תכנון וניתוח אלגוריתמים

הרצאה 21

מסלולים קצרים ביותר ממקור יחיד
בגרף מכוון ללא מעגלים (גמ"ל)

Dag _Shortest _Path (G,w,s)

<u>מסלולים קצרים ביותר ממקור יחיד בגרף מכוון ללא מעגלים (גמ"ל)</u>

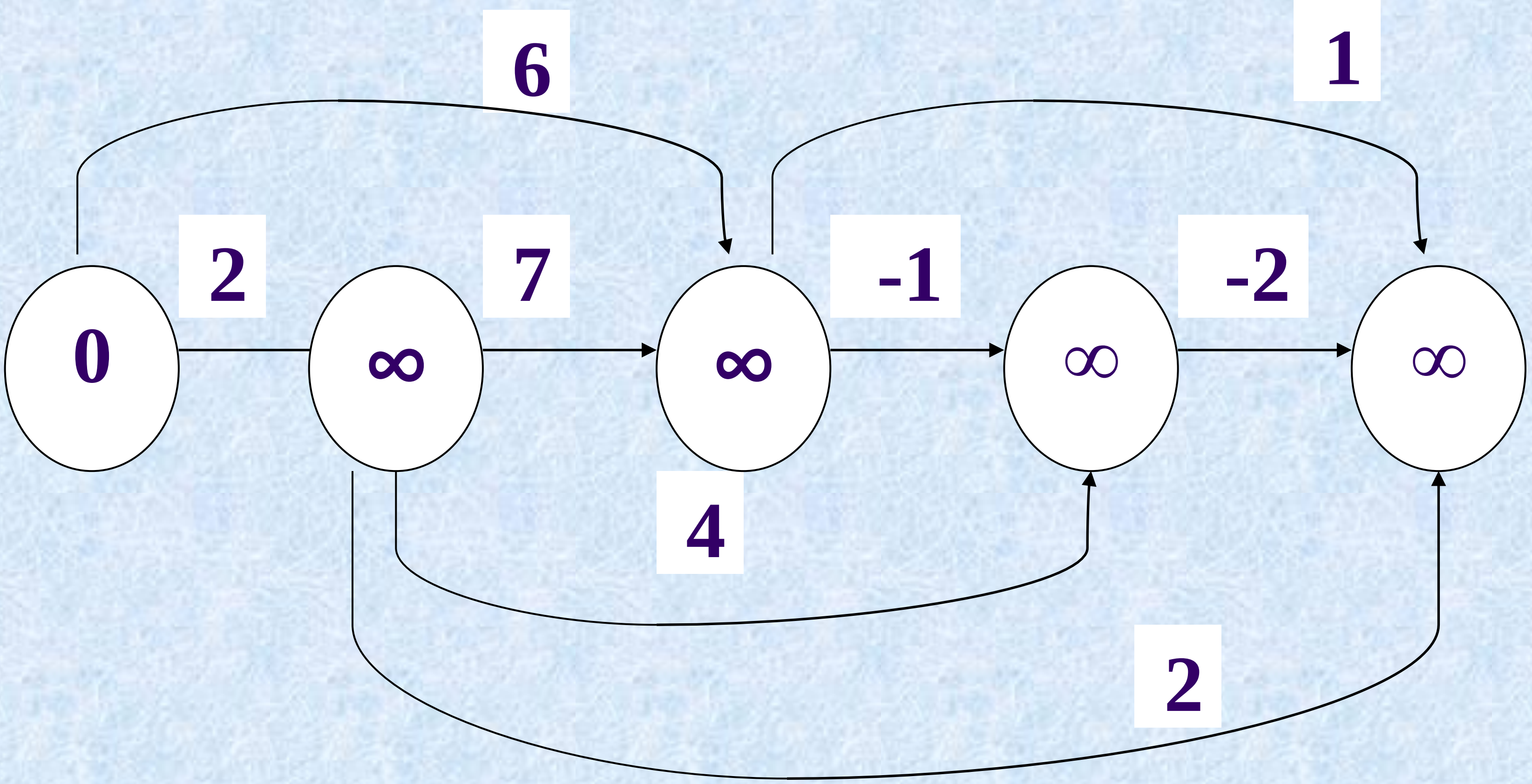
- **<u>Dag _Shortest _Path (G,w,s)</u>**
- גמ"ל (DAG) – הוא גרף מכוון ללא מעגלים.
- האלגוריתם מתחיל במיון טופולוגי של הגמ"ל , כדי לכפות על הקודקודים סדר לינארי.
- אם קיים מסלול מ-u אל v , אזי u יבוא לפני v בסדר הטופולוגי.

