{c^4}{30720\pi^2 G^2} \left(M_{max}^3 - \frac{hc^4}{5120\pi G^2} \tau\right)^{-2/3}}{\exp\left\{\frac{8\pi G}{hc^3} E_p \sqrt[3]{M_{max}^3 - \frac{hc^4}{5120\pi G^2} (t + \tau)}\right\} \pm 1},
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

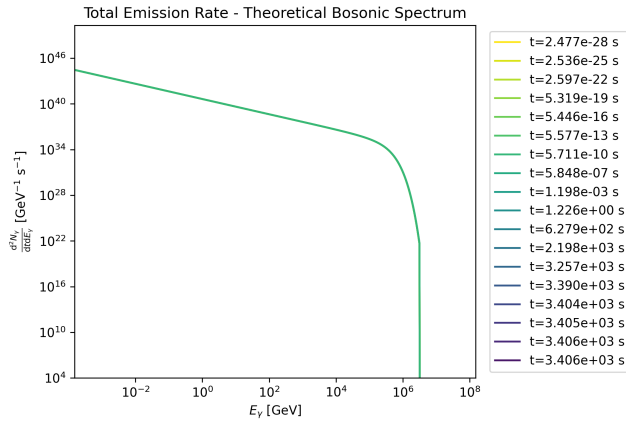
où $\tau_{max} = \frac{5120\pi G^2}{hc^4} (M_{max}^3 - M_{min}^3)$. En spécifiant une distribution de masse, par exemple une distribution uniforme :

$$\begin{aligned}
 \frac{dn_{Bm}}{dM_{Bm}} &= c : \int_{M_{min}}^{M_{max}} dM_{Bm} \frac{dn_{Bm}}{dM_{Bm}} = M_{tot} \\
 \Rightarrow \left. \frac{dn_{Bm}}{dM_{Bm}} \right|_{\mu_t(M_{max}, \tau)} &= \frac{M_{tot}}{M_{max} - M_{min}},
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

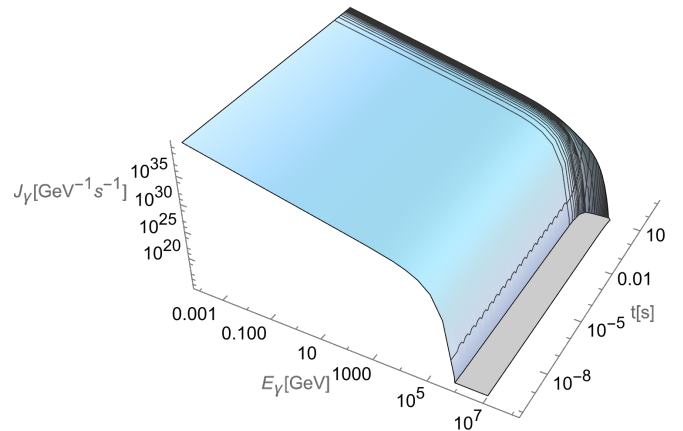
on trouve un flux différentiel total :

$$E_p^2 \frac{dF_p}{dE_p}(E_p, t) = \frac{M_{tot}}{M_{max} - M_{min}} \frac{c^4 E_p^2}{30 \cdot 2^{13} \pi^3 D G^2} \int_0^{\tau_{max}} d\tau \frac{\left(M_{max}^3 - \frac{hc^4}{5120\pi G^2} \tau\right)^{-2/3}}{\exp\left\{\frac{8\pi G}{hc^3} E_p \sqrt[3]{M_{max}^3 - \frac{hc^4}{5120\pi G^2} (t + \tau)}\right\} \pm 1}. \tag{1.10}$$

À l'aide de calculs numériques, il est possible d'évaluer aisément les quantités J_p et $E_p^2 \frac{dF_p}{dE_p}$. On obtient ainsi les figures 1.2 et 1.3.



(a) Traitement Python



(b) Traitement Mathematica

Figure 1.2: Spectre secondaire du taux d'émission total de photons à différents temps pour une distribution en loi de puissance de trous noirs de masse $M_{Bm} \in [2.6 \cdot 10^5, 3.0 \cdot 10^6]$ kg, sans charge et sans spin.

