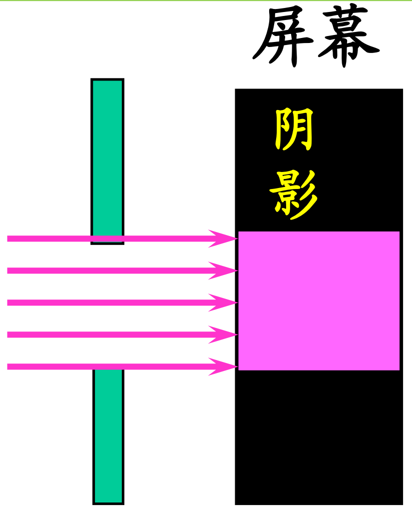
第十一章 波动光学

一、 光的衍射

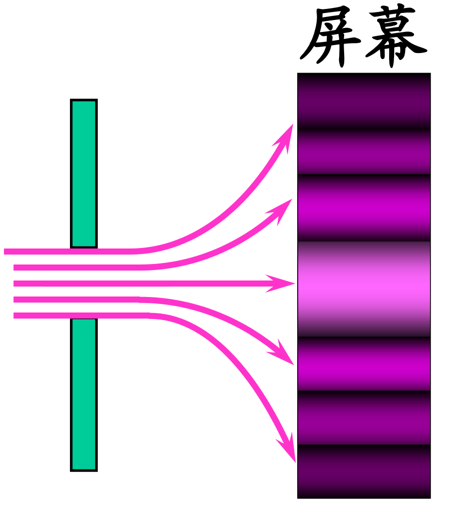
1. 光的衍射现象

光波传播过程中遇到障碍物时，能够绕过障碍物的边缘继续传播的现象。

广义讲：光波传播过程中波面发生了破损，导致传播方向发生改变的现象

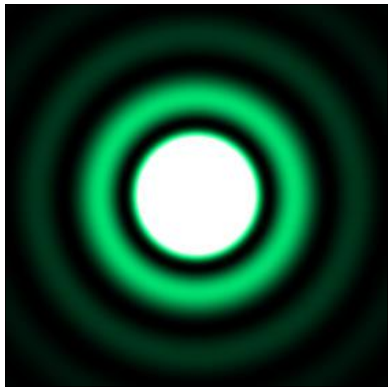


障碍物尺寸较大，光是直线传播的

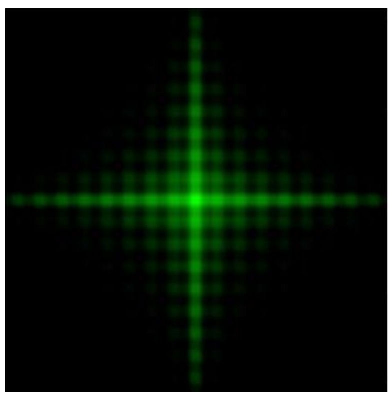


障碍物尺寸与波长可比拟衍射现象明显

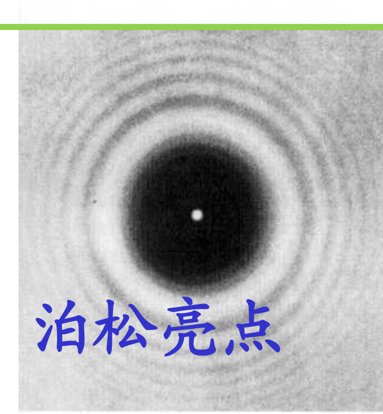
圆孔衍射



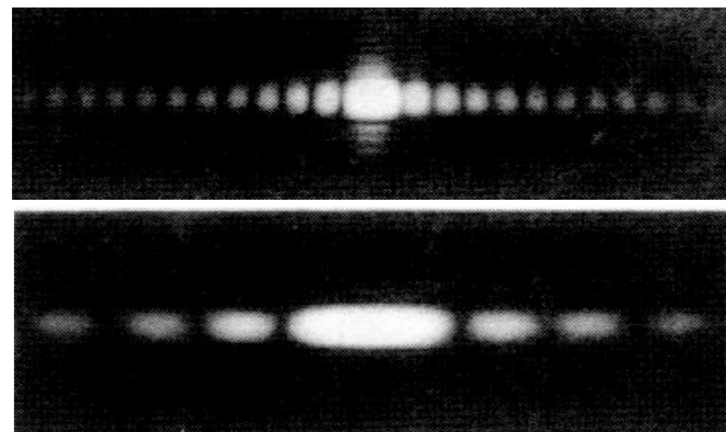
矩孔衍射



圆盘衍射

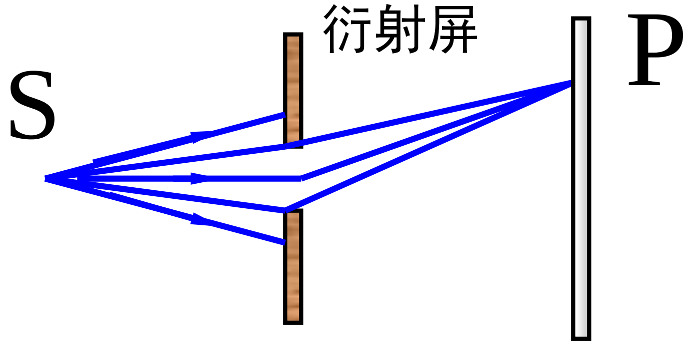


单缝衍射



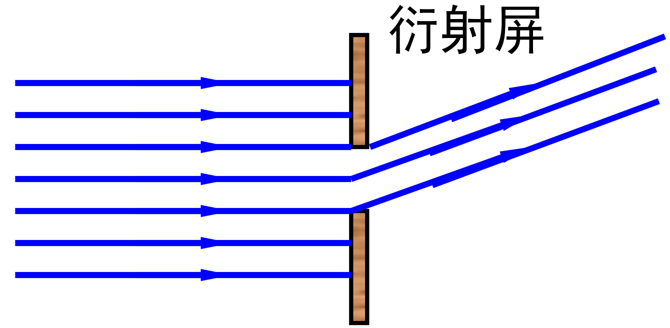
2. 衍射的分类

菲涅尔衍射



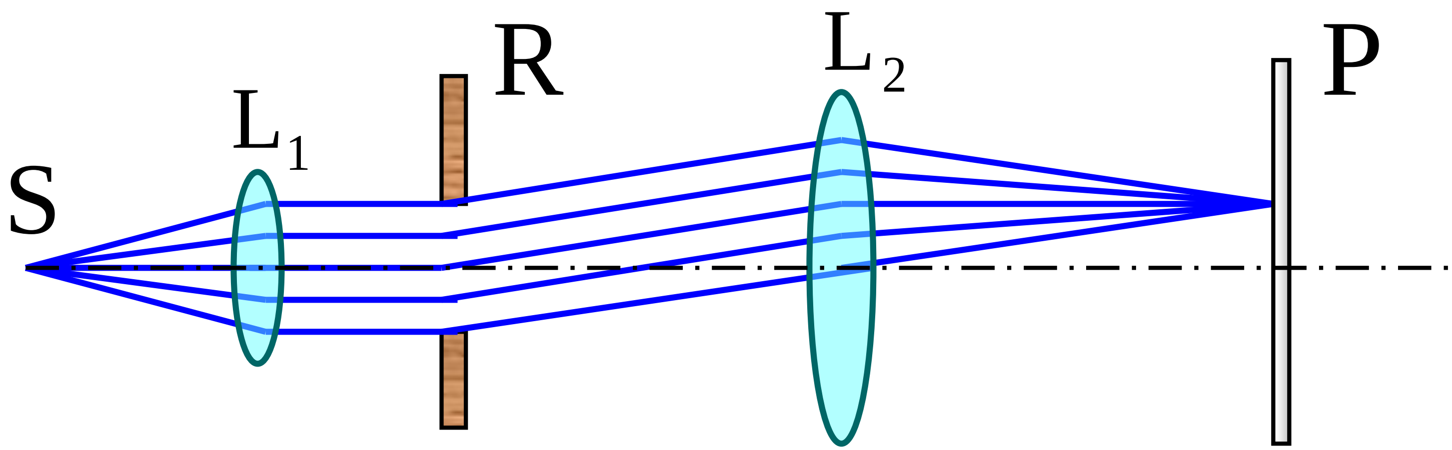
光源、接收屏与衍射屏相距有限远

夫琅禾费 衍射



光源、接收屏与衍射屏相距无限远

夫琅禾费衍射在实验中实现



二、 惠更斯— 菲涅耳原理 (子波相干叠加原理)

惠更斯原理：波阵面上每一点都可以看作新的子波源，以后任意时刻，这些子波的包迹就是该时刻的波阵面。

——1690年

表述:

波前面S 上的每个面元$\mathrm{d}S$ 都可以看作是新的波源，它们均发射球面子波，在与波面相距为r处的P点的光振动$U(P)$，等于所有球面子波在该点的光振动$\mathrm{d}U(P)$的相干叠加。

- 各子波在 P 点的相位

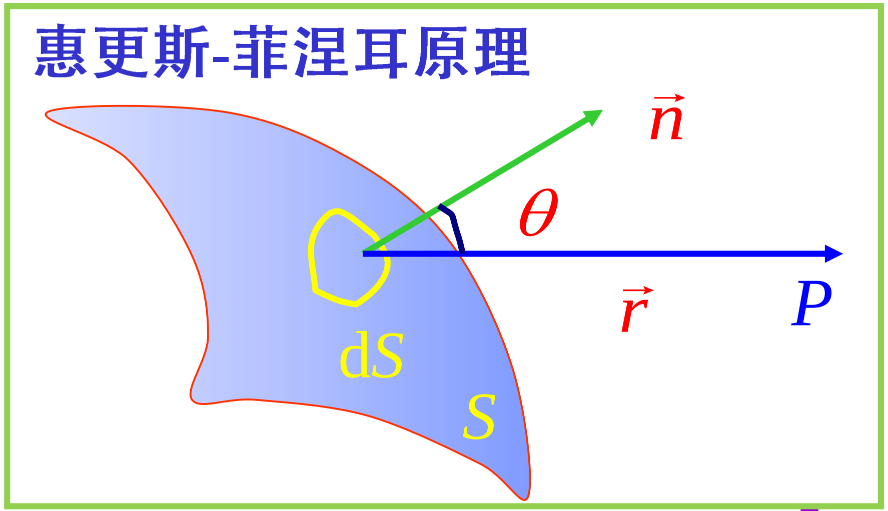
$$\omega t + \varphi_0 - (2\pi r / \lambda\ )$$

