第九章 电磁感应与电磁场

英国物理学家和化学家。

他创造性地提出场的思想，磁场这一名称是法拉第最早引入的。

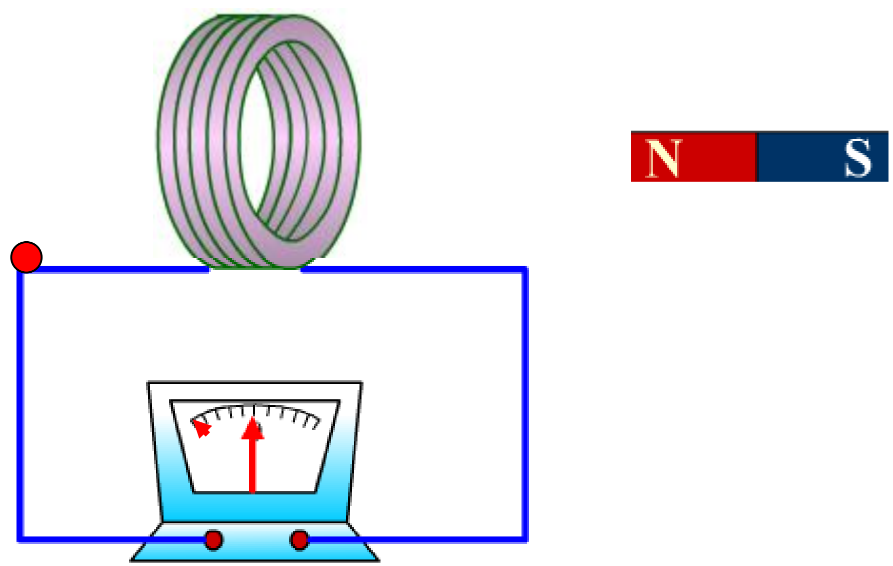
他是电磁理论的创始人之一，于1831年发现电磁感应现象，后又相继发现电解定律，物质的抗磁性和顺磁性，以及光的偏振面在磁场中的旋转。