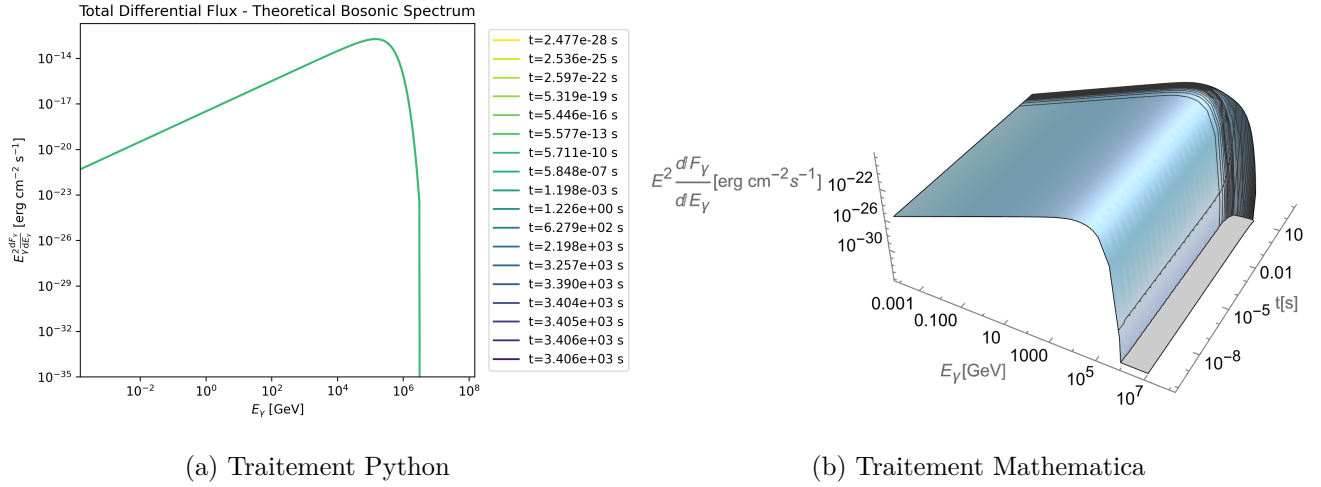


Figure 1.3: Flux différentiel total de photons à différents temps pour une distribution de masses tel que décrit dans la figure 1.2, sans charge et sans spin se situant à une distance de 300 Mpc de l'observateur.

1.3 Traitement numérique

Avec le taux d'émission (1.1) directement calculé par **BlackHawk**, on obtient un spectre de taux d'émission de photons pour un trou noir tel que présenté dans la figure 1.4.

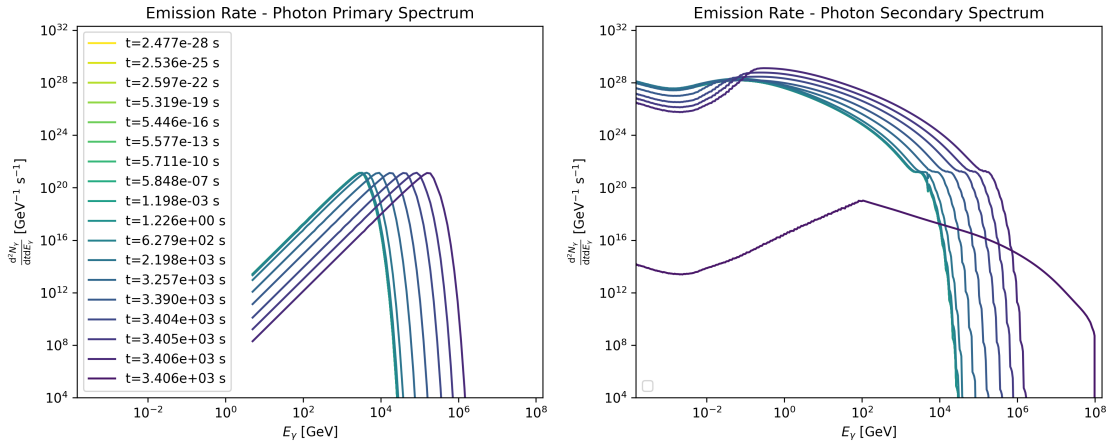


Figure 1.4: Spectre primaire (droite) et secondaire (gauche) du taux d'émission de photons à différents temps pour un trou noir de masse $2 \cdot 10^7$ kg, sans charge et sans spin. On note que la table de hadronisation PYTHIA est utilisé pour les basses énergies ainsi que la table HDMSpectra pour les hautes énergies, où le critère de changement de table est fixé à $5 \cdot 10^3$ GeV pour le spectre primaire et on effectue la somme des des deux pour le spectre secondaire. On observe que la dernière courbe secondaire semble anormal, car elle est le résultat d'un temps d'observation très proche du temps d'évaporation du trou noir et les tables d'hadronisation ne sont plus autant valides.