- 各子波在 P 点的振幅

$$A = CK(\theta)\,\mathrm{d}S / r$$

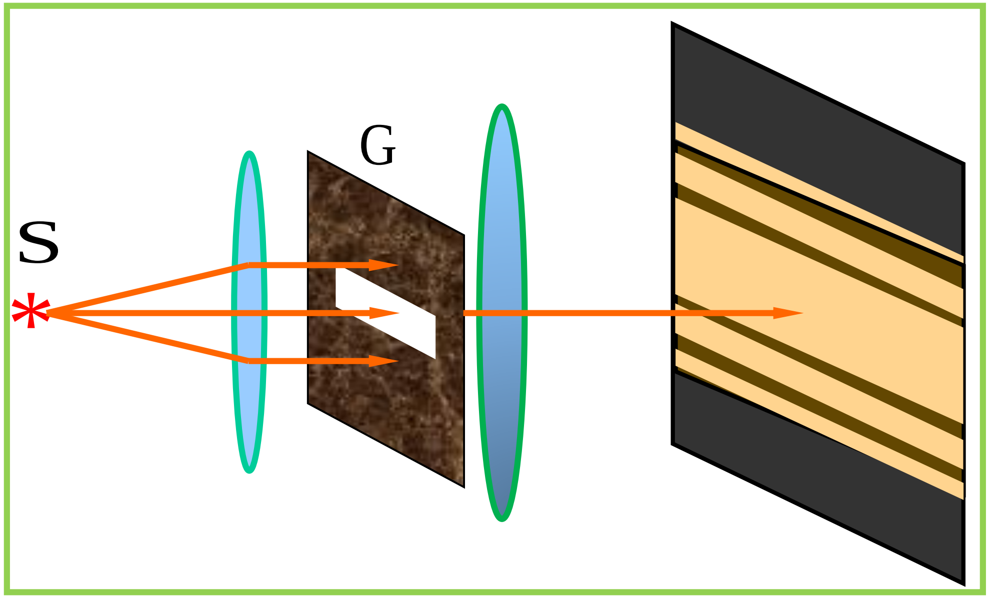
- P 点的振动方程

$$\Psi = C\int_S \frac{\mathrm{d}S}{r}\ K(\theta)\cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$



三、 夫琅禾费单缝衍射

1. 实验装置



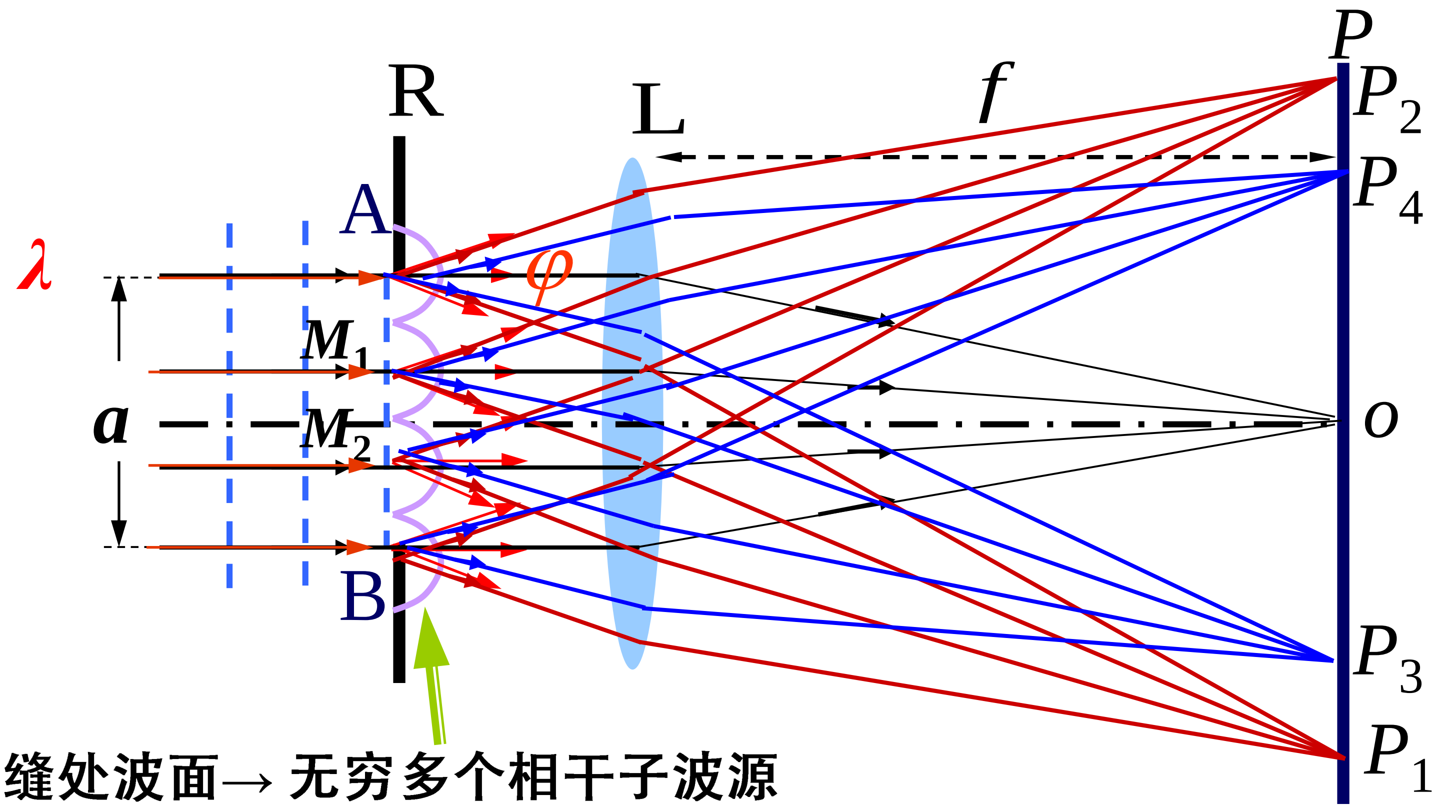
2. 衍射条纹

明暗相间的平行直条纹

条纹的宽度和亮度不同

3. 单缝的夫琅禾费衍射的理论分析

① 定性分析及衍射角概念



单缝处波面→ 无穷多个相干子波源

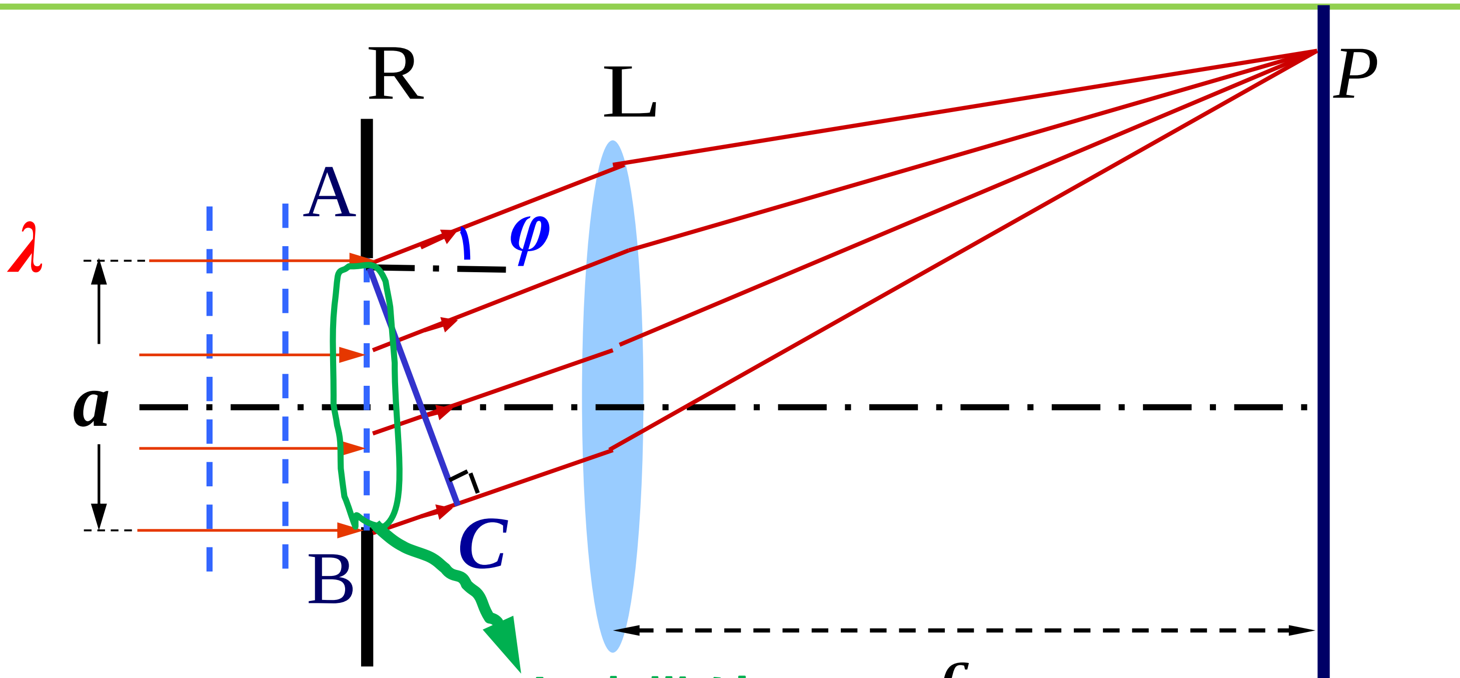
子波波源向各方向传播

各平行光束经透镜后，会聚于焦平面上P点，

P点光振动是衍射角为 φ 的无穷多个干涉光束的相干叠加

② 菲涅耳波带法

考察衍射角φ处P点的光振动的相干叠加



多光束干涉可证：

P点干涉加强还是减弱两边缘光线的最大光程差:

薄透镜不引起附加光程差！

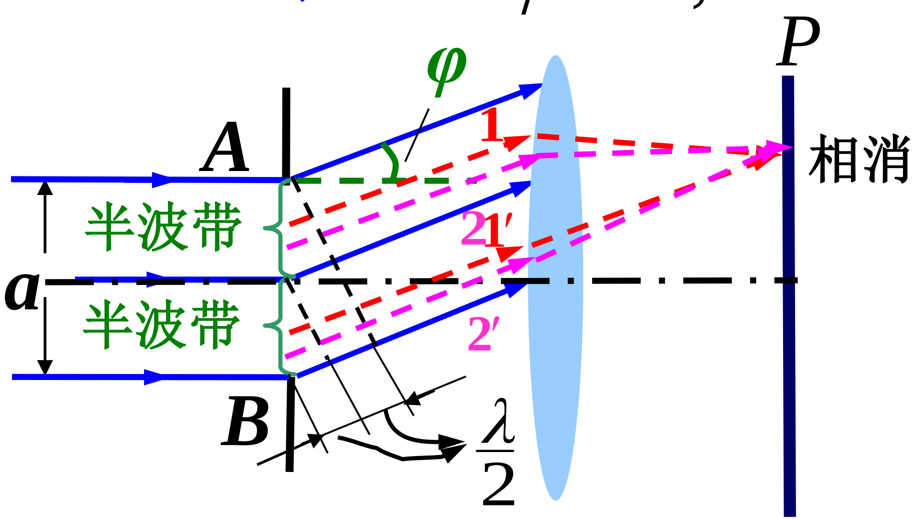
$$\delta = \overline{BC} = a\sin\varphi = \begin{cases} \pm 2k \cdot \dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \\ \pm(2k+1) \cdot \dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \end{cases} \quad (k = 1,2,3,\cdots)$$

