Physique pour le jeu

Source cours de Dr. Nicolas Pronost Utrecht University

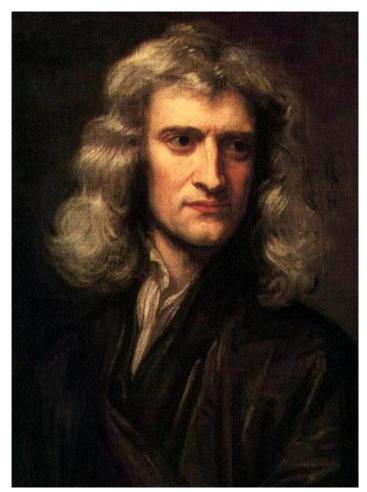
Systèmes physiques

Forces

- Dans un moteur de jeu de physique, les mouvements ne sont pas causés par (le changement) des vitesses ou des accélérations mais des forces
- La somme des forces appliquées sur un objet determine comment il bougent
- La notation F sera utilisée plutôt que \vec{F} , mais le context indiquera si c'est un scalaire ou un vecteur

Loi de Newton

 Vers la fin du 17^{ème} siècle, Sir Isaac Newton décrit 3 lois gouvernant tout les mouvement sur terre



Première loi du mouvement

- La première loi de Newton spécifie ce qui se passe quant quand les forces appliquée à un objet sont nulles :
- → toutes les forces individuelles s'annulent, il ne devrait pas y avoir de changement sur le mouvement

$$Si F_{net} = 0$$
, pas de changement

- Cela signifie que, jusqu'à ce qu'une force nonnulle soit appliquée
 - Un objet au repos reste au repos
 - Un objet en mouvement continue à bouger à la même vitesse dans la même direction

Seconde loi du mouvement

 La seconde loi de Newton décrit comment un objet bouge quand la somme des forces est non nulle

$$F_{net} = m * a$$

m est le poids de l'objet et a l'accélération

- Elle montre également que
 - Plus grande est la force appliquée plus l'objet accélère
 - Pour la même quantité de force, les objets légers accélèrent plus que les objets lourds

Troisième loi du mouvment

 La troisième loi de Newton décrit la relation entre les forces

Pour chaque force, il y a une force égale et opposée, ou, lorsque deux objets entrent en contact, ils exercent des forces égales et opposées l'une sur l'autre

Forces

Gravité

- Loi de la gravité de Newton indique que la force de gravité entre deux masses A et B est
 - Proportionelle au produit des masses m_A et m_B
 - Inversement proportionel à la distance au carré entre les deux masses
 - Agit sur la ligne connectant les deux masses

$$F_g = F_{A \to B} = -F_{B \to A} = G \frac{m_A m_B}{r^2} u_{AB}$$

où

G: constante gravitationnelle $6.673 \times 10^{-11} \, m^3 kg^{-1}s^{-2}$,

r: distance entre les 2 masses

 u_{AB} : le vecteur unitaire de distance

Gravité sur terre

 En appliquant la seconde loi de Newton à un objet de masse m sur la surface de la terre

$$F_{net} = F_g = m * a$$

$$G \frac{m * m_{Earth}}{r_{Earth}^2} = m * a$$

$$G \frac{m_{Earth}}{r_{Earth}^2} = a$$

$$a = 6.673 \times 10^{-11} \frac{5.98 \times 10^{24}}{(6.377 \times 10^6)^2} = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Autre gravité

• Sur terre à l'altitude h : $a = G \frac{m_{Earth}}{(r_{Earth} + h)^2}$

Sur la lune

- $-m_{moon} = 7.35 \times 10^{22} \, kg$
- $-r_{moon} = 1738 \, km$
- $-g_{moon} = 1.62 \, m/s^2$

Sur Mars

- $-m_{mars} = 6.42 \times 10^{23} \, kg$
- $-r_{mars} = 3403 \ km$
- $-g_{mars} = 3.69 \, m/s^2$

