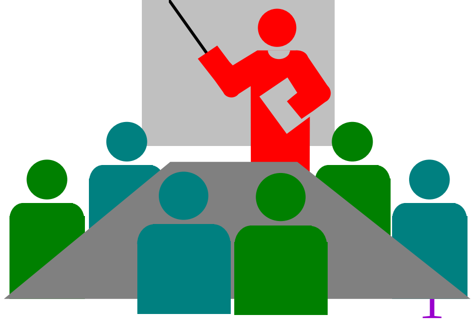
讨 论 与 辅 导

波动光学



光的干涉

光的干涉：满足**相干条件**的两束光在空间相遇时，形成光强的**非均匀的稳定分布。**

1. **光的相干条件：**频率相同、振动方向相同、位相差恒定

2. **获得相干光的方法**

分波阵面法：**杨氏双缝干涉**、劳埃镜、菲涅耳双棱镜

分振幅法：**等厚干涉**、等倾干涉等

掌握

1. 光的干涉加强和减弱的光程差条件

2. 杨氏双缝干涉

明纹和暗纹条件：
$$\delta = d\frac{x}{D} = \begin{cases} \pm k\lambda & 明\quad (k=0,1,2,\cdots) \\ \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & 暗\quad (k=0,1,2,3,\cdots) \end{cases}$$

明、暗纹位置
$$x = \begin{cases} \pm\dfrac{D}{d}k\lambda & 明\quad (k=0,1,2,\cdots) \\ \pm\dfrac{D}{d}(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & 暗\quad (k=1,2,3,\cdots) \end{cases}$$

条纹间距：$\Delta x = \dfrac{D}{d}\lambda$

条纹分布特点：

中央明纹两侧对称分布着明暗相间、等宽等间距的与双缝平行的直条纹。各级明纹强度相同。离中央明纹越远的条纹，其级数越高。

3. 等倾干涉

反射光干涉的条件公式：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta_0 = \begin{cases} k\lambda & \text{明}\ (k=1,2,3,\cdots) \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗}\ (k=0,1,2,\cdots) \end{cases}$$

其中i为入射角，$\delta_0 = \dfrac{\lambda}{2}$或0

或$\delta = 2n_2 e\cos\gamma + \delta_0$，其中$\gamma$为折射角

等倾干涉图像的特点

等倾干涉环是一组内疏外密的圆环，中间级次高，边缘级次低

3. 劈尖干涉

光垂直入射于劈尖时的反射光干涉加强、减弱的条件公式

$$\delta = 2ne + \delta_0 = \begin{cases} k\lambda & \text{明}\quad (k=1,2,3,\cdots) \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗}\quad (k=0,1,2,\cdots) \end{cases}$$

相邻明纹或暗纹对应的厚度差：

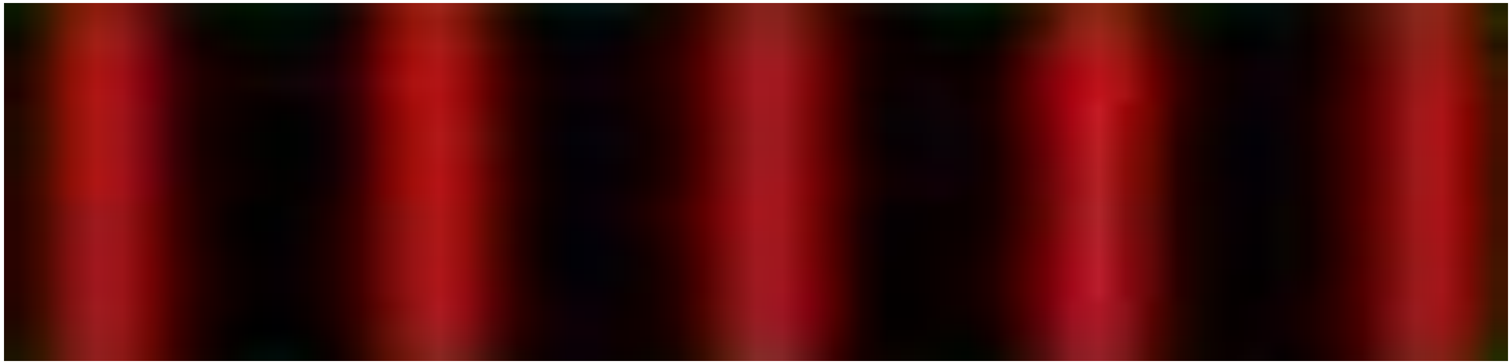
$$\Delta \mathrm{e}_k = \frac{\lambda}{2n}$$

条纹间距：

$$L=\frac{\lambda}{2n\sin\theta}\approx\frac{\lambda}{2n\theta}$$

劈尖干涉条纹的特点：

与棱平行的，明暗相间的，等间距分布的直条纹



4. 牛顿环

光垂直入射于牛顿环装置时，反射光干涉加强、减弱的条件公式

$$\delta = 2ne + \delta_0 = \begin{cases} k\lambda & \text{明}\ (k=1,2,3,\cdots) \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗}\ (k=0,1,2,\cdots) \end{cases}$$

任一级牛顿环相应的劈尖厚度

$$e_k = \begin{cases} \dfrac{(2k-1)\lambda}{4n} & \text{明}\ (k=1,2,3,\cdots) \\ \dfrac{k\lambda}{2\text{n}} & \text{暗}\ (k=0,1,2,\cdots) \end{cases}$$