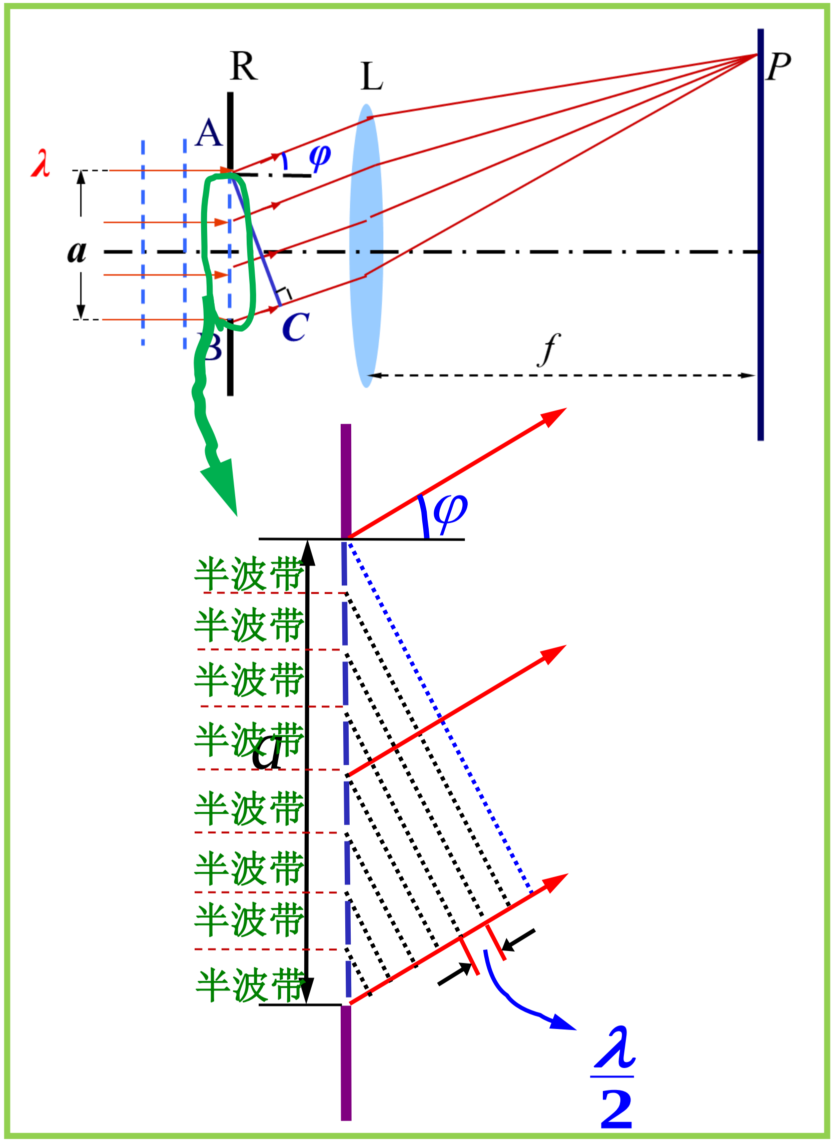
② 菲涅耳波带法 考察衍射角φ处P点的光振动的相干叠加

各个波带面积相等，在P点引起的光振幅接近相等。

相邻半波带上发出的光线光程差均是 $\lambda/2$

- 半波带个数：$N=\dfrac{2a\sin\varphi}{\lambda}$
- 若：$N=2$，$a\sin\varphi=\lambda$，



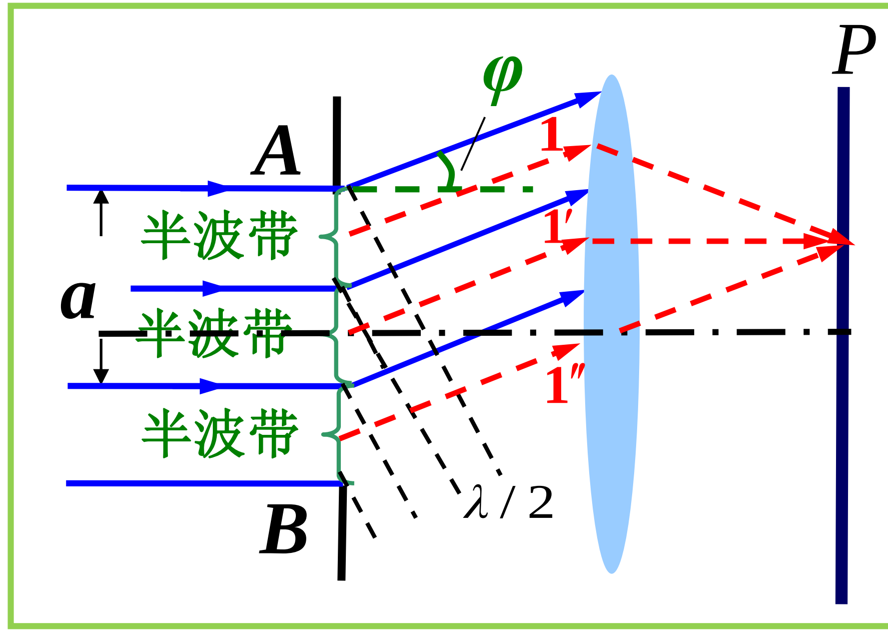


相邻“半波带”上对应点发出的光线在P点：相位差为π；干涉相消→ 暗纹。

➢ 若：$N=3$, $a\sin\varphi = 3\lambda/2$,

相邻两 “半波带” 上发出的光线在P点，干涉相消；

余下半波带的衍射光在 P 点处 → 明纹。



结论：

$$\delta = a\sin\varphi \quad = \pm N\frac{\lambda}{2}$$

$$\begin{cases} = \pm 2k\dfrac{\lambda}{2} = \pm k\lambda & \text{干涉相消（暗纹）} \quad 2k\text{个半波带} \\ = \pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{干涉加强（明纹）} \quad (2k+1)\text{个半波带} \\ = 0 & \text{中央明纹中心} \\ \neq \pm k\dfrac{\lambda}{2} & \text{介于明暗之间} \end{cases}$$

$k = 1, 2, 3, \cdots$ 称为衍射级次

特别注意：与干涉明暗纹的条件 相反！！

$$\delta = a\sin\varphi = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹} \\ \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \end{cases} \quad (k=1,2,3,\cdots)$$

4. 单缝夫琅禾费衍射条纹特征

① 中央明纹　**中央明纹介于两侧第一级暗纹之间，即**

➢中央明纹的角宽度

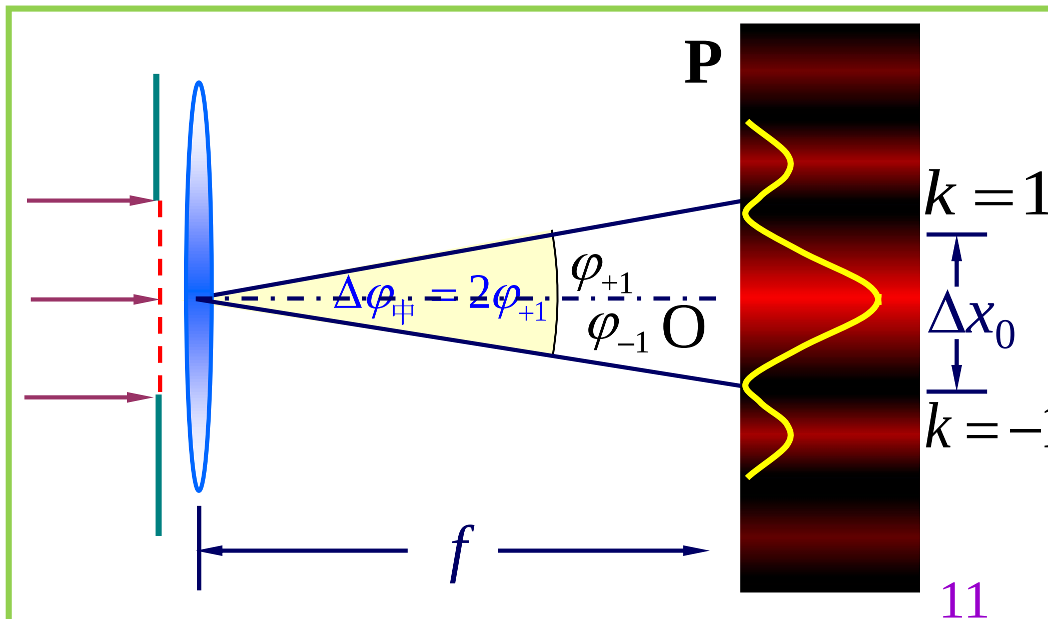
$$-\lambda < a\sin\varphi < \lambda$$

$$\because \sin\varphi \approx \varphi = \frac{\lambda}{a}$$

$$\therefore \Delta\varphi_{中} = \varphi_{+1暗} - \varphi_{-1暗} = \frac{2\lambda}{a}$$

➢中央明纹的线宽度

$$\Delta x_0 \approx \Delta\varphi_{中}\cdot f = \frac{2\lambda}{a} f$$



$$\delta = a\sin\varphi = \begin{cases} 0 & \text{中央明纹} \\ \pm 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \\ \pm(2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & \text{明纹} \end{cases} \quad (k=1,2,3,\cdots)$$