Poids

Autre nom pour la force de gravité

$$W = m * g$$

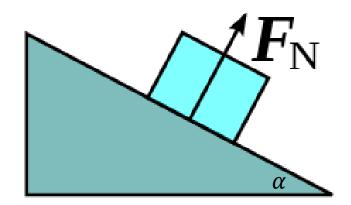
où m est la masse de l'objet et g l'acceleration due à la gravité

• On note que l'unite de la forces est $kg * m/s^2$, noté Newtons (N)



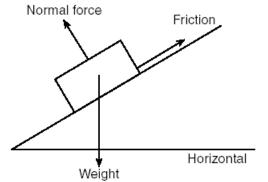
Force normale

- Force agissant en réaction avec un contact
 - Direction normale à la surface de contact
 - Magnitude égales à la force d'entrée projetée dans la direction de la normale



- Ici, $F_N = W \cos(\alpha)$
- Liée à la gestion des collisions

- Qu'en est-il de composante tangentielle de la reaction au contact ?
 - Ici, $W \sin(\alpha)$
 - L'energie est conservé donc où va-t-elle ?
- La force de friction, i.e. capacité à resister au mouvement
 - Friction statique garde un objet sur une surface sans bouger
 - Friction cinétique ralenti un objet en contact



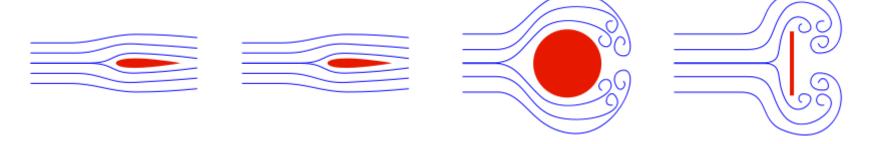
- Si les forces en jeu sont plus faibles que la force de friction alors l'objet ne bougera pas
- Dès que l'objet commence à bouger (forces plus grande que la friction statique), alors la friction cinétique commence
- Les deux forces de friction dépendent des 2 surfaces entrant en contact
 - Plus la surface est "lisse", moins il y a de friction
 - Défini par un coefficient de friction μ : le rapport entre la force de frottement entre deux corps et la force qui les presse l'un contre l'autre

Surface Friction	Static (μ_s)	Kinetic (μ_k)
Steel on steel (dry)	0.6	0.4
Steel on steel (greasy)	0.1	0.05
Teflon on steel	0.041	0.04
Brake lining on cast iron	0.4	0.3
Rubber on concrete (dry)	1.0	0.9
Rubber on concrete (wet)	0.30	0.25
Metal on ice	0.022	0.02
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Nickel on nickel	1.1	0.53
Glass on glass	0.94	0.40
Copper on glass	0.68	0.53

- Les forces de friction sont calculées à partir de ces coefficients
 - Friction statique : $F_S = \mu_S F_N$
 - Friction cinétique : $F_k = \mu_k F_N$
- Le coefficient de friction cinétique est toujours inférieur au coefficient de friction statique
- Si la force tangentielle est supérieure au frottement statique, l'objet se déplace
- Si l'objet se déplace en contact, le frottement cinétique est appliqué à l'objet

Résistance des fluides

- Un objet se déplaçant dans un fluide (l'air est un fluide) est ralenti par celui-ci
- Appelé résistance du fluide ou trainée de frottement (drag) et de plusieurs paramètres
 - e.g. plus l'objet est rapide, plus la résistance est grande
 - e.g. plus la surface exposée est large, plus la résistance grande



Résistance du fluide

• À grande vitesse, la force de traı̂née $F_{D_{high}}$ est quadratique par rapport à la vitesse relative de l'objet v

$$F_{D_{high}} = -\frac{1}{2} * \rho * v^2 * C_d * A$$

avec

 ρ densité du fluide (1.204 for air at 20°C), C_d coefficient de traînée (dépend de la forme de l'objet) A est la zone de référence (zone de projection de la forme exposée)

Résistance aux fluides

 À faible vitesse, la force de traînée est considérée comme linéairement proportionnelle à la vitesse

$$F_{D_{low}} = -b * v$$

où *b* dépend des propriétés du fluide et de la forme de l'objet

- Le seuil de vitesse haute / basse est défini par le nombre de Reynolds (Re)
- Approximation de la physique réelle, juste bonne pour les jeux

