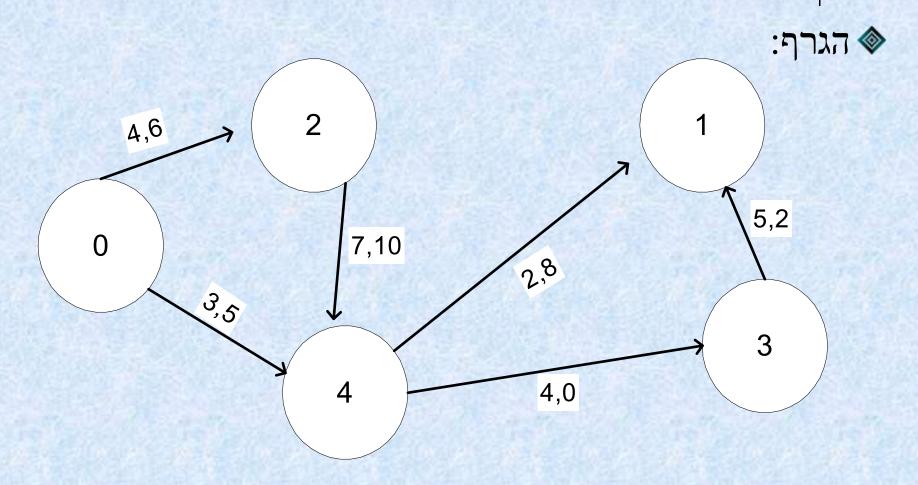
תכנון וניתוח אלגוריתמים המשך הרצאה 12

מפרט נוסף לייצוג רב מקושר של גרף



- ◊ עד כה הצענו שלוש חלופות לייצוג גרף ובכל חלופה
 הנחנו שמספר הקודקודים בגרף ידוע מראש.
 - כשיטה חלופית זו נניח שאיננו יודעים מראש מספר הקדקודים בגרף וגם מספר הקשתות בגרף.
- ♦ לאור זאת עלינו להשתמש במבנה מקושר והקצאת הצמתים ושחרורם תתיבצע לפי הצורך ועלינו לבנות מבנה רב מקושר.

- כהמשך לחלופה השלישית, מאחר שאנו לא יודעים מראש את מספר הקדקודים בגרף נמיר את המערך, אשר היה מייצג את קודקודי הגרף, לרשימה מקושרת של קדקודי הגרף.
- באמצאות הגרף הבא ננסה לתאר ולייצג את הגרף בעזרת מבנה רב מקושר .



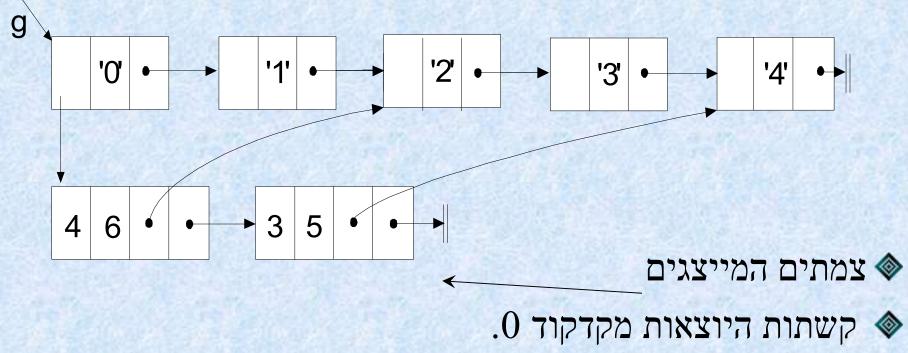
- גם בחלופה זו לא מיחסים מידע לקודקודים ◊
- אך כן מאפשרים לייחס משקולות לקשתות.
- סבאיור רואים שלכל קשת מייחסים שתי משקולות ♦
 - (בשלב זה לא חשוב מה משמעותן).
- כעת נציג בפרוטרוט את מבנהו המקושר של הגרף.
 - : הרשימה הבאה מייצגת את קודקודי הגרף



Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008



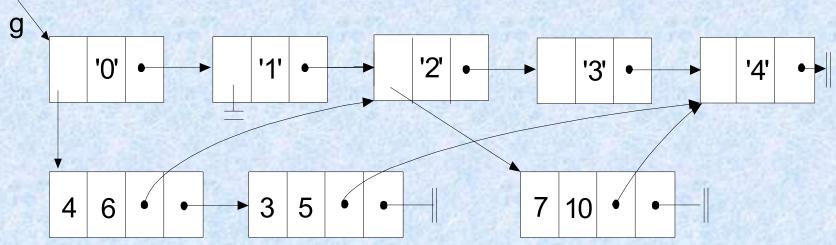
אז המבנה המקושר הוא: ♦



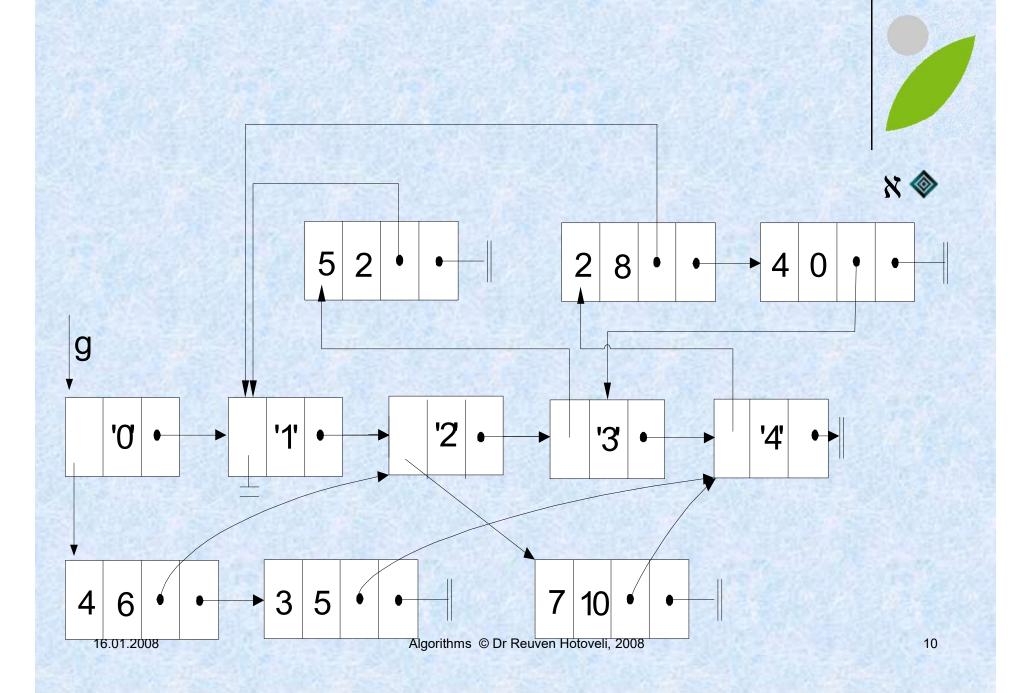
- : מכיל את המייצג קשת <x , y> מכיל את
 - סהמידע שמיוחס לקשת. ♦
- אמצביע לצומת המייצג צומת y בגרף בו נכנסת הקשת.
- מצביע לצומת המייצג את הקשת הבאה היוצאת מצומת 🍑 x
 - אחת: אחת שתי קשתות :אחת סבאיור האחרון מקודקוד 0 יוצאות שתי קשתות :אחת מהן נכנסת לקודקוד 2 והשנייה לקודקוד 4.