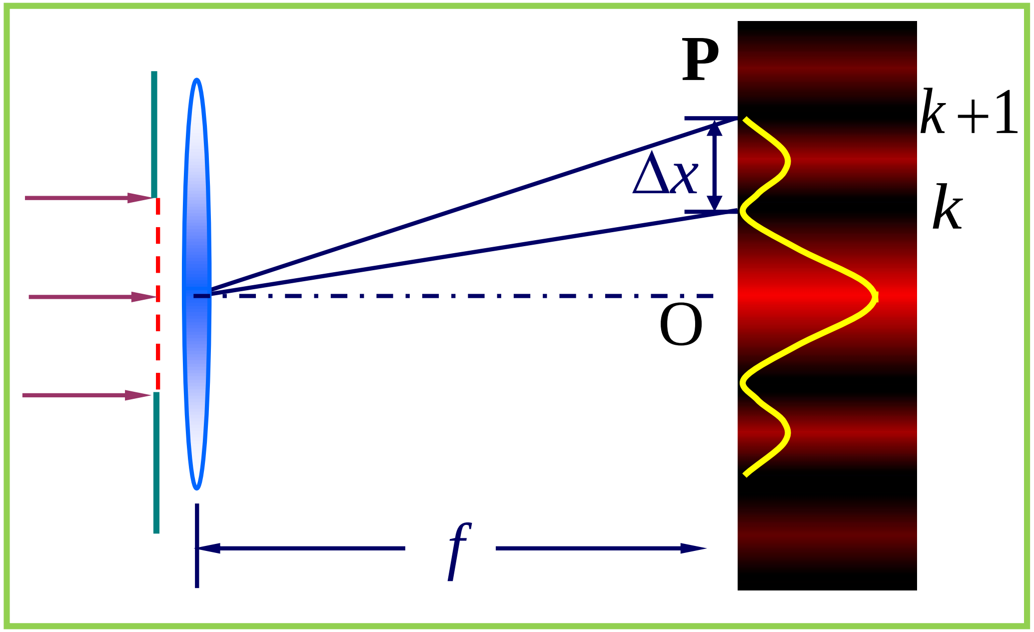
② 其它级次明纹

➢其它级次明纹的线宽度

$$\Delta x = x_{(k+1)\text{暗}} - x_{k\text{暗}}$$

$$x_{k\text{暗}} \approx f\sin\varphi_k = f\frac{k\lambda}{a}$$

$$\boxed{\Delta x = \frac{f}{a}\lambda = \frac{1}{2}\Delta x_0}$$



➢其它级次明纹的角宽度

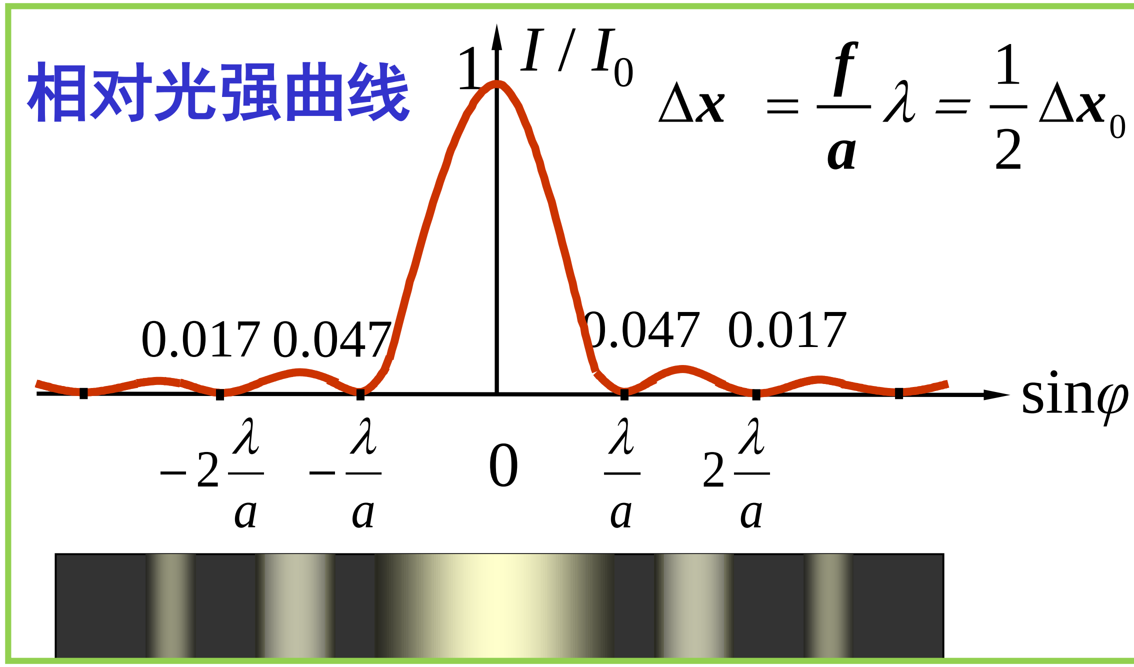
$$\Delta\varphi \approx \frac{\Delta x}{f} \approx \frac{\lambda}{a}$$

5. 讨论

讨论1：相对光强分布

➢中央明纹集中绝大部分衍射能量;

➢其它级次明纹的宽度为中央明条纹的一半。随级次增高，能量迅速减小;



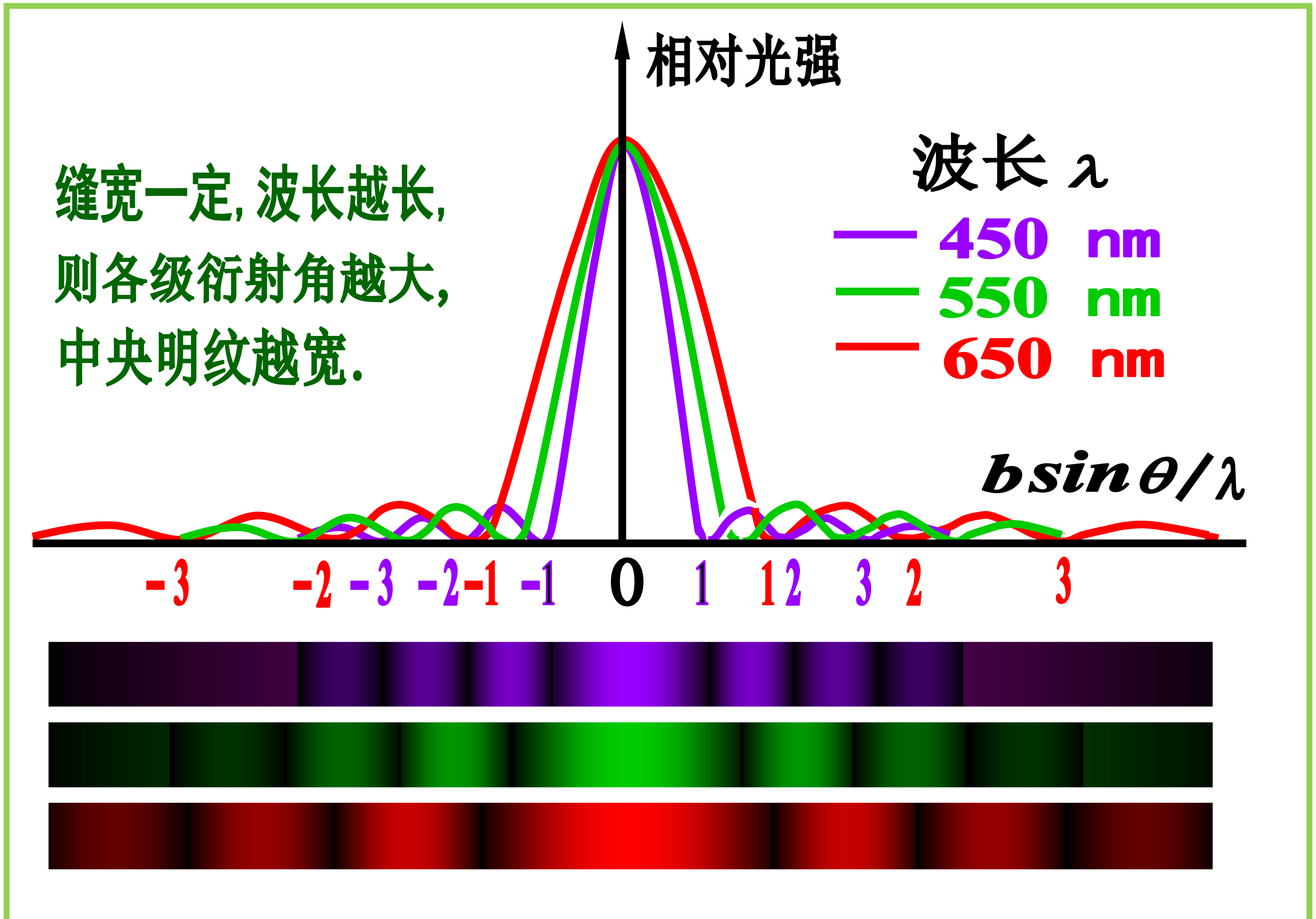
➢ $\Delta x \propto \frac{1}{a}$ $\quad a \to \infty \quad \Delta x \to 0$ ⇨ 直线传播

缝宽a愈小,衍射愈显著. 当 $a >> \lambda$, 光束按几何光学成像.

几何光学是波动光学在 $\frac{\lambda}{a} \to 0$ 时的极限

讨论2：波长对条纹宽度的影响

$$\Delta x = \frac{f}{a}\lambda = \frac{1}{2}\Delta x_0$$

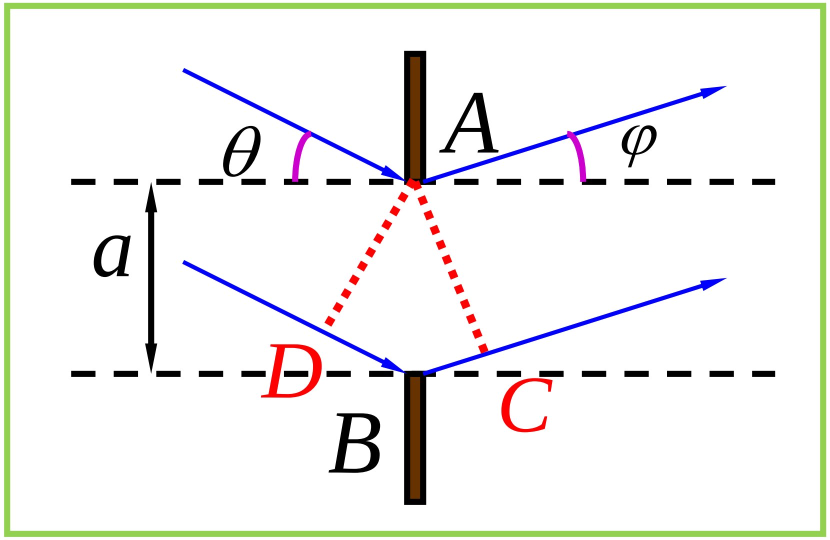


讨论3：入射光斜入射时光程差的计算

$$\delta = \overline{DB} + \overline{BC}$$

$$= a(\sin\varphi + \sin\theta)$$

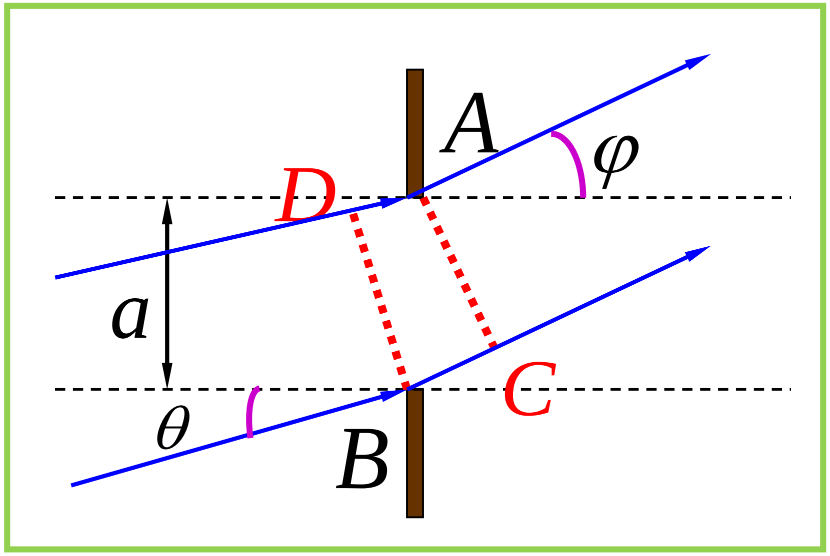
（原中央明纹**向下**移动）



$$\delta = \overline{BC} - \overline{DA}$$

$$= a(\sin\varphi - \sin\theta)$$

（原中央明纹**向上**移动）



讨论4：衍射与干涉的异同

共同点：

皆为波的相干叠加，

都形成稳定的强度分布。

不同点：

① 干涉为有限个相干光叠加。

② 衍射为无限多个子波相干叠加，精确计算应采用积分方法。

例：波长为600nm（1nm=10^{-9}m）的单色光垂直入射到宽度为a=0.1mm的单缝上，观察夫琅禾费衍射图样，透镜焦距f=1.0m，屏在透镜的焦平面处，求：