Flottabilité

- La flottabilité est la force qui se développe lorsqu'un objet est immergé dans un fluide
- C'est une fonction du volume de l'objet V et de la densité du fluide ρ

$$F_B = \rho * g * V$$

 Elle provient de la différence de pression audessus et au-dessous de l'objet immergé et est dirigé directement vers le haut, neutralisant le poids de l'objet

Ressorts

- Les ressorts sont utilisés pour connecter deux ou plusieurs objets
- Ils réagissent selon la loi de Hook sur l'extension et la compression, c'est-à-dire sur le déplacement relatif entre les objets connectés
- La longueur relative l à la longueur de repos l_0 détermine la force à appliquer

$$F_{S} = -K(l - l_0)$$

où K est la constante du ressort (en N / m)

Amortisseurs

- Les amortisseurs tentent de ralentir le mouvement entre deux objets A et B reliés par un ressort (réduire l'amplitude d'oscillation)
- La force d'amortissement dépend de la vitesse relative entre les deux objets

$$F_C = -C(v_A - v_B)$$

où C est le coefficient d'amortissement et la force résultante appliquée sur A (opposée sur B)

Similaire à la force de traînée à faible vitesse

Free Body Diagram

 Une fois que vous avez toutes les forces agissant sur un objet, vous devez les résumer et les diviser par la masse de l'objet pour obtenir l'accélération

$$F_{net} = m * a$$

- Pour vous aider à analyser les forces, vous pouvez utiliser un dispositif pictural, appelé Free Body Diagram, comprenant
 - la forme de l'objet, son centre de masse et ses points de contact
 - les forces externes avec direction, amplitude et point

Mouvement de rotation

Mouvement de rotation

- Jusqu'à maintenant les objets bougent suivant une trajectoire
- Mais on veut que les forces appliquées sur les objets les fassent bouger et tourner

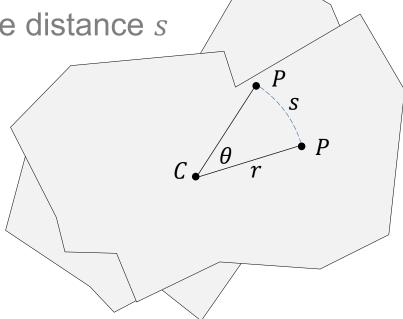


Mouvement circuclaire

• C est le centre de rotation, P un point appartenant à l'objet et r la distance entre C et P

 Quand l'objet tourne P suit un chemin circulaire

- après Δt , P a bougé d'une distance s



Déplacement angulaire

• L'angle θ répresente la rotation de l'objet

$$\theta = s/r$$

où s est la longueur de l'arc et r le rayon

- unité radian (rad)
- note 1 radian est l'angle décrivant la longueur d'arc de 1 a une distance de 1

Vitesse angulaire

 La vitesse angulaire est le taux de changement de du déplacement angulaire

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\theta(t + \Delta t) - \theta(t)}{\Delta t}$$

unité rad/s

Vitesse angulaire

- Accélération : taux de changement de la Vitesse linéaire,
- Accélération angulaire : taux de changement de la Vitesse angulaire

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega(t + \Delta t) - \omega(t)}{\Delta t}$$

unité rad/s²

Equations du mouvement

Pour la vitesse linéaire

$$v(t + \Delta t) = v(t) + a\Delta t$$

$$\bar{v} = \frac{v(t + \Delta t) + v(t)}{2}$$

$$\Delta p_o = \frac{1}{2} (v(t + \Delta t) + v(t)) \Delta t$$

$$\Delta p_o = v(t)\Delta t + \frac{1}{2}a \, \Delta t^2$$

$$v(t + \Delta t)^2 = v(t)^2 + 2a\Delta p_o$$

Equations du mouvement

Pour la rotation :

