

数字世界精彩无限

Fundamentals of Logic Design

张彦航

School of Computer Science
Zhangyanhang@hit.edu.cn

Unit 4

——Karnaugh Maps

张彦航

School of Computer Science
Zhangyanhang@hit.edu.cn

4.2 卡诺图化简法

如何从卡诺图中读取——

- 最简与或式 (**AND-OR**)
- 最简或与式 (**OR-AND**)
- 最简与或非式 (**AND-OR-NOT**)

4.2 卡诺图化简法

化简方法 {

- 代数法
- 卡诺图法

■ 图形法化简逻辑函数

$$F(A,B,C) = \bar{A}BC + ABC = BC(\bar{A} + A) = BC$$

| BC | | 00 | 01 | 11 | 10 |
|----|---|----|----|----|----|
| A | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |

4.2 卡诺图化简法

如何从卡诺图中读取——



- 最简与或式 (**AND-OR**)
- 最简或与式 (**OR-AND**)
- 最简与或非式 (**AND-OR-NOT**)

1. 如何从卡诺图读最简与或式

Step ①: 画圈

- a). 将**相邻**为**1**的小方格圈在一起 (小方格的个数必须为 **2^m** , $m=0,1,2,\dots$)
- b). 圈里面**1**的个数**越多越好**
- c). 小方格可以**重复**使用



相邻——从位置上看： 紧挨着的、行列首尾的、对称的
(本质上：满足格雷码特点)

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------|----|----|----|----|
| | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

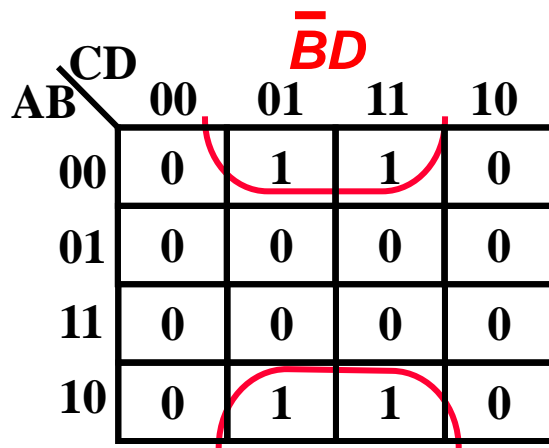
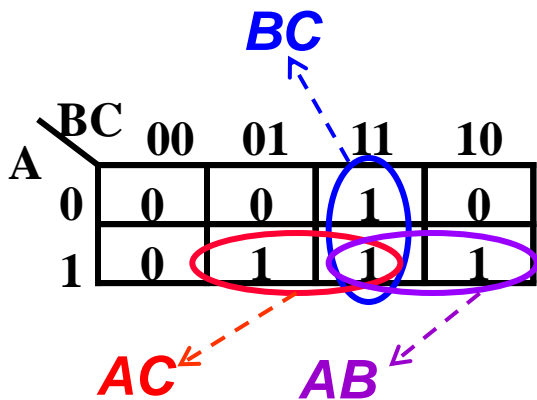
| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

1. 如何从卡诺图读最简与或式

Step ②：每个圈代表一个与项

观察每个圈 左侧 } 变量取值不同——消去
上方 } 变量取值相同保留

变量取值相同保留 { 1: 原变量
0: 反变量



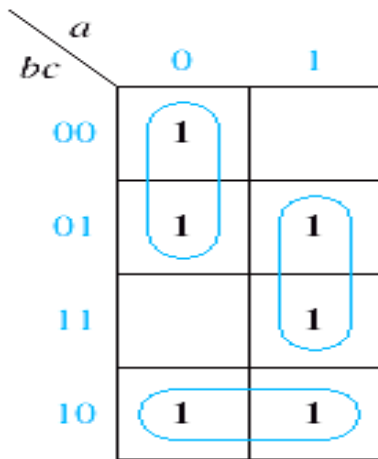
1. 如何从卡诺图读最简与或式

Step ③: 将所有的与项相加

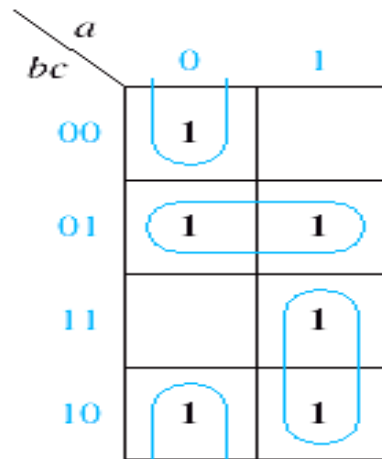
| AB \ CD | | CD | | | |
|---------|---|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 01 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 11 | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 1 | |

$$F = \bar{A}\bar{C} + AC + \bar{B}\bar{D}$$

1. 如何从卡诺图读最简与或式



$$F = a'b' + bc' + ac$$



$$F = a'c' + b'c + ab$$

与最小项（最大项）表达式不同

- 最简表达式**不一定是唯一的**.
- 但最简表达式的实现代价是相同的（逻辑门的数量相同、输入变量的个数相同）

4.2 卡诺图化简法

如何从卡诺图中读取——

- 最简与或式 (**AND-OR**)
- 最简或与式 (**OR-AND**)
- 最简与或非式 (**AND-OR-NOT**)



2. 如何从卡诺图读最简或与式

Step ①: 画圈

- a). 将**相邻**为**0**的小方格圈在一起 (小方格的个数必须为 2^m , $m=0,1,2,\dots$)
- b). 圈里面**0**的个数**越多越好**
- c). 小方格可以**重复**使用