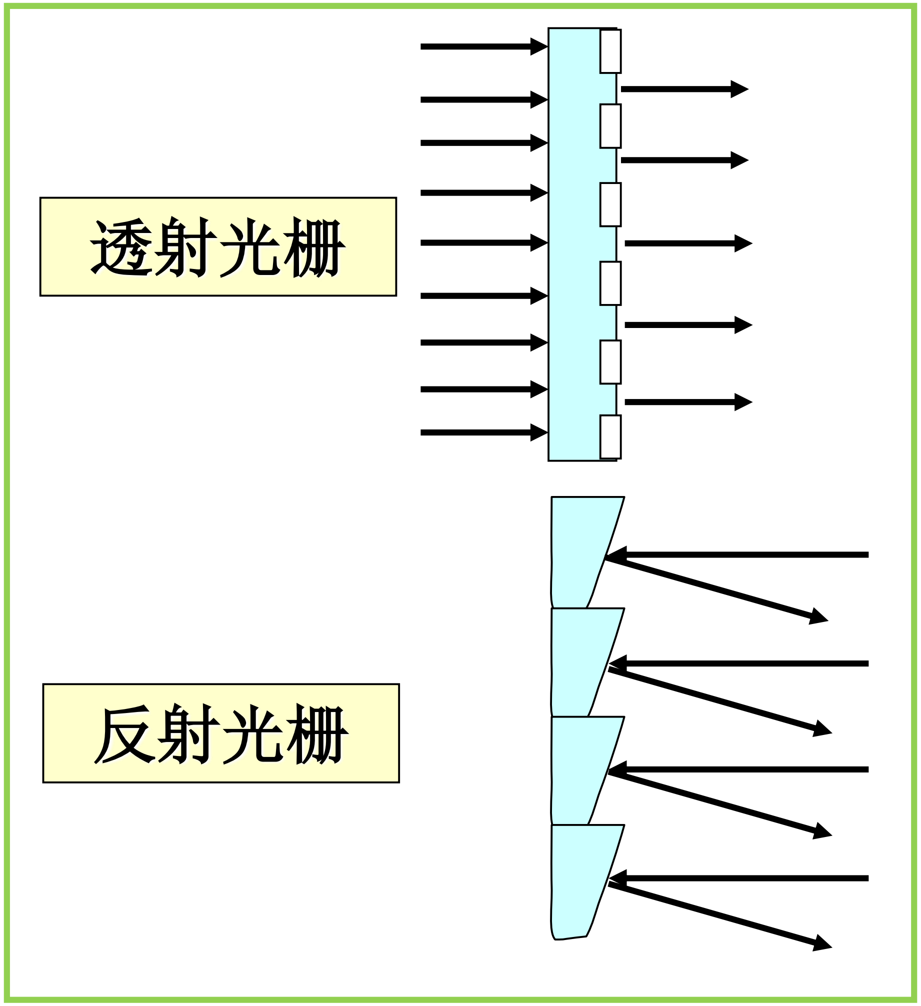
(1) 中央衍射明条纹的宽度；

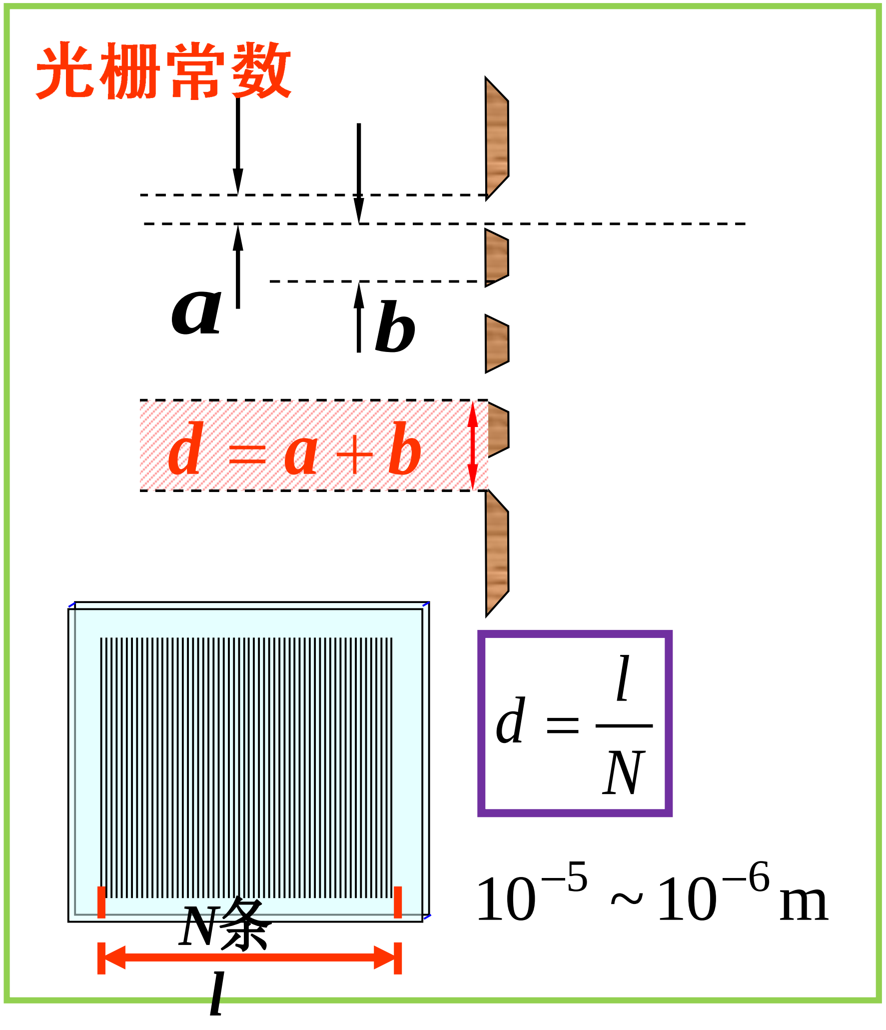
(2) 第二级暗纹离透镜焦点的距离.