$$\omega(t + \Delta t) = \omega(t) + \alpha \Delta t$$

$$\overline{\omega} = \frac{\omega(t + \Delta t) + \omega(t)}{2}$$

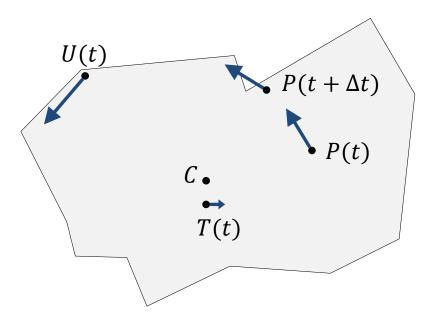
$$\Delta\theta = \frac{1}{2}(\omega(t + \Delta t) + \omega(t))\Delta t$$

$$\Delta\theta = \omega(t)\Delta t + \frac{1}{2}\alpha \,\Delta t^2$$

$$\omega(t + \Delta t)^2 = \omega(t)^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

Vitesse linéaire et angulaire

- Tous les points d'un corps rigide bougent avec la même Vitesse angulaire
- Differents points sur un corps rigide peuvent avoir une linéaire différente



Vitesse tangentielle

- $\theta = s/r$ et r sont constants $\rightarrow \Delta \theta = \Delta s/r$
- Par définition $\omega = \Delta\theta/\Delta t$
- Donc $\omega = \frac{1}{r} * \frac{\Delta s}{\Delta t}$
- Mais pour un petit Δt , Δs peut être vu comme une ligne plutôt qu'un arc, on peut utiliser la Vitesse linéaire en P pour estimer $\frac{\Delta s}{\Delta t}$
- Appelée vitesse tangentielle (tangentielle au chemin circulaire) et notée v_t
- Pour Δt petit, on a $\omega = \frac{v_t}{r}$

Acceleration tangentielle

Accélération tangentielle

$$a_t = \alpha * r$$

où α est l'accélération angulaire

- Comme l'équation de vitesse $v_t = \omega * r$

Accélération centripède

En plus, accélération centripède d'un point d'un objet

$$a_n = \frac{{v_t}^2}{r} = r\omega^2$$

- Acceleration dirigée vers l'axe de rotation
 - Opposée à l'acceleration centrifuge

Dynamique

- Qu'est ce qui cause un mouvement de rotation ?
- Forces appliquée a un point de l'objet autre que le centre de masse
 - Produit une rotation autour du centre de masse (COM)



Couple

- Supposons une force tangentielle appliquée à P, alors $F_t = m * a_t$
- Si on multiplie par la distance r au COM

$$F_t * r = m * a_t * r$$

- On sait que $a_t = r * \alpha$
- Alors on a $F_t * r = m * (r * \alpha) * r = m * r^2 * \alpha$

Couple

 Cela définit le couple de F_t appliqué au point a une distance r du COM

$$\tau = m * r^2 * \alpha$$

où m est la masse, r la distance au COM et α l'accélération angulaire de l'objet

- unité N * m
- Le couple fait tourner autour d'un axe de rotation passant par le centre de gravité

Couple

- Mais une force est généralement appliquée dans une direction différente que la tangente
- Le couple τ est alors définit par

$$\tau = r \times F$$

- où r est le vecteur du COM vers le point où F est appliquée
- × est le produit vectoriel, donc la direction du couple est perpendiculaire à F et r

Deuxième loi de Newton

• La loi F = m * a a un equivalent pour la rotation et le couple

$$\tau = I * \alpha$$

- I est appelé l'inertie
 - Plus d'information dans le cours suivant

 Le couple cause de l'accélération angulaire où la force cause de l'accélération linéaire

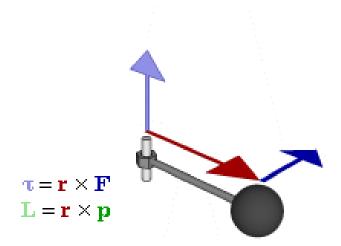
Moment angulaire

 Le mouvement de rotation produit aussi un moment angulaire autour du COM

$$L = r \times p$$

où r est le vecteur distance et p le moment linéaire

- unité N * m * s



Moment angulaire

 Pour un objet de masse fixe qui tourne autour d'un axe de symétrie fixe, le moment cinétique est exprimé comme le produit du moment d'inertie de l'objet et de sa vitesse angulaire

$$L = I * \omega$$

- Encore une fois, plus l'objet a d'inertie, plus il est difficile d'arrêter la rotation de l'objet.
- De même pour la vitesse