法拉第
Michael Faraday
1791-1867

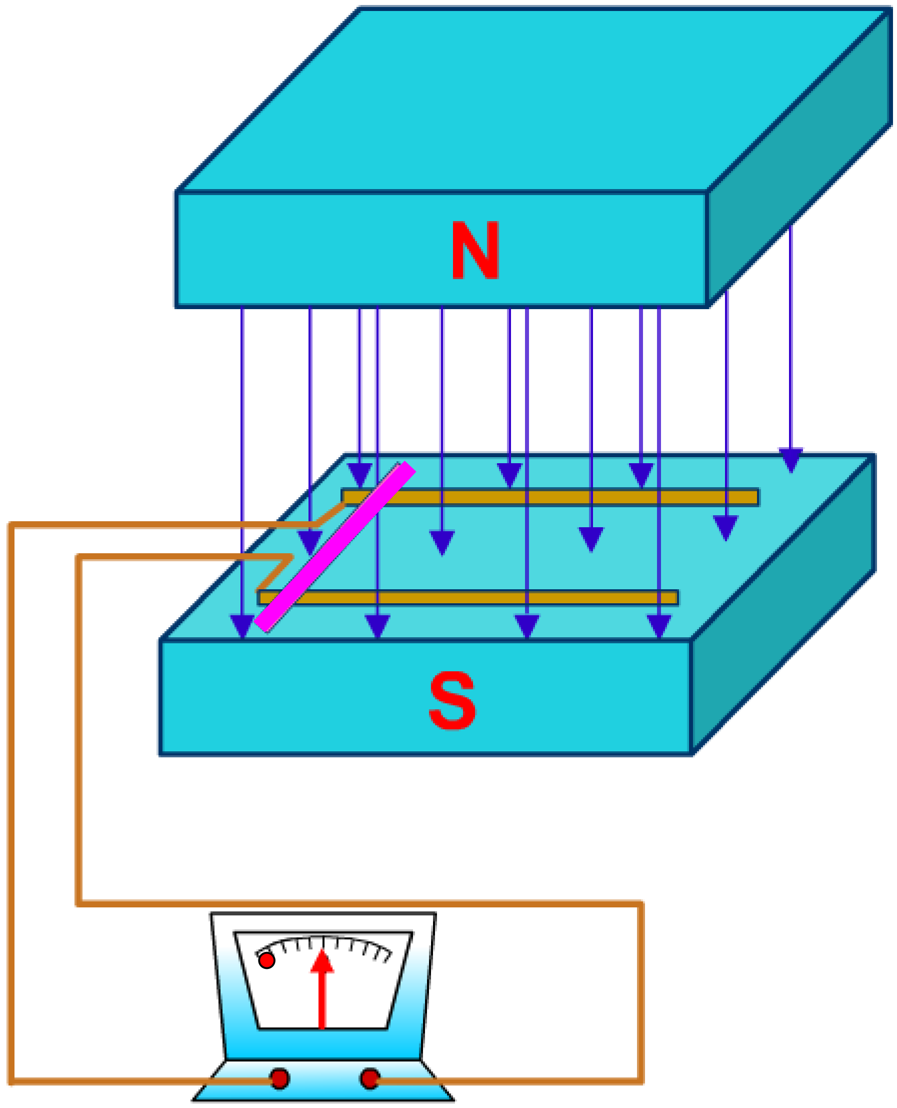
§1 法拉第电磁感应定律

一、电磁感应现象

电磁感应：闭合回路的磁通量发生变化时，在该回路中产生感应电流(电动势)的现象。



电流强度的方向和大小与磁铁和线圈的相对运动方向以及相对运动速度大小有关。

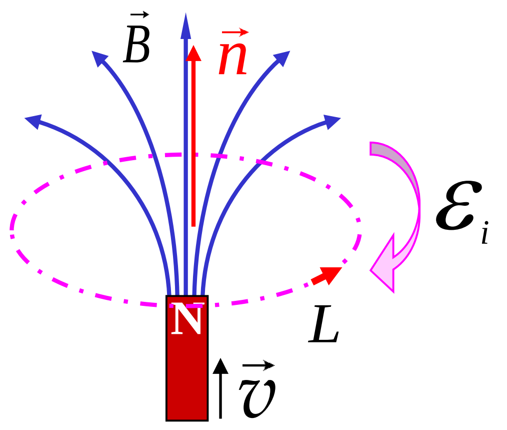


感应电流强度的大小和方向与载流导线的相对运动方向以及相对运动速度大小有关。

二、电磁感应定律

当穿过闭合回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，且感应电动势正比于磁通量对时间变化率的负值。

法拉第电磁感应定律 $\boxed{\mathcal{E}_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}$



说明：（1）“—”号的物理意义

$$\Phi > 0 \qquad \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} > 0 \qquad \mathcal{E}_i < 0$$

（2）闭合回路由 N 匝密绕线圈组成

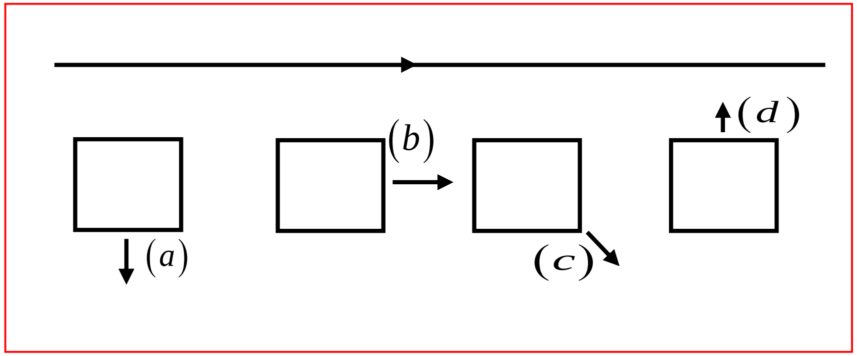
磁通匝数（磁链）$\psi = N\Phi$ $\quad \mathcal{E}_i = -\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

