2018 春大学物理 C　作业二

第二章 质点动力学

一、选择题

1. 对功的概念有以下几种说法：

   (1)保守力作正功时，系统内相应的势能增加。

   (2)质点运动经一闭合路径，保守力对质点作的功为零。

   (3)作用力和反作用力大小相等、方向相反，所以两者所作功的代数和必为零。

在上述说法中：

   (A) (1)、(2)是正确的　　(B) (2)、(3)是正确的

   (C) 只有(2)是正确的　　(D) 只有(3)是正确的

[C]

2. 一个质点同时在几个力作用下的位移为：$\Delta\vec{r} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$ (SI)，其中一个力为恒力 $\vec{F} = -3\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k}$ (SI)，则此力在该位移过程中所作的功为

   (A) 57 J　(B) 17 J　(C) 67 J　(D) 91 J

[C]

3. 在水平冰面上以一定速度向东行驶的炮车，向东南（斜向上）方向发射一炮弹，对于炮车和炮弹这一系统，在此过程中（忽略冰面摩擦力及空气阻力）

   (A) 总动量守恒

   (B) 总动量在炮身前进的方向上的分量守恒，其它方向动量不守恒

   (C) 总动量在水平面上任意方向的分量守恒，竖直方向分量不守恒

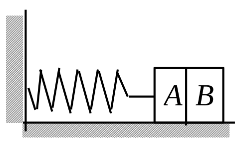
   (D) 总动量在任何方向的分量均不守恒

[C]

4. 一水平放置的轻弹簧，劲度系数为 k，其一端固定，另一端系一质量为 m 的滑块 A，A 旁又有一质量相同的滑块 B，如图所示。设两滑块与桌面间无摩擦。若用外力将 A、B 一起推压使弹簧压缩量为 d 而静止，然后撤消外力，则 B 离开时的速度为

   (A) 0　(B) $d\sqrt{\frac{k}{2m}}$

   (C) $d\sqrt{\frac{k}{m}}$　(D) $d\sqrt{\frac{2k}{m}}$



[B]

5. 对于一个物体系来说，在下列的哪种情况下系统的机械能守恒？

   (A) 合外力为 0　(B) 合外力不作功

   (C) 外力和非保守内力都不作功　(D) 外力和保守内力都不作功

[C]

6. 一子弹以水平速度 v_0 射入一静止于光滑水平面上的木块后，随木块一起运动。对于这一过程正确的分析是

(A) 子弹、木块组成的系统机械能守恒

(B) 子弹、木块组成的系统水平方向的动量守恒

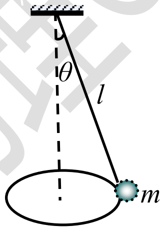
(C) 子弹所受的冲量等于木块所受的冲量

(D) 子弹动能的减少等于木块动能的增加

[B]

二、填空题

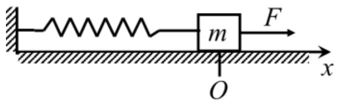
7. 一圆锥摆摆长为 l、摆锤质量为 m，在水平面上作匀速圆周运动，摆线与铅直线夹角 θ，则



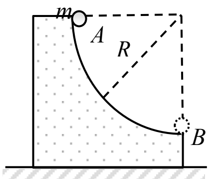
(1) 摆线的张力 T= $mg\cos\theta$;

(2) 摆锤的速率 v= $\sin\theta\sqrt{gl/\cos\theta}$ 。

8. 如图所示，劲度系数为 k 的弹簧，一端固定在墙壁上，另一端连一质量为 m 的物体，物体在坐标原点 O 时弹簧长度为原长。物体与桌面间的摩擦系数为 μ。若物体在不变的外力 F 作用下向右移动，则物体到达最远位置时系统的弹性势能 E_P = $\dfrac{2\left(F-\mu mg\right)^2}{k}$ 。