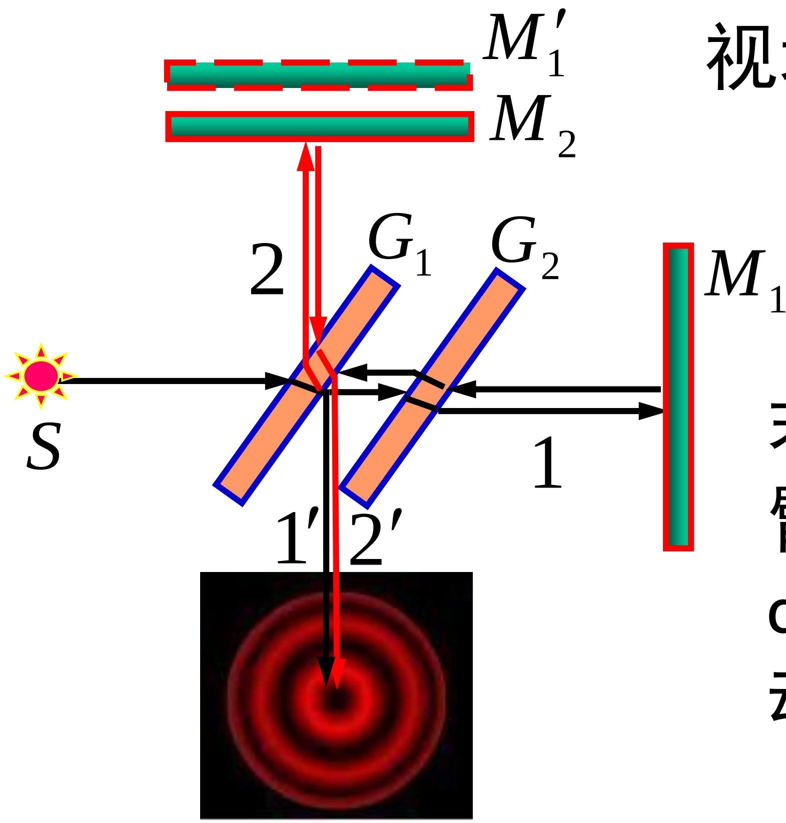
任一级牛顿环的半径：

$$r_k = \sqrt{2Re_k} = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{(2k-1)\lambda R}{2n}} & \text{明环}\ (k=1,2,3,\cdots) \\ \sqrt{\dfrac{kR\lambda}{n}} & \text{暗环}\ (k=0,1,2,\cdots) \end{cases}$$

牛顿环干涉条纹的特点：

以中央接触点为中心，明暗相间、内疏外密的，一系列同心圆环。

5. 迈克尔逊干涉仪



若移动镜移动的距离为Δd，则在视场观察到的条纹移动的数目ΔN

$$2\Delta d = \Delta N\lambda$$

若在等臂的干涉仪光路中的一光臂中插入一折射率为n、厚度为d的透明介质，则视场中条纹移动的数目

$$2(n-1)d = \Delta N\lambda$$

典型题

(1) 杨氏双缝干涉问题

(2) 等厚干涉(劈尖、牛顿环)

(3) 等倾干涉

(4) 干涉问题的应用问题，如 迈克尔逊干涉仪

基本思路:

(1) 弄清楚两束或多束相干光是怎么产生的—前提

(2) 正确写出相干光在叠加点的光程差 ———关键

(3) 讨论干涉图样包括位置、形状、间距等

光的衍射

1.单缝衍射:

$$a\sin\theta = \begin{cases} \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \quad (k=1,2,3\ldots) \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \quad (k=1,2,3\ldots) \end{cases}$$

中央明纹 $\Delta\theta_0 = \dfrac{2\lambda}{a}$ 中央明条纹的角宽度

4.光栅衍射：多缝干涉受单缝衍射调制的结果

$$(a+b)\sin\theta = k\lambda$$ 光栅方程

$$k = \frac{a+b}{a}k' \left(k' = \pm 1, \pm 2, \ldots\right)$$ ——缺级条件

处理光的衍射问题的基本思路：

(1) 首先要计算给定问题中的光程差

(2) 写出形成明、暗纹的条件公式

(3) 求解相关量

注意问题：

(1) 单缝衍射中，当缝两边缘光线的光程差满足 $\sin\theta = k\lambda$ 时，对应暗纹。与干涉不同。

(2) 光栅衍射公式是产生主极大明纹的必要条件，而不是所以充要条件。因此在处理光栅问题时，应该确定是否存在缺级。

光的偏振

1.自然光、线偏振光、椭圆（圆）偏振光、部分偏振光

2. 获得线偏振光的方法:

二向色性起偏；反射折射起偏；晶体双折射起偏

3.马吕斯定律: $I = I_0 \cos^2 \alpha$

4. 布儒斯特定律: $\tan i_0 = \dfrac{n_2}{n_1}$ $\quad i_0 + \gamma = \dfrac{\pi}{2}$

重点：马吕斯定律和布儒斯特定律的应用

主要涉及的问题

(1) 马吕斯定律和布儒斯特定律的应用
(2) 获得偏振光的方法
(3) 偏振光的检验

例1、以单色光照射到相距为0.2mm的双缝上,双缝与屏幕的垂直距离为1m. (1)从第一级明纹到同侧的第四级明纹的距离为7.5mm, 求单色光的波长; (2) 若入射光的波长为600nm, 求相邻两明纹间的距离.