- מקודקוד 1 לא יוצאות קשתות.
- .4 מקודקוד 2 יוצאת קשת לצומת €.
 - לכן המבנה המקושר יראה כך: ♦



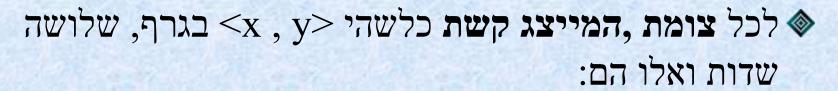
- עתה נצרף למבנה המקושר את המידע אודות יתר הקשתות.
 - 3-טמקודקוד 4 יוצאות 2 קשתות ל-1 ול-3
 - .1 לקודקוד 3 לקודקוד וי
 - לכן המבנה המקושר יראה כך: ♦



- ◆בשיטה חלופית זו קבוצת צמתי הגרף מיוצגת על ידי רשימה ליניארית מקושרת וכל צומת ברשימה מקושרת זו מייצג צומת בגרף.
 - ⇒קבוצת הקשתות מיוצגת על ידי רשימת-שכנות
 (סמיכות / קשירות), וכל צומת ברשימת סמיכות
 מייצג קשת בגרף.

16.01.2008

- ♦ במבנה נתונים זה לכל צומת x המייצג קודקוד בגרף שלושה שדות ואלו הם:
- ישדה מידע (למשל מספרו של קודקוד בגרף). ♦ info
 - שדה מצביע לצומת המייצג קודקוד Verticelink ◆ בגרף, אם יש קודקוד כזה בגרף.
- שדה מצביע לרשימת צמתים המייצגת Arcpoint ◆ את הקשתות היוצאות מקודקוד מסוים x בגרף.



- שדה זה (שדה זה Arcinfo → שדה המשקולות המיוחסות לקשת (שדה זה
 - הינו רשומה).
- עברף y שדה מצביע לצומת המייצג קודקוד Verticepoint ◆
 - מצביע לצומת המייצג את הקשת הבאה − Arclink ◆
 - היוצאת מקודקוד x בגרף,אם בכלל יש קשת
 - כזר.

- של קשת לא בהכרח מידע arcinfo של קשת לא בהכרח לשים לב ששדה המידע info זהה למבנה של שדה המידע
 - מכאן ניתן להסיק שבמבנה רב מקושר יש לנו שני סוגי צמתים:
 - , סוג אחד של צומת שמייצג קודקוד בגרף
 - וסוג שני של צומת שמייצג קשת בגרף.
 - : להלן הצהרות הדרושות

/*טיפוס רשומת המידע של קודקוד בגרף*/ ♦ typedef struct vert vert_info; /*טיפוס רשומת המידע של קשת בגרף*/ ❖ typedef struct arc_info;

- ישיפוס רשומת צומת המייצג קודקוד בגרף */♦
- typedef struct vertice
- ****
- vert_info info;
- struct vertice *verticelink;
- struct arc *arcpoint;
- > node_vertice , *ptr_vertice ;

אטיפוס רשומת צומת המייצג קשת בגרף */◆

- typedef struct arc
- ****
- arc_info arcinfo;
- struct vertice *verticepoint;
- struct arc *arclink;
- node_arc , *ptr_arc ;

- ♦ g = NULL; /*יצירת גרף ריק*/
 - ♦ לאור ההחלטה לממש את הגרף על ידי שימוש במבנה רב מקושר עתה נציג את הפונקציות /שגרות למימוש הפעולות הבסיסיות שהזכרנו במפרט.
 - (C שפת המימוש ישירות בסביבת העבודה (שפת ♦ נבצע את המימוש ישירות בסביבת העבודה (שפת ♦ תוך שימוש בייצוג המקושר.

- \mathbf{x} פונקציה/שגרה לפעולה הוספת קשת בגרף \mathbf{g} מקודקוד לקודקוד . \mathbf{y}
- void join(ptr_vertice x, ptr_vertice y, ptr_vertice
 g);
- ♦ { ptr_arc p, q;
 - . x המטרה לרדת לרשימת הקשתות היוצאות מקודקוד
 - אזי לא y−אב ברשימה זו קיימת קשת מקודקוד x לא מוסיפים קשת חדשה,
 - .< x,y> אחרת נוסיף את הקשת החדשה ◆

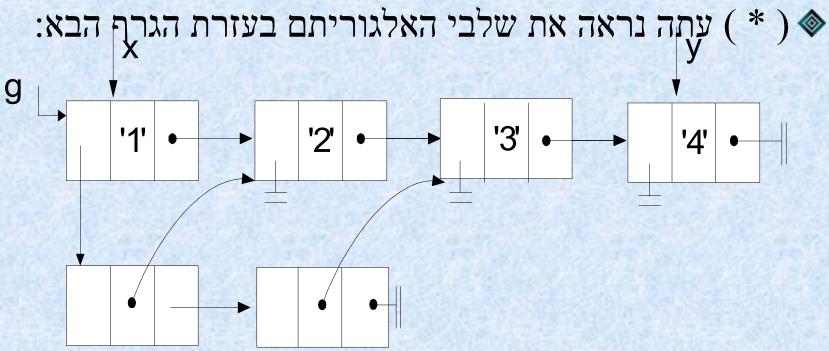
- ♦ מאחר שהמטרה להוסיף אלמנט חדש לרשימה —כידוע
 "לפי כלל ברזל" נטייל על פני רשימת הקשתות בעזרת
 זוג מצביעים הנעים במקביל על פני הרשימה.
- for
- \Diamond (q=NULL, p=x \rightarrow arcpoint;

 $p&&(p \rightarrow verticepoint!=y);)$

- \Diamond { q = p; $p = p \rightarrow arclink$;
- **\lambda** }

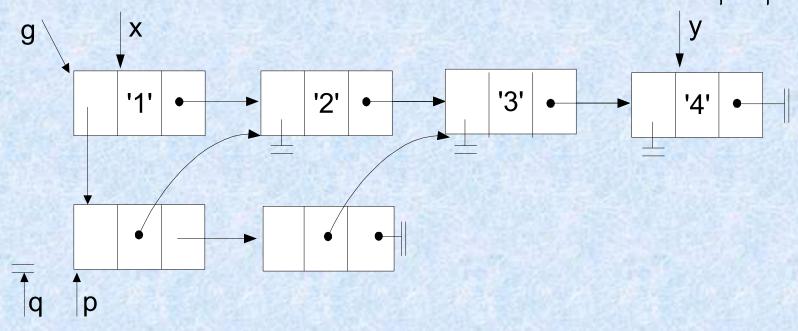
- ightharpoonup if (p = = NULL) /* א קיימת הקשת המבוקשת */
- ♦ p→verticepoint = y; p→arclink = NULL;

 if (q = = NULL) מתווספת < x , y> אהאם הקשת החדשה < ♦</p>
 - $x \rightarrow arcpoint = p; x$ לראש רשימת הקשתות היוצאות מ- \diamond
- \diamond else $q \rightarrow \operatorname{arclink} = p$;
- **** }