En suivant l'évolution de la masse décrite par **BlackHawk** (comparable au modèle simplet de l'équation (1.5)), on peut visualiser comment une distribution initiale de trous noirs évolue dans la figure 1.5.

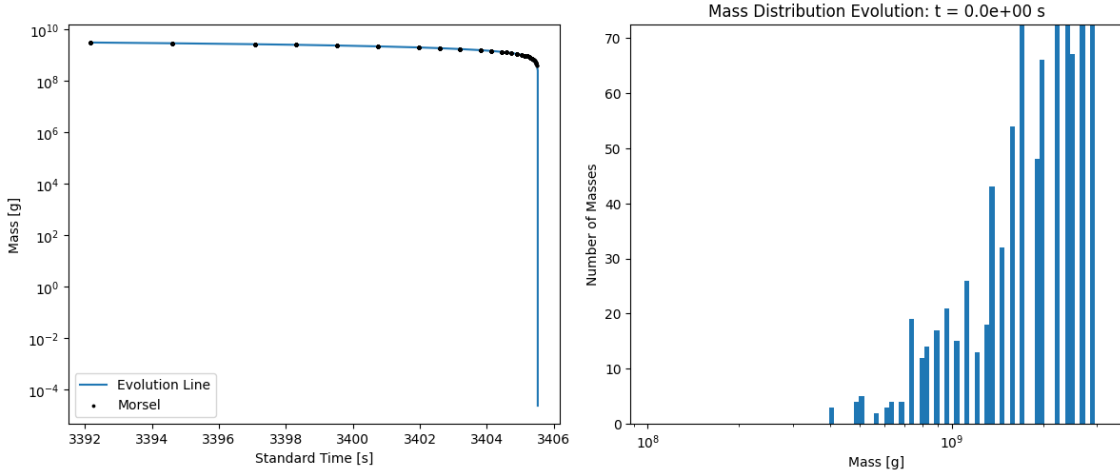


Figure 1.5: Évolution de la masse de morceaux de trous noirs selon une distribution initiale aléatoire en loi de puissance de 1000 trous noirs avec une masse $M_{Bm} \in [2.6 \cdot 10^5, 3.0 \cdot 10^6]$ kg, pour un total de $2 \cdot 10^9$ kg. On note que l'axe horizontal de la première sous-figure est le temps pour lequel un trou noir de masse $2 \cdot 10^7$ kg prendrait pour diminuer de masse. (*Le fichier .gif n'est pas chargé*)

Pour extraire un flux différentiel total d'un amas de morceaux de trous noirs, il suffit premièrement de trouver la correspondance en temps initiaux pour une distribution de masses initiales et en effectuer la somme de leur spectre individuel pour chaque temps d'observation. On obtient alors la figure 1.2.

