

学号：_____ 姓名：_____ 教师：时红艳

2018 春大学物理 C 作业十

第十二 十三章 狭义相对论 量子力学初步

一、填空题

1. 狭义相对论的两个基本假设分别是相对性原理和光速不变原理。
2. 在 S 系中观察到两个事件同时发生在 x 轴上，其间距离是 1m。在 S'系中观察这两个事件之间的距离是 2m。则在 S'系中这两个事件的时间间隔是 $-0.577 \times 10^{-8} \text{s}$ 。
3. 宇宙飞船相对于地面以速度 v 做匀速直线飞行，某一时刻飞船头部的宇航员向飞船尾部发出一个光讯号，经过 Δt （飞船上的钟）时间后，被尾部的接受器收到，真空中光速用 c 表示，则飞船的固有长度为 $c\Delta t$ 。
4. 在某地发生两件事，静止位于该地的甲测得时间间隔为 4s，若相对甲做匀速直线运动的乙测得时间间隔为 5s，真空中光速用 c 表示，则乙相对于甲的运动速度是 $0.6c$ 。
5. 一宇宙飞船相对地球以 $0.8c$ （ c 表示真空中光速）的速度飞行。一光脉冲从船尾传到船头，飞船上的观察者测得飞船长为 90m，地球上的观察者测得光脉冲从船尾发出和到达船头两个事件的空间间隔为 270 m。
6. π^+ 介子是不稳定的粒子，在它自己的参照系中测得平均寿命是 $2.6 \times 10^{-8} \text{s}$ ，如果它相对实验室以 $0.8c$ （ c 为真空中光速）的速度运动，那么实验室坐标系中测得的 π^+ 介子的寿命是 $4.33 \times 10^{-8} \text{s}$ 。
7. 某金属产生光电效应的红限波长为 λ_0 ，今以波长为 λ （ $\lambda < \lambda_0$ ）的单色光照射该金属，金属释放出的电子（质量为 m_e ）的动量大小为 $(2m_e hc(\lambda_0 - \lambda) / \lambda_0 \lambda)^{1/2}$ 。
8. 当绝对黑体的温度从 27°C 升到 327°C 时，其辐射出射度（总辐射本领）增加为原来的 16 倍。

三、计算题

7. 在 S 系中观察到两个事件同时发生在 x 轴上，其间距是 1000 m。在 S'系中测得两事件的发生地点相距 2000 m。试求在 S'系中这两事件的时间间隔。

解：假设 S'系中长度为原长，利用长度的相对论变化公式，可得：

$$u = c^2 \sqrt{1 - (l/l_0)^2} = (\sqrt{3}/2)c$$

$$\text{代入同时性的相对性公式：} \Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \frac{\beta}{c} (x_1 - x_2) = -5.77 \times 10^{-6} \text{s}$$

8. 在惯性系 S 中, 观测到相距为 $\Delta x = 9 \times 10^8 \text{ m}$ 的两地点相隔 $\Delta t = 5 \text{ s}$ 发生了两事件。而在相对于 S 系沿 x 轴正方向做匀速直线运动的 S' 系中, 测得两事件正好发生在同一地点。试求在 S' 系中此两事件的时间间隔。

解: 根据已知条件可知: $x'_1 = x'_2$, $\Delta x = x_2 - x_1 = 9 \times 10^8 \text{ m}$, $\Delta t = t_2 - t_1 = 5 \text{ s}$

$$\text{利用洛伦兹变换: } x'_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (x_1 - ut_1) \quad x'_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} (x_2 - ut_2)$$

可得: $u = 1.8 \times 10^8 \text{ m/s}$

$$\text{将其代入洛伦兹变换: } \Delta t' = t'_2 - t'_1 = \gamma \left\{ t_2 - t_1 - \left(\frac{\beta}{c} (x_2 - x_1) \right) \right\} = 4 \text{ s}$$

9. 一米尺静止在 S' 系中, 与 Ox' 轴成 30° 角。若在 S 系中测得该米尺与 Ox 轴成 45° 角, 试求:

(1) S' 系的速率 u ;