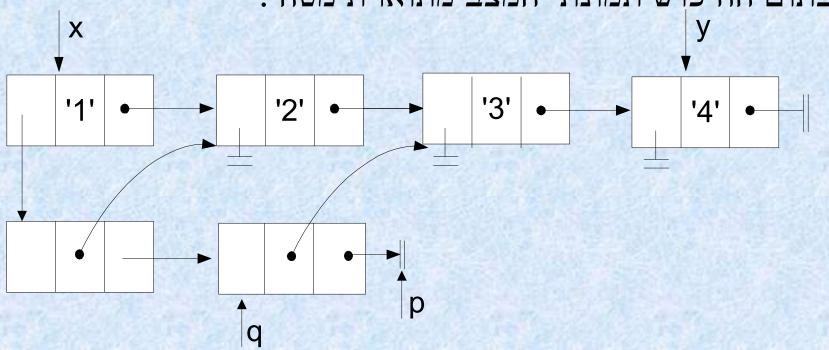


: קל לראות שבגרף זה קימות רק שתי קשתות והן

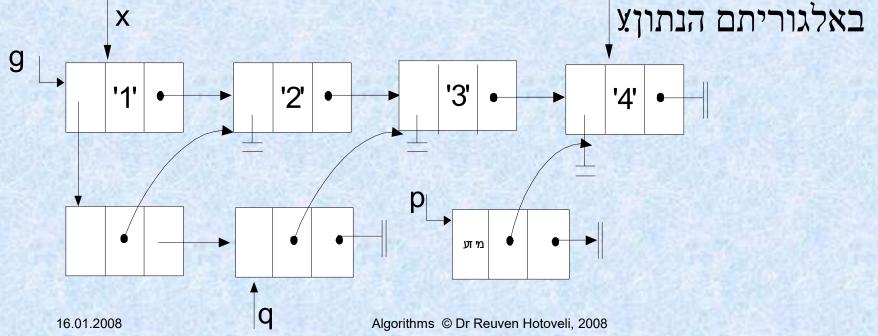
- מטרתינו להוסיף קשת חדשה < 1 , 4 > לגרף זה. ♦
- יצביעו כנדרש לרשימת הקשתות היוצאות p ו q יצביעו כנדרש לרשימת הקשתות היוצאות מקודקוד 1 כמתואר מטה:



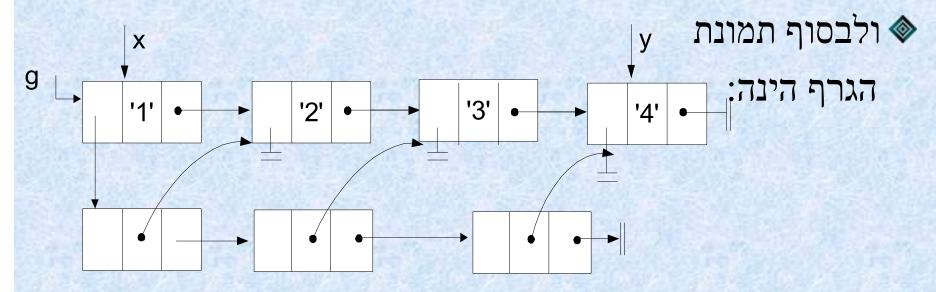
- ? בגרף איפוש: האם קיימת קשת < 1 , 4 > בגרף
 - : ממונת המצב מתוארת מטה 🇆



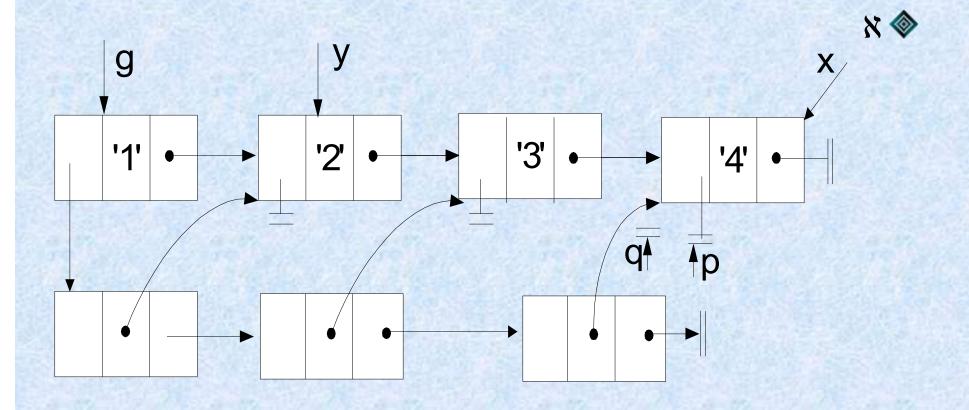
- ג.בתום החיפוש מסתבר שקשת < 1 , 4 > לא קיימת. לכן \$\limits\$ נרצה להוסיף אותה.
 - תחילה נבצע שלושה צעדים ראשוניים המתוארים ♦ באלגוריתם הנתוןצ



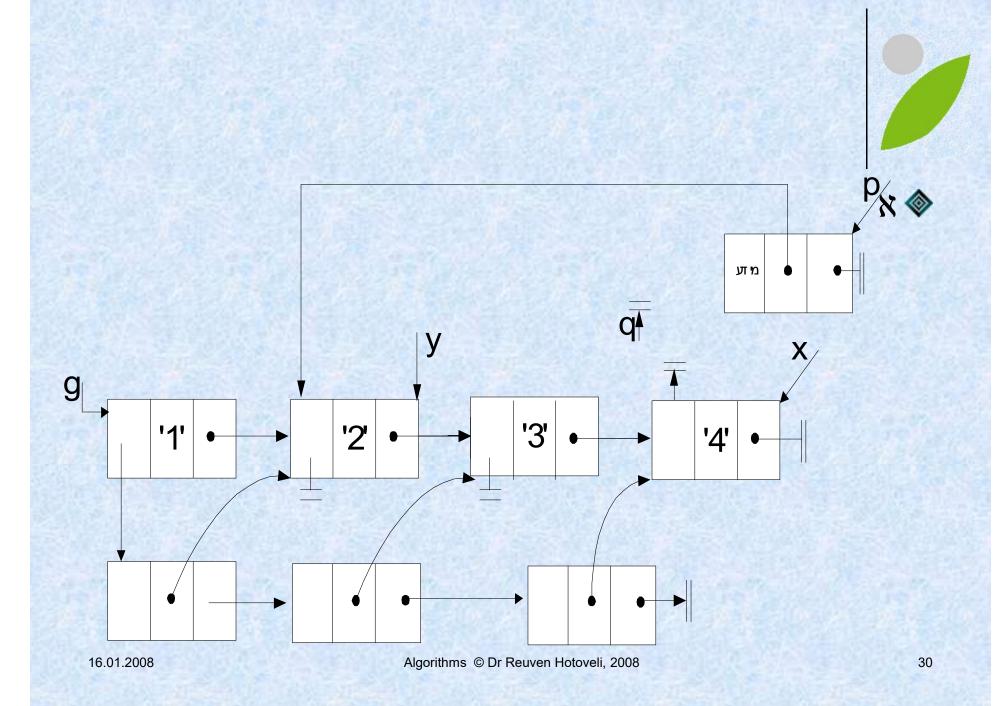
- p ד.בסוף צריך לחבר את הקשת < 1 , 4 > המוצבעת על ידי > לרשימת הקשתות היוצאות מקודקוד < 1.
 - $q \rightarrow arclink = p;$ נבצע q = NULL מאחר ו