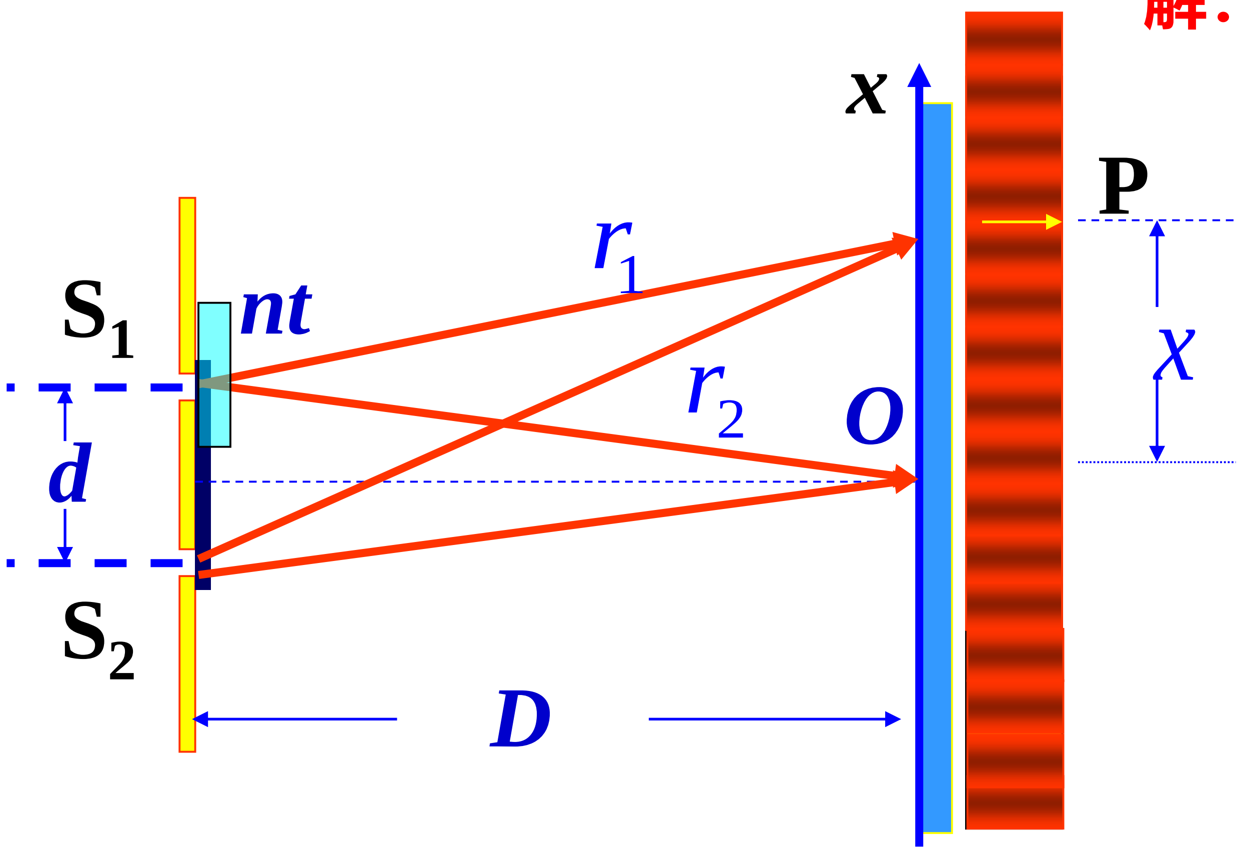
解: (1) $$x_k = \pm \frac{D}{d} k\lambda, \quad k = 0, \quad 1, \quad 2, \cdots$$

$$\Delta x_{14} = x_4 - x_1 = \frac{D}{d}\left(k_4 - k_1\right)\lambda$$

$$\lambda = \frac{d}{D}\frac{\Delta x_{14}}{\left(k_4 - k_1\right)} = 500\text{nm}$$

(2) $$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda = 3.0\,\text{mm}$$

例2、双缝干涉中，入射光波长为λ，双缝至屏的距离为D，在一个缝后放一厚为t 折射率为n的透明薄膜，此时中央明纹处仍为一明纹，求(1)该明纹的干涉级;(2)新的零级明纹的位置。



解：(1)