第十一章 波动光学

一、光栅衍射现象

1. 光栅 具有空间周期性的光学衍射装置。

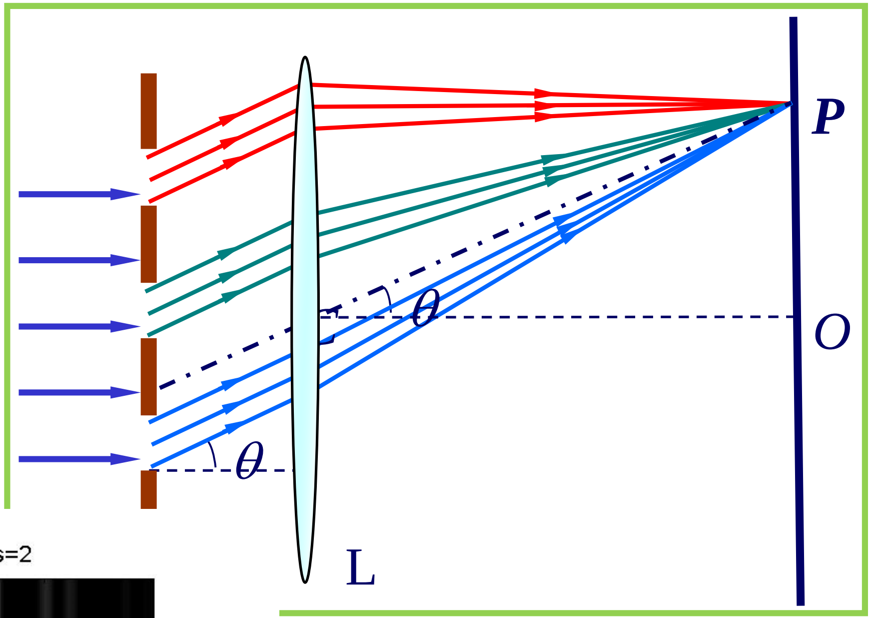


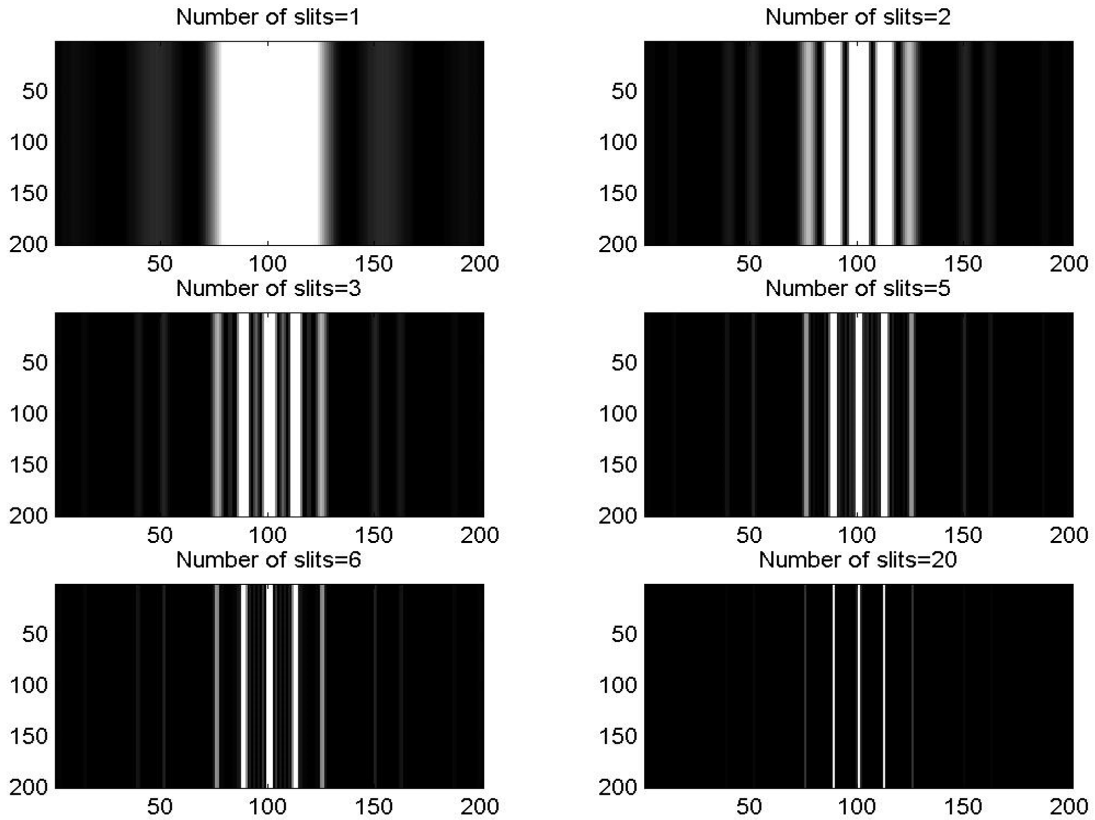


2. 光栅衍射现象

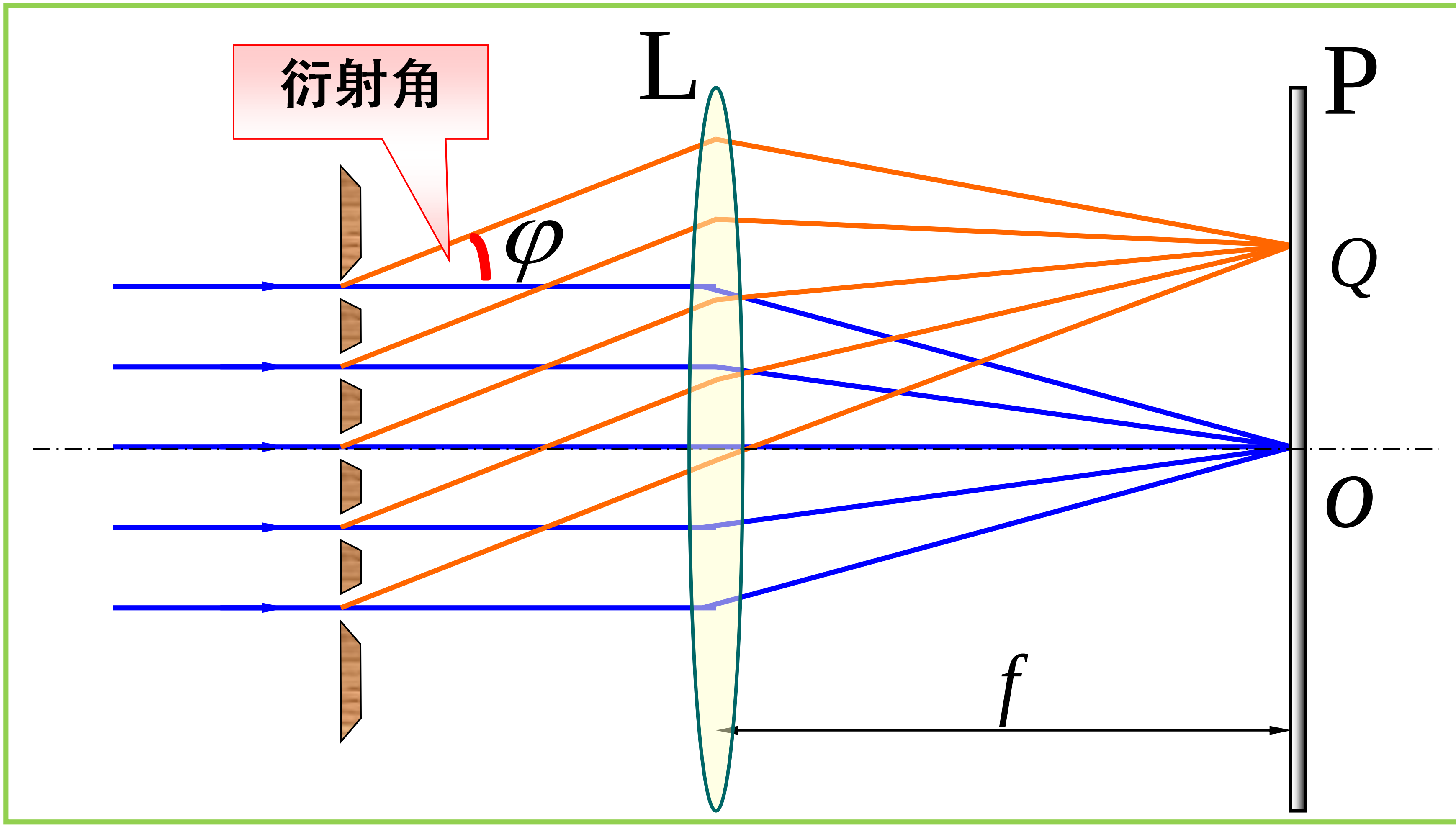
每个缝形成单缝衍射图样。

缝与缝之间形成多缝干涉图样。





3. 透射光栅的衍射



光栅常数 $d = a+b$

二、光栅方程

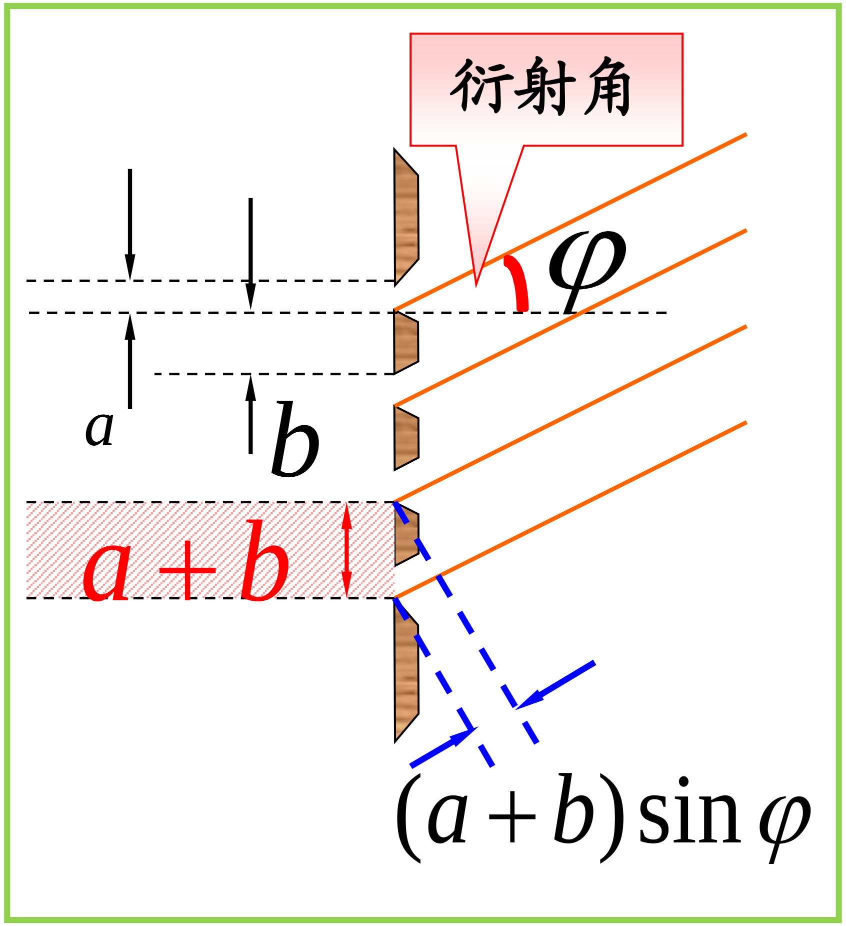
1. 平行单色光垂直照射光栅平面

$$\frac{2\pi}{\lambda}(a+b)\sin\varphi = 2k\pi$$

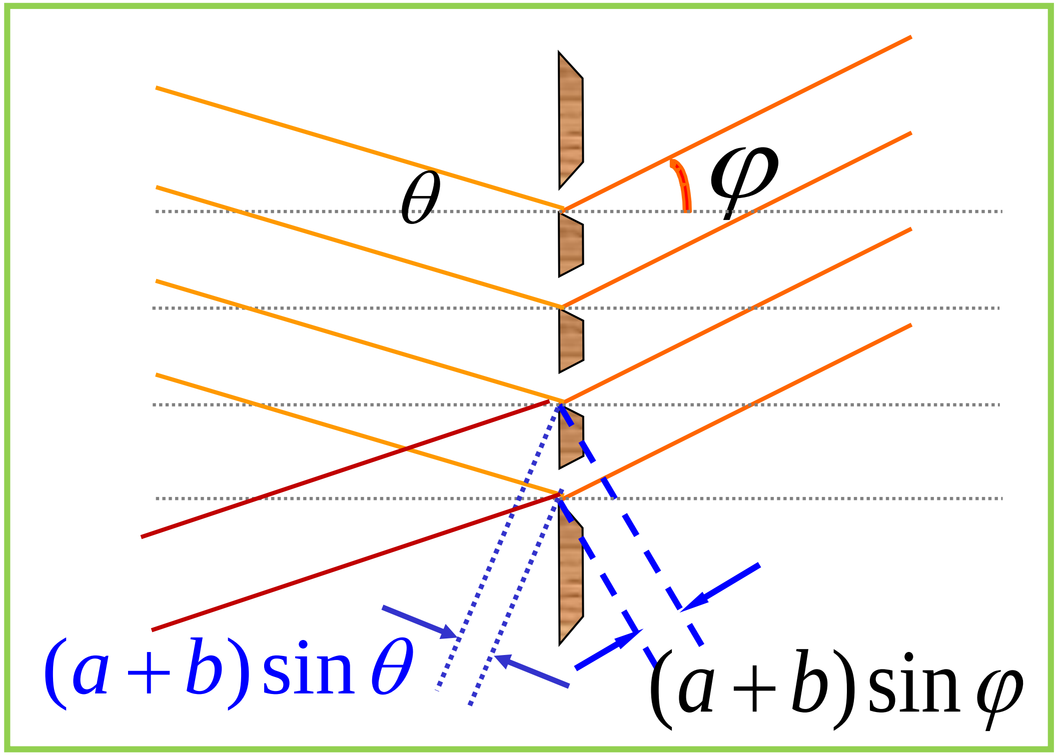
$$k = 0,\ \pm 1,\ \pm 2\cdots$$

光栅方程：主极大明纹出现的条件

$$(a+b)\sin\varphi = k\lambda$$
$$k = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \cdots$$



2. 平行单色光斜照射光栅平面



光栅方程：

- "+"：入射光线与衍射光线在法线同侧

$$(a+b)(\sin\theta+\sin\varphi)=k\lambda,\quad k=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

- "-"：入射光线与衍射光线在法线异侧

$$(a+b)(\sin\theta-\sin\varphi)=k\lambda,\quad k=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

三、缺级现象

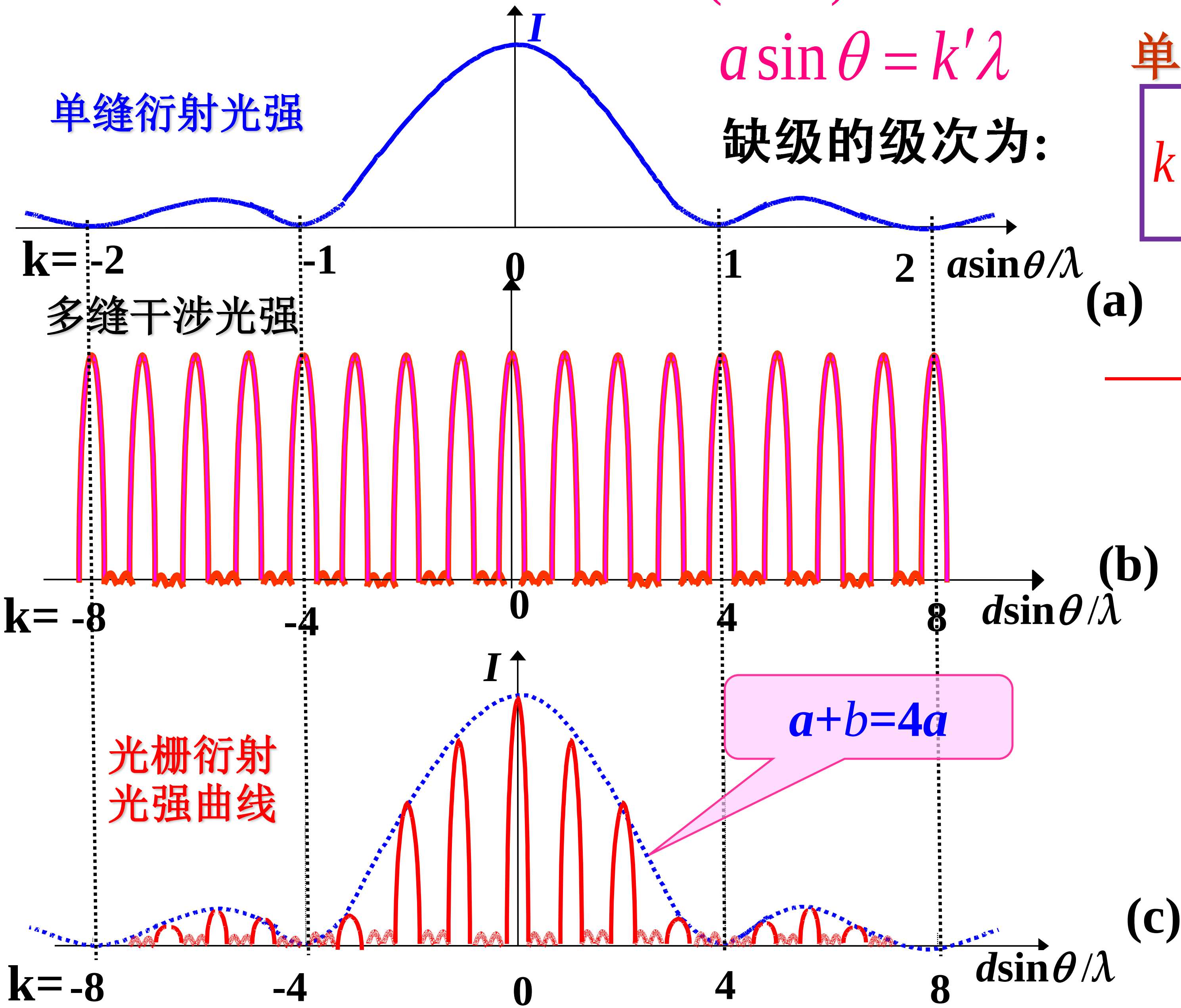
$$(a+b)\sin\theta = k\lambda$$ 多缝干涉极大

$$a\sin\theta = k'\lambda$$ 单缝衍射极小

缺级的级次为:

$$\boxed{k=\frac{a+b}{a}k'}$$

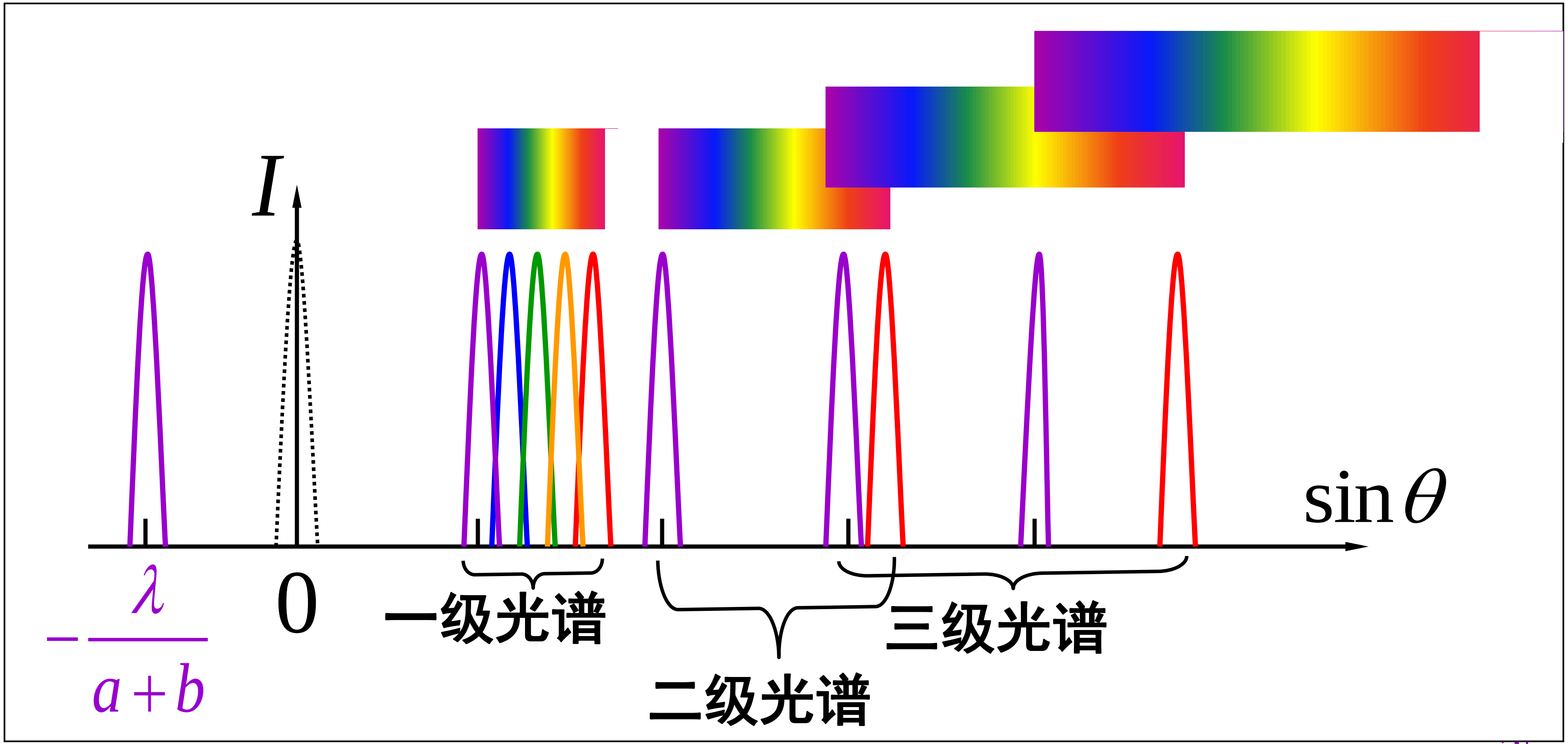
——缺级条件



四、衍射光谱

$$(a+b)\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad (k=0,1,2,\cdots)$$

入射光为白光时，λ不同，φ_k不同，按波长分开形成光谱。



例： **波长为 600nm的单色光垂直入射在一光栅上。第二级明纹出现在 sinθ=0.20 处，首次缺级为第四级。试求**

（1） 光栅常数；

（2） 光栅上狭缝宽度；

（3） 屏上实际呈现的全部级数。

解： **光栅方程** $(a+b)\sin\varphi = k\lambda$ （主极大公式）

（1）光栅常数 $d = (a+b) = \dfrac{k\lambda}{\sin\varphi}$

将第二级明纹 k=2，sinφ =0.2 代入

得 $d=6.0\times10^{-6}$ (m)

（2） 光栅衍射为单缝衍射与多缝干涉的合成结果。
缺级即干涉的主极大恰与单缝衍射的极小重合，即

$$\left.\begin{aligned}(a+b)\sin\varphi &= k\lambda\\ a\sin\varphi &= k'\lambda\end{aligned}\right\} \quad k = \frac{a+b}{a}k'$$

$$\left.\begin{aligned}(a+b)\sin\varphi &= k\lambda \\ a\sin\varphi &= k'\lambda\end{aligned}\right\} \qquad k=\frac{a+b}{a}k'$$

据题意，首次缺级为第四级，即 $k=4, k'=1$

狭缝宽度为 $a=\frac{1}{4}(a+b)=\frac{d}{4}=1.5\times10^{-6}(\mathrm{m})$

（3） 由 $d\sin\varphi=k\lambda$ 及 $-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$

最高级次 $k<\frac{d\sin\varphi}{\lambda}=\frac{d}{\lambda}=10$ 考虑到缺级 $k=\pm4,\pm8......$

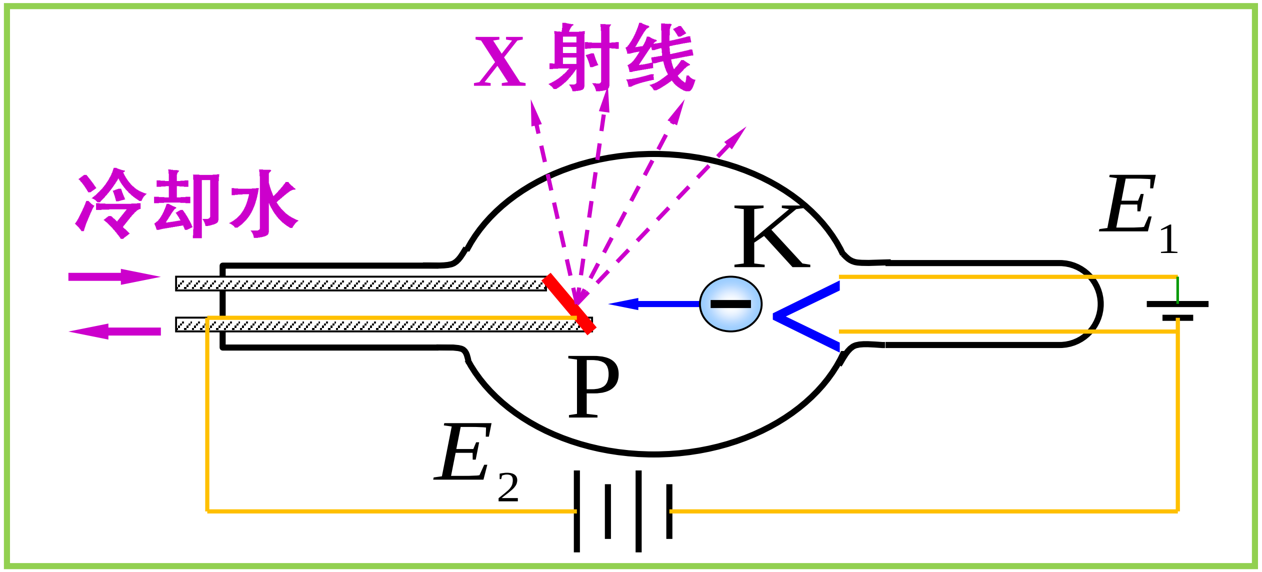
实际呈现的全部级次为 $k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\pm5,\pm6,\pm7,\pm9......$