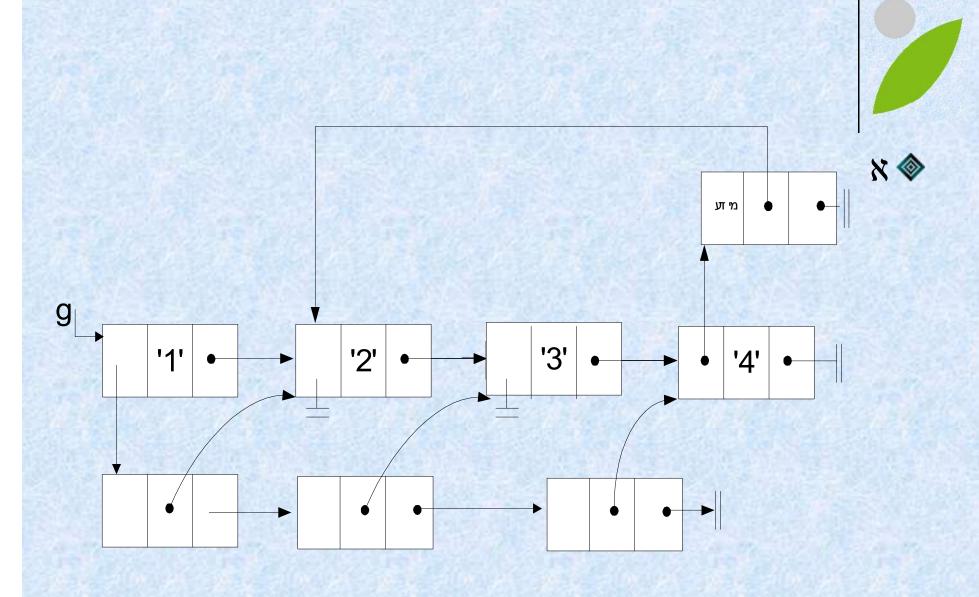
- עתה נראה את שלבי האלגוריתם, כאשר נרצה (*) עתה נראה את שלבי האלגוריתם, כאשר נרצה להוסיף קשת מקודקוד 4 לקודקוד 2 בגרף שקיבלנו לאחר הוספת הקשת 4 > 1.
 - <4 , 2 > כאמור מטרתנו להוסיף קשת < 4 , < 4 , < 4 , < €</p>
 - א.תחילה p ו p יצביעו כנדרש לרשימת הקשתות φ א.תחילה p ו p יצביעו כנדרש לרשימת הקשתות סקודקוד 4 כמתואר מטה:

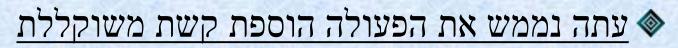


- בתום תהליך החיפוש אחר הקשת < 4 , 2 > תמונתבתום תהליך החיפוש אחר הקשת < 4 , 2 > תמונתהמעקב תהיה אותה תמונה כמו ב- א'.
 - גבתום החיפוש מסתבר שקשת < 2, 4 > לא קיימת ♦ ג.בתום החיפוש מסתבר שקשת לכן נרצה להוסיף אותה.
 - ♦ תחילה נבצע שלושה צעדים ראשוניים המתוארים באלגוריתם הנתון.לכן נקבל:

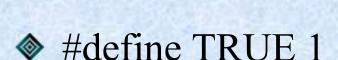


- <4,2> סוף צריך לחבר את הקשת <2, 4>
 המוצבעת על ידי p לרשימת הקשתות היוצאות מקודקוד 4.
- מאחר ש-NULL נבצע את המשפט הבא:
 - $x \quad arcpoint = p;$
 - ובסוף תמונת הגרף הינה:





- עם משקל w נכתב שגרה להוספת קשת משוקללת (עם משקל x)
 מקוקוד x לקודקוד y בגרף g
- void joinw(ptr_vertice x ,ptr_vertice y,arc_info ◆ w,
 - ptr_vertice g).
- /* w אם קיימת קשת כזו משקלה יהיה משקל חדש */ ◆
- יצא מתוך הנחה שמחוץ לפונקציה מוגדרים ערכים ♦ 🍲
 - Algorithms © Dr Reuven Hotoveli, 2008 בוליאנים כדלקמן.



♦ #define FALSE 0

- - (FALSE)"אחרת, המשתנה יקבל את הערך "שקר" (♦
 - , וכזכור מאחר ומטרתנו להוסיף קשת משוקללת חדשה
- . p ו q נטייל על פני רשימת הקשתות בעזרת זוג מצביעים 🇇

int found = FALSE; /* < x , y > x כל עוד לא חיפשנו כמובן לא מצאנו קשת */ptr arc p ,q; \Diamond for (q=NULL, p=x \longrightarrow arcpoint; (p!=NULL)&&(!found);) /* עדכן את המשקל וצריך x , y > x זיהינו קשת אם $x^*/$ /* לסיים את החיפוש */ ♦ if $(p \rightarrow verticepoint == y)$

```
p → arcinfo = w; found = TRUE;
 /* < x , y > אם לא זהינו עד כה את הקשת */ •
else {
                       /* קדם את הזוג qן p */◆
       q = p; p = p \rightarrow arclink;
```

- < x , y > בתום החיפוש נשאל האם לא מצאנו הקשת +/ \diamond /*?
 - /*אם התשובה חיובית —נוסיף אותה*/ ♦

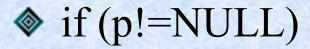
- ♦ if (!found)
- \Rightarrow p \longrightarrow arcinfo = w;

- ו ס כעת נבדוק האם הוספת הקשת מתבצעת בראש רשימת ◆
 - ? x הקשתות היוצאות מקודקוד*/ ❖
- \Rightarrow if (q == NULL)
- \Rightarrow $x \longrightarrow arcpoint = p;$
- else
- **\langle**



- void remv(ptr_vertice x , ptr_vertice y ,
 ptr_vertice g)
 - גרף בגרף במטרה לרדת לרשימת הקשתות היוצאות מקודקוד x בגרף בטל
 אם ברשימה זו קיימת קשת היוצאת מקודקוד x ל-y נבטל אותה.
 - ♦ מאחר שהמטרה להסיר קשת-כידוע "לפי כלל הברזל" נטייל
 על פני רשימת הקשתות בעזרת זוג מצביעים הנעים במקביל
 על פני הרשימה .