- להלן האלגוריתם:
- <u>***צעד 1***</u>: מיון טופולוגי של הקודקודים של G .
- <u>***צעד 2 :***</u> INITIALIZE_SINGLE_SOURCE(G,s)
- <u>***צעד 3***</u> : עבור כל קודקוד u בסדר הטופולוגי בצע:
- 3.1 עבור כל קודקוד v ששכן של u, כלומר $v \in adj[u]$

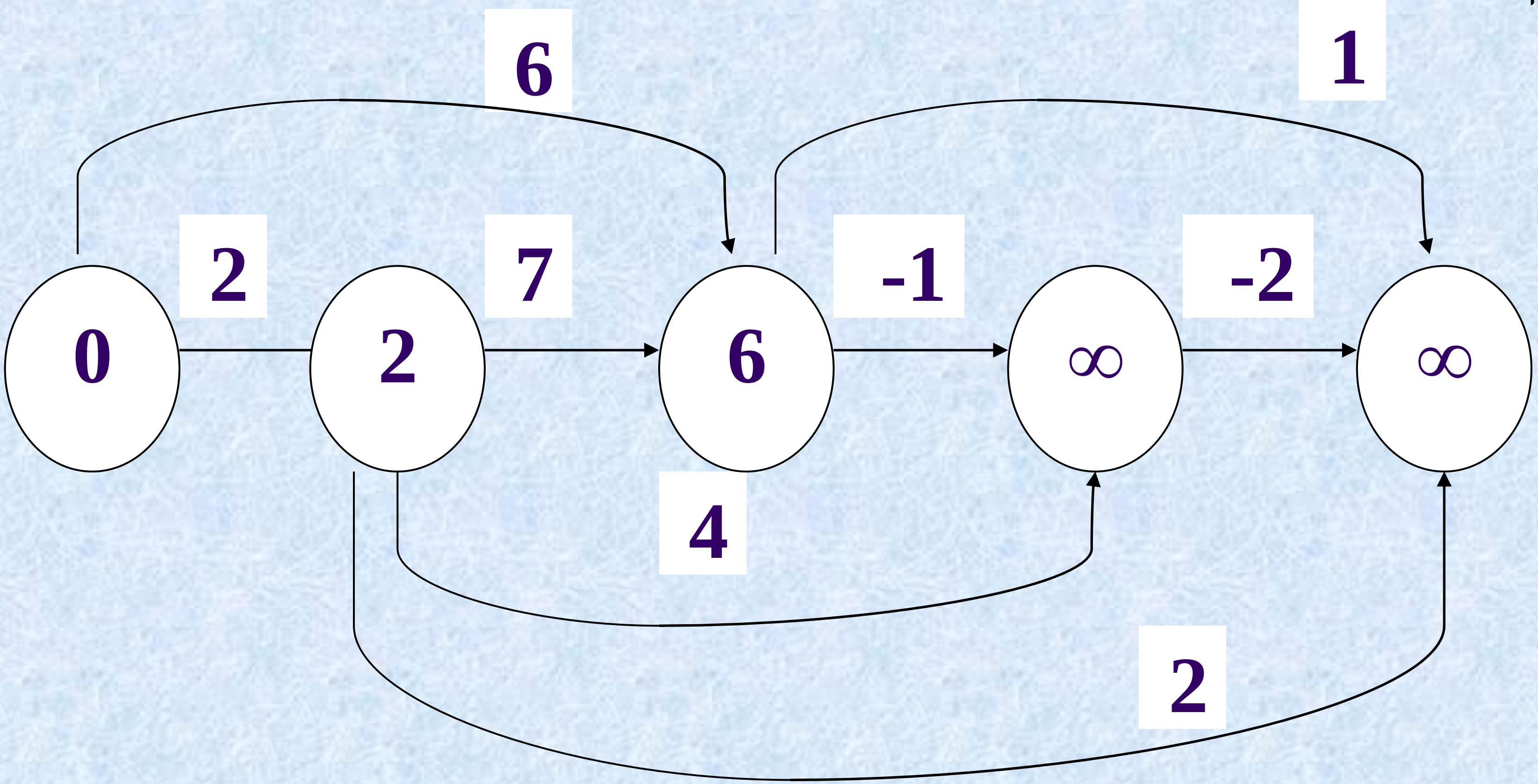
  בצע:
- if $d[v] > d[u] + w(u,v)$ then
- { $d[v] \leftarrow d[u] + w(u,v)$ and $P[v] \leftarrow u$ }

