# 一、狭义相对论的基本假设

- 1. 光速不变原理
- 2. 相对性原理
- 二、狭义相对论的时空观
- 1. 同时性的相对性

不同地点同时发生两事件A、B,在另一个系不同时发生。

2. 长度收缩 (运动的尺收缩)

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2 / c^2}$$

3. 时间延缓 (运动的时钟变慢)

$$\Delta t = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

# 时空关系根本改变!!

物理量需要重新修正, 经典力学需要改造.

如何定义物理量?

必须满足两个基本原则:

- 1) 基本物理规律在洛仑兹变换下形式不变 动量定理 (守恒定律) 动能定理 (能量守恒) 等
- 2) 低速时回到牛顿力学

- 一、物理量的定义
- 二、物理量的变换

- 一、相对论性质量和动量
- 二、相对论性能量

# 第十二章 狭义相对论基础

- 12.1 伽利略变换 经典力学的相对性原理
- 12.2 狭义相对论的基本假设 洛伦兹变换
- 12.3 狭义相对论的时空观
- 12.4 狭义相对论的动力学基础

# §4 狭义相对论的动力学基础

# 一、相对论质量与动量

实验: 不同惯性系中, 质点系统在碰撞前后总动量是守恒的

1. 保留质点动量和力的定义:  $\vec{p}=m\vec{v}$   $\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}m\vec{v}}{\mathrm{d}t}$  重新定义质点动量和力的定义!

#### ❖ 问题的提出:

若F持续作用 →p增大,且可→∞, 但速率有上限, $v\to c$ ,

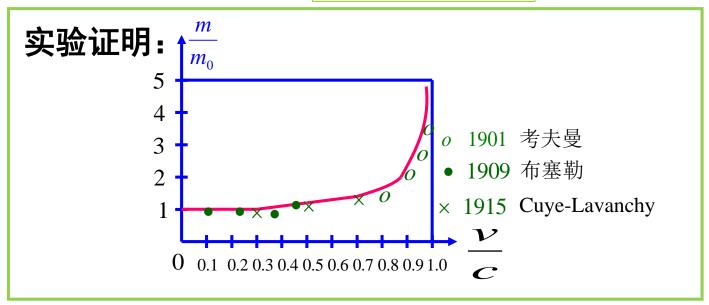
故只能质量m随v而增大, 设为n且当 $v \rightarrow c$  时,m应 $\to \infty$ 。

设为m(v), m(v) = ?

对应原理:  $\exists v << c, m \rightarrow m_0$  (经典力学质量,称静质量).

# 2. 相对论质量m(v)的表达 m=-

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$



讨论: (1) 特殊情况下可理论证明,归根结底是实验证明; 理想实验: 两个全同粒子的完全非弹性碰撞

- (2) 由于空间的各向同性,质量与速度方向无关;
- (3) 相对论中仍然保持了牛顿定律的原来框架.

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt}$$

	<u> </u>	<u> </u>
	经典力学	相对论力学
力的作用	产生 $ar{a}$ ,改变速度	改变速度、质量
F长时间作用	$\upsilon  o \infty$	$ u \uparrow m \uparrow, \nu < c, m \to \infty $
力的方向	决定于 $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$	决定于 $mrac{dec{v}}{dt}+ec{v}rac{dm}{dt}$ 合矢量方向

2. 相对论动量的表达 
$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v}$$

利用 
$$p^2 = (mv)^2$$
 ,  $m^2c^2 - p^2 = m_0^2c^2$ 

# 相对论动能(是一个全新的形式)

出发点:动能定理(力作功改变能量具有合理性)

令质点从静止开始,力所做的功就是动能表达式:

$$d\mathbf{A} = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{d\vec{P}}{dt} \cdot d\vec{r} = \vec{v} \cdot d\vec{P} = \vec{v} \cdot (\vec{v}dm + md\vec{v})$$

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = \upsilon^2 dm + m\upsilon d\upsilon$$

$$m^2c^2-m^2v^2=m_0^2c^2$$

两边微分,得  $m\upsilon d\upsilon + \upsilon^2 dm = c^2 dm \Rightarrow \vec{F} \cdot d\vec{r} = c^2 dm$ 

由动能定理 
$$E_K = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{m_0}^m c^2 dm$$

$$E_{K} = mc^{2} - m_{0}c^{2} = m_{0}c^{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^{2}/c^{2}}} - 1\right)$$