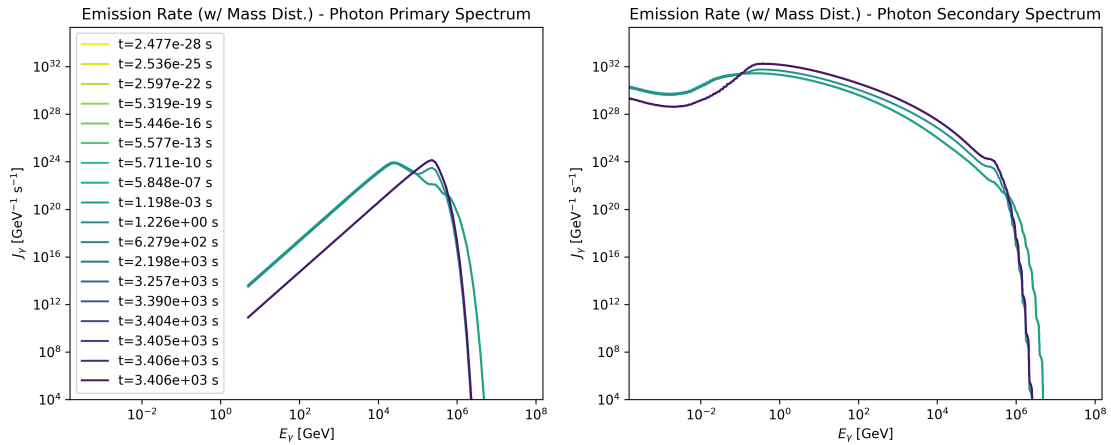


Figure 1.6: Spectre primaire (droite) et secondaire (gauche) du taux d'émission de photons à différents temps pour une distribution de masses tel que décrit dans la figure 1.5, sans charge et sans spin. On note que le même critère d'utilisation de tables d'hadronisation que dans la figure 1.4 est utilisé. Aussi, on spécifie qu'ici, l'émission de photons est considéré comme nul pour les masses atteignant avec leur temps correspondant la précision maximale de **BlackHawk** : $M_{Bm} \lesssim 5 \cdot 10^5$ kg.

Deuxièmement, en multipliant par le facteur de l'équation 1.3 on arrive à la figure 1.7.

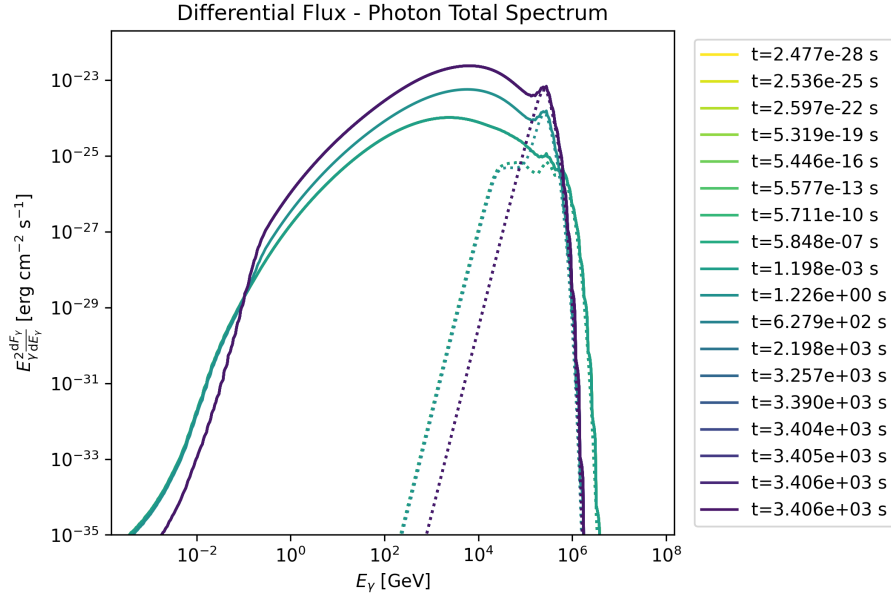


Figure 1.7: Flux différentiel total de photons à différents temps dérivant du taux d'émission calculé dans la figure 1.6.

En augmentant la précision en temps dans l'évolution des masses à l'aide d'une seconde simulation **BlackHawk**, on parvient à un flux différentiel total plus élevé pour un grand temps d'observation (voir figure 1.8).

