

Содержание

1	Термодинамическая система. Микроскопические и макроскопические параметры. Уравнение состояния (термическое и калорическое). Стационарные, равновесные и неравновесные состояния и процессы.	1
2	Работа, внутренняя энергия, теплота. Первое начало термодинамики.	2
3	Идеальный газ. Связь давления и температуры идеального газа с кинетической энергией его молекул. Уравнение состояния идеального газа.	2
4	Работа идеального газа в равновесных изотермическом и изобарическом процессах. Внутренняя энергия идеального газа.	3
5	Теплоёмкость. Теплоёмкости C_V и C_P . Теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме и давлении, соотношение Майера.	4
6	Адиабатический и политропический процессы. Уравнение адиабаты и политропы идеального газа.	4
7	Скорость звука в газах. Скорость истечения газа из отверстия.	5
8	Цикл Карно. КПД машины Карно. Теоремы Карно.	6

1. Термодинамическая система. Микроскопические и макроскопические параметры. Уравнение состояния (термическое и калорическое). Стационарные, равновесные и неравновесные состояния и процессы.

Термодинамическая система. Система — совокупность рассматриваемых тел (*частиц*), которые могут взаимодействовать между собой и с другими телами (*внешняя среда*) посредством обмена веществом и энергией.

В термодинамике рассматриваются большие системы, называемые **термодинамическими системами**.

Микроскопическое состояние и макроскопическое состояние. Микроскопическое состояние — состояние системы, определяемое заданием координат и импульсов (*микропараметры*) всех составляющих систему частиц.

Макроскопическое состояние — состояние системы, характеризующееся небольшим числом макропараметров (P, V, T, ρ, η и т.д.). Макропараметры подразделяются на внутренние и внешние.

Уравнение состояния (термическое и калорическое). Уравнение состояния — соотношение, связывающее параметры, описывающие состояние термодинамического равновесия. **Термодинамическое равновесие** — состояние, в котором прекращаются все макроскопические процессы: выравниваются давление и температура по объему системы, а скорости прямых и обратных реакций сравниваются.

Калорическое уравнение состояния — зависимость типа $U = U(V, T)$. Пример такого уравнения $PV = (\gamma - 1)U$, где γ — показатель адиабаты, а U — внутренняя энергия всех молекул

Термическое уравнение состояния — зависимость типа $f(P, V, T) = 0$

Стационарные, равновесные и неравновесные состояния и процессы. Стационарным состоянием системы называется состояние, в котором определяющие его параметры не меняются со временем [*в замкнутой системе термодинамическое равновесие это стац. состояние*].

Равновесный процесс — процесс, в каждый момент которого система находится вблизи термодинамического равновесия, отвечающего суммарному воздействию на систему.

Неравновесный процесс — процесс, на траектории (*совокупность всех промежуточных состояний*) которого встречаются неравновесные состояния.

Неравновесное состояние — параметры системы меняются от точки к точке с течением времени.

Процесс называется **обратимым**, если он может быть проведен в обратном направлении через те же промежуточные состояния, что и прямой, причем в остальных телах таких изменений не происходит. Если это неосуществимо, то процесс **необратим**.

Круговой процесс — процесс, начинающийся и заканчивающийся в одной и той же

точке, т.е. его траектория замкнута.

2. Работа, внутренняя энергия, теплота. Первое начало термодинамики.

Работа. Бесконечно малая элементарная работа δA , совершаемая газом при бесконечно малом квазистатическом расширении, в котором его объем увеличивается на dV рассматриваемая в модели газа под поршнем. $F = PS$ (P - const, т.к. перемещение малое) \Rightarrow при перемещении поршня на dx : $\delta A = Fdx = PSdx = PdV$. Следует еще заметить, что в квазистатических процессах $\delta A = -\delta A_{\text{внешн.}}$.

Работа конечного процесса: $A = \int_{1 \rightarrow 2} \delta A$, она не является функцией состояния, т.к. зависит от пути перехода от 1 к 2.

Адиабатическая оболочка характерна тем, что при любых изменениях температуры окружающих тел состояние системы внутри оболочки неизменно. Значение всех прочих внешних параметров неизменны, например не совершается механическая работа. Изменить состояние системы можно путем механической работы.

Внутренняя энергия. **Внутренней энергией U системы** называется функция состояния, приращение которой во всяком процессе, совершенном системой в адиабатической оболочке, равно работе внешних сил над системой при переходе её из начального равновесного состояния в конечное, также равновесное, т.е. $U_2 - U_1 = A_{\text{внешн.}}$. $\rightarrow U$ — функция состояния.