Impulsion

- Nous pouvons également appliquer des forces excentrées pendant une durée très courte
- Une telle impulsion «angulaire» entraîne une modification du moment cinétique, c'est-à-dire de la vitesse angulaire

$$\tau \Delta t = \Delta L$$

Résolution des collisions

https://www.youtube.com/watch?v=PfezSJB21vk

Problème

 Nous supposons que nous savons qu'une collision se produit

 Nous voulons le résoudre, c'est-à-dire éloigner les objets en collision les uns des autres

Mais dans quelle direction et avec quelle intensité
 ?

Résolution des collisions

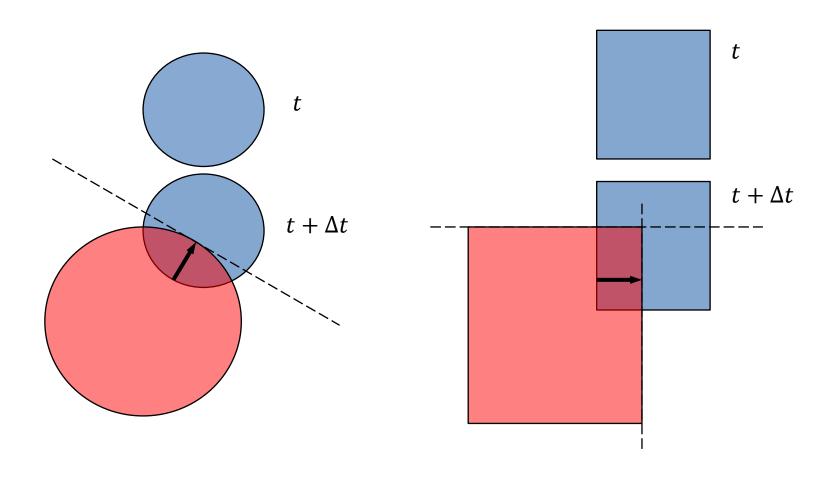
- Pour résoudre les collisions il est necessaire d'avoir
 - Le moment de la collision, qui est le premier instant où la collision est détectée
 - Le point de contact, qui est le point où les objets en collision se touchent pour la première fois
 - Une normale de contact, qui est une normale au plan passant par le point de contact et orienté dans la direction séparant les deux objets

Instant de collision

- Calculé le moment exact (quelque part entre t et $t+\Delta t$) de collision n'est pas toujours faisable
- Approximation par bissection
- En bissectant à plusieurs reprises l'intervalle de temps et en effectuant un test d'intersection, nous pouvons trouver un intervalle court arbitraire $[t_0, t_1]$ pour lequel :
 - Les objets n'entrent pas en collision à t_0
 - Les objets entrent en collision à t_1
- Calculs coûteux, donc généralement dans les jeux, la fréquence d'images Δt est suffisamment petite pour ne pas avoir à faire de bissection

Point de contact et normal

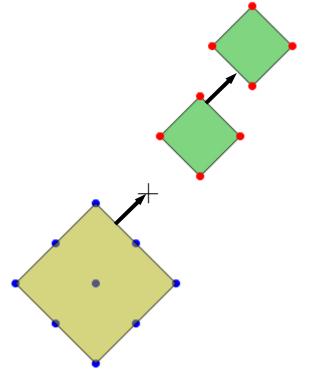
Ne prend pas le movement des objets en compte



Point de contact et normal

 Pour estimer la direction de la collision nous pouvons utiliser la position des objets à la trame avant la collision

- Supposons que les points les plus proches à t Δt sont les points avec la plus grande pénétration en profondeur à t
- Besoin de stocker les positions précédentes, mais généralement fait pour l'intégration numérique de toute façon

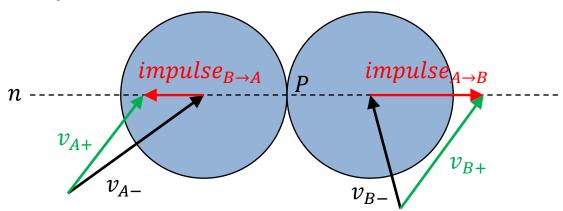


Résolution des collisions

- Nous devons maintenant estimer le moment de collision, les points de contact et la normale de contact
- Nous devons également corriger la position et orientation des objets en collision