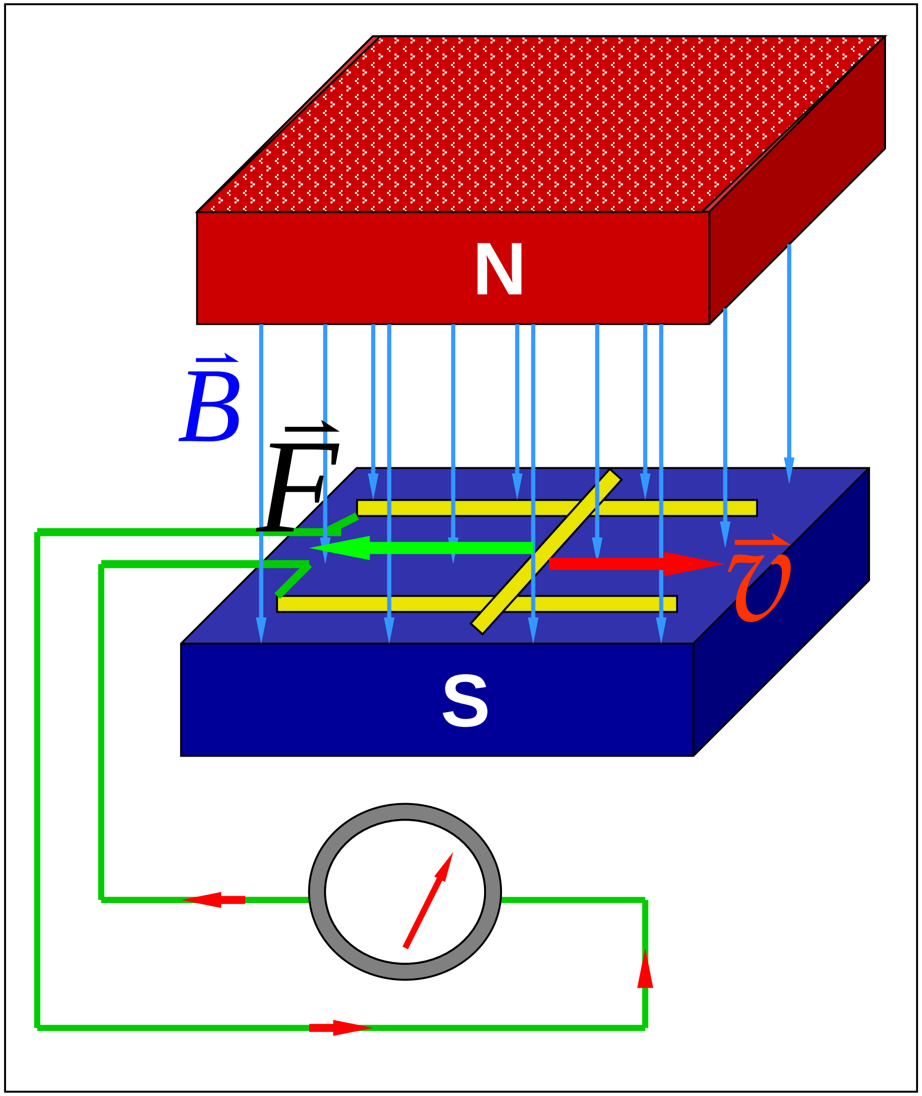
（3）若闭合回路的电阻为 R，感应电流为

$$I_\mathrm{i} = -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

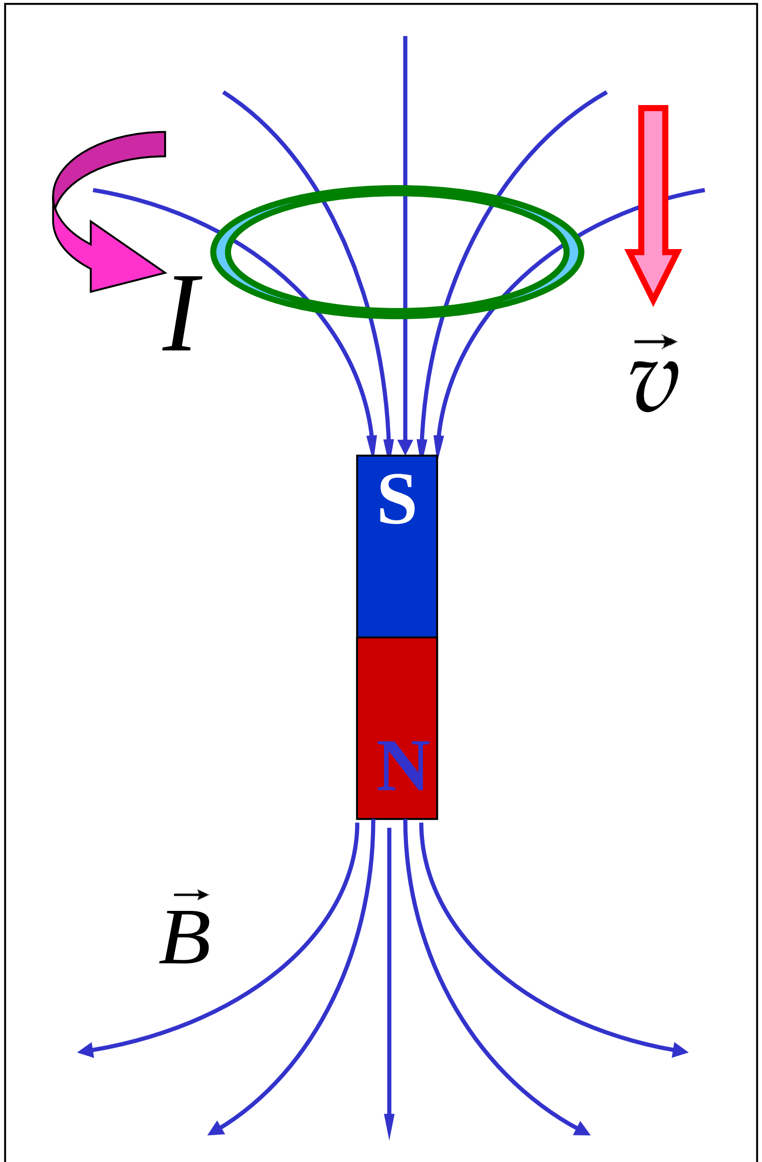
三、楞次定律

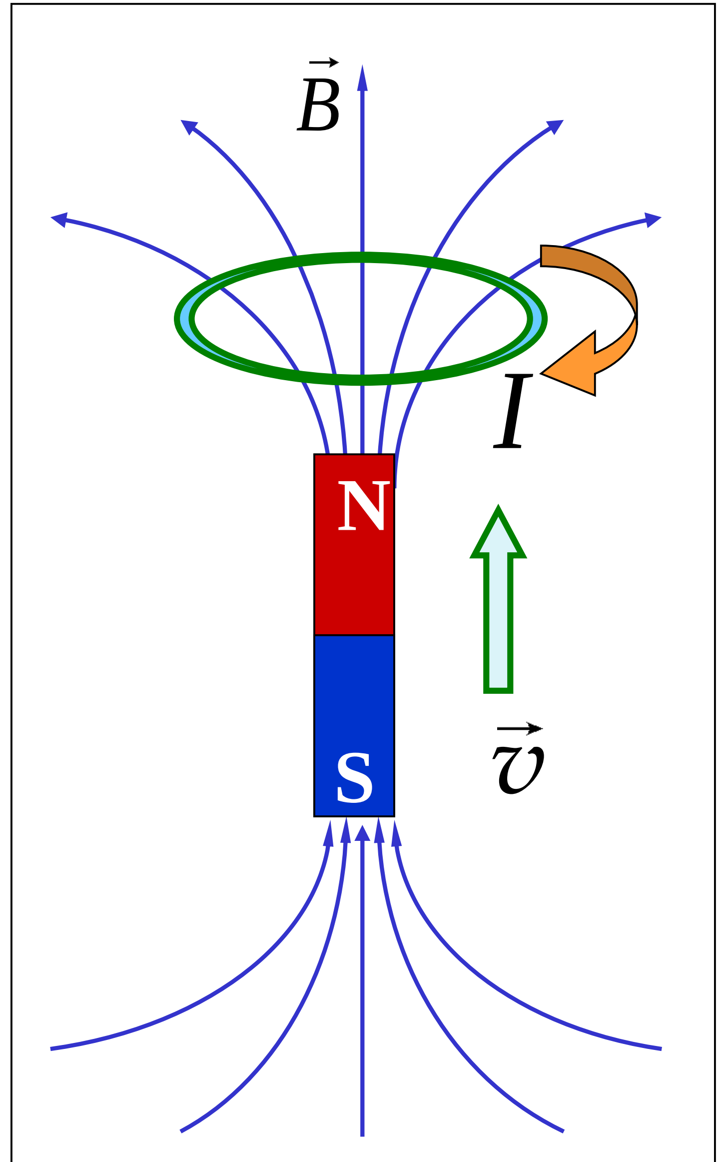
闭合的导线回路中所出现的感应电流方向，总是使它自己所激发的磁场阻止引发感应电流的磁通量的变化。





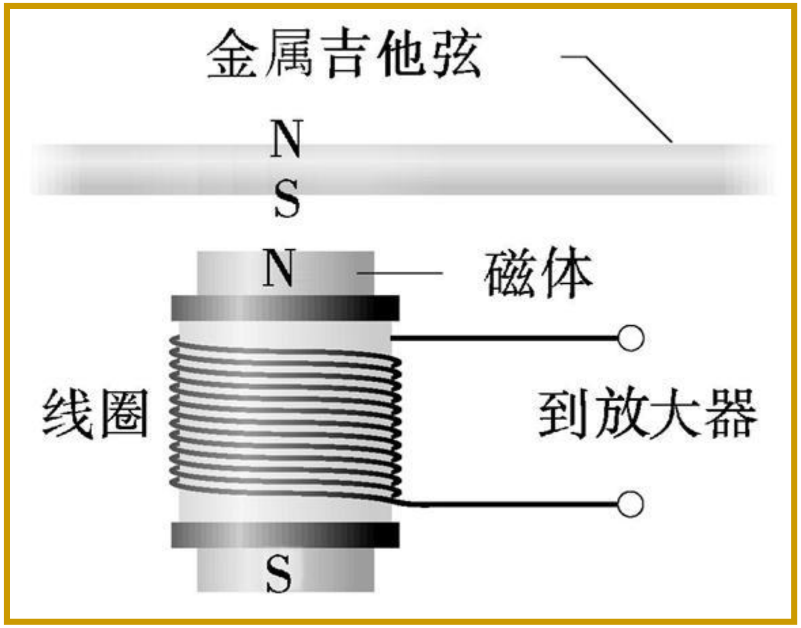
用楞次定律判断感应电流方向举例





讨论

一只FenderStratocaster型电吉他，具有三组（每组6个）电拾音器(在其宽体内)。通过拨动开关，演奏者就能挑选哪一组拾音器向放大器和接着的扬声系统发送信号。



当使金属弦(它像一个磁体)振动时，它在线圈中引起磁通量的变化而感应出电流。

法拉第电磁感应定律内容:

闭合回路中感应电动势的大小与通过回路的磁通量的变化率成正比:

楞次定律

$$\varepsilon = -N\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}(N\Phi_B)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\psi_B}{\mathrm{d}t}$$

使通过回路的磁通量变化的一般方法:

(1) 使线圈中磁感应强度的大小B变化; 感生电动势

(2) 使线圈的面积或位于磁场内的那部分面积变化;