Теплота. Пусть система заключена в жесткую теплопроводную оболочку \Rightarrow имеем чисто тепловой контакт системы с внешней средой без совершения макроскопической работы, происходит **теплообмен**, сопровождающийся обменом внутренними энергиями соприкасающихся тел, т.е. **количество теплоты** — приращение внутренней энергии в процессе чистого теплообмена. $Q = U_2 - U_1$ — полученное тепло (не функция состояния!)

Первое начало термодинамики. Теплота Q , полученная системой, идет на приращение её внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$, и совершение системой работы

$$\int_{1 \rightarrow 2} \delta Q = \int_{1 \rightarrow 2} dU + \int_{1 \rightarrow 2} \delta A \Rightarrow Q = \Delta U + A$$

Если процесс круговой, то $U_1 = U_2$ и $Q = 0$, то $A = 0 \Rightarrow$ невозможен процесс, единственным результатом которой является производство работы без каких-либо изменений в других телах.

3. Идеальный газ. Связь давления и температуры идеального газа с кинетической энергией его молекул. Уравнение состояния идеального газа.

Идеальный газ. **Идеальный газ** — газ, расстояние между молекулами которого настолько велико, что их взаимодействием можно пренебречь, а его внутренняя энергия —

кинетическая энергия частиц.

Связь давления и температуры идеального газа с кинетической энергией его молекул. Число молекул со скоростью v в единице объема — $n(v)$ и импульс одной молекулы $p_x = mv_x$. Тогда импульс переданный стенке молекулой — $2p_x$. Число молекул, которые долетают до стенки за dt : $n(v)Sv_xdt \Rightarrow$ суммарный $\Delta p = 2p_x nSv_xdt \Rightarrow$ полный импульс по всему группам молекул:

$$\sum_{v, v_r > 0} 2p_x nSv_x dt = F_x dt \Rightarrow P = \frac{F_x}{S} = \sum_{v, v_r > 0} p_x n v_x = n \overline{v_x p_x} = 2n \frac{\overline{mv_x^2}}{2}, n = \sum_v n(v)$$

Вследствие изотропии газа $\overline{v_x p_x} = \overline{v_y p_y} = \overline{v_z p_z} = \frac{1}{3} \overline{v p} \Rightarrow P = \frac{2}{3} n \frac{\overline{mv^2}}{2}$, так как $E_{\text{кин.}} = \frac{3}{2} n kT \Rightarrow P = nkT$

Уравнение состояния идеального газа. Уравнение состояния вещества — соотношение, связывающее параметры, описывающие состояния термодинамического равновесия вещества.

Для идеального газа $PV = \nu RT$, где $\nu = \frac{m}{\mu}$, R — универсальная газовая постоянная.

4. Работа идеального газа в равновесных изотермическом и изобарическом процессах. Внутренняя энергия идеального газа.

Работа идеального газа в равновесных изотермическом и изобарическом процессах. Работа $\nu = 1$ моль идеального изотермическом расширении. $PV = RT = \text{const} \Rightarrow A = \int_{V_1}^{V_2} PdV = RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow A_T = RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Работа $\nu = 1$ моль идеального газа при изобарном расширении.

$$\delta A = PdS \cdot dn = PdV_{\text{эл.}} \Rightarrow \delta A_P = \int_{V_{\text{слоя}}} P dV_{\text{эл.}} = P \int_{V_{\text{слоя}}} dV_{\text{эл.}} = PdV \Rightarrow A_P = P\Delta V$$

Внутренняя энергия идеального газа. Опыт Джоуля: идеальный газ с температурой T_1 , давлением P_1 находится в части адиабатической оболочки объёмом V_1 , вторая часть оболочки откачана до вакуума. Перегородку между частями убирают, в следствии расширения газа его температура не изменилась, а изменилось лишь давление и объём. Рассмотрим это эмпирическое наблюдение с точки зрения теории. По первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$, причему $Q = 0$, т.к. газ находится в адиабатической оболочке и $A = 0$, т.к. газ расширялся в вакуум $\Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow U_2(T, V_2) = U_1(T, V_1) \Rightarrow$ функция U зависит лишь от второго параметра и $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$ для идеального газа. Внутренняя энергия идеального газа зависит лишь от температуры, поскольку она определяется лишь кинетической энергией молекул.

Для одноатомного газа: $U = N \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle + U_0$, пусть для удобства $U_0 = 0 \Rightarrow U =$

$$= N \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \nu N_A kT = \frac{3}{2} \nu RT$$

В общем случае: $U = \frac{i}{2} \nu RT$, где i - степени свободы газа.

5. Теплоёмкость. Теплоёмкости C_V и C_P . Теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме и давлении, соотношение Майера.

Теплоёмкость. Теплоёмкостью тела называется отношение бесконечно малого количества теплоты δQ , полученного телом, к соответственному приращению его температуры dT

$$C = \frac{\delta Q}{dT}$$

Теплоёмкости C_V и C_P . Удельная теплоемкость c — теплоемкость в расчёте на единицу массы.