9. 如图，一个质量为 m=2kg 的物体，从静止开始沿 1/4 圆弧从 A 滑到 B。在 B 点速度的大小为 v=6m·s^{-1}，已知圆半径 R=4m。则物体从 A 到 B 的过程中摩擦力所做的功为 -42.4J 。



10. 质量为 m 的物体，初速极小，在外力作用下从原点起沿 x 轴正向运动。所受外力方向沿 x 轴正向，大小为 $F=kx$。物体从原点运动到坐标为 x_0 的点的过程中所受外力冲量的大小为 $\sqrt{mkx_0^2}$ 。

11. 两块并排的木块 A 和 B，质量分别为 m_1 和 m_2，静止地放置在光滑的水平面上，一子弹水平地穿过两木块，设子弹穿过两木块所用的时间分别为 Δt_1 和 Δt_2，木块对子弹的阻力为恒力 F，则子弹穿出后，木块 A 的速度大小为 $\dfrac{F\Delta t_2}{m_1+m_2}$，木块 B 的速度大小为

$\underline{\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}+\dfrac{F\Delta t_2}{m_2}}$。

三、计算题

12. (教材 2-2 题) 质量 m=2.0kg 的匀质细绳，长为 L=1.0m，两端分别连接重物 A 和 B，m_A=8.0kg，m_B=5.0kg，今在 B 物上施以大小为 F=180N 的向上的拉力，使绳中距离 A 端为 x 处绳中的张力 $F_T(x)$的大小。

解：如图，以 A、B 以及绳子整体为研究对象，这个系统所受合力沿竖直方向，假设该系统向上运动的加速度大小为 a，则

$$\text{对系统有}\quad F_{\mathrm{T}}(m_{\mathrm{A}}+m_B+m)=a$$

对 A 物体有， $F_{\mathrm{T0}}-m_{\mathrm{A}}\,\mathrm{g}=m_{\mathrm{A}}a$

对绳子上的质元 dm 有 $\left(F_{\mathrm{T}}+\mathrm{d}F_{\mathrm{T}}\right)-F_{\mathrm{T}}-\mathrm{d}m\cdot\mathrm{g}=\mathrm{d}m\cdot a$

$$\mathrm{d}m=\frac{m}{L}\mathrm{d}x$$

联立以上四个式子，有 $a=\dfrac{F}{m_A+m_B+m}-g=2.2\mathrm{m\cdot s^{-2}}$

$F_{\mathrm{T0}}=m_{\mathrm{A}}\left(a+\mathrm{g}\right)=96\mathrm{N}$

$\mathrm{d}F_{\mathrm{T}}=\dfrac{m}{L}\left(a+\mathrm{g}\right)\cdot\mathrm{d}x$

所以 $\int_{F_{\mathrm{T0}}}^{F_{\mathrm{T}}}\mathrm{d}F_{\mathrm{T}}=\dfrac{m}{L}\left(a+\mathrm{g}\right)\int_0^x\mathrm{d}x$

$F_{\mathrm{T}}-F_{\mathrm{T0}}=\dfrac{m}{L}\left(a+\mathrm{g}\right)x=24x$

即距离 A 端为 x 处绳中的张力为 $F_{\mathrm{T}}\left(x\right)=96+24x\left(\mathrm{SI}\right)$

13. (教材 2-9 题) 图中 A 为定滑轮，B 为动滑轮，三个物体 m_1=200g，m_2=100g，m_3=50g，滑轮及绳的质量以及摩擦均忽略不计。求：（1）每个物体的加速度；（2）两根绳子的张力 T_1 与 T_2。

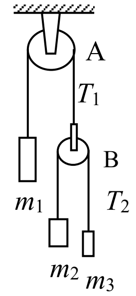
分析 本题对个物体受力分析，列方程求解各物体的加速度。问题的关键，滑轮及绳的质量以及摩擦均忽略不计时，绳的张力大小处处相等，同时绳两端的物体加速度大小也相等。