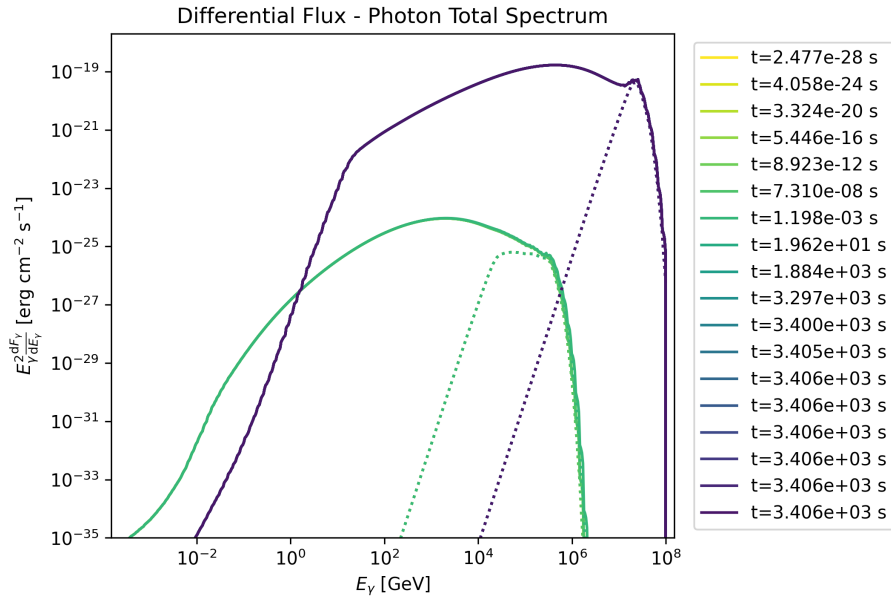


Figure 1.8: Flux différentiel total de photons à différents temps évalué identiquement à la figure 1.7 à l'exception d'avoir une précision accrue en temps associé à chaque masse dans le régime de petite masse : $M_{Bm} \in [3 \cdot 10^3, 5 \cdot 10^5] \text{ kg}$.

2. Comparaison des spectres

On remarque que la forme du flux différentiel total de photons n'a pour paramètre libre que la forme de distribution de masses initiales spécifiée par la masse totale, son domaine ainsi que son type de distribution. Ensuite, un facteur d'échelle peut être modifié correspondant directement au ratio de nombres de masses sur la distance d'observation.

2.1 Différentes distributions initiales

Suite au constat de l'impact de la forme de distribution de masses initiales sur les prévisions observationnelles, on souhaite comparer l'évolution du flux différentiel total sous différentes distributions (voir figure 2.1).

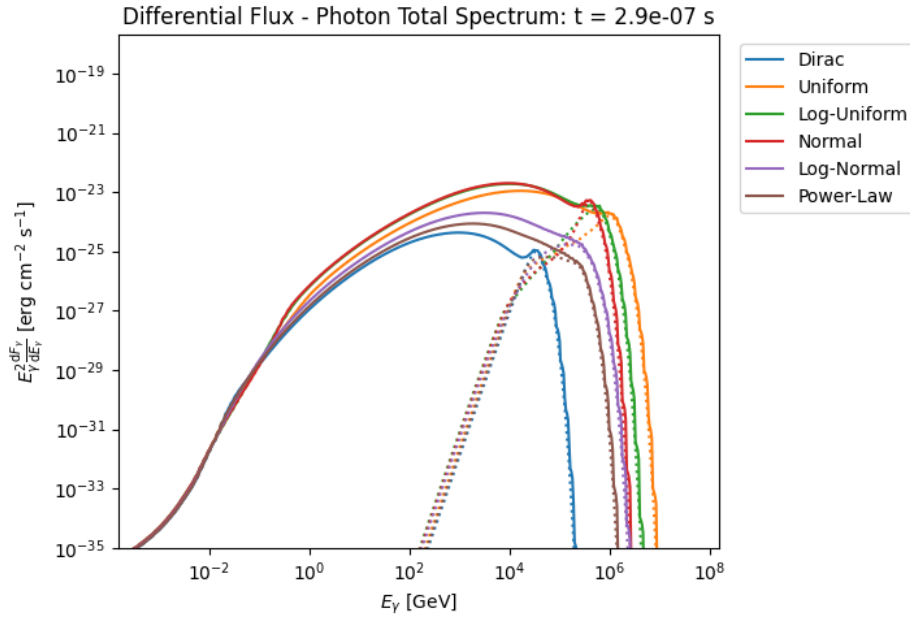


Figure 2.1: Évolution de spectres secondaire du flux différentiel total de photons pour des distributions Dirac, uniforme, log-uniforme, normale, log-normale et loi de puissance de 1000 masses sans charge et sans spin se situant à une distance de 300 Mpc de l'observateur, pour un total de $2 \cdot 10^9$ kg. On note que la précision en temps additionnelle n'a pas été appliquée ici. (*Le fichier .gif n'est pas chargé*)

2.2 Données observationnelles

2.2.1 HAWC

Malheureusement, les données HAWC offrent seulement le flux différentiel à 7 TeV et moyennées dans le temps d'observation.