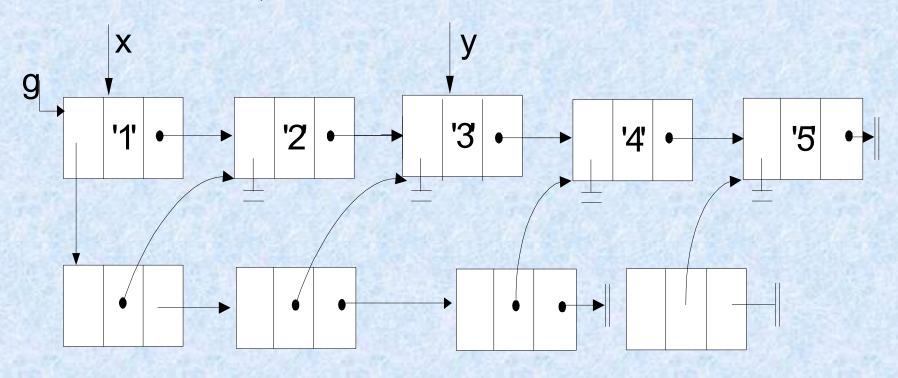
```
ptr arc q ,p;
\Diamond for(q=NULL,p=x\rightarrowarcpoint;p&&
                         (p→verticepoint!=y);)
  \{q=p;
     p = p \longrightarrow arclink;
```



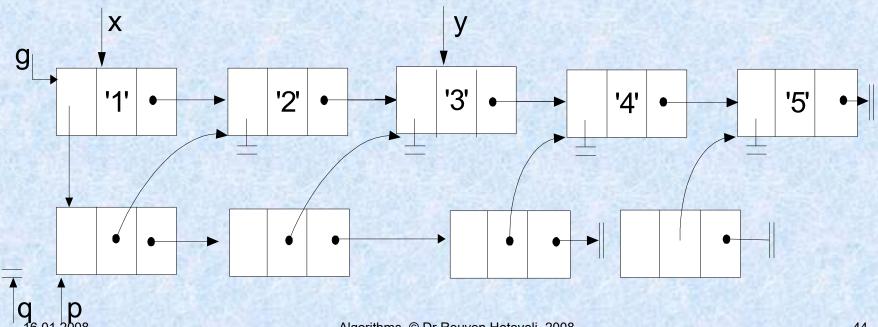
- /*< x , y >אם עצרנו את לולואת ה for בגלל שקיימת קשת< ◊
 - אז נבטל את y- שווה ל-y- verticepoint כלומר ϕ כלומר כלומר ϕ אז נבטל את הקשת ϕ אז נבטל את
 - אקודם נבדוק האם פעולת הביטול תתבצע בראש /* הרשימה ? */

```
if (q==NULL)
  x \rightarrow arcpoint = p \rightarrow arclink;
 else
   q \longrightarrow arclink = p \longrightarrow arclink;
free(p)
```

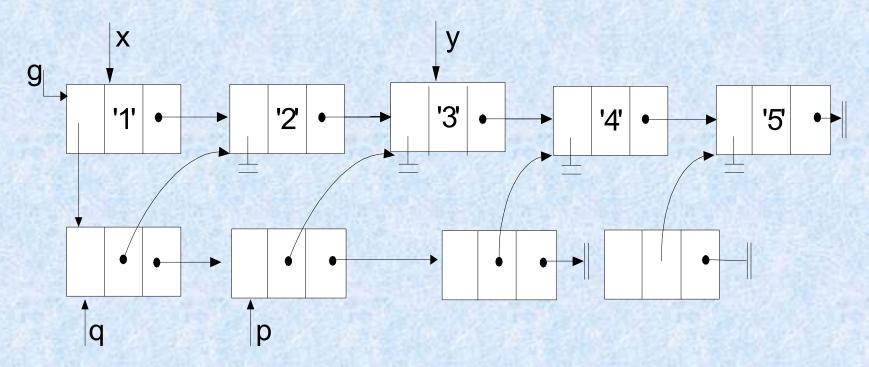
:עתה נראה את שלבי האלגוריתם בעזרת הגרף הבא



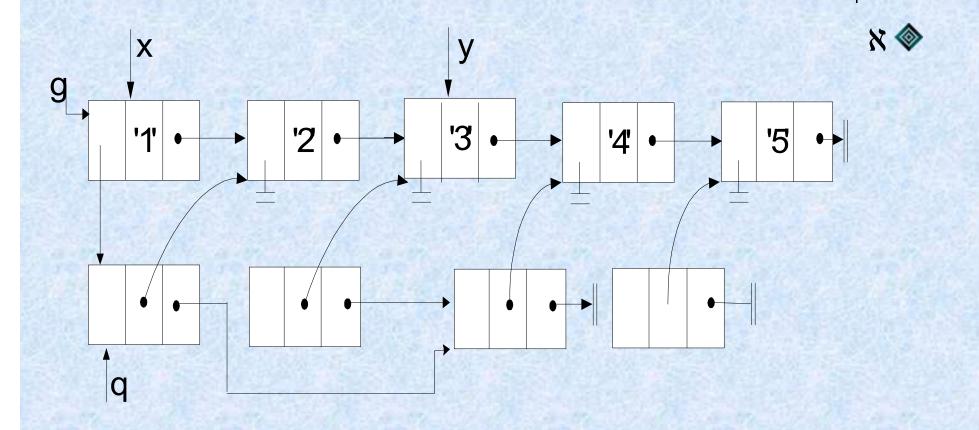
- מטרתינו לבטל קשת < 1, 3 > בגרף הנתון. ♦
- א. תחילה p ו p יצביעו כנדרש לרשימת הקשתות היוצאות : מקודקוד 1 כמתואר מטה



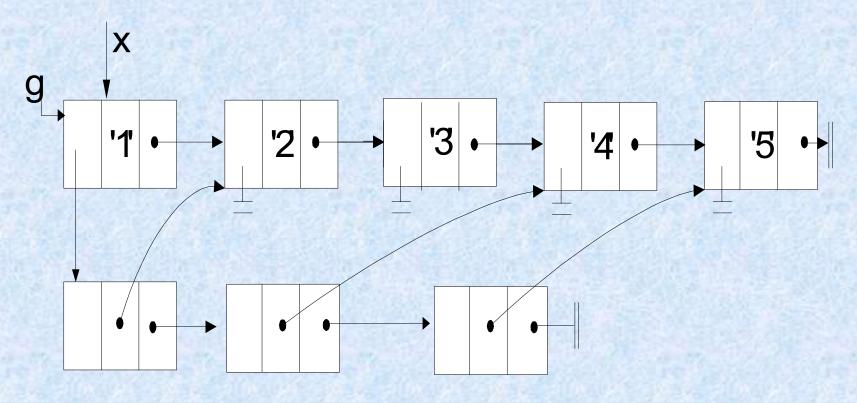
- ? בגרף כותהליך החיפוש: האם קיימת קשת < 1, 3 > בגרף
 - : מטה החיפוש תמונת המצב מתוארת מטה