讨论: 1. 在 v << c 的情况下: —— 相对论质点动能公式

$$\begin{split} E_{\rm K} &= \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2\,/\,c^2}} \,c^2 - m_0 c^2 \\ &= m_0 c^2 ((1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \cdots) - 1) \approx (1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}) m_0 c^2 - m_0 c^2 \end{split}$$

 $=\frac{1}{2}m_0v^2 << m_0c^2$  ----大部分能量储存在物体的内部 经典力学的动能是相对论表达式在低速下的近似。

$$E_{K} = mc^{2} - m_{0}c^{2} = m_{0}c^{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^{2}/c^{2}}} - 1\right)$$

**2.** 
$$\mathbf{d} v^2 = c^2 \left[ 1 - (1 + E_k / m_0 c^2)^{-2} \right]$$

当动能由于外力作功不断增大而不断增加时,速率却不能无限制增大,而是有一个极限值 c。

$$v \to c \quad E_k \to \infty$$

说明将一个静质量不等于零的粒子加速到光速须作 无穷大的功。或者说实物粒子速度有一极限速度c

# 三、相对论能量

# 1.静能和总能

$$E_K = mc^2 - m_0c^2 \begin{cases} E_K \text{ 运动时的能量} \\ m_0c^2 \text{静止时的能量} \end{cases}$$

$$E = E_K + m_0 c^2 = mc^2$$
 是狭义相对论重要推论之一

#### 2. 总能和质能关系

总能 
$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} c^2$$
 质能关系式

重核裂变

$$X \rightarrow Y + Z$$

质量亏损

裂变能

$$\Delta m_0 = m_{X_0} - (m_{Y_0} + m_{Z_0})$$
  $\Delta E = \Delta m_0 c^2$  原子能公式

$$E_K = mc^2 - m_0c^2 \qquad E = mc^2$$

$$E = mc^2$$

把粒子的能量和质量联系起来,

任何宏观静止的物体都具有能量

静能包括: 内部各结构层次的粒子的动能及相互作用能。

静止能量实际上是物体的总内能

---分子的内能、势能、原子的电磁能、质子中子的结合能等。 静止能量是相当可观的。

(2) 在相对论中, 能量守恒和质量守恒统一起来。

$$\sum m_i =$$
常量 —— 质量守恒

- 一定的质量相应于一定的能量,二者的数值只相差
- 一个恒定的因子 $c^2$ 。

对孤立系统,总能量守恒就代表总质量守恒,反之亦然。

能量守恒 历史上: 相互独立

质量守恒 相对论中:相互统一

(3) 粒子相互作用中相对论质量 $\sum_{i} m_{i}(v)$ 守恒,但其静止质量  $\sum_{i} m_{0i}$ 并不守恒。

(4)  $E = mc^2$  可认为相对论质量是能量的量度 高能物理中,把能量按质量称呼,

如说电子质量是 0.511MeV

$$m_0 c^2 = 0.511 \text{MeV}$$

例: 一公斤的物体的静止能量

$$E_0 = m_0 c^2 = 1 \times (3 \times 10^8)^2 = 9 \times 10^{16} J$$

相当于200万吨汽油燃烧的能量。

(汽油的燃烧值 4.6×10<sup>7</sup> J/kg )

(5) 质能相互依存, 且同增减

从质能公式  $E = m c^2$  可知总能量正比于质量即哪儿有能量,哪儿就有质量,而且哪儿有质量的变化,哪儿就有能量的变化。即:

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

例在一种热核反应 
$${}_{1}^{2}H+{}_{1}^{3}H\longrightarrow_{2}^{4}He+{}_{0}^{1}n$$
 中

氚核:  $m_2$ =5.0049×10<sup>-27</sup>kg,氦核:  $m_3$ =6.6425×10<sup>-27</sup>kg,

中子:  $m_4=1.6750\times 10^{-27}$ kg, 求这一热核反应释放的能量是多少?