(3) 使磁感应强度B的方向与线圈面积之间的夹角变化。

动生电动势

§2 动生电动势 感生电动势

引起磁通量变化的原因——

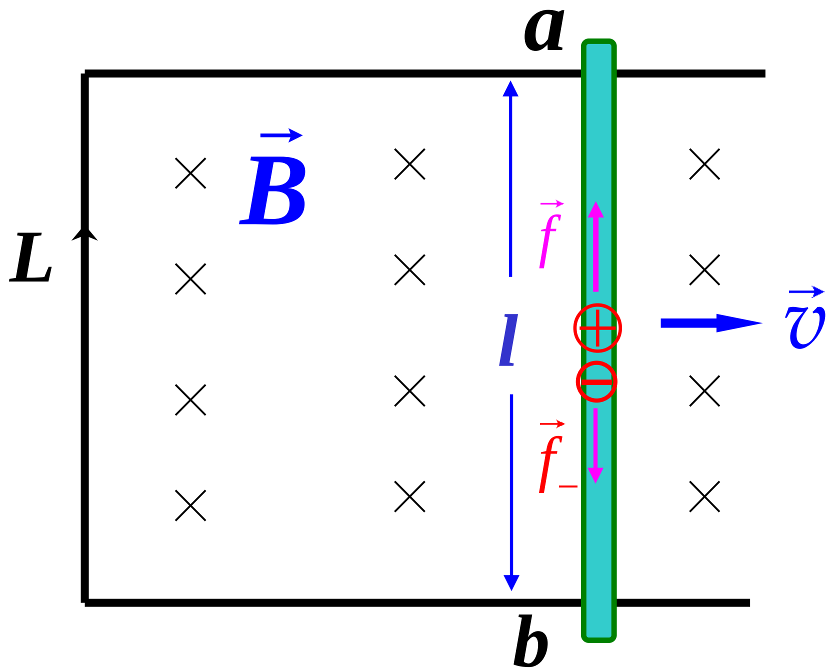
（1）磁场和导体之间存在相对运动 ⟹ 动生电动势

（2）磁场中导体不动，磁场随时间变化 ⟹ 感生电动势

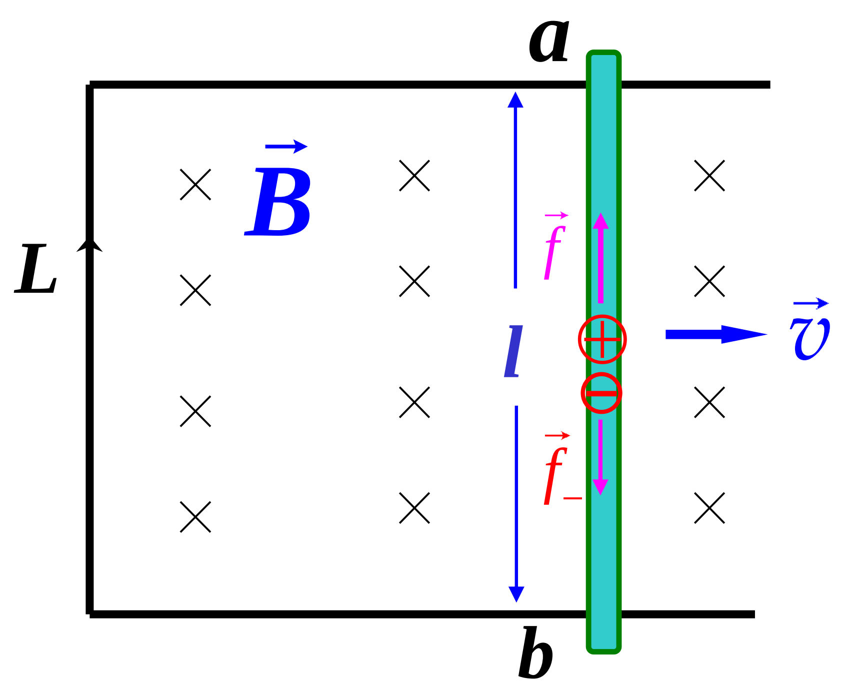
一、动生电动势

➢ 动生电动势的非静电力来源于洛仑兹力

$$\vec{f} = e\vec{v} \times \vec{B}$$



$$\vec{E}_{\mathrm{k}} = \frac{\vec{f}}{e} = \vec{v} \times \vec{B}$$



$$\mathcal{E}_i = \int_b^a \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\boxed{\mathcal{E}_i = \int_b^a (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

$$\mathcal{E}_i = \int_b^a \mathrm{d}\mathcal{E}_i \qquad \boxed{\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

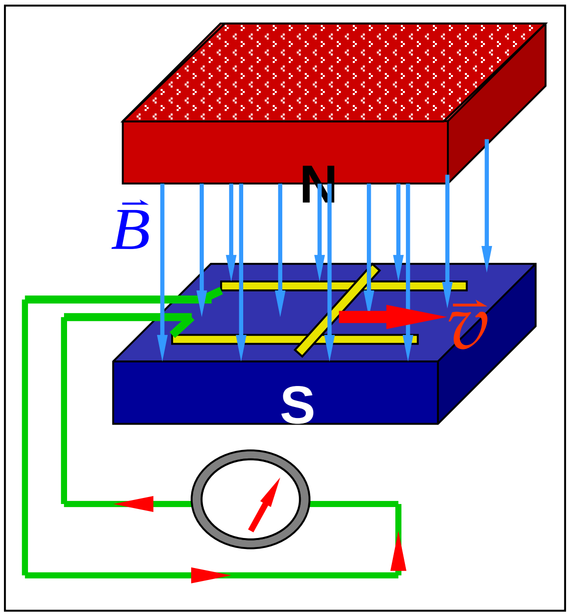
对于闭合导体回路——

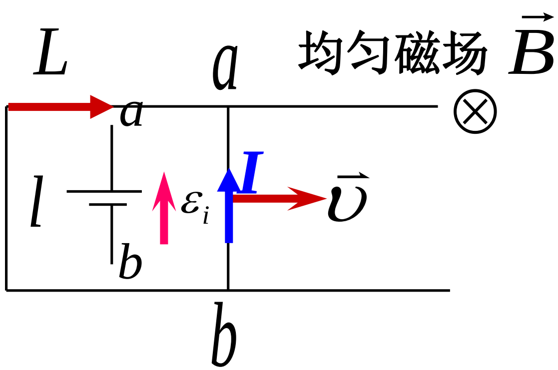
$$\boxed{\mathcal{E}_i = \oint_L (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

