10.4 波的干涉

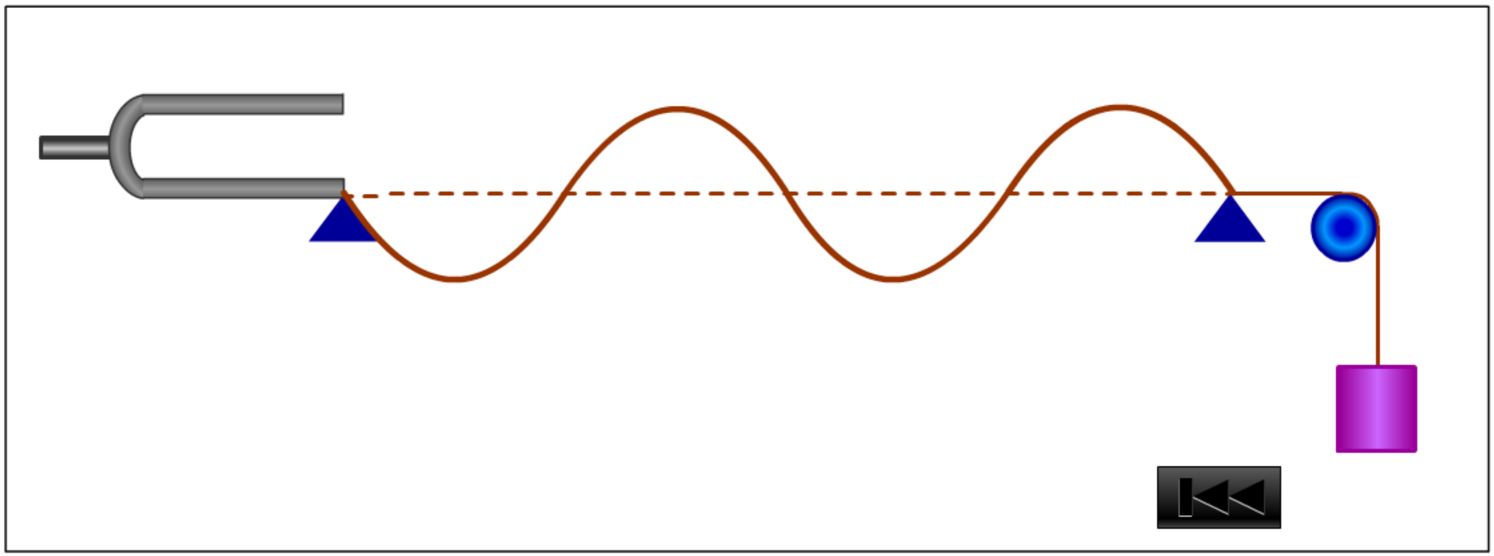
五、驻波

两列<u>振幅、频率、传播速度</u>都相同的相干波在同一直线上<u>沿相反方向</u>传播彼此相遇叠加而形成的波。

10.4 波的干涉

五、驻波

两列振幅、频率、传播速度都相同的相干波在同一直线上沿相反方向传播彼此相遇叠加而形成的波。



六、半波损失

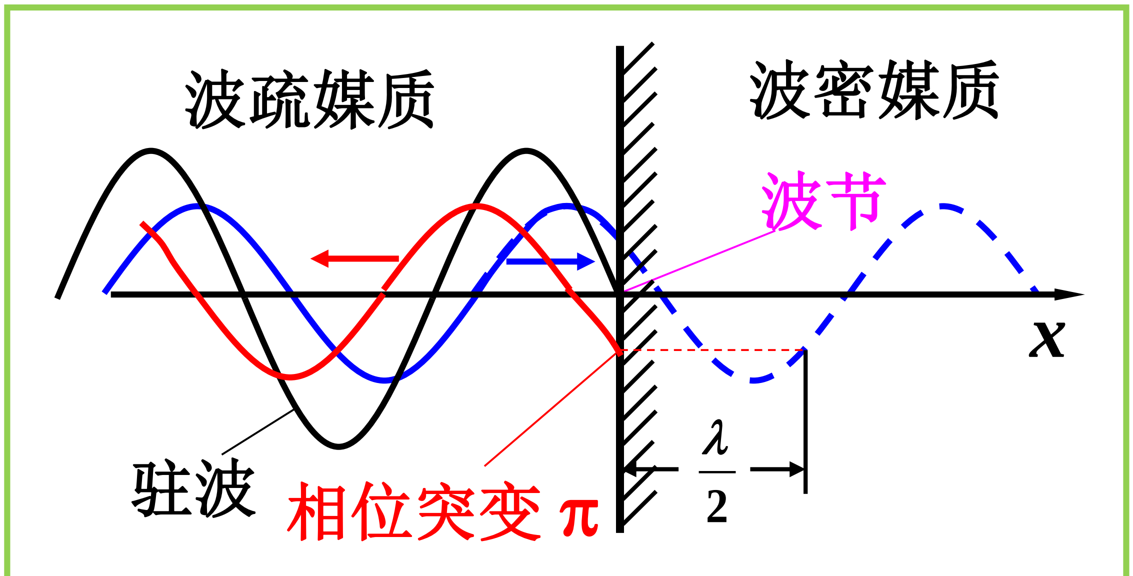
1. 半波损失定义

——入射波在介质分界面处反射时，反射波相对入射波在反射点处有位相π的突变，相当于波程差了半个波长，称为半波损失。

2. 产生半波损失的条件

(1) 反射点为固定端时；

(2) 由波疏介质($\rho_1 u_2$)入射到波密介质($\rho_2 u_2$)表面，即$\rho_1 u_2<\rho_2 u_2$



例1.一列波长为λ的平面简谐波沿x轴正方向传播。已知在 $x_0 = \lambda/2$ 处 振动表达式为 $y = A\cos\omega t$，