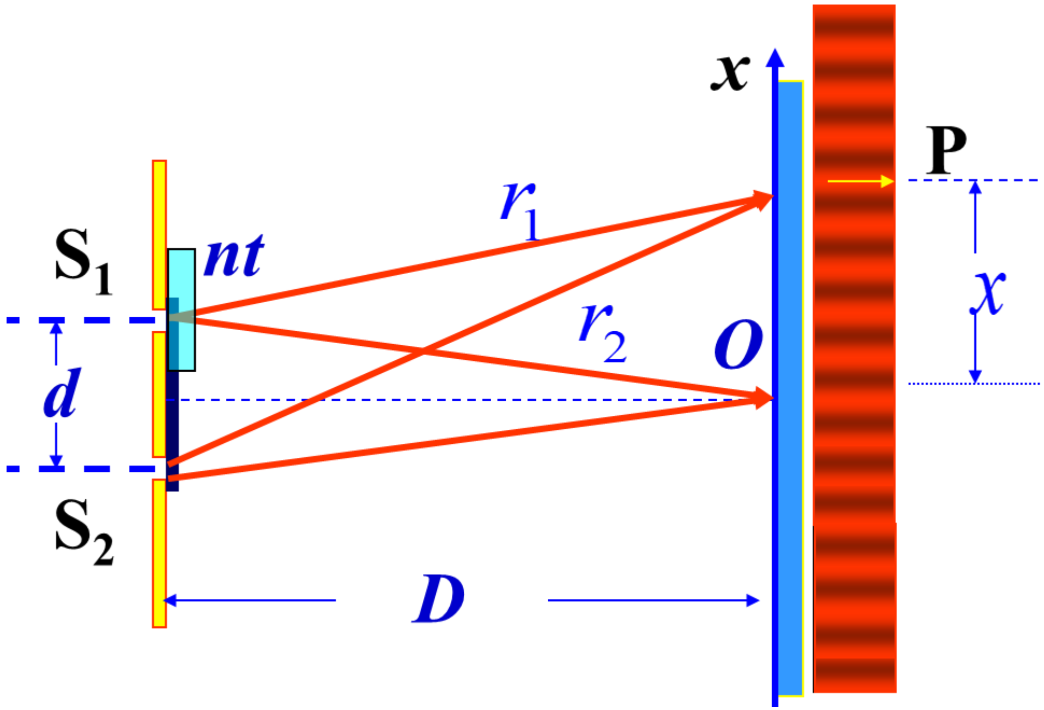
$$\delta = nt - t$$

$$= (n-1)t$$

$$= k\lambda$$

$$k = \frac{(n-1)t}{\lambda}$$

(2)新的零级明纹的位置。



（2） $$\delta = r_2 - r_1 - nt + t = 0$$

$$r_2 - r_1 = nt - t = (n-1)t$$

$$r_2 - r_1 \approx d\sin\alpha \approx d\tan\alpha = d\frac{x}{D}$$

$$x = \frac{D}{d}(n-1)t$$

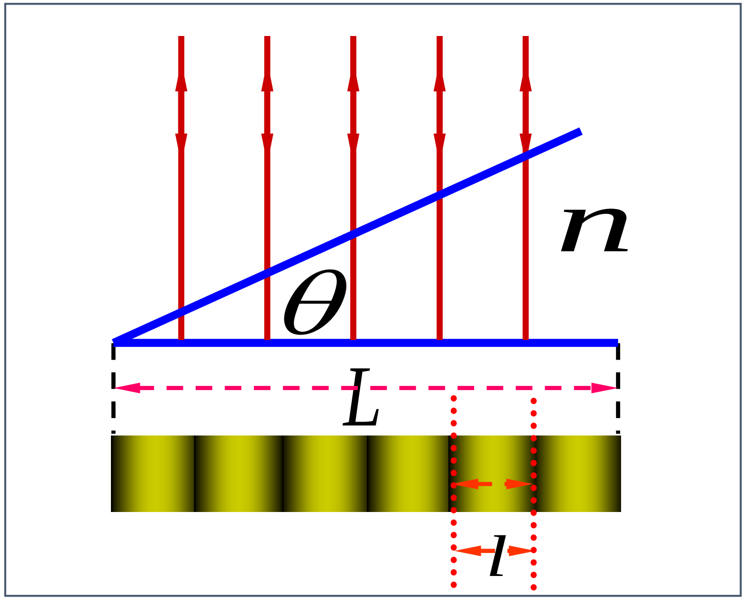
例3 有一玻璃劈尖, 放在空气中, 劈尖夹角$\theta=8\times10^{-5}$rad ，
用波长 $\lambda=589$nm 的单色光垂直入射时,测得干涉条纹的宽度
$l=2.4$mm,求这玻璃的折射率。

解： $\because \quad l\sin\theta = \Delta e = \dfrac{\lambda}{2n}$

$\therefore \quad n = \dfrac{\lambda}{2l\sin\theta}$

$\because$ θ很小，$\therefore$ $\sin\theta \approx \theta$

$$n = \frac{5.89\times10^{-7}\,\mathrm{m}}{2\times8\times10^{-5}\times2.4\times10^{-3}\,\mathrm{m}} = 1.53$$



例4、用氦氖激光器发出的波长为633nm的单色光做牛顿环实验，测得第个*k* 暗环的半径为5.63mm ，第*k*+5暗环的半径为7.96mm，求平凸透镜的曲率半径*R*.

解:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \qquad r_{k+5} = \sqrt{(k+5)R\lambda}$$

$$r_{k+5}^2 - r_k^2 = 5R\lambda \qquad R = \frac{r_{k+5}^2 - r_k^2}{5\lambda}$$

$$R = \frac{(7.96\times10^{-3})^2 - (5.63\times10^{-3})^2}{5\times633\times10^{-9}} = 10.0(\mathrm{m})$$

例5、 波长为$\lambda=6328\,\mathring{\mathrm{A}}$的He-Ne激光垂直地投射到缝宽为$a=0.0209\mathrm{mm}$的狭缝上，现有一焦距$f=50\mathrm{cm}$的凸透镜，置于狭缝后面，试求：

（1）由中央亮条纹的中心到第一级暗纹的角距离。

（2）在透镜的焦平面上所观察到的中央亮条纹的线宽度。

（1）根据单缝衍射的暗纹位置公式

$$a\sin\theta_k=k\lambda\quad(k=\pm1,\pm2\cdots)\qquad \sin\theta_k=\frac{k\lambda}{a}$$

当$k=1$时 $\sin\theta_1=\dfrac{\lambda}{a}=\dfrac{6.328\times10^{-5}}{2.09\times10^{-3}}\approx0.03$