- Soit les deux objets A et B, avec les masses respectives m_A et m_B et les vitesses v_A et v_B , la normale unitaire de collsion n et le point de contact P
- Nous pouvons résoudre la collision en utilisant une technique basée sur les impulsions
 - au moment de la collision, nous appliquons une impulsion sur chaque objet en P dans la direction n (-n pour l'un des objets)
 - l'impulsion «écarte» les deux objets
 - comme les deux objets ont des masses et des vitesses entrantes différentes, ils ne sont pas repoussés avec la même ampleur
 - nous désignons le facteur d'échelle de cette magnitude j

- L'amplitude de l'impulsion mise à l'échelle est ensuite ajoutée à la vitesse actuelle de chaque objet
 - $-v_{-}$ est la vitesse au moment de la collision et v_{+} est la vitesse après la résolution de la collision



Types de collisions

Collision inelastique

- L'energie n'est pas preserve dans la collision
 - e.g. les objets s'arêtent sur place
- Sont faciles à implementer
 - e.g. recul ou arrêt du processus

Collision élastique

- L'energie est entièrement preserve Durant la collision
 - e.g. boules de billard
- Sont difficiles à calculée
 - e.g. l'amplitude de la Vitesse résultante

Coefficient de restitution

- Pour représenter l'élasticité d'une collision nous définissons le coefficient de restitution C_R de la collision
- Décrit le ratio des vitesses après et avant collision le long de la normal de collision

$$C_R = -\frac{(v_{A+} - v_{B+}) \cdot n}{(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}$$

- En pratique nous définissons un coefficient pour chaque objet par rapport aux collisions avec un objet parfaitement rigide et élastique
 - si $C_R = 1$, on a une collision élastique (E_k est conservée)
 - si C_R <1, nous avons une collision inélastique (perte de vitesse)
 - si $C_R = 0$, les objets resteront collés après la collision

Rappel de physique

 Une impulsion est le taux de variation de la quantité de mouvement (momentum), c'est-à-dire une force délivrée en un instant

$$F\Delta t = \Delta p = m(v(t + \Delta t) - v(t))$$

- Le momentum d'un système est toujours conservé $m_A v_A(t+\Delta t) + m_B v_B(t+\Delta t) = m_A v_A(t) + m_B v_B(t)$
- L'energie d'un système est toujours conservée

$$E_{Kt}(t + \Delta t) + E_{P}(t + \Delta t) + E_{Kr}(t + \Delta t) = E_{Kt}(t) + E_{P}(t) + E_{Kr}(t) + E_{O}$$

 La quantité de mouvement totale du système avant et après est conservée, donc

$$m_A v_{A-} + j_A * n = m_A v_{A+}$$

 $m_B v_{B-} - j_B * n = m_B v_{B+}$

Pouvant s'écrire

$$v_{A+} = v_{A-} + \frac{j_A}{m_A} n$$
 $v_{B+} = v_{B-} - \frac{j_B}{m_B} n$

 Nous savons également que la Vitesse avant et après la collision est liée au coefficient de restitution

$$C_R = -\frac{(v_{A+} - v_{B+}) \cdot n}{(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}$$

Donc nous avons

$$j_A = \frac{-(1 + C_{R_A})(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}{\left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}\right)}$$

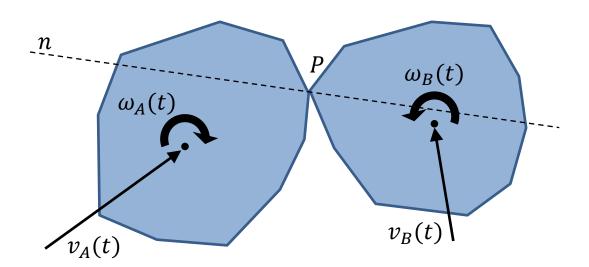
$$j_B = \frac{-(1 + C_{R_B})(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}{\left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}\right)}$$