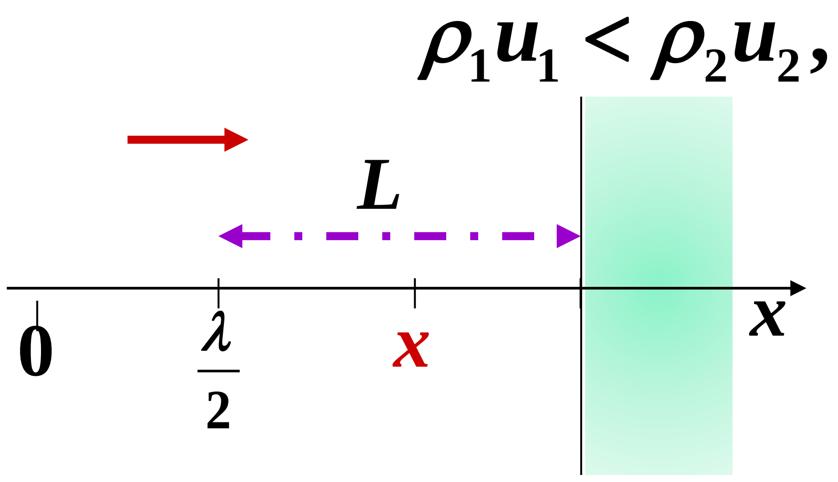
（1）求该平面简谐波的波函数;

（2）若在波线上 $x = L\ (L > \dfrac{\lambda}{2})$ 处放一反射面，$\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2$，求反射波和合成波的波函数。

【解】（1）入射波的波函数

$$y_{入} = A\cos[\omega(t - \frac{x - \lambda/2}{u})]$$

$$= A\cos(\omega t + \pi - 2\pi\frac{x}{\lambda})$$



(2）求反射波的波函数

已求得入射波的波函数

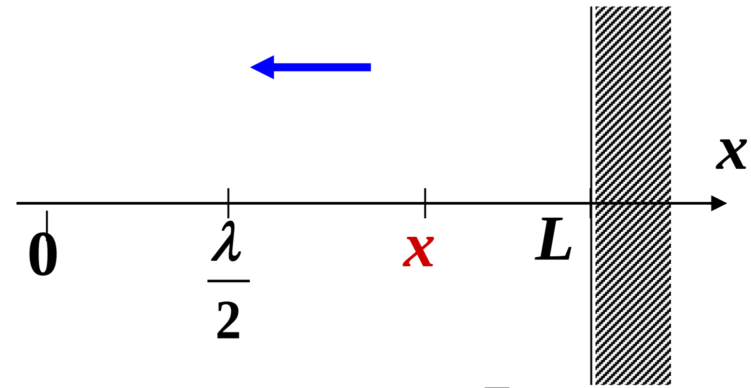
$$y_{入} = A\cos(\omega t + \pi - 2\pi\frac{x}{\lambda})$$