解: 质量亏损为: 
$$\Delta m_0 = (m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)$$
  
=  $\left[ (3.3437 + 5.0049) - (6.6425 + 1.6750) \right] \times 10^{-27}$   
=  $0.0311 \times 10^{-27} \, \text{kg}$ 

相应释放的能量为:

$$\Delta E = \Delta m_0 c^2 = 0.0311 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16} = 2.799 \times 10^{-12} \text{ J}$$

1kg这种核燃料所释放的能量为:

$$\frac{\Delta E}{m_1 + m_2} = \frac{2.799 \times 10^{-12}}{8.3486 \times 10^{-27}} = 3.35 \times 10^{14} \,\text{J/kg}$$

这相当于同质量的优质煤燃烧所释放热量的1千多万倍!

# 四、相对论的动量能量关系式

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
 两边平方得  $m^2 c^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2$ 

$$E^2 = P^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

$$m_0c^2$$
 $Pc$ 

$$: E = E_k + m_0 c^2$$

: 
$$E = E_k + m_0 c^2$$
 :  $E_k^2 + 2E_k m_0 c^2 = p^2 c^2$ 

$$v \ll c$$
时, $E_k \ll m_0 c^2$  
$$\therefore E_k = \frac{p^2}{2m_0}$$

$$\therefore E_{k} = \frac{p^{-}}{2m_{0}}$$

可能存在"无质量"粒子  $(m_0 = 0)$ 

只具有动量、能量,没有静止质量, 所以也没有静能,

由
$$E = mc^2$$
和 $\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{P}c^2}{E}$ 

E = cP  $m_0=0$ 的粒子,在任意惯性系中都只能以光速运动

(光子、中微子 ——预言引力子存在)

例. 静质量为0.511Mev的电子具有5倍于它的静能的总能量, 试求它的动量和速率。

解: 
$$E = 5m_0c^2$$

$$E^2 = P^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$\therefore p = \sqrt{E^2 - m_0^2c^4} / c = 2.50Mev$$

$$\therefore p = \frac{E}{c^2}v \Rightarrow v = \frac{c^2}{E}p = 0.98c$$

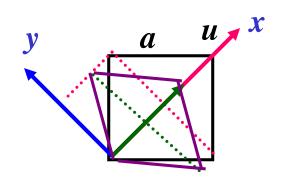
例. 一匀质矩形薄板,静止时长a,宽b, $m_0$ ,其面积密度为 $m_0/ab$ ,假定沿长度方向 $\nu$ 作匀速直线运动,此时面积密度?

$$a' = a\sqrt{1 - v^{2}/c^{2}}$$

$$\therefore \sigma' = \frac{m}{a'b} = \frac{m_{0}/\sqrt{1 - v^{2}/c^{2}}}{ab\sqrt{1 - v^{2}/c^{2}}} = \frac{\sigma}{1 - v^{2}/c^{2}}$$

例3. 在〇参照系中,有一个静止的正方形,其面积为100cm², 观测者〇<sub>1</sub>以0.8c的匀速度沿正方形的对角线运动,求〇<sub>1</sub> 所测得的该图形的面积?

解:设正方形的边长为a,对角线长分别为 $b_x$ , $b_v$ 。



$$b_{x} = \sqrt{2}a \qquad b_{y} = \sqrt{2}a$$

$$\therefore b_x' = \sqrt{2}a\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \qquad b_y' = \sqrt{2}a$$

$$\therefore s' = \frac{1}{2}b'_xb'_y = a^2\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 60\text{cm}^2$$

### 五、质能关系的重要应用(选学内容)

$$E = mc^2$$

m 和 E 的关系

深层次理论突破 ───── 实践上的巨大变化

重核裂变:一个重原子核分裂成为两个(或更多个)中等 质量碎片的现象。

$$M_0 > \sum m_{0i} \qquad \Delta m = M_0 - \sum m_{0i}$$

核燃料主要有<sup>235</sup>U(铀)、<sup>239</sup>Pu(钚)和<sup>233</sup>Th(钍)。

轻核聚变: 轻核在一定高温条件下融合成较重的核, 所以 又称热核反应

$$\sum m_{0i} > M_0 \qquad \Delta m = \sum m_{0i} - M_0$$

# (1) 核裂变过程(以<sup>235</sup>U为例):

当<sup>235</sup>U核吸收一个中子后,就会形成复合<sup>236</sup>U核,而<sup>236</sup>U核是不稳定的,它很快发生形变由椭球形进而变成不对称的哑铃形,然后发生断裂,成为两个略有大小差异的产物核,同时放出若干个中子,下图为复合核裂变示意。