- הערות:
- מסלולים קצרים ביותר תמיד מוגדרים היטב בגמ"ל, שכן גם אם קיימת בו קשתות בעלות משקל שלילי , לא יתכן שיהיו בו מעגלים בעלי משקל שלילי.
- זמן ריצה הכולל: $\Theta(E+V)$ (בדוק!) מתבצעת איטרציה אחת לכל קודקוד ,ובעבור כל קודקוד, כל אחת מן הקשתות היוצאות ממנו נבחנת בדיוק פעם אחת.

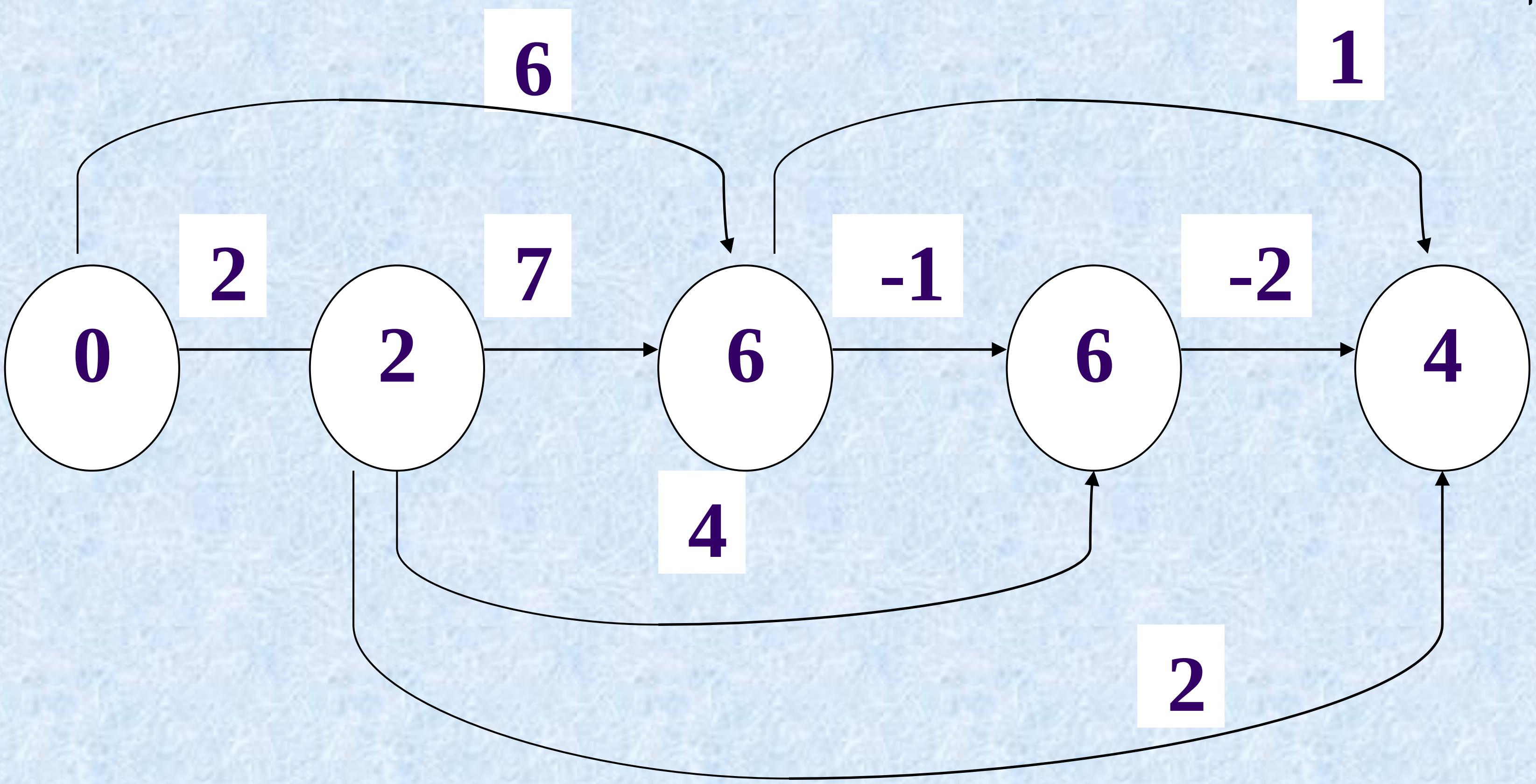
דוגמא: נתונה הרשת הבאה:



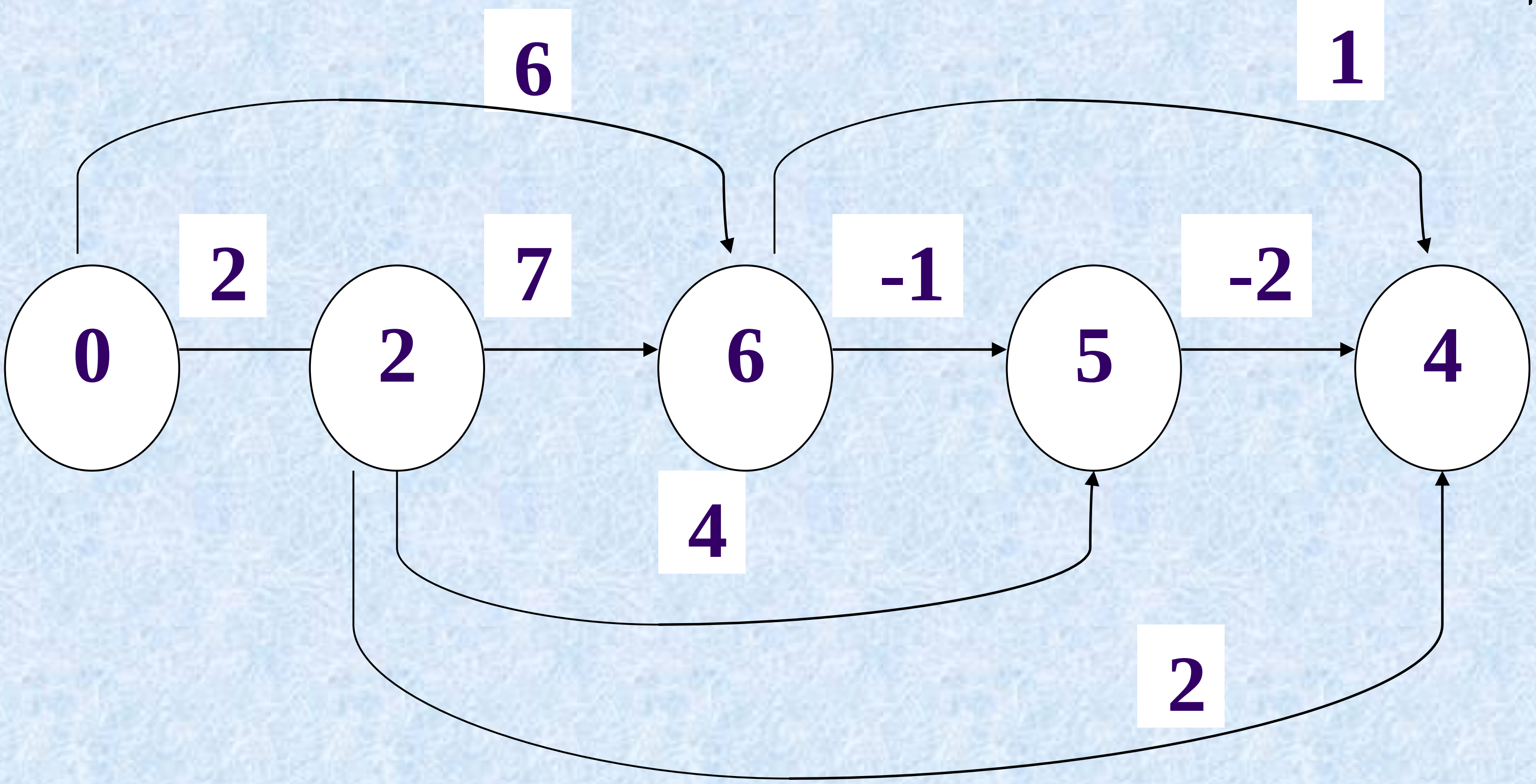
- נקבל:



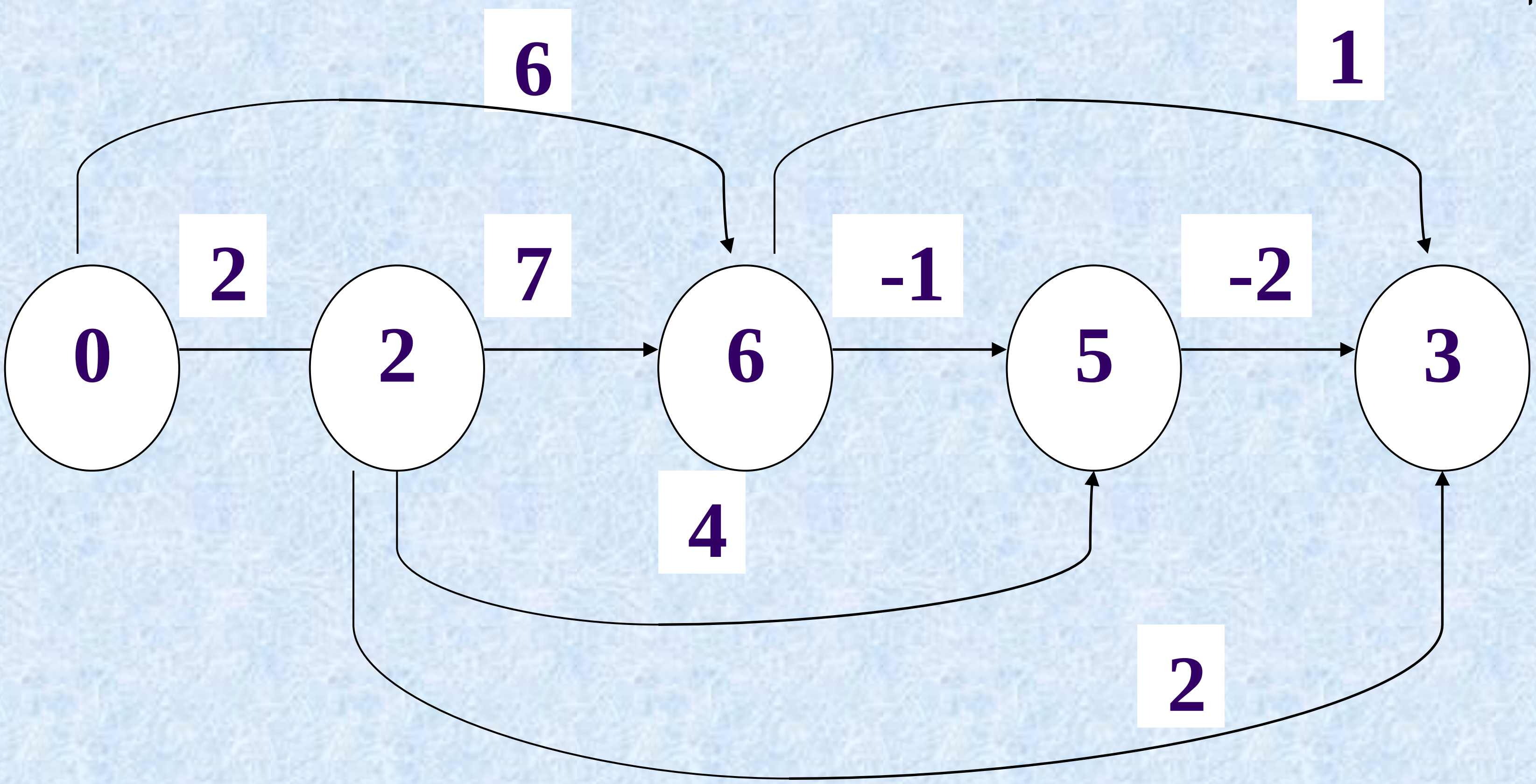
- נקבל:



◈ נקבל:



◈ נקבל:



- ***הערה:*** כידוע **מסלול** קריטי הוא מסלול **ארוך ביותר** בגמ"ל.
- באמצעות האלגוריתם **<u>Dag _Shortest _Path</u>** נוכל למצוא מסלול קריטי באחת משתי דרכים:
- היפוך הסימנים של משקלות הקשתות והרצת האלגוריתם **<u>Dag _Shortest _Path</u>**
- **<u>אפשרות שניה:</u>** להריץ את **<u>Dag _Shortest _Path</u>** תוך החלפת ∞ ב- **(-∞) בצעד 2** INITIALIZE_SINGLE_SOURCE(G,s)
- והחלפת ">" ב- "<" במשפט if.