由于θ很小，可认为 $\theta_1\approx\sin\theta_1\approx0.03\mathrm{rad}=1^\circ42'$

（2）由于θ_1十分小，故第一级暗纹到中央亮条纹中心的距离为

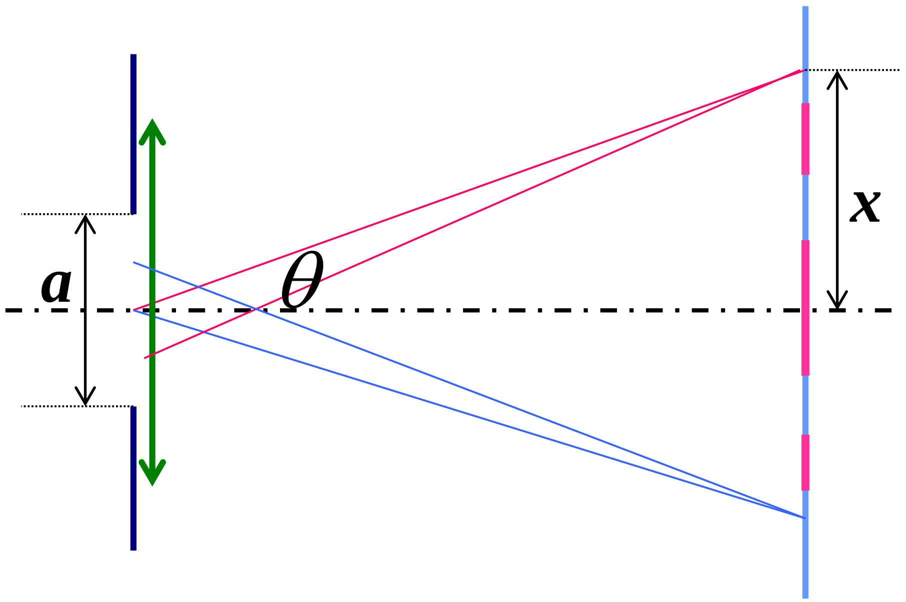
$$y=f'\tan\theta_1=f'\theta_1=50\times0.03=1.5\mathrm{cm}$$

因此中央亮条纹的宽度 2y=2×1.5=3cm

例6： 波长为 600nm的单色光垂直照射宽 a=0.30 mm 的单缝，在缝后透镜的焦平面处的屏幕上，中央明纹上下两侧第二条暗纹之间相距 2.0 mm ,求透镜焦距。

解： 由第二暗纹 k=2 得： $a\sin\theta = 2\lambda$

且距中央亮纹中心的距离为



$$x = f tg\theta \approx f\sin\theta$$

$$x = \frac{1}{2}\times 2.0 = 1.0mm$$

$$f = \frac{x}{\sin\theta} = \frac{ax}{2\lambda} = 25\,\text{cm}$$

例7： **波长为 600nm的单色光垂直入射在一光栅上。第二级明纹出现在 $\sin\theta=0.20$ 处，首次缺级为第四级。试求**

（1） 光栅常数；

（2） 光栅上狭缝宽度；

（3） 屏上实际呈现的全部级数。

解：光栅方程 $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$ (主极大公式）

（1）光栅常数 $d = (a+b) = \dfrac{k\lambda}{\sin\varphi}$

将第二级明纹 $k=2$，$\sin\varphi=0.2$ 代入

得 $d=6.0\times10^{-6}$ (m)

（2） 光栅衍射为单缝衍射与多缝干涉的合成结果。
缺级即干涉的主极大恰与单缝衍射的极小重合，即

$$\left.\begin{aligned}(a+b)\sin\varphi &= k\lambda \\ a\sin\varphi &= k'\lambda\end{aligned}\right\} \qquad k = \frac{a+b}{a}k'$$

$$\left.\begin{aligned}(a+b)\sin\varphi &= k\lambda \\ a\sin\varphi &= k'\lambda\end{aligned}\right\} \quad k=\frac{a+b}{a}k'$$

据题意，首次缺级为第四级，即 $k=4, k'=1$

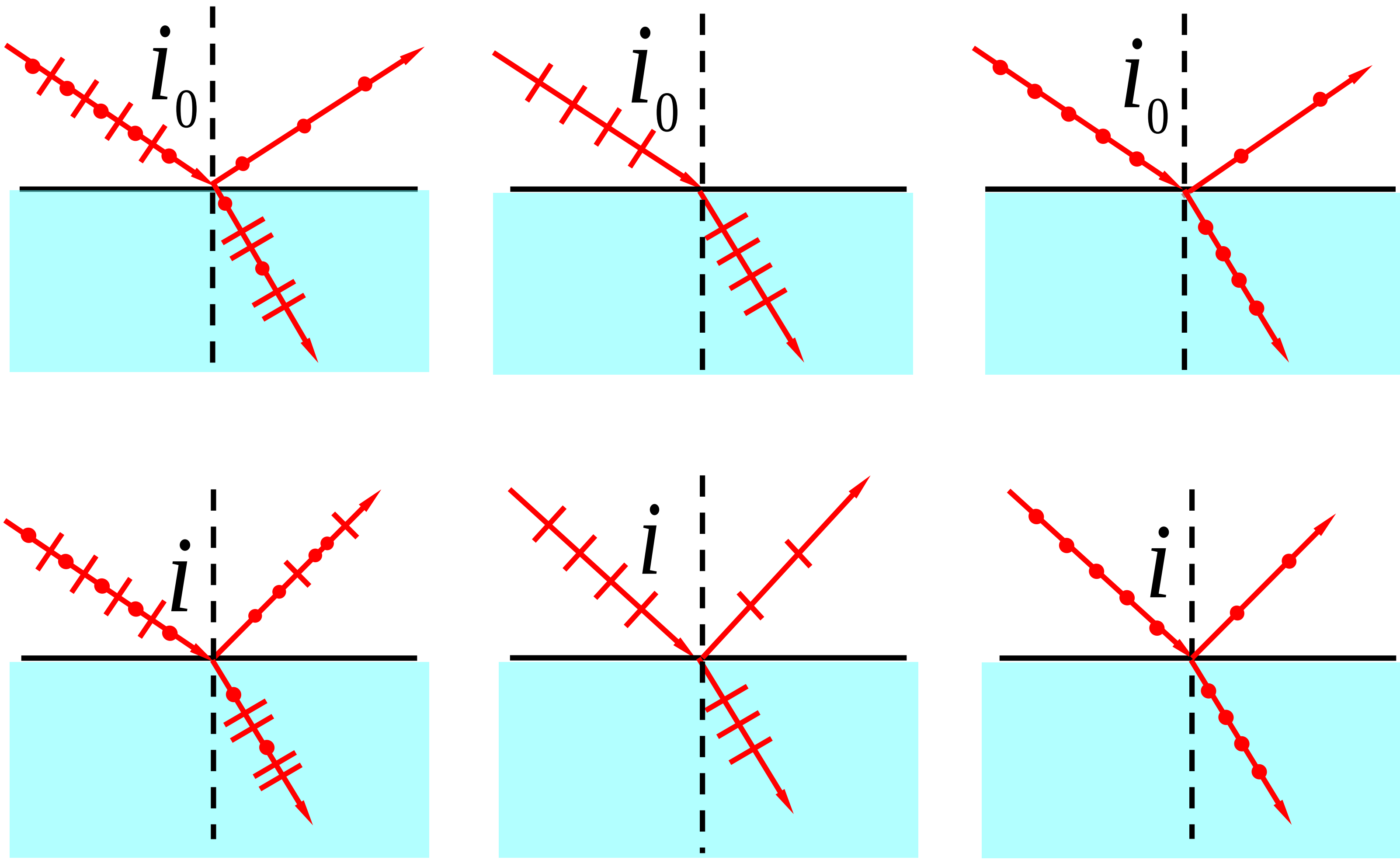
狭缝宽度为 $a=\frac{1}{4}(a+b)=\frac{d}{4}=1.5\times10^{-6}\,(\mathrm{m})$