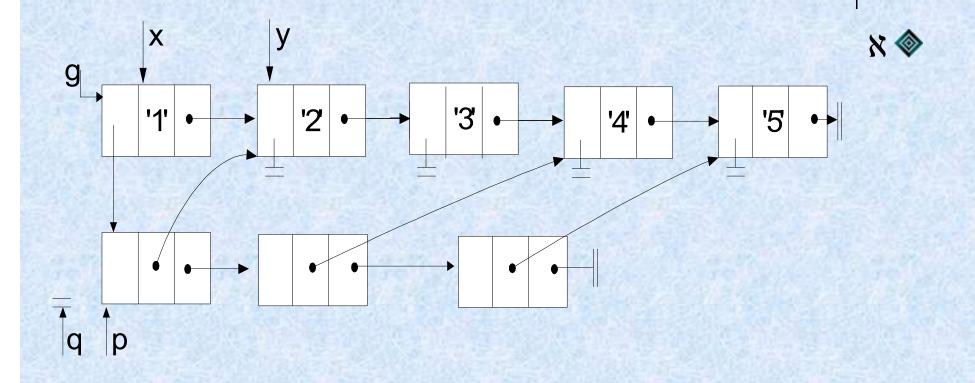
- . נמצאת בגרף. < 1 , 3 > נמצאת בגרף.
 - לכן נסיר אותה כנדרש. ♦
- קודם נבדוק האם הקשת $< 1 \; , \; 3 >$ נמצאת בראש רשימת
- q הקשתות היוצאות מקודקוד ? (כלומר האם המצביע 🇇
 - (? NULL-ל שווה ל ◆
 - במקרה שלנו התשובה שלילית.לכן נבצע סדרת צעדים
 - :המתוארים באלגוריתם הנתון ונקבל

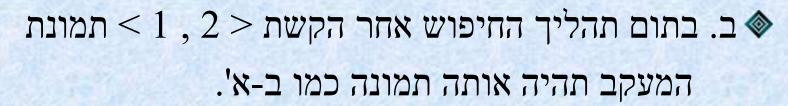


: בסוף נקבל את הגרף הבא



- עתה נראה את שלבי האלגוריתם כאשר נרצה להסיר קשת מקודקוד 1 לקודקוד 2 בגרף שקיבלנו לאחר הסרת הקשת 3 > 1, 3 > 1
 - יצביעו כנדרש לרשימת הקשתות p , q יצביעו כנדרש לרשימת הקשתות סקודקוד 1 כמתואר מטה:

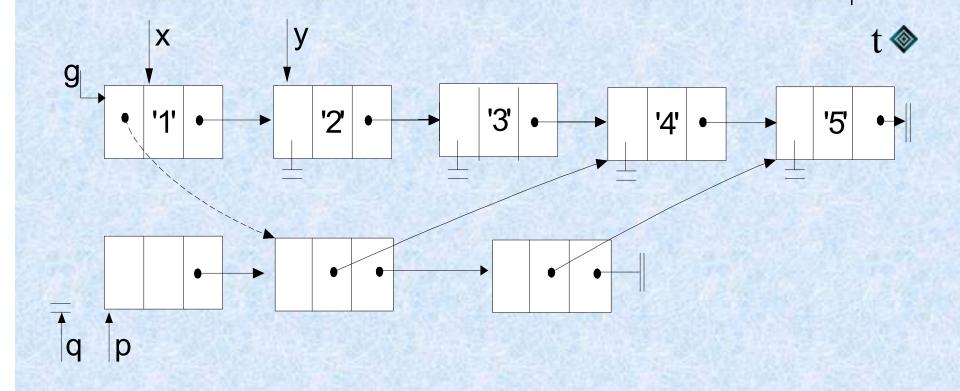




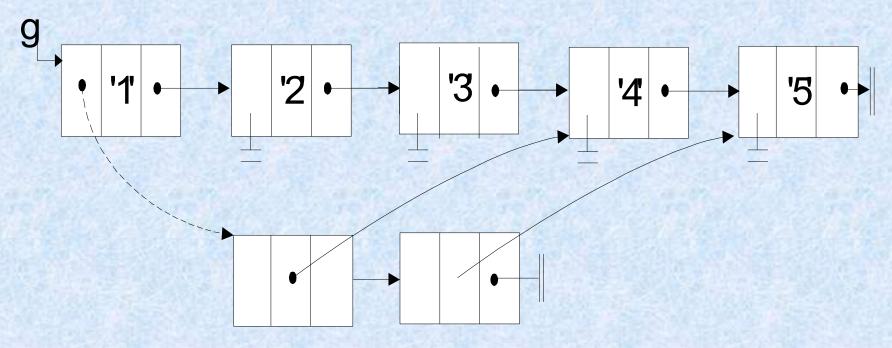
q = NULL ג. בתום החיפוש אחר הקשת < 1 , 2 > מאחר ו אחר הקשת כלומר נצטרך להסיר קשת שנמצאת בראש רשימת : הקשתות היוצאות מקודקוד = 1 נבצע את המשפט

 $x \longrightarrow arcpoint = p \longrightarrow arclink$

יולבסוף תמונת הגרף הינה: ♦



: נקבל p ולאחר שחרור הצומת המוצבע על ידי



- : סהערות
- עראות שאם הקשת x, y לא קיימת בגרף x, y לא תתבצע פעולת הסרת הקשת (בדוק לבד!). x פעולת הסרת קשת משוקללת נשאיר לביצוע
 - פעולת הסרת קשת משוקללת נשאיר לביצוע כתרגול לקורא.



- אם (TRUE) אמת" (אמת" (TRUE) אם כתוב פונקציה אשר מחזירה ערך "אמת" (אחרת מחזירה ערך קודקוד y שכן (סמוך) לקודקוד x אחרת מחזירה ערך "שקר" (FALSE).
- **♦** {
- ptr_arc p;

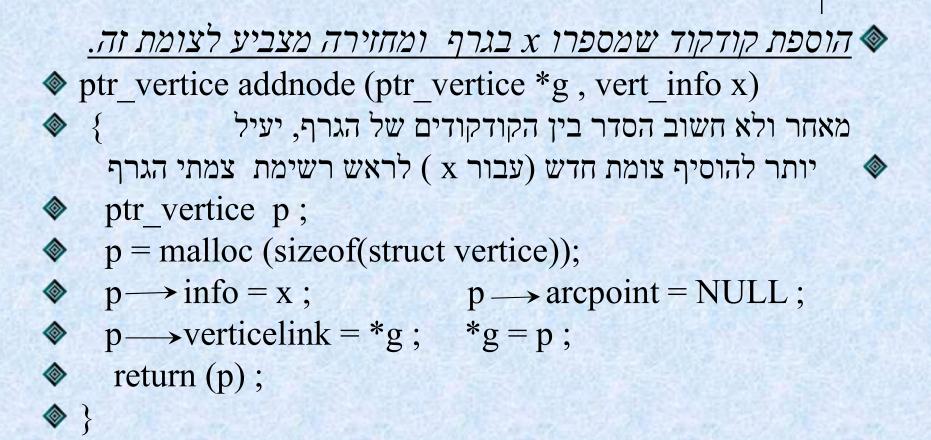
/* x יצביע לראש רשימת הקשתות היוצאות מקודקוד p */ ◆

עתה נממש את הפעולה – בדיקת גרף ריק? ♦

- Graph_is_empty (ptr_vertice g)
- \Rightarrow if (g = NULL)
- return (TRUE);
- else
- return (FALSE);
- **\lambda**

g − צירת גרף ריק • עתה נממש פעולה – יצירת גרף ריק

- void empty_graph (ptr_vrtice *g)
- ****{
- $\Rightarrow *g = NULL;$
- **\lambda**\}





עתה נכתוב פונקציה אשר תחזיר מצביע לצומת המייצג
 קודקוד בגרף שמספרו x , אם קיים קודקוד כזה בגרף ,אם לאו הפונקציה תחזיר את הערך NULL .