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{139}_{54}Xe + ^{95}_{38}Sr + 2^{1}_{0}n + 200MeV$$

# (2) 链式反应与临界质量

- 链式反应: 重核的裂变是通过中子的轰击实现的
- 核裂变过程中有"次级中子"再去轰击重核引起另一次 裂变,然后再产生中子
- 形成一种核裂变的"链条",使得裂变反应一直延续下去,这种连续不断的裂变反应就叫做"链式反应"。
  - 临界质量:对于一种核燃料以及一种核燃料区的形状,例如球形、柱形或其它,都有一相应的最小体积(或质量)使中子逃逸几率足够小以致能维持核燃料区内的链式反应,这个体积(或质量)就称为临界体积(或临界质量)。
  - 核燃料的质量达到临界质量是维持链式反应的必要条件。 临界质量的大小除了与核燃料区的形状直接相关外, 还与核燃料的性质(浓缩度、材料密度)密切相关。

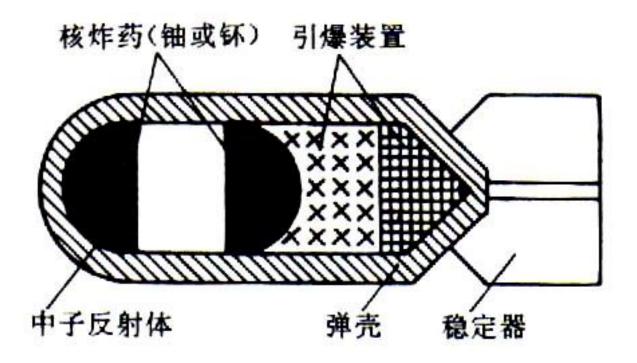
### (3) 原子弹

原子弹利用的是不加控制的链式裂变反应,从而在瞬时间可以形成雪崩式的裂变反应,使大量核燃料在极短时间内"燃烧"释放出大量能量,造成极端严重的杀伤和破

坏。



其一是"枪法",这是把两块次临界的裂变材料放在"枪筒式"的机械装置内,用化学爆炸将两块核材料迅速合并成一块,使之成为超临界系统。1945年,美国投在广岛的外号"瘦子"的第一颗原子弹就是用这种方法制成的。下图表示"枪式"原子弹的示意图。



其二是"内爆法",这是将一块处于次陷界状态的核燃料(一般为球形),通过化学聚心爆炸将核材料压缩成高密度状态,使之转变成超临界系统。1945年,美国投在长琦的外号"胖子"的第二颗原子弹就属这一类。

下图为"内爆式"原子弹的原理图。

一般认为内爆法可以获得更高的超临界度,具有更大的优越性。

中子源 核燃料 (浓缩铀或钚)

中子反射层 (铀-238)

化学炸药 (TNT炸药)

# (4) 氢弹

核聚变首先是在氢弹中实现的。氢弹中热核反应所需要的高温高密度条件一开始是由一颗原子弹提供的,这个原子弹被称为氢弹的"扳机",然后,由热核反应产生的能量的在一定时间内继续维持热核反应所必须的条件。于是氢弹就能在短时间内释放大量能量,形成比原子弹威力

大几倍的大规模毁灭性武器。



### (5) 核电站

#### • 链式反应的控制

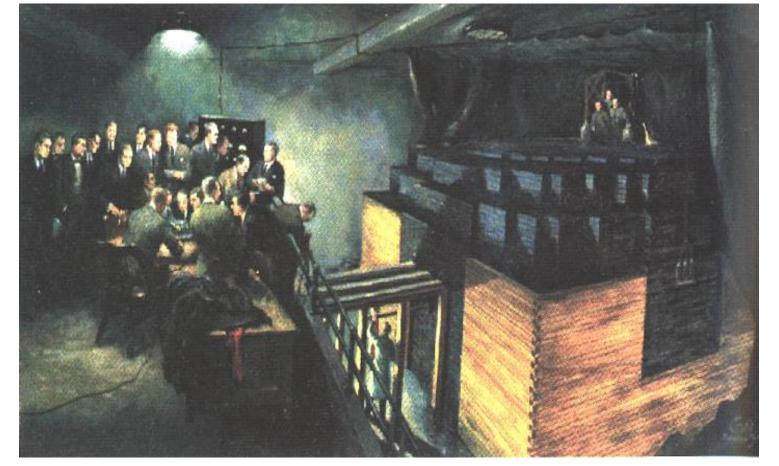
原子弹是一种不加控制的裂变反应器,它在极短时间内释放出大量核能,极具破坏性,很难被作为能源来利用。因此裂变能的和平利用,首先要解决链式反应的控制,一是要控制其超临界度,不能让它发生雪崩式的反应;二是要使它在超临界和次临界状态间随意转换。