§2 动生电动势 感生电动势

一. 动生电动势

典型装置如图





导线*ab*在磁场中运动电动势怎么计算？

1. 中学知道的方法：

$$\boxed{\varepsilon_i = Bl\upsilon}$$

右手法则定方向　　*a*端电势高

2. 由法拉第电磁感应定律

任意时刻，回路中的磁通量是

$$\Phi = Blx(t)$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -Bl\upsilon$$

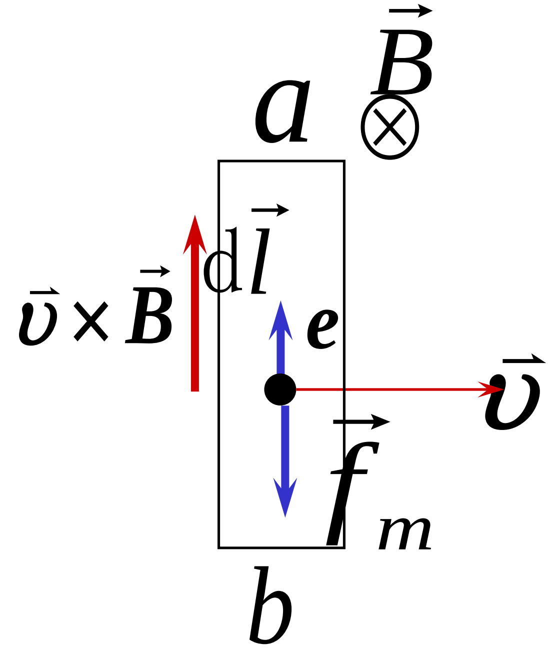
电动势的方向与选定的回路方向相反。

3. 产生动生电动势的非静电力

非静电力——洛仑兹力

$$\vec{f}_m = q\vec{\upsilon}\times\vec{B} \qquad \vec{E}_K = \frac{q\vec{\upsilon}\times\vec{B}}{q} = \vec{\upsilon}\times\vec{B}$$

$$\varepsilon_i = \int_{(b)}^{(a)} (\vec{\upsilon}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$



规定向上的方向为上式的积分方向

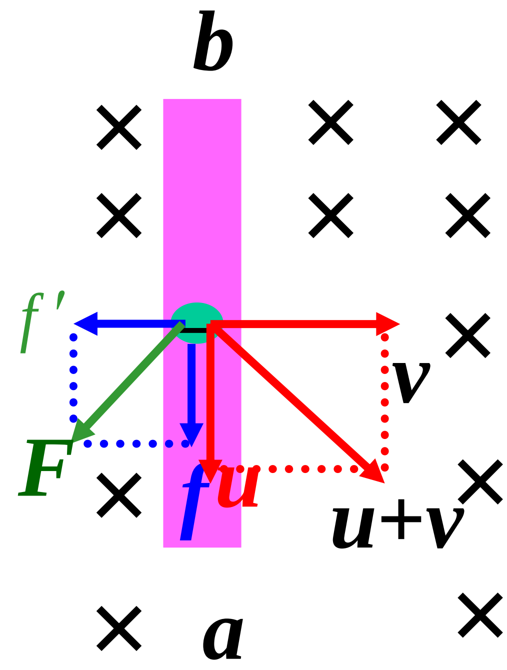
$$\varepsilon_i = \int_{(ba)} \upsilon B \mathrm{d}l = \upsilon B l \ > 0$$

正号说明：电动势方向是*a*—*b*, 与所选定的积分方向一致。

1) 式 $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t}$ 适用于一切回路中的电动势的计算（与材料无关）

2) 式 $\varepsilon_i = \int_{(ba)} \left(\vec{\upsilon}\times\vec{B}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 仅适用于切割磁力线的导体

4. 洛伦兹力不做功



如图所示 $\vec{V}=\vec{u}+\vec{v}$

自由电子受总洛伦兹力

$$\vec{F}=-e(\vec{u}+\vec{v})\times\vec{B}=\vec{f}+\vec{f}'$$

功率 $P=\vec{F}\cdot\vec{V}=(\vec{f}+\vec{f}')\cdot(\vec{u}+\vec{v})$

$$=fu+f'v=0$$

总的洛伦兹力不对自由电子做功，为使棒以 v 匀速运动．施加外力 $\vec{f}_0$ 克服洛伦兹力的一个分力 $\vec{f}'$

$$f'=-eu\times\vec{B} \qquad \vec{f}_0\cdot\vec{v}=-\vec{f}'\cdot\vec{v}=\vec{f}\cdot\vec{u}$$