On peut enfin calculer les vitesses sortantes

$$v_{A+} = v_{A-} + \frac{j_A}{m_A} n$$
 $v_{B+} = v_{B-} - \frac{j_B}{m_B} n$

- plus la masse d'un objet est grande, plus il est résistant au changement de vitesse
- mais (à partir de j) moins résistant lorsque les vitesses relatives des objets augmentent ou lorsque les masses combinées augmentent

 Si la normale à la collision est décalée du centre de l'objet elle produit également une rotation des deux objets (la prochaine fois)



- Similaire au traitement des collisions linéaires
- Le facteur impulsionnel j est adapté
- Si 1 ou 2 objets sont en rotation, la vitesse linéaire de la rotation est ajoutée

$$\bar{v}_A = v_A + \omega_A \times r_A$$

 $\bar{v}_B = v_B + \omega_B \times r_B$

où ω est la vitesse angulaire et r le déplacement du centre de rotation au point de contact

Les coefficients de restitution deviennent

$$C_R = -\frac{(\overline{\boldsymbol{v}}_{A+} - \overline{\boldsymbol{v}}_{B+}) \cdot n}{(\overline{\boldsymbol{v}}_{A-} - \overline{\boldsymbol{v}}_{B-}) \cdot n}$$

• Ce coefficient est utilisé pour un calcul ultérieur de la vitesse linéaire à travers les j_A et j_B mise à jour

 Le moment cinétique avant et après la collision est également conservé

$$I_A \omega_{A-} + r_A \times (j * n) = I_A \omega_{A+}$$

$$I_B \omega_{B-} - r_B \times (j * n) = I_B \omega_{B+}$$

On peut écrire

$$\omega_{A+} = \omega_{A-} + I_A^{-1}(r_A \times (j * n))$$

$$\omega_{B+} = \omega_{B-} - I_B^{-1}(r_B \times (j * n))$$

 Comme pour la Vitesse linéaire on peut maintenant calculer le facteur j mis à jour

$$j = \frac{-(1 + C_R)(v_{A-} - v_{B-}) \cdot n}{\left(\frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}\right) + \left[\left(I_A^{-1}(r_A \times n)\right) \times r_A + \left(I_B^{-1}(r_B \times n)\right) \times r_B\right] \cdot n}$$

avec $j = j_A$ quand $C_R = C_{R_A}$, et $j = j_B$ quand $C_R = C_{R_R}$

 Avec j mis à jour, on calculi la Vitesse angulaire de sortie

$$\omega_{A+} = \omega_{A-} + I_A^{-1}(r_A \times (j_A * n))$$

$$\omega_{B+} = \omega_{B-} - I_B^{-1}(r_B \times (j_B * n))$$

 Facteur aussi utilisé pour calculer la Vitesse linéaire de sortie

$$v_{A+} = v_{A-} + \frac{j_A}{m_A} n$$

$$v_{B+} = v_{B-} - \frac{j_B}{m_B} n$$

Résolution des collisions

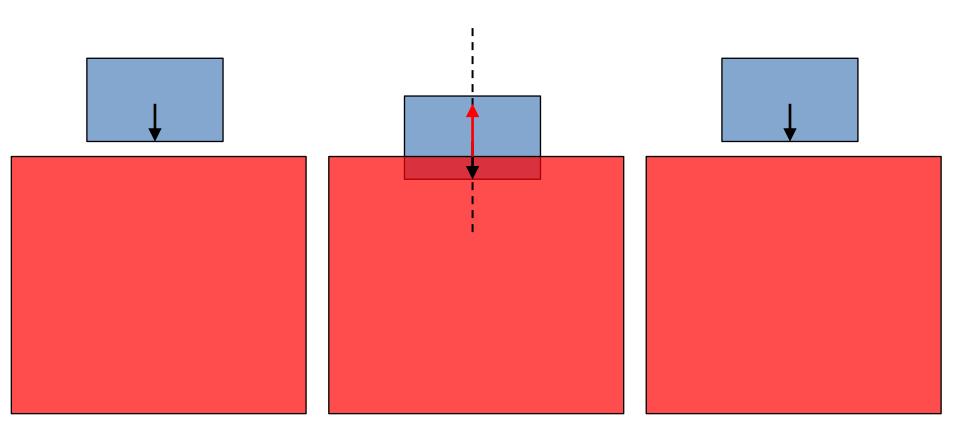
- L'algorithme final peut être résumé comme suit
 - Exécutez la détection de collision pour trouver le point de contact et la normale de contacte
 - Calculer les vitesses linéaires (et angulaires) à ces points de contact
 - Utiliser des coefficients de restitution et de conservation de l'élan pour déterminer les impulsions à appliquer
 - Résoudre les vitesses en utilisant les impulsions