（3） 由 $d\sin\varphi=k\lambda$ 及 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$

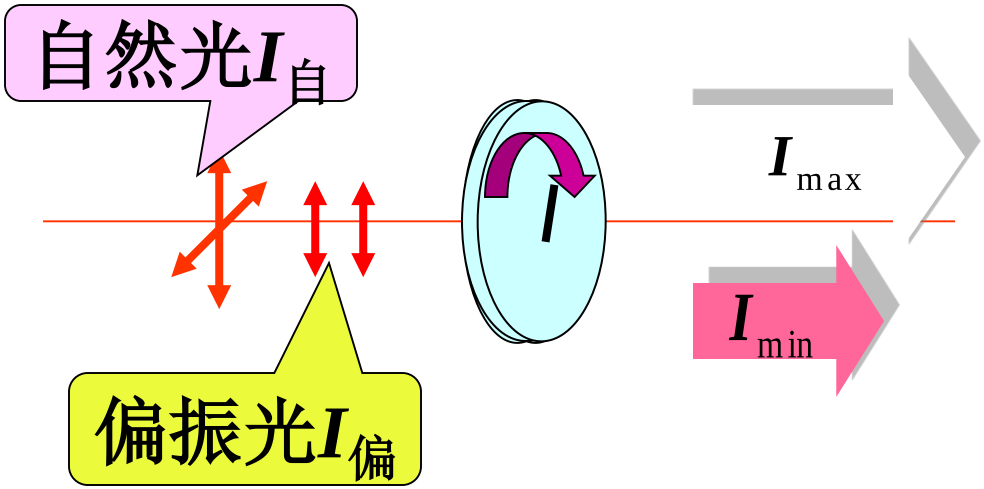
最高级次 $k<\frac{d\sin\varphi}{\lambda}=\frac{d}{\lambda}=10$ 考虑到缺级 $k=\pm4,\pm8......$

实际呈现的全部级次为 $k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm7,\pm9......$

例8： 讨论下列光线的反射和折射光的偏振态（起偏角 i_0 ）。



例9.一束光是自然光和线偏振光的混合光，让它垂直通过一偏振片，若以此入射光束为轴旋转偏振片，测得透射光强度最大值是最小值的5倍，那么入射光中自然光与线偏振光的光强比值为________。



$$\frac{I_{max}}{I_{min}}=5$$

$$I_{max}=\frac{I_{自}}{2}+I_{偏}$$

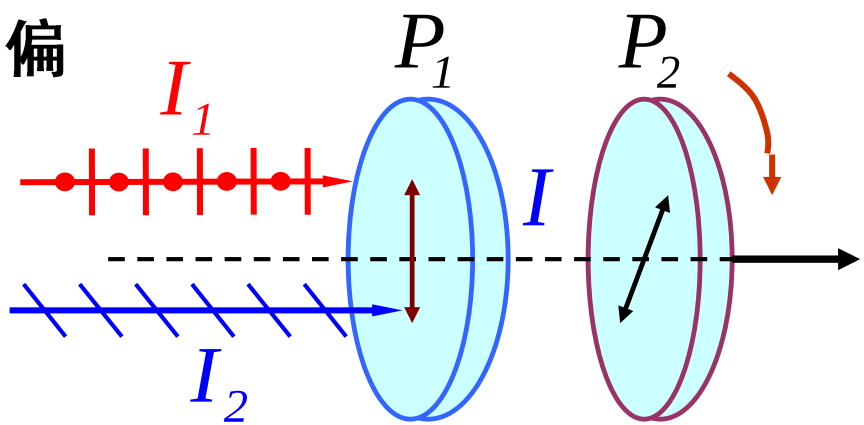
$$I_{min}=\frac{I_{自}}{2}$$

$$\frac{I_{自}}{I_{偏}}=\frac{1}{2}$$

例10. 将两块理想的偏振片P_1, P_2 共轴放置，用强度为 I_1 的自然光和强度为 I_2 的线偏振光同时垂直入射到 P_1 上，从 P_1 透射之后，又入射到 P_2 上，设线偏振光与 P_1 成 α 角。

求将 P_2 以光线为轴转动一周，系统透射光强的变化?