Молярная теплоемкость C_μ — теплоемкость в расчёте на 1 моль.

Теплоёмкости идеального газа при постоянном объёме и давлении.

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV \Rightarrow C = \frac{dU + PdV}{dT} = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + P \right] \frac{dV}{dT}$$

При постоянном **объёме**: $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$

При постоянном **давлении**: $C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + P \right] \left(\frac{dV}{dT} \right)_P$

Соотношение Майера. Для идеального газа $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = 0$

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V, C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V + P \left(\frac{dV}{dT} \right)_P \Rightarrow C_P - C_V = P \left(\frac{dV}{dT} \right)_P \big|_{PV=RT} = P \cdot \frac{R}{P} = R$$

Соотношение Майера — $C_P - C_v = R$

6. Адиабатический и политропический процессы. Уравнение адиабаты и политропы идеального газа.

Адиабатический и политропический процессы. Адиабатическим называется процесс, происходящий в теплоизолированной системе ($\delta Q = 0$)

Политропическим называется процесс, происходящий при постоянной теплоемкости ($C = \text{const}$)

Примеры политропических процессов:

1. Адиабатический: $C = 0, n = \gamma, PV^\gamma = \text{const}$

2. Изобарический: $C = C_p, n = 0, P = const$
3. Изохорический: $C = C_v, n = \infty, V = const$
4. Изометрический: $C = \infty, n = 1, T = const$

Уравнение адиабаты и политропы идеального газа.

$$\delta Q = C_V dT + PdV = 0; T = \frac{PV}{R} \Rightarrow dT = \frac{d(PV)}{R} = \frac{PdV + VdP}{R} = \frac{PdV + VdP}{C_P - C_V} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_V \frac{PdV + VdP}{C_P - C_V} + PdV = 0 \Leftrightarrow C_V PdV + C_V VdP + C_P PdV - C_V PdV = 0$$

Введём $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$, тогда $\gamma PdV + VdP = 0 \Leftrightarrow \gamma d(\ln V) + d(\ln P) = 0$

У идеального газа $C_V = const, C_P = const \Rightarrow \gamma = const \Rightarrow d(\ln PV^\gamma) = 0$

В итоге получаем $PV^\gamma = const$ — уравнение **Пуассона**.

Теперь выведем **уравнение политропы**.

$$\delta Q = CdT = C_V dT + PdV \Leftrightarrow (C - C_V) \frac{dT}{T} = R \frac{dV}{V} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (C - C_V) \ln T = R \ln V + const \Leftrightarrow \ln T - \ln \left(V^{\frac{R}{C-C_V}} \right) + const \Leftrightarrow TV^{-\frac{R}{C-C_V}} = const$$

Введём показатель политропы $n = \frac{C - C_P}{C - C_V}$, тогда $TV^{n-1} = const$ — **уравнение политропы**.

7. Скорость звука в газах. Скорость истечения газа из отверстия.

Скорость звука в газах. Колебания плотности, связанные с ними колебания температуры в звуковой волне происходят так быстро, что из-за малой теплопроводности воздуха **теплообмен не играет никакой роли!** Разности температур между сгущениями и разрежениями воздуха в звуковой волне не успевают выравниваться \Rightarrow его распространение можно считать **адиабатическим**

$$\text{В уравнении адиабаты } P \sim \rho^\gamma \Rightarrow \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\text{адиаб.}} = \gamma \frac{P}{\rho} = \gamma \frac{RT}{\mu} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow c_{\text{зв}} = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\text{адиаб.}}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}.$$

Для воздуха $\gamma = 1.4$; $\mu = 28.8$; при $T = 273 \text{ К}$ $c_{\text{зв}} \simeq 330 \text{ м/с}$

Истечение газа из отверстия. Исследуем адиабатическое ламинарное течение. Пусть изначально газ находился в сосуде при давлении P_1 и температуре T_1 , после он истекает в среду с температурой T_2 и давлением P_2 , известны все эти величины кроме T_2 .

Уравнение Бернулли:

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho_1} + gh_1 + u_1 = \frac{v_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho_2} + gh_2 + u_2, \quad (1)$$

$gh = \text{const}$, т.к. не меняется существенно вдоль трубки тока. Введём $H = I = U + PV$ — энтальпия. $i = u + Pv_{\text{уд.}}$ — удельная энтальпия. Подставим i в (1)

$$\frac{v_1^2}{2} + i_1 = \frac{v_2^2}{2} = i_2$$

Если сосуд большой, а отверстие мало, то можно принять, что скорость газа в сосуде $v_1 = 0 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2(i_1 - i_2)}$.