- ptr_vertice findelement (ptr_vertice g , vert_info x)
- ptr_vertice p;
- for $(p = g; p&&(p\rightarrow info! = x); p = p\rightarrow verticelink);$
- \Rightarrow if $(p! = NULL) \rightarrow$

- return (p);
- else return (NULL);
- **>** }

- -עתה נכתוב פעולה-
- x הסרת צומת שמייצג קודקוד בגרף שמספרו ♦
- Void remvnode (ptr_vertice *g , vert_info x)
- ****
- ptr_vertice p ,q;
- ♦ for(q=NULL,p=*g; p&&(p→info!=x); q=p,p=p→verticelink);



```
    if (p! = NULL)

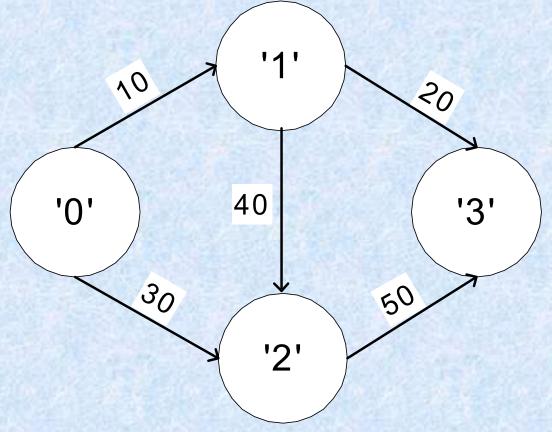
                                    /*(p→info = = x) כלומר */ ◆
     /* ? נבדוק:האם הצומת שמסירים אותו נמצא בראש הרשימה ? */ ❖
\Rightarrow if (q = NULL)
  { free (*g); *g = p;
   else
        \{ q \rightarrow \text{verticelink} = p \rightarrow \text{verticelink} ;
          free (p);
```

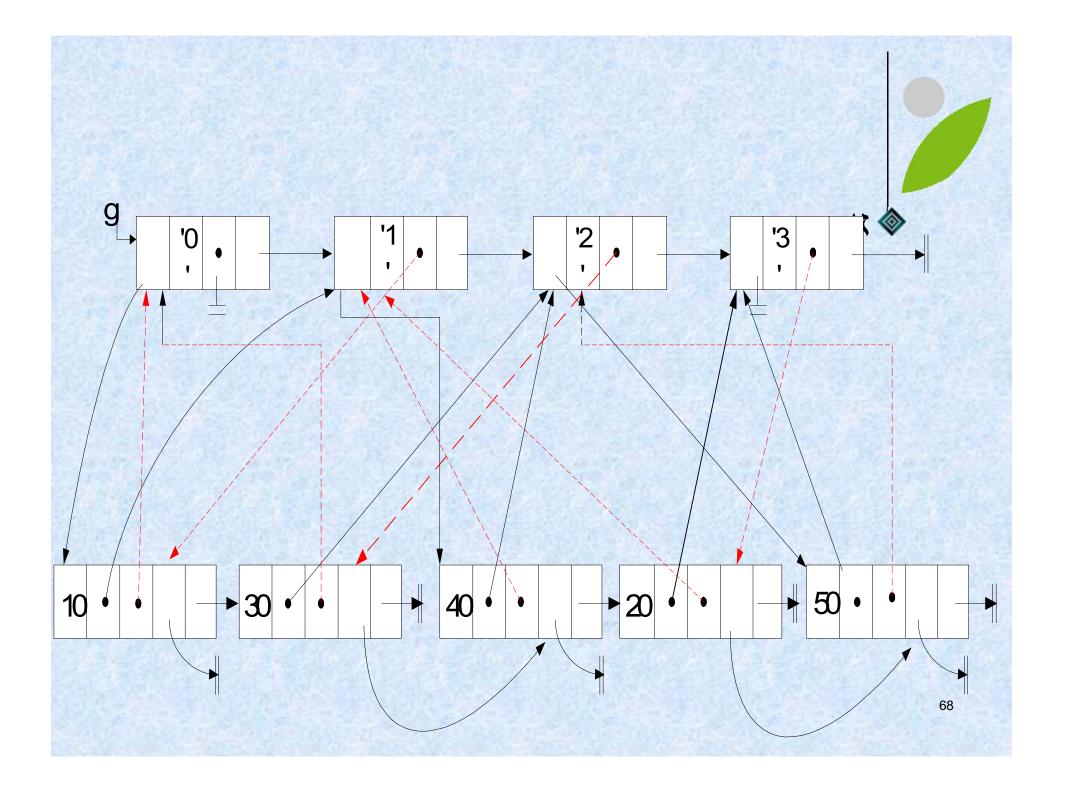
- ◊נדמה שהאלגוריתם האחרון להסרת צומת עובד כנדרש.
- ◊ צריך לשים לב כאשר מסירים צומת כלשהו x מהגרף
 חובה עלינו להסיר כל הקשתות היוצאות מצומת x וגם
 חובה להסיר את כל הקשתות הנכנסות בו.
 חובה להסיר את כל הקשתות הנכנסות בו.
- כפי שהצגנו לא ניתן להסיר צומת מגרף בצורה נכונה ויעילה כיוון שאי אפשר לדעת לפי המבנה נתונים אילו קשתות נכנסות לצומת זו.

- זו אפשרי לבעיה זו
- לכל צומת המייצג קודקוד של גרף נחזיק ארבעה שדות: ♦
 - ישרה מידע. info ♦
- ,שדה מצביע לצומת המייצג קודקוד בגרף − verticelink
 - אם יש קודקוד כזה בגרף.
- שדה מצביע לרשימת צמתים המייצגת את —arcpoint_out ◆
 - הקשתות היוצאות מקודקוד מסוים בגרף.
- מריצגת את שמתים המייצגת את arcpoint_in ❖
 - הקשתות הנכנסות לקודקוד מסוים בגרף.

- אבגרף 5 שדות. <x,y> לכל צומת המייצג קשת כלשהי <x,y ₪
- .<x,y> שדה המשקלות המיוחסות לקשת − Arcinfo ◆
 - x מצביע לקשת הבאה היוצאת מקודקוד arclinkout ♦
 - בגרף, אם בכלל יש קשת כזו.
 - מצביע לצומת המייצג קודקוד בגרף בו verticepoint_in
 - נכנסת הקשת <x,y>.
- מצביע לקשת הבאה הנכנסת באותו צומת. arclink in ◆
- מצביע לצומת המייצג קודקוד בגרף –verticepoint out ◆
- ממנו הקשת יוצאת (כלומר קודקוד x).