解： 自然光与偏振光通过第一块偏振片的光强为：



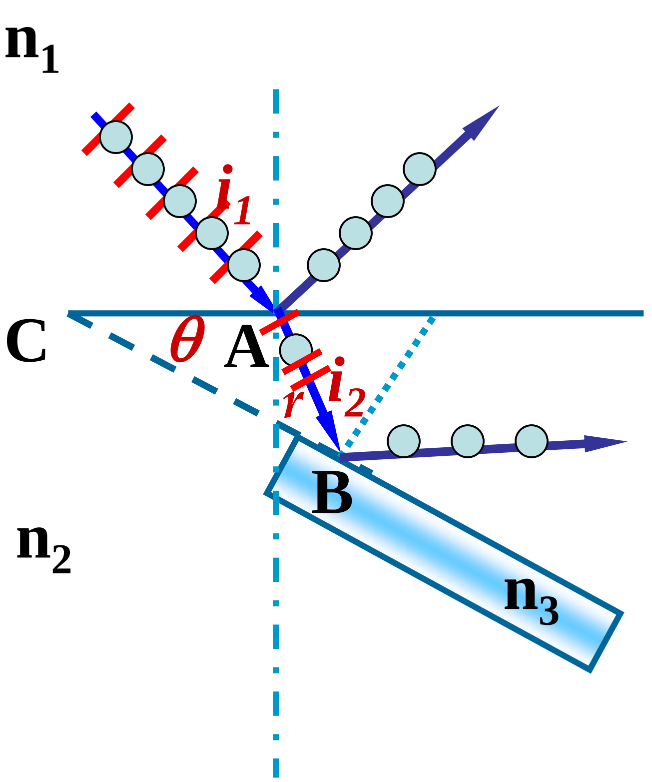
$$I = (\frac{I_1}{2} + I_2\cos^2\alpha)$$

$$I' = I\cos^2\theta = (\frac{I_1}{2} + I_2\cos^2\alpha)\cos^2\theta$$

$$\begin{cases} \theta = 0, 180^\circ, 360^\circ \Rightarrow I_{\max} = \dfrac{I_1}{2} + I_2\cos^2\alpha \\ \theta = 90^\circ, 270^\circ \Rightarrow I_{\min} = 0 \end{cases}$$

—— 消光位置

例11. 有一平面玻璃板放在水中，板面与水面夹角为θ，设水和玻璃的折射率分别为1.333和1.517。欲使图中水面和玻璃板面的反射光都是完全偏振光，θ角应是多大？



解:

$$tgi_1 = \frac{n_2}{n_1} = 1.333 \Rightarrow i_1 = 53^0 7'$$

$$i_1 + \gamma = \frac{\pi}{2}$$

$$tgi_2 = \frac{n_3}{n_2} = \frac{1.517}{1.333} \Rightarrow i_2 = 48^0 42'$$

在三角形ABC中:

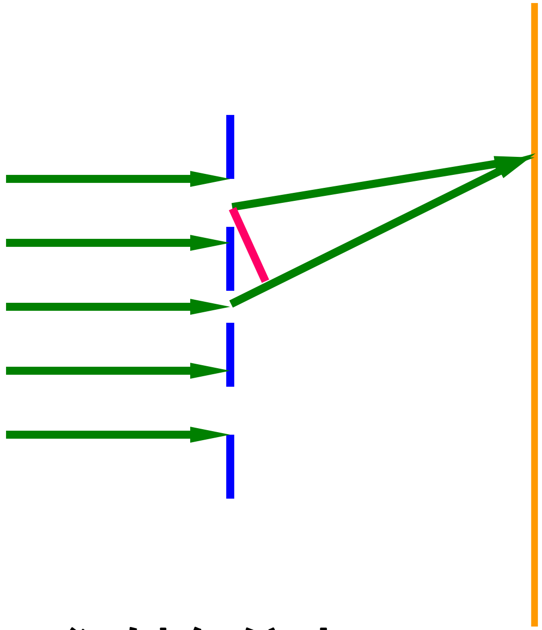
$$\theta + (\frac{\pi}{2} + \gamma) + (\frac{\pi}{2} - i_2) = \pi$$

$$\theta = -\gamma + i_2 = i_1 + i_2 - \pi / 2 = 11.8^0$$

例12、利用波长为λ=0.59μm的平行光照射光栅，已知光栅500条/mm，狭缝宽度 a= 1×10^{-3}mm。

试求: (1) 平行光垂直入射时，最多能观察到第几级光谱线？实际观察到几条光谱线？(2) 平行光与光栅法线呈夹角φ=30^{0}时入射，如图所示，最多能观察到第几级谱线？

解：（1）光栅常数： $$d = a + b = \frac{1\times10^{-3}}{500} = 2\times10^{-6}\ \text{m}$$



光栅方程： $$(a+b)\sin\theta = k\lambda$$

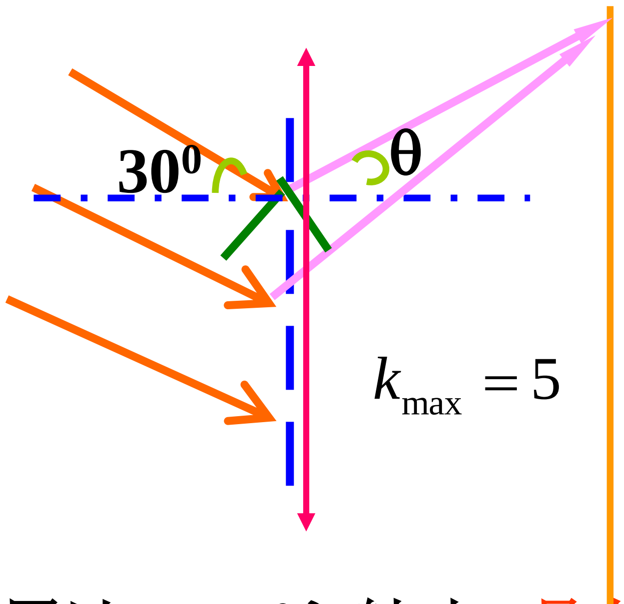
$$\therefore k_{\max} = [\frac{a+b}{\lambda}] = 3.4 \approx 3$$