解 （1）以地面为参考系，以竖直向下为正方向，设三物体的加速度分别为 a_1，a_2 和 a_3，a' 表示 m_2 ，m_3 相对滑轮 B 的加速度，各物体的受力分析如图 2-16 所示，由牛顿第二定律得

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1 \qquad (1)$$

$$m_2 g - T_2 = m_2 a_2 \qquad (2)$$

$$-T_2 + m_3 g = -m_3 a_3 \qquad (3)$$



题 2-9 图

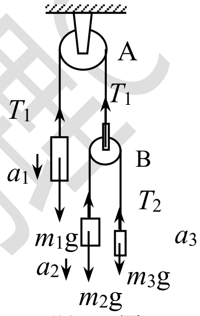
由于滑轮的质量忽略，所以

$$T_1 = 2T_2 \qquad (4)$$

各物体的加速度间有如下关系

$$a_2 = a' - a_1 , -a_3 = -a' - a_1 \qquad (5)$$

由上几式得



题 2-9 图

$$a_1 = \frac{m_1 m_2 + m_1 m_3 - 4m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4m_2 m_3} g$$
$$= \frac{0.2\times0.1 + 0.2\times0.05 - 4\times0.1\times0.05}{0.2\times0.1 + 0.2\times0.05 + 4\times0.1\times0.05}\times9.8$$
$$= 1.96\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

方向向下。

$$T_1 = m_1(g - a_1) = 0.2\times(9.8 - 1.96) = 1.57\,\mathrm{N}$$

$$T_2 = \frac{1}{2}T_1 = 0.785\,\mathrm{N}$$

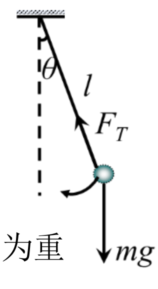
$$a_2 = \frac{m_2 g - T_2}{m_2} = \frac{0.1\times9.8 - 0.785}{0.1} = 1.95\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

方向向下。

$$a_3 = -\frac{m_3 g - T_2}{m_3} = -\frac{0.05\times9.8 - 0.785}{0.05} = 5.9\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

方向向上。

14. (教材 2-18 题) 一质量为 0.5kg 的球，系在长为 1m 的轻绳的一端，绳不能伸长，绳的另一端固定在横梁上。移动小球，使绳与竖直方向成 30˚角，然后放手让它从静止开始运动，求：



(1) 在绳索从 30˚角到 0˚角的过程中，重力和张力所做的功。

(2) 物体在最低位置时的动能和速率。

(3) 在最低位置时的张力。

解：(1) 重力做功等于系统重力势能的增量。如图所示，以最低点处为重力势能零点，有

$$A_g = mgl(1-\cos\nu) = 0.67\mathrm{J}$$

$$A_{F_T} = \int \vec{F}_T\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int F_T \cos\frac{\pi}{2}\cdot \mathrm{d}l = 0\mathrm{J}$$

(2) 小球和绳子组成的系统只有重力做功，系统的机械能守恒，有

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = A_g = 0.67\mathrm{J}$$

$v=\sqrt{\dfrac{2A_g}{m}}=1.6\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

(3) 小球做圆周运动，根据牛顿运动定律可得

$F_T - mg = mv^2/l$

所以 $F_T = mg + mv^2/l = 6.18\mathrm{N}$

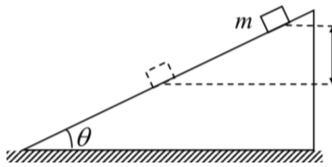
15. (教材 2-19 题) 一吊车底板上放一质量为 10kg 的物体，若吊车底板加速上升。加速度大小为 a=3+5t (SI 单位)，求 2s 内吊车底板给物体的冲量大小及物体动量的增量为多少？

解：$a = 3 + 5t = \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，所以 $\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t (3+5t)\,\mathrm{d}t$， $v = 3t + \dfrac{5}{2}t^2$

故 t=2s 时，$v_{t=2} = 16\mathrm{m\cdot s^{-2}}$，所以 2s 内物体动量的增量为：

$$\Delta p = mv_{t=2} - 0 = 160\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$$