选讲

五、X- 射线的衍射

1885年伦琴发现，受高速电子撞击的金属会发射一种穿透性很强的射线称X射线（亦称伦琴射线）。

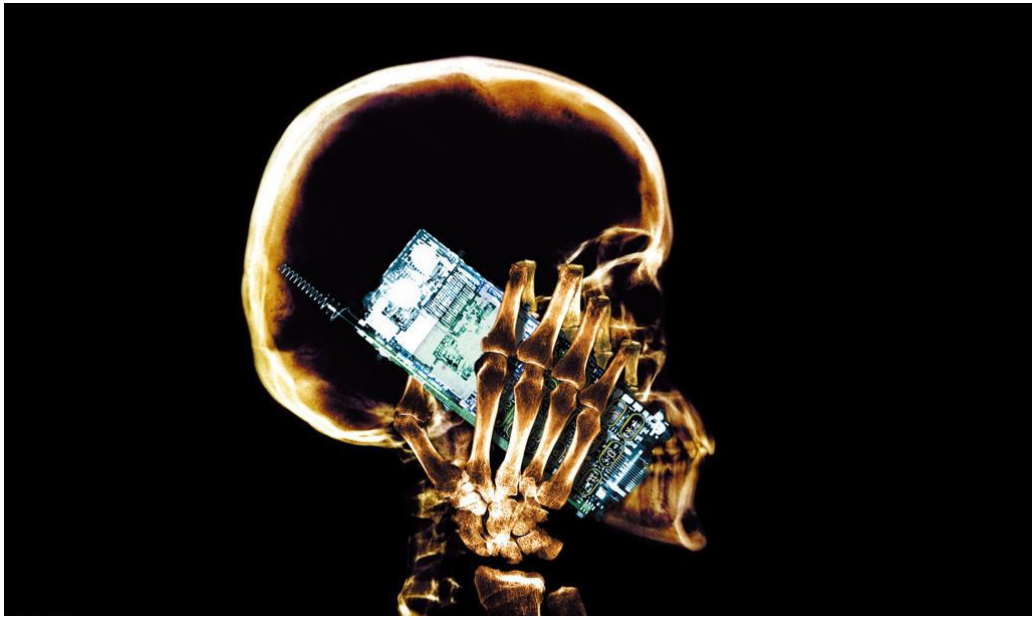
1901年伦琴获首届诺贝尔物理学奖

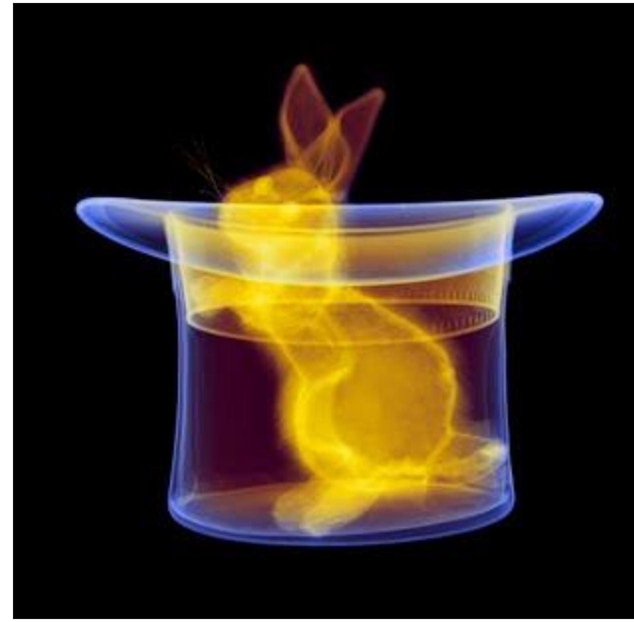


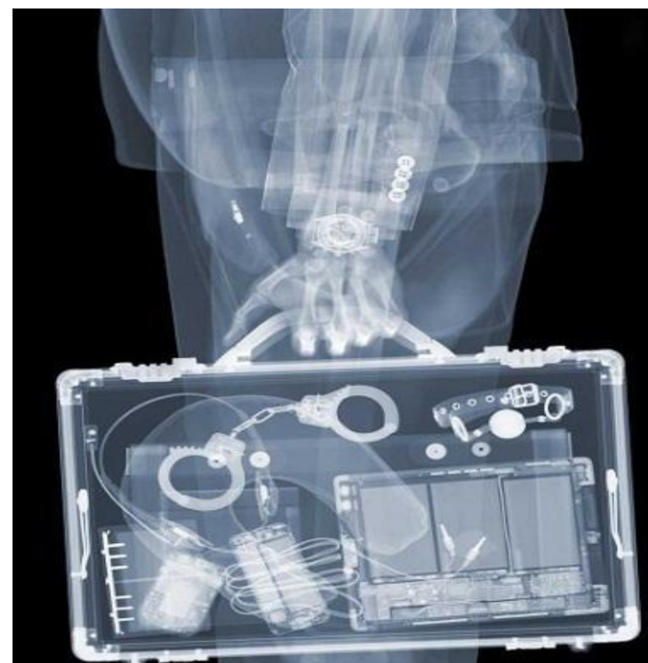
特点：（1）在电磁场中不发生偏转；

（2）穿透力强；

（3）波长较短的电磁波，范围在0.001nm~10nm之间。

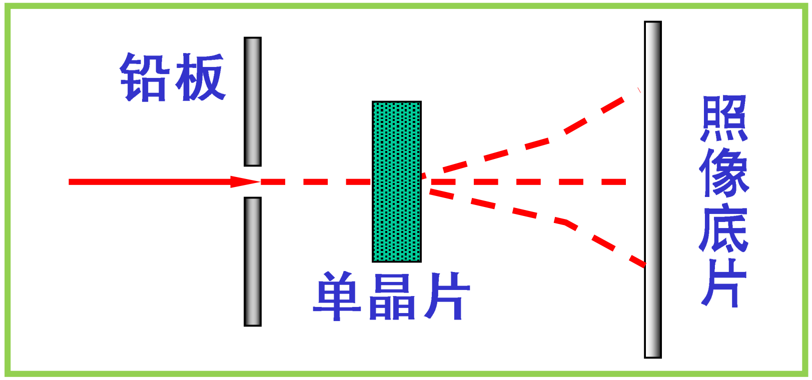




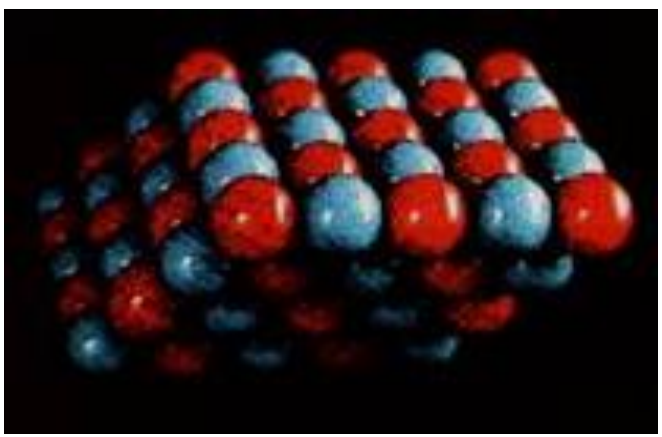


晶体点阵相当于三维光栅。原子间距是 Å 的数量级，可与X射线的波长相比拟。

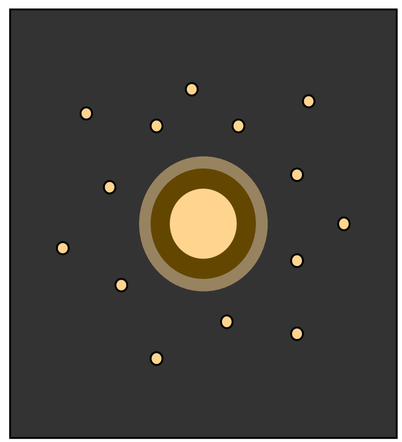
劳厄实验
单晶片衍射
(1912年)



晶体结构模型



劳 厄 斑 点

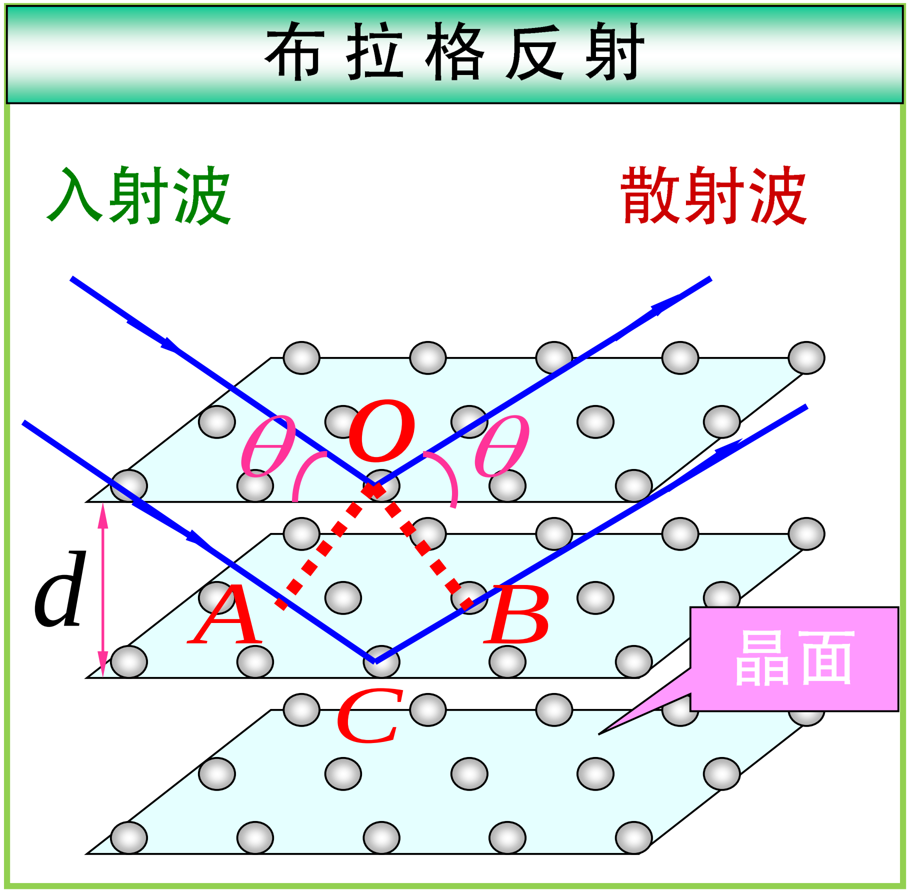


布喇格条件

$$2d\sin\theta = k\lambda$$

劳厄，1914年诺贝尔物理学奖

1913年英国布拉格父子提出了X射线的晶体衍射理论。



晶格常数 d 掠射角 θ

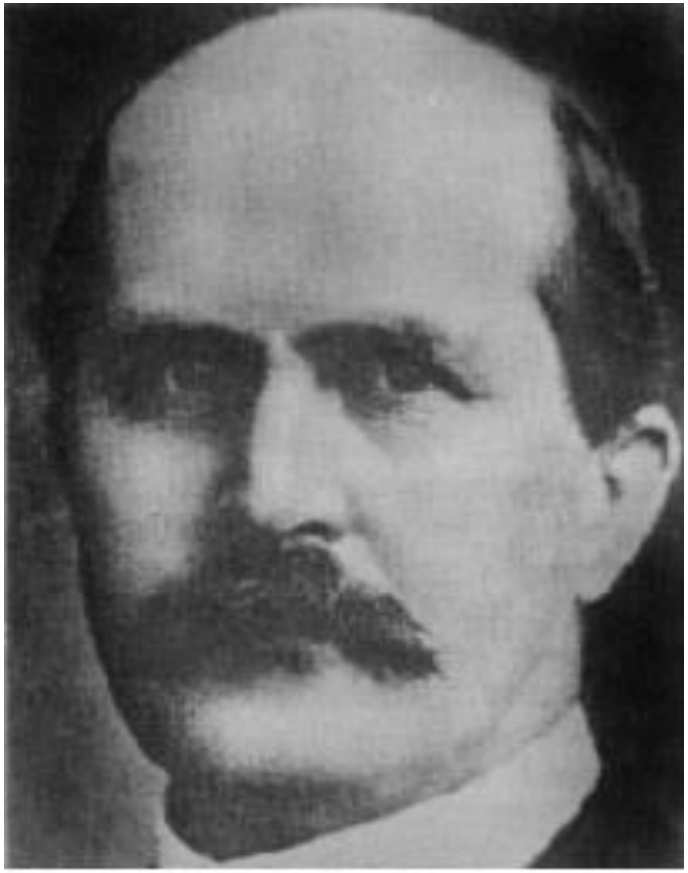
$$\delta = \overline{AC} + \overline{BC} = 2d\sin\theta$$

相邻两个晶面反射的X射线干涉加强的条件

$$\boxed{2d\sin\theta = k\lambda}$$

$$k = 0,1,2,\cdots$$

----布拉格公式



布喇格，W. H.

布喇格，W. L.

布喇格父子(W.H.Bragg, W.L.Bragg)

因利用X 射线研究晶体结构，1915年布拉格父子同获诺贝尔物理学奖