Contact au repos

- Notre système de résolution tel qu'il fonctionne fonctionnera correctement, corrigeant la position et l'orientation des objets en collision
- Mais certains cas spéciaux peuvent être traités plus efficacement
- Un de ces cas se produit lorsque nous avons contacts au repos entre les objets
 - par exemple une boîte posée par terre
 - le sol descend théoriquement vers le bas, mais sa masse est très grande, et sa vitesse sortante est très petite et donc négligée

Contact au repos

• En utilisant la méthodologie présentée, une boite posée par terre 'oscillera' autour de la surface



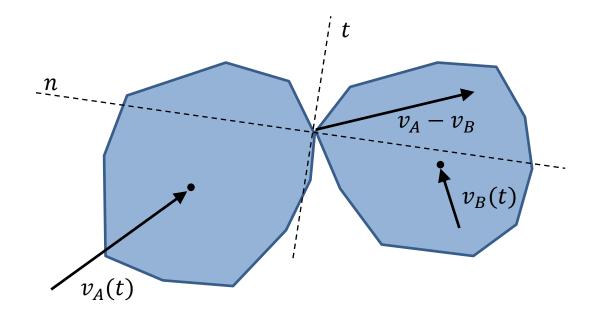
Contact au repos

- Un contact au repos se produit lorsque la vitesse relative des deux objets le long de la normale est nulle (pour nous, cela signifie plus petit qu'un ε)
- Une solution consiste à réduire «artificiellement» le coefficient de restitution lorsque nous sommes dans ce cas
 - dépendant généralement linéairement de la vitesse relative ou réglé directement à zéro
 - après résolution, les deux objets auront une vitesse relative nulle, donc la boîte collera sur le sol qui luimême ne bouge pas

- N'oubliez pas qu'il y a friction entre deux objets lorsqu'ils sont en contact
 - frottement statique lorsqu'ils ne se déplacent pas l'un par rapport à l'autre
 - frottement cinétique lorsqu'ils se déplacent les uns par rapport aux autres
 - la friction de roulement est généralement ignorée en physique des jeux
- Lorsqu'ils sont en contact, nous pouvons ajouter la force de friction dans nos équations précédentes en utilisant des impulsions

 Le frottement agit dans le plan tangentiel de la collision normale et résiste au mouvement

$$t = (n \times (v_A - v_B)) \times n$$



Notes : vecteurs normalisés

L'équation de Vitesse précédente

$$v_{A+} = v_{A-} + \frac{j_A(n + \mu_k t)}{m_A}$$
 $v_{B+} = v_{B-} - \frac{j_B(n + \mu_k t)}{m_B}$

- Nous supposons ici que le frottement était un frottement cinétique
- Si la vitesse relative est suffisamment petite, le frottement statique doit être utilisé à la place et les impulsions de frottement doivent être ajustées
- La direction tangentielle est parfois indéterminée (collision normale et vitesse relative parallèle), alors des techniques alternatives doivent être utilisées

Fin de la resolution des collisions

https://www.youtube.com/watch?v=2af0VJ0r-vM

Ressources

- Physics for Game Developers, 2nd Edition, By David Bourg, Bryan Bywalec
- Physically Based Modeling: Principles and Practice (Online Siggraph '97 Course notes)
- Game Physics Engine Development by Ian Millington.
- Game Physics by David H. Eberly.
- Fluid Simulation for Computer Graphics, 2nd edition, by Robert Bridson.