16. (教材 2-26 题) 在光滑水平地面，放一个倾角为 θ 的楔块，质量为 M。楔块的光滑斜面上，A 处放一质量为 m 的质点，初始时，质点与楔块均静止，如图所示。当质点沿斜面运动，在竖直方向下降了 h 高度时，证明：楔块对地的速度为 $v = \sqrt{\dfrac{2m^2 gh\cos^2\theta}{(m+M)(M+m\sin^2\theta)}}$



证明：首先分析，m 沿 M 的斜面下滑的过程中，各物体所受的力所做的功。

m：重力和给 m 的正压力两个力对均做功

M：重力，m 给 M 的正压力以及地面给的正压力，三个力中只有 m 给 M 的正压力做功。

如果将 m 和 M 作为一个系统考虑，则外力只在竖直方向上，所以系统在水平方向的动量守恒。由于动量守恒定律只在惯性系中成立。所以取地面为参考系，由动量守恒定律得 $Mv_2 + mv_{1x} = 0$

其中，v_2 是 M 对地的速度，而 v_{1x} 是 m 对地的速度在 x 轴方向的分量。又由相对速度公式，有

$\vec{v}_1 = \vec{u} + \vec{v}_2$

式中，$\vec{u}$ 是 m 相对于 M 的速度，则

$$v_{1x}=v_2-u\cos\theta$$

$$v_{1y}=-u\sin\theta$$

再考虑到，如果将 m 和 M 及地球作为一个系统考虑，则 m 和 M 之间的一对作用力做功之和等于零。这样，就只有 m *的*重力这个保守内力做功，所以系统的机械能守恒。由机械能守恒定律得

$$\frac{1}{2}Mv_2^2+\frac{1}{2}mv_1^2=mgh$$

又　$v_1^2=v_{1x}^2+v_{1y}^2$

将(2)代入得　$v_1^2=\left(v_2-u\cos\theta\right)^2+\left(-u\sin\theta\right)^2$

将(4)代入(3)，并与(1)联立得

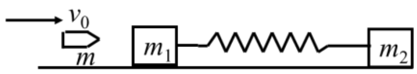
$$\begin{cases}\frac{1}{2}Mv_2^2+\frac{1}{2}m\left[\left(v_2-u\cos\theta\right)^2+\left(-u\sin\theta\right)^2\right]=mgh\\ Mv_2+mv_{1x}=0\end{cases}$$

以上两式子联立解得楔块的运动速率为

$$v_2=\sqrt{\frac{2m^2gh\cos^2\theta}{\left(m+M\right)\left(M+m\sin^2\theta\right)}}$$

17. (教材 2-30 题) 质量分别为 m_1、m_2 的两木块 A 和 B 用劲度系数为 k 的轻弹簧相连，静止放在光滑水平面上。今有质量为 m 的子弹以水平初速度 v_0 入射木块 A 并嵌入其中。设子弹射入过程时间极短，求弹簧的最大压缩长度。

解：子弹与木块在入射前后系统水平方向上动量守恒，即



$$mv_0=(m+m_1)v_{10}$$

故　$_{10}=\frac{mv_0}{m+m_1}$

式子中，v_{10} 是子弹射入后 m 与 m_1 的共同速度。

碰撞后，$(m+m_1)$、m_2、弹簧构成的系统机械能守恒、动量守恒、弹簧到达最大压缩时，$(m+m_1)$与 m_2 的速度相同，由系统动量守恒得

$$mv_0=\left(m+m_1+m_2\right)v$$

由机械能守恒得

$$\frac{1}{2}\left(m+m_1\right)v_{10}^2=\frac{1}{2}\left(m+m_1+m_2\right)v^2+\frac{1}{2}kx^2$$

整理以上三式子得 $x=mv_0\sqrt{\frac{m_2}{\left(m+m_1\right)\left(m+m_1+m_2\right)k}}$