相邻——从位置上看： 紧挨着的、行列首尾的、对称的
(本质上：满足格雷码特点)

| A \ BC | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------|----|----|----|----|
| | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |

| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| 00 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 1 | 0 |

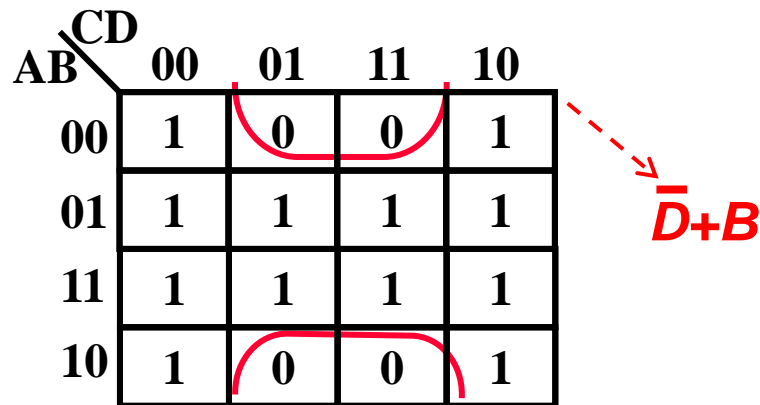
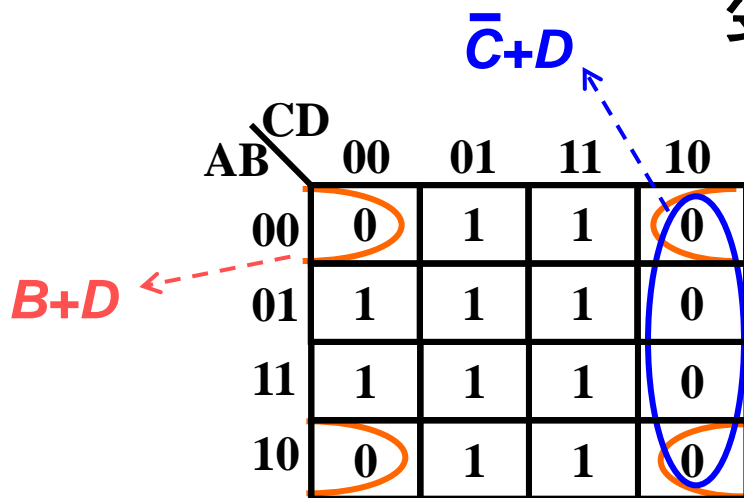
| AB \ CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|
| 00 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 1 |

2. 如何从卡诺图读最简或与式

Step ② : 每个圈代表一个和项

观察每个圈 左侧 } 变量取值不同——消去
上方 } 变量取值相同保留

变量取值相同保留 { 0: 原变量
1: 反变量



2. 如何从卡诺图读最简或与式

Step ③: 将所有的和项相乘

| AB \ CD | CD | | | |
|---------|----|----|----|----|
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 01 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 11 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 0 |

$$F = (A + C) \cdot (\bar{A} + \bar{C}) \cdot (B + D)$$



4.2 卡诺图化简法

如何从卡诺图中读取——

- 最简与或式 (**AND-OR**)
- 最简或与式 (**OR-AND**)
- 最简与或非式 (**AND-OR-NOT**)



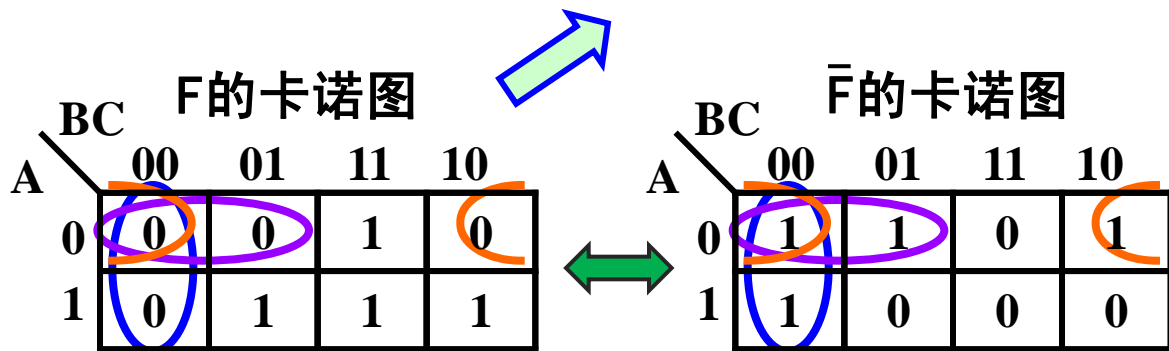
3. 如何从卡诺图读最简与或非式

Step ①: 读 \bar{F} 的与或式

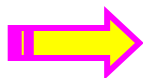
方法: 在 F 的卡诺图中圈0 (或者在 F' 的卡诺图中圈1)

Step ②: 对 \bar{F} 求反

$$F = (A+B)(B+C)(A+C)$$



$$\bar{F} = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}$$



$$F = \overline{\bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{C}}$$

4.2 卡诺图化简法

如何从卡诺图中读取——

- 最简与或式 (**AND-OR**)
- 最简或与式 (**OR-AND**)
- 最简与或非式 (**AND-OR-NOT**)