传递能量 不提供能量

外力克服 $\vec{f}'$ 所做的功通过 $\vec{f}$ 做的功转化为感应电流的能量

例1　一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，求铜棒两端的感应电动势。

解：

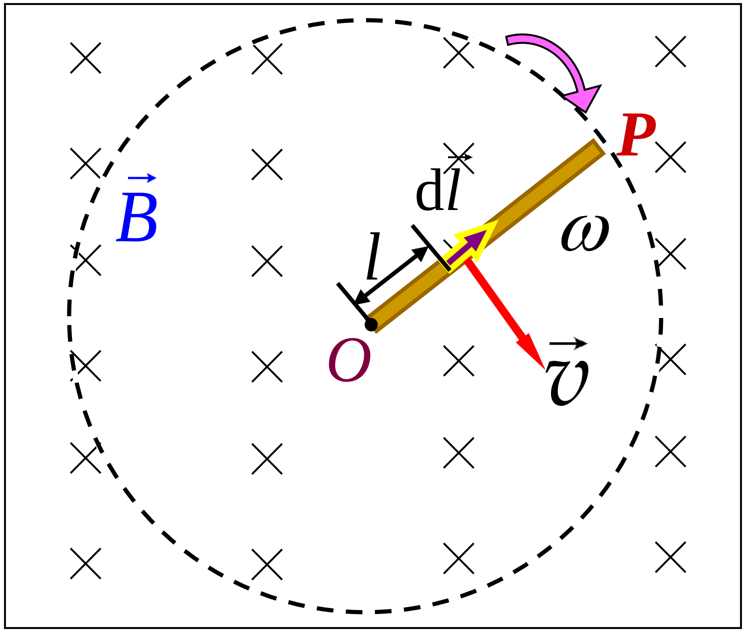
$$\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$= vB\mathrm{d}l = \omega Bl\mathrm{d}l$$

$$\mathcal{E}_i = \int_0^L \omega Bl\mathrm{d}l$$

$$= B\omega\int_0^L l\mathrm{d}l$$

$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{2}B\omega L^2$$



$\mathcal{E}_i$ 方向 $O \longrightarrow P$

（点 P 的电势高于点 O 的电势）

例2 一导线矩形框的平面与磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场相垂直。在此框上，有一质量为 m 长为 l 的可移动的细导体棒 MN；矩形框还接有一个电阻 R，其值较之导线的电阻值要大得很多。若开始时，细导体棒以速度 $\vec{v}_0$ 沿如图所示的矩形框运动，试求棒的速率随时间变化的函数关系。

解： 如图建立坐标，棒中

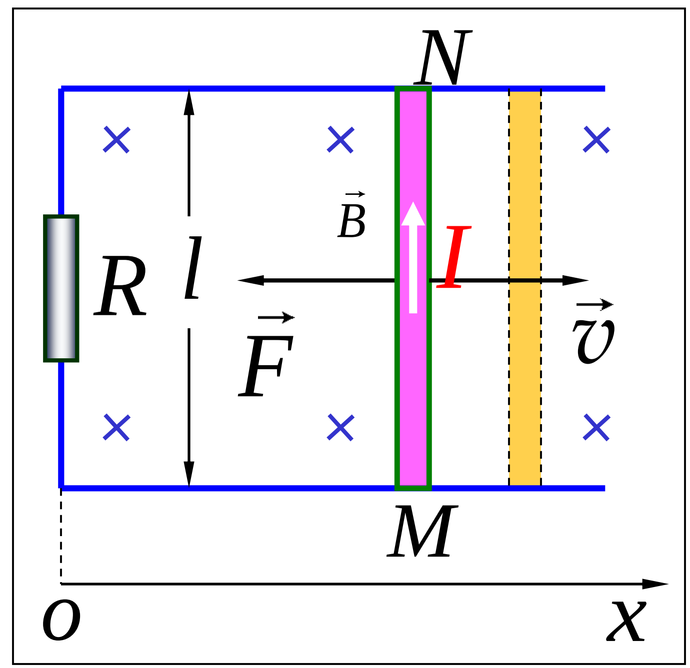
$$\boxed{\mathcal{E}_i = \int_M^N (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}}$$

$$\mathcal{E}_i = Blv \quad \text{指向：} M \longrightarrow N$$

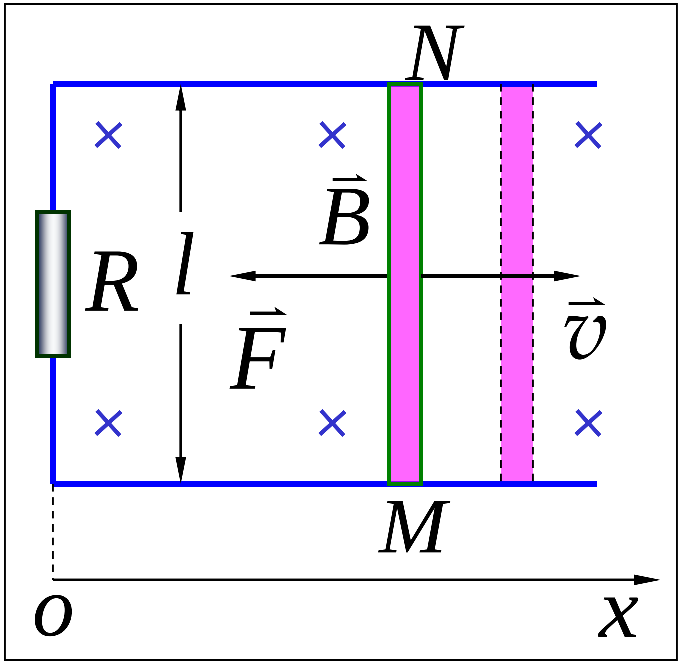
棒所受安培力

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿 ox 轴反向。



$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$ 方向沿 ox 轴反向



棒的运动方程为

$$F = ma \qquad -\frac{B^2 l^2 v}{R} = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

则 $$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

计算得棒的速率随时间变化的函数关系为

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

二、感生电动势和感生电场

由于磁场随时间变化而产生的电动势称感生电动势.