到达 L 处P点的振动方程为

$$y_{入P} = A\cos(\omega t + \pi - 2\pi\frac{L}{\lambda})$$

反射有半波损失，

$\rho_1 u_1 < \rho_2 u_2$,



L 处反射点P的振动方程 $y_{反P} = A\cos(\omega t - 2\pi\frac{L}{\lambda})$

反射波的波函数 $y_{反} = A\cos[\omega(t - \frac{L-x}{u}) - 2\pi\frac{L}{\lambda}]$

得 $y_{反} = A\cos\left[\omega t - \frac{4\pi L}{\lambda} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right] \quad (x \le L)$

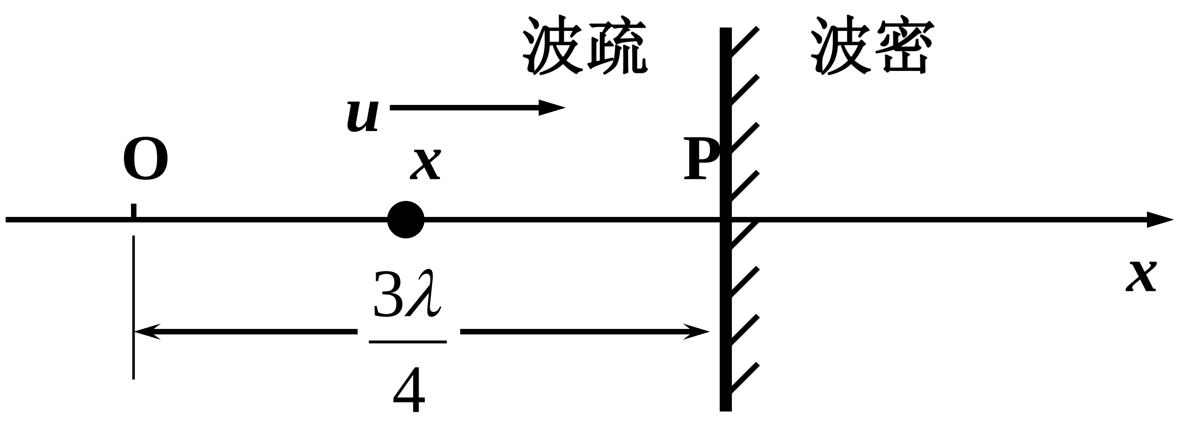
（3）求合成波的波函数

$$y = y_{入} + y_{反} = A\cos(\omega t + \pi - 2\pi\frac{x}{\lambda}) + A\cos\left[\omega t - \frac{4\pi L}{\lambda} + \frac{2\pi x}{\lambda}\right]$$

例2 一平面简谐波沿x正向传播，如图所示；振幅为A，周期为T，波长为λ。t=0时，在原点O处的质元由平衡位置向x轴正方向运动，

(1) 写出该波的波函数；

(2) 若经$x = 3\lambda /4$处分界面反射的波的振幅和入射波的振幅相等，且反射点处为波节。写出反射波的波函数，并求在x轴上因入射波和反射波叠加而静止的各点位置。



解：

（1）入射波在O点的振动表达式：

$$y_{入O}=A\cos(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}-\frac{\pi}{2})$$

入射波波函数为：$y_{入}=A\cos(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}-\frac{\pi}{2}-2\pi\frac{x}{\lambda})$

（2） $y_{入P}=A\cos(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}-\frac{\pi}{2}-2\pi\frac{3}{4})=A\cos(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}})$

$$y_{反P}=A\cos(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}+\pi)$$

$$y_{反}=A\cos(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}+\pi+2\pi\frac{x-\frac{3\lambda}{4}}{\lambda})$$

$$=A\cos(2\pi\frac{t}{\mathrm{T}}+\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2})$$