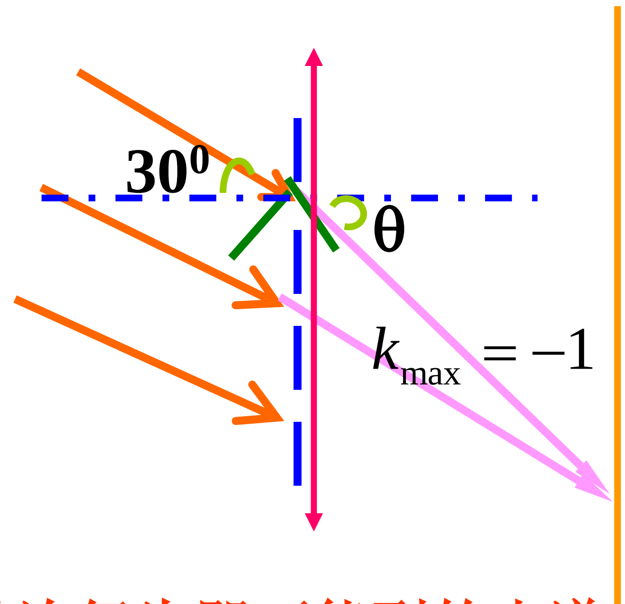
$$\because \frac{a+b}{a} = \frac{2\times10^{-6}}{1\times10^{-6}} = 2$$

衍射条纹中，k=±2的主极大缺级，故实际上屏上能观察到的主极大条纹为k=0,±1,±3,共5条。

（2）当平行光斜入射时： $(a+b)(\sin\varphi \pm \sin\theta)=k\lambda$

$$\therefore k_{\max}=[\frac{(a+b)(\sin 30^{0}\pm 1)}{\lambda}]=[\frac{2\times10^{-6}\times(\frac{1}{2}\pm1)}{0.59\times10^{-6}}]\approx 3.4\times(\frac{1}{2}\pm1)$$

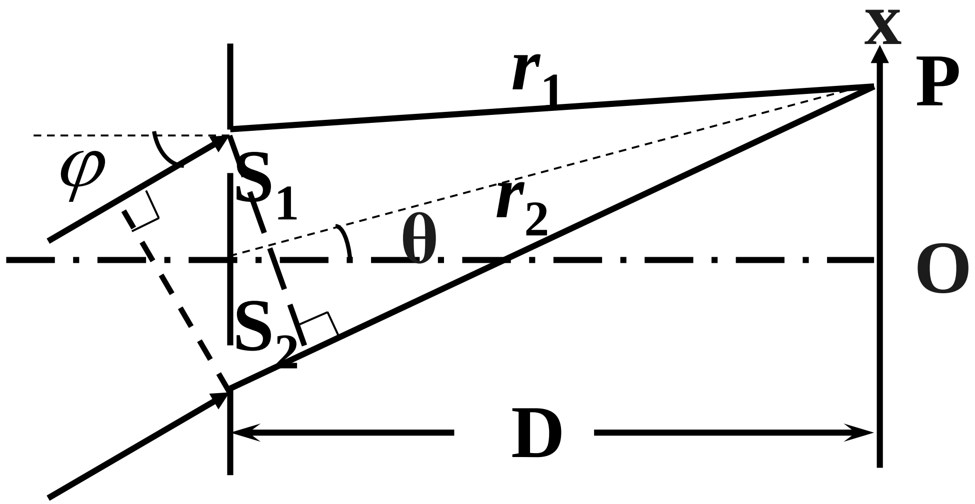




如图以 ϕ=30⁰入射时，最大能观察到的次级为即可能到的光谱线最高级次为 5。屏上能观察到的主极大条纹为k=5，3，1，0,-1共5条（此时，0级明条纹不在对称中心轴位置）。

从下方以ϕ=300入射时屏上能观察到的主极大条纹为k= -5，-3，-1，0,1

例13 波长为λ的平面单色光以φ 角入射到缝间距为d的双缝上，若双缝到屏的距离为D（>>d），如图示，试求（１）各级明纹的位置；（２）明纹的间距；（３）若使零级明纹移至屏幕O点处，则应在S_2缝处放置一厚度为多少的折射率为n的透明介质薄片？



解:(1)在P点两相干光的光程差为

$$\delta = d\left(\sin\theta - \sin\varphi\right) \approx d\left(\frac{x}{D} - \sin\varphi\right)$$

对于k级明条纹有

$$\delta = d\left(\frac{x_k}{D} - \sin\varphi\right) = k\lambda \qquad \therefore x_k = D\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin\varphi\right)$$

(2)明纹间距为

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = D\left[\frac{(k+1)\lambda}{d} + \sin\varphi\right] - D\left(\frac{k\lambda}{d} + \sin\varphi\right) = \frac{D\lambda}{d}$$

(3)在S_2缝处放置一厚度为b的透明介质薄片，则任一点P处的光程差为

$$\delta' = d\sin\theta + (n-1)b - d\sin\varphi = d\frac{x}{D} + (n-1)b - d\sin\varphi$$

若使零级明纹移至屏幕O点处，即x=O时 δ' ＝O，故

$$(n-1)b - d\sin\varphi = 0$$

$$b = \frac{d\sin\varphi}{n-1}$$