В случае идеального газа ($C_V = \text{const}$): $i = u + \frac{P}{\rho} = \frac{C_V T}{\mu} + \frac{RT}{\mu} = \frac{C_P T}{\mu} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_P (T_1 - T_2)}$$

Вычислительная формула: $\frac{P_1^{\gamma-1}}{T_1^\gamma} = \frac{P_2^{\gamma-1}}{T_2^\gamma} \Leftrightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_P T_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

Максимальная скорость достигается при истечении в вакуум: $v_{\text{вак.}} = \sqrt{\frac{2}{\mu} C_P T}$ или

$$v_{\text{вак.}} = \sqrt{\frac{2}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} RT} = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1}} c_{\text{зв.}}$$

8. Цикл Карно. КПД машины Карно. Теоремы Карно.

Цикл Карно. Тепловая машина — устройство, преобразующее теплоту в работу или обратно и действует строго периодически.

Машина Карно — тепловая машина, работающая между двумя резервуарами с T_1 и T_2 , причём $T_2 < T_1$, по обратному циклу, состоящему из двух изотерм и двух адиабат (циклу Карно).

КПД машины Карно. КПД тепловой машины — отношение работы, произведённой машиной за один цикл, к теплоте, поглощённой в ходе рассматриваемого цикла.

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{н}}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1$$

Рассчитаем **КПД машины Карно**. Рабочее тело - идеальный газ.

$$Q_{12} = \delta U_{12} + A_{12} = RT_1 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right), \quad Q'_{34} = -Q_{34} = -A_{34} = -RT_2 \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right)$$

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^{\gamma-1}, \quad T_2 V_4^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_4}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1} \Rightarrow Q_{34} = RT_2 \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right), \text{ тогда } \eta = 1 - \frac{Q'_{34}}{Q_{12}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Теоремы Карно. Первая теорема Карно: КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно, зависит только от температур T_1 и T_2 нагревателя и холодильника, но не зависит от устройства машины, а также от вида использованного рабочего вещества.

Доказательство. Рассмотрим две машины Карно с общим нагревателем T_1 и холодильником T_2 . Пусть КПД первой η , второй — η' и $\eta > \eta'$.

Пусть в результате m циклов первая машина совершила работу $A = Q_1 - Q_2$, например подняв груз. Используем потенциальную энергию груза для запуска второй машины в обратном направлении, тогда в результате m' циклов над этой машиной будет совершена работа $A' = Q'_1 - Q'_2 \Rightarrow$ за $m + m'$ циклов нагреватель отдал $Q_1 - Q'_1$, холодильник отдал $Q'_2 - Q_2$, а совершённая работа $A - A' = (Q_1 - Q_2) - (Q'_1 - Q'_2) = \eta Q_1 - \eta' Q'_1$

Используя постулат Томпсона–Планка о невозможности кругового процесса единственным результатом которого было бы совершение работы за счёт охлаждения теплового резервуара выберем m и m' так, что $Q_1 - Q'_1 = 0$.

Т.к. $Q_1 = m q_1, Q'_1 = m' q'_1$, где q_1 и q'_1 — теплота за 1 цикл; если q_1 и q'_1 соизмеримы, то всегда существуют m и m' : $Q_1 - Q'_1 = 0$. Если нет, то m и m' можно выбрать настолько большими, что равенство будет выполнено с любой точностью, заданной заранее, следовательно физически это **возможно всегда**.

Тогда в результате кругового процесса:

1. Состояние нагревателя не изменилось;
2. $Q'_2 - Q_2 = (\eta - \eta') Q_1 > 0$ — отданное холодильником тепло;
3. $\eta Q_1 - \eta' Q'_1 = (\eta - \eta') Q_1 > 0$ — совершенная машиной работа.

Таким образом единственным результатом кругового процесса будет произведение работы $(\eta - \eta') Q_1 > 0$ за счёт эквивалентного количества тепла, заимствованного у холодильника. Получаем противоречие с постулатом Томпсона–Планка, значит предположение $\eta > \eta'$ — неверно, аналогично $\eta < \eta'$ — неверно, следовательно $\eta = \eta'$.

Вторая теорема Карно: КПД любой тепловой машины, работающей между двумя резервуарами, не может превышать КПД машины Карно, работающей между теми же резервуарами.

Доказательство. Пусть машина получает элементарное количество теплоты δQ_1 и отдаёт δQ_2 , T_1 и T_2 — температуры нагревателя и холодильника остаются постоянными

$$\int \frac{\delta Q_1}{T_1} - \int \frac{\delta Q_2}{T_2} \leq 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} \leq 0, \text{ где } Q_1 \text{ — полное количество тепла, полученное от нагревателя, а } Q_2 \text{ — полное количество тепла, отданное холодильнику. Тогда}$$

$$-\frac{Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \eta \equiv 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1} \equiv \eta_{\text{Карно}}.$$