（3）求合成波的波函数

$$y = y_{入} + y_{反} = A\cos(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi}{2} - 2\pi\frac{x}{\lambda}) + A\cos(2\pi\frac{t}{T} + \frac{2\pi x}{\lambda} - \frac{\pi}{2})$$

$$= 2A\cos(2\pi\frac{t}{T} - \frac{\pi}{2})\cos(\frac{2\pi x}{\lambda})$$

（4）OP间， $\cos(\frac{2\pi x}{\lambda}) = 0$

则波节的位置为 $x = (2k+1)\frac{\lambda}{4}$

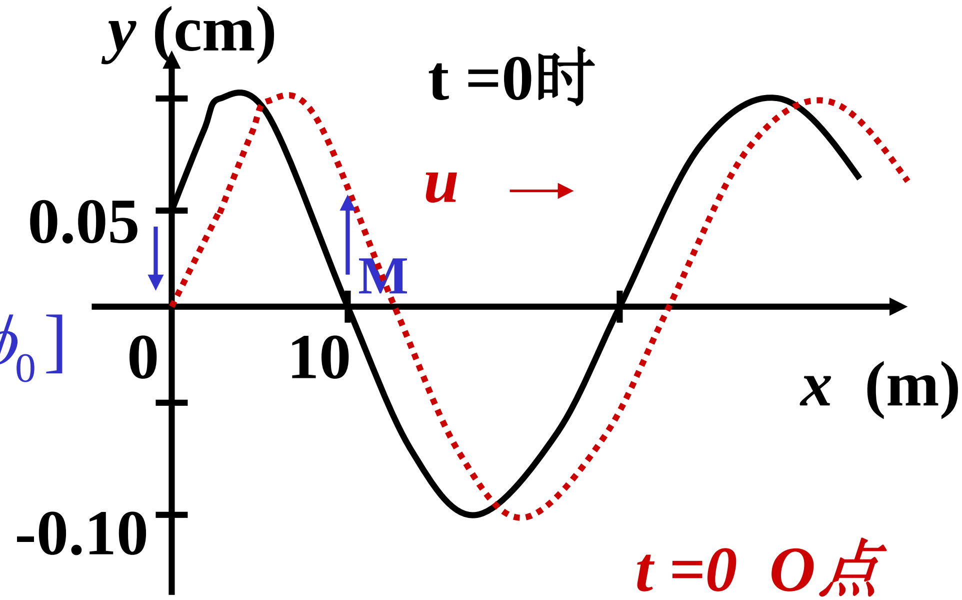
在OP区间 $x = \frac{\lambda}{4}$ $x = \frac{3\lambda}{4}$

处为入射波、反射波干涉相消的静止点。

9 [例] 正向波在t =0时的波形图

波速u=1200m/s

求：波函数和波长

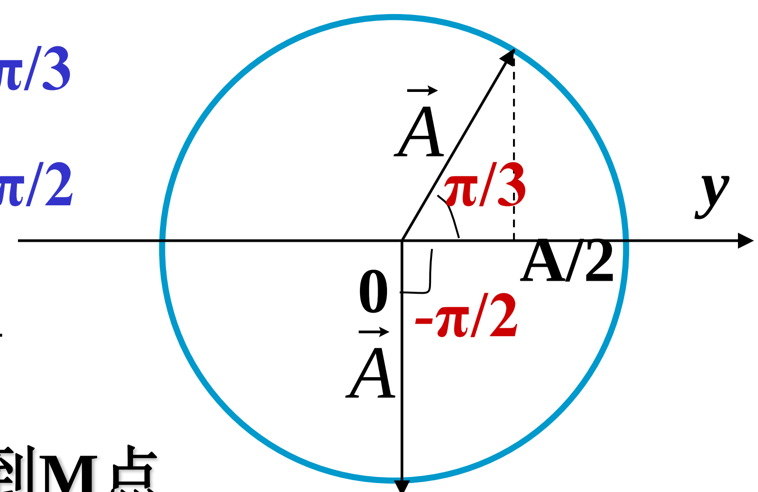


解：设 $y = A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi_0]$

由图 $A = 0.10(cm)$

ω φ_0 ？

t =0 O点



t=0 M点

t =0
- O点： y_0=A/2，$v_0<0$ ⇨ Φ_0=π/3
- *M*点： y_M= 0，v_M>0 ⇨ Φ_M= -π/2

$$\Delta\phi = \phi_0 - \phi_M = \frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6}$$

O点状态经 $\Delta t = \frac{oM}{u} = \frac{10}{1200}s = \frac{1}{120}s$ 传到M点

$$\therefore \omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = 100\pi$$

$$y = 0.10\cos[100\pi(t-\frac{x}{1200})+\frac{\pi}{3}] \quad \lambda = uT = u\frac{2\pi}{\omega} = 24(m)$$