2.2.2 HESS

Malheureusement, il est mentionné que les données HESS on une politique tel que : « No scientific publications may be derived from the data. Using the data for new claims about the astrophysical sources is not permitted. »

2.2.3 LHAASO

Seulement une observation de LHAASO est accessible et donne lieu à la figure 2.2.

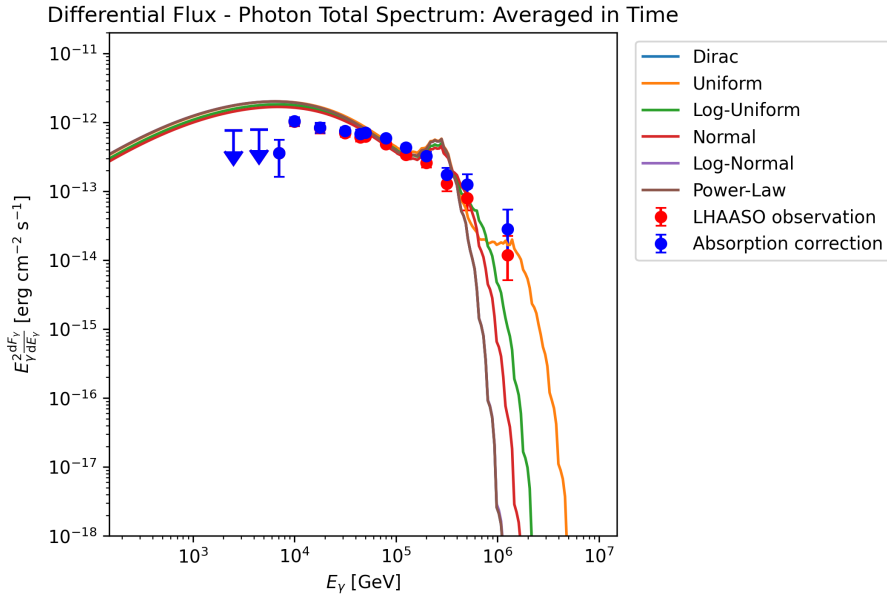


Figure 2.2: Comparaison de spectres secondaire du flux différentiel total de photons moyennés sur toute leur période d'émission pour des distributions Dirac, uniforme, log-uniforme, normale, log-normale et loi de puissance de 10^{14} masses sans charge et sans spin se situant à une distance de 300 Mpc de l'observateur, pour un total de $2 \cdot 10^{20}$ kg avec les données de l'observation J1849+0001 de LHAASO. On mentionne que la précision additionnelle n'a pas été appliquée ici. Il est à noter que les courbes plus basses et plus hautes peuvent voir leur facteur d'échelle ainsi que leurs paramètres de distribution associés modifiés afin de mieux correspondre aux données de LHAASO.

Bibliography

- [1] R. P. Kerr. *Do Black Holes have Singularities?* 2023. arXiv: [2312.00841 \[gr-qc\]](#). URL: <https://arxiv.org/abs/2312.00841>.
- [2] Giacomo Cacciapaglia, Stefan Hohenegger, and Francesco Sannino. *Measuring Hawking Radiation from Black Hole Morsels in Astrophysical Black Hole Mergers*. 2024. arXiv: [2405.12880 \[astro-ph.HE\]](#). URL: <https://arxiv.org/abs/2405.12880>.
- [3] Alexandre Arbey and J  r  my Auffinger. “BlackHawk: a public code for calculating the Hawking evaporation spectra of any black hole distribution”. In: *The European Physical Journal C* 79.8 (Aug. 2019). ISSN: 1434-6052. DOI: [10.1140/epjc/s10052-019-7161-1](#). URL: <http://dx.doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-7161-1>.
- [4] S. W. Hawking. “Black hole explosions?” In: *Nature* 248.5443 (Mar. 1974), pp. 30–31. DOI: [10.1038/248030a0](#).
- [5] Andrew Cheek et al. “Primordial black hole evaporation and dark matter production. I. Solely Hawking radiation”. In: *Physical Review D* 105.1 (Jan. 2022). ISSN: 2470-0029. DOI: [10.1103/physrevd.105.015022](#). URL: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.105.015022>.