# 链式反应的控制方法

- 通过快速的机械手段改变核燃料的质量来调节系统达到临界条件。
- 让快中子在某些特定的介质中通过碰撞损失其能量而变成 热中子(慢中子),这个过程称为慢化,而那些特定介质 就称为慢化剂。

重水是非常好的慢化剂,石墨也是一种良好的慢化剂,费米就是用它作成世界上第一个反应堆的。

• 控制热中子: 采用镉(48Cd) 作为热中子反应堆的控制棒。



1942年世界上第一个核反应堆运行成功。由于保密,不允许拍照,这里只是一张油画。图中右上方手握大罐的三位青年物理学家组成"敢死队",万一发生意外,他们就将吸收中子的镉溶液注入反应堆。而站在下面的那位科学家正按照费米的指令,一点一点地往外抽最后一根镉棒,以启动链式反应。

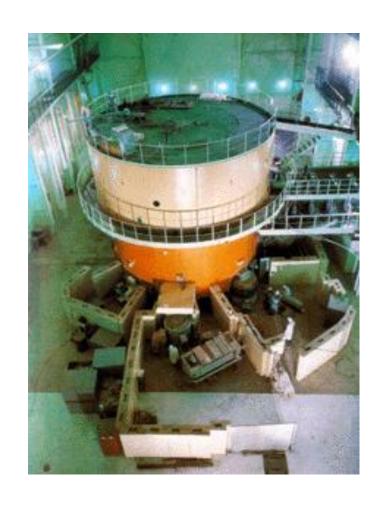
28

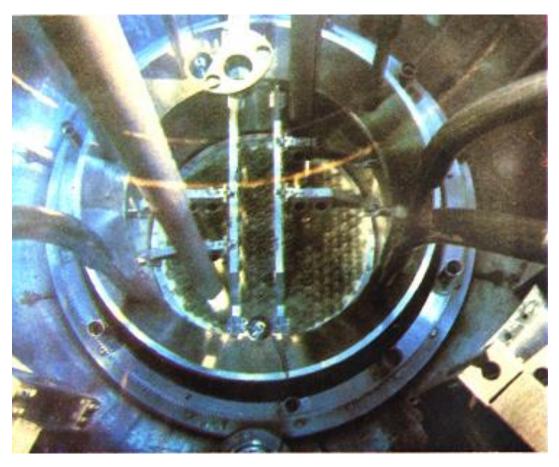
• 核裂变发电站概貌

核电站组成:核反应堆、热交换器和发电装置。

核反应堆通常采用热中子堆,反应堆的堆心是原子能发电站的心脏,其中有燃料棒、慢化剂、冷却剂和控制棒(镉棒)。

当镉棒插入时,堆心处于次临界状态,镉棒拔出时堆心就处于超临界状态,于是控制镉棒就可以控制反应堆的运行。冷却剂用来冷却燃料棒,并通过热交换器将热量送到无放射性的发电部分,供发电使用。





研究性重水反应堆

中国1980年建成的高通量工程试验堆堆芯

核电虽然造价较高,但运行成本低于火电,环境污染也比火电小得多,作为一种极好的能源,将来会在全世界广泛推广使用。但也要警惕其危险性。

1986年前苏联切尔诺贝利核泄漏事故以及2011年日本福岛核电站核泄漏事故,提示人们核能利用的



# 学习相对论的感想

# -----相对论赋------

跨箭相期星际游,一别瞬息见三秋,动静钟尺多疑难,因果规律乃存留;质能守恒惊人数,时空相对尽眼收,权将光波通信息,归来尚须苦作舟。

因为爱因斯坦在我们小小的地球上生活过,我们这颗蓝色的地球就比其他宇宙的部分有特色、有智慧、有人的道德-----李政道

爱因斯坦进行研究的特点:深、广、创新、坚持、孤独-------杨振宁

路透社: 20世纪最有影响力的人

BBC: 20世纪最有影响力的思想家