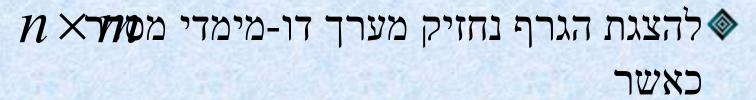
יוגמא: עבור הגרף הבא להלן המבנה הרב מקושר: ♦





- ♦ תוך שימוש בייצוג החדש של גרף בייצוג רב מקושר ניתן לשכתב את הפונקציות/שגרות שכתבנו קודם.
 - שאיר את השכתוב כתרגיל לקורא. ♦

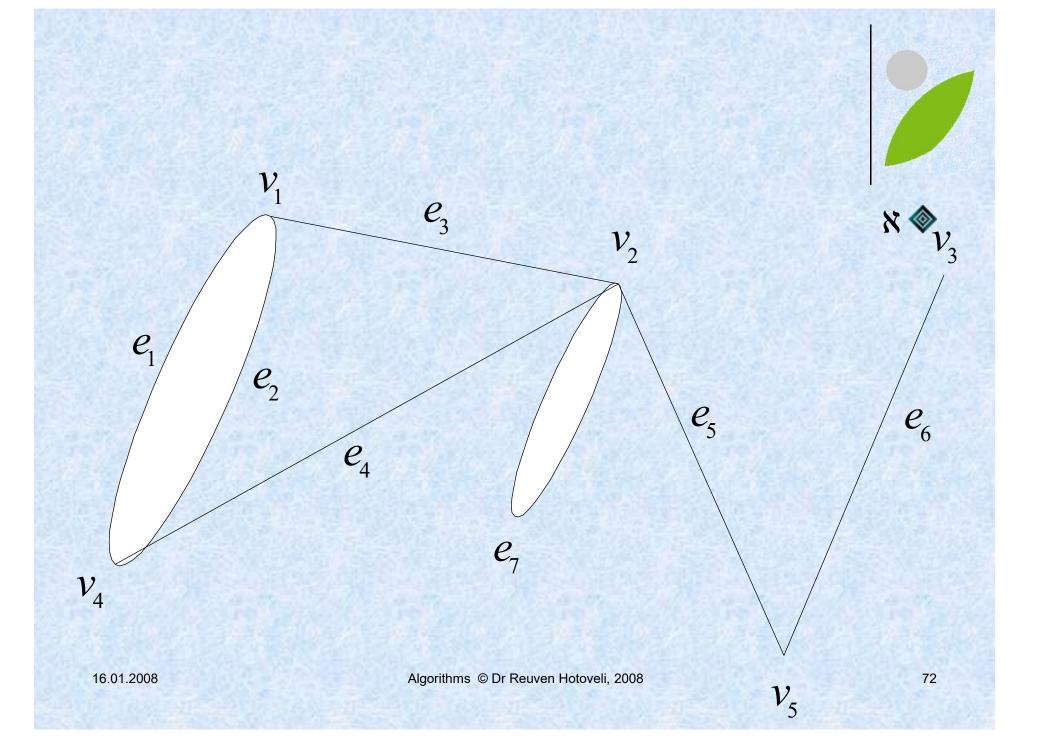
- <u>השיטה החמישית</u> לייצוג גרף משתמשת במטריצת
 קשתות.
- (n בשיטה זו מספר הקודקודים בגרף ידוע מראש-נניח
 וכל צומת בגרף מיוצג על ידי מספר שלם בין 0
 ל- n-1.
 - ◊נניח שאין כל מידע המיוחס לקודקודים ולקשתות, כלומר נרצה לדעת רק על קיום קשתות הגרף ולא במידע המיוחס להן.



.
$$|V|=n$$
 -ו $|E|=m$

מערך דו-מימדי מייצג את כל הקשתות הנוגעות לכל צומת.

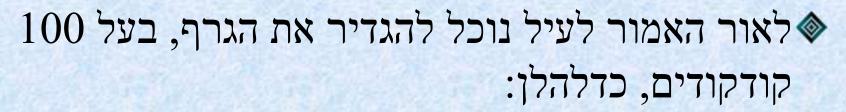
נבהיר את השיטה בעזרת הגרף הבא:



:מנייצג אותו בעזרת המטריצה הבאה

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
v_1	(1	1	1	0	0	0	0
v_2	0	0	1	1	1	0	1
v_3	0	0	0	0	0	1	0
v_4	1	1	0	1	0	0	0
v_5	0	0 0 1 0	0	0	1	1	0)

- ◆השורות במטריצה הן קודקודים מהן יוצאות הקשתות.
 - סהעמודות הן הקשתות הנוגעות לקודקוד בגרף.
- . e_3 -ו e_2 , e_1 וגע לקשתות v_1 וגע קודקוד v_1 v_1 במטריצה מופיעים "אחדים" במטריצה v_1 במטריצה לכן בשורת v_1 במטריצה לעמודות של הקשתות v_2 ו- v_3 ו- v_3 ו- v_3 ו- v_4 ו- v_3 ו- v_3 ו- v_3 ו- v_4 ו- v_3 ו- v_4 וועמודות של הקשתות v_1 וועמודות של הקשתות v_2 וועמודות של הקשתות v_1 וועמודות של הקשתות v_2 וועמודות v_1 וועמודות של הקשתות v_2 וועמודות v_1 וועמודות v_2 וועמודות v_2 וועמודות v_1 וועמודות v_2 וועמודות v_2 וועמודות v_1 וועמודות v_2 וועמודות v_2 וועמודות v_3 וועמודות v_3



- ♦# define n 100
- ♦# define m 10000
- int g [n] [m]
- ◊ כאמור כל צומת בגרף מיוצג על ידי מספר שלם בין
 ל- 99 וכל קשת בגרף מיוצגת על ידי מספר שלם בין
 ל- 9999.

- j אם g[i,j]=1 אזי ניתן לומר שהקשת שמספרה, g[i,j]=1 נוגעת לקודקוד שמספרו i אזי ניתן לקודקוד שמספרו i
 - ◆ בהמשך למבנה נתונים שהגדרנו כעת כתוב את הפונקציות/שגרות למימוש הפעולות הבסיסיות שהזכרנו במפרט. (כתוב את המימוש בסביבת העבודה – שפת C).

- n^2 יש לציין שאם בגרף n קודקודים אזי קיימות בו \diamond קשתות.
- ♦ למרות שאנו יודעים מראש מספר הצמתים בגרף, איננו יודעים מראש דבר על מספר הקשתות.
- ♦ אם לגרף מעט מאוד קשתות אזי מטריצת הקשתות תהיה דלילה.
 - ◆במטרה למנוע בזבוז מקום במקרה זה רצוי להשתמשבחלופה השלישית לייצוג גרף באמצעות מבנה מקושר.