(2) 在 S 系中测得米尺的长度。

解: x 方向上米尺长度收缩, y 方向上保持不变, 可得:

$$x = x_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, \quad y = x \tan 45^\circ = x_0 \tan 30^\circ$$

$$\frac{x}{x_0} = \frac{\tan 30^\circ}{\tan 45^\circ} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, \quad u^2 = \frac{2}{3} c^2 \Rightarrow u = 0.816c$$

$$l = \sqrt{2} y = \sqrt{2} l_0 \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} l_0 = 0.707 l_0$$

10. 在惯性系 S 中, 相距 $5 \times 10^6 \text{ m}$ 的两地发生两事件, 时间间隔为 10^{-2} s ; 而在相对 S 系沿 x 轴正向运动的惯性系 S' 中观测到这两事件是同时发生的, 试求从 S' 系中测量到这两事件的空间间隔是多少?

$$\text{解: 由洛伦兹变换: } \Delta x = \frac{\Delta x' + v \Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

由题意: $\Delta t' = 0$

$$\text{可得: } \Delta x' = [(\Delta x)^2 - (c^2 \Delta t / c)^2]^{1/2} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

11. π^+ 介子是一种不稳定的粒子，平均寿命是 $2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$ 。试问：

(1) 若 π^+ 介子相对于实验室以 $0.8c$ 的速度运动，则在实验室坐标系中测量的 π^+ 介子的寿命是多长？

(2) π^+ 介子在衰变前运动了多远距离？

解：(1) $\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{2.6 \times 10^{-8}}{\sqrt{1-0.8^2}} = 4.3 \times 10^{-8} \text{ s}$

(2) $\Delta x' = u \cdot \Delta t' = 0.8 \times 3 \times 10^8 \times 4.3 \times 10^{-8} = 10.4 \text{ m}$

12. 观察者看到一立方体沿其一条棱的方向以速度 u 运动，并且测出其质量密度为 ρ ，那么这立方体静止时的质量密度应为何值？

解：设观察者参考系为 S 系，固定在立方体上的参考系为 S' 系，在 S 系中测的立方体的长、宽、高分别为 Δx 、 Δy 、 Δz ，S' 系中测的立方体的长、宽、高分别为 $\Delta x'$ 、 $\Delta y'$ 和 $\Delta z'$ ，立方体沿着 x 轴运动，由洛伦兹变换得到：

$$\Delta y' = \Delta y; \Delta z' = \Delta z; \Delta x' = \frac{\Delta x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

又设立方体的动质量为 m ，密度为 ρ ，静质量为 m_0 ，密度为 ρ_0 ，则

$$\rho_0 = \frac{m_0}{\Delta x' \Delta y' \Delta z'} = \frac{m \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{\Delta x \Delta y \Delta z / \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \rho (1-\frac{u^2}{c^2})$$

13. 质量为 m_e 的电子被电势差 $U_{12} = 100 \text{ kV}$ 的电场加速，如果考虑相对论效应，试计算其德布罗意波的波长。若不用相对论计算，则相对误差是多少？(电子静止质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ，普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ，基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$)

解：(1) 考虑相对论，由相对论动量： $p = mv = m_e v / \sqrt{1-(v/c)^2}$

$$\text{相对论动能： } eU_{12} = [m_e c^2 / \sqrt{1-(v/c)^2}] - m_e c^2$$

$$\lambda = h / p$$

计算得 $\lambda = \frac{hc}{\sqrt{eU_{12}(eU_{12} + 2m_e c^2)}} = 3.71 \times 10^{-12} \text{ m}$

(2) 不考虑相对论 $\lambda' = h/p$, $p = m_e v$, $eU_{12} = \frac{1}{2} m_e v^2$

由上三式计算得 $\lambda' = h/(2m_e eU_{12})^{1/2} = 3.88 \times 10^{-12} \text{ m}$

则相对误差: $|\lambda' - \lambda|/\lambda = 4.6\%$

14. 红外线是否适宜于用来观察康普顿效应, 为什么? (红外线波长的数量级为 10^5 \AA , 电子静止质量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$, 普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)

解答: 在康普顿效应中观察到波长最大的偏移值为

$$\Delta\lambda = 2h/(m_e c) = 0.0485 \text{ \AA}$$

红外线波长的数量级大约为 10^5 \AA , 比 $\Delta\lambda$ 大很多, 相对偏移率是如此之小, 在实验中是难以观察出来的, 所以不宜用红外线来观察康普顿效应