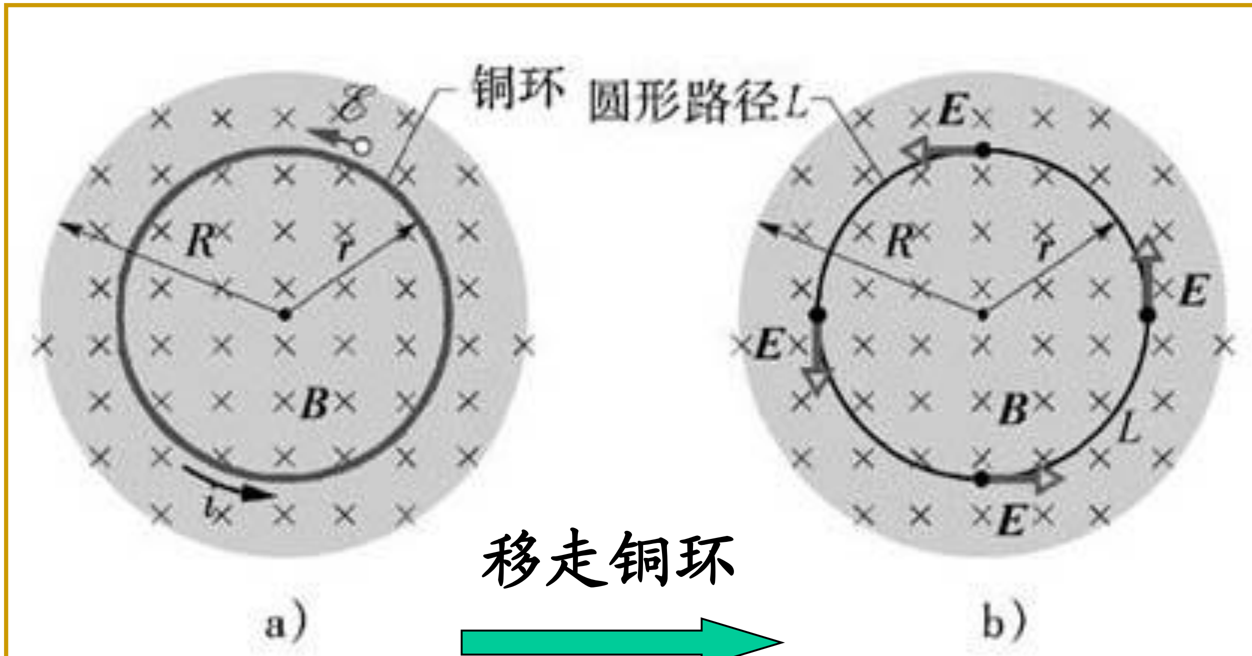
由法拉第电磁感应定律： $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$

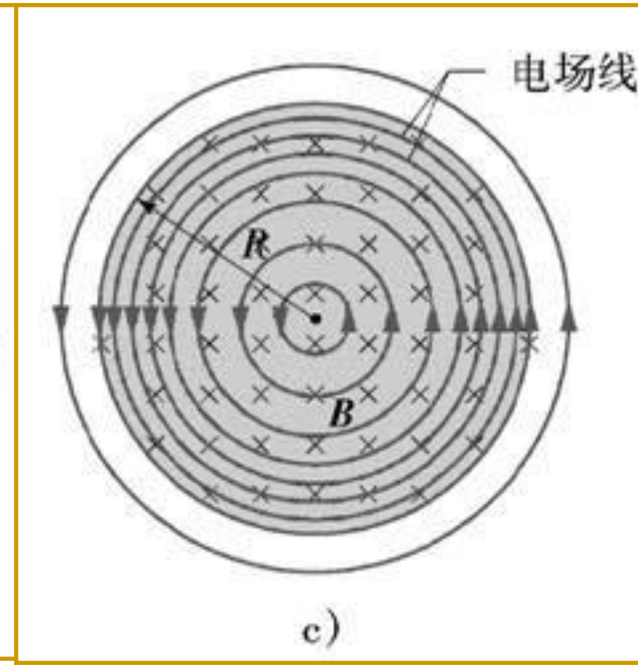
产生感生电动势的非静电场 $\Longrightarrow$ 感生电场

麦克斯韦假设：即使空间不存在导体回路，变化的磁场也能在其周围空间激发一种电场，这个电场叫感生电场，又称涡旋电场，用 $\vec{E}_{\mathrm{R}}$ 表示。

由电动势的定义式，有闭合回路中的感生电动势为：

$$\varepsilon_i = \oint_L \underline{E_K} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$





$\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}>0\rightarrow\varepsilon,i$ →感生电场 $\vec{E}$

感生电场线闭合成环

麦克斯韦假设感生电场的性质方程为：

$$\oint_L \vec{E}_{感生}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\iint_S -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

说明感生电场是非保守场

$$\oiint_S \vec{E}_{感生}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$$

说明感生电场是无源场

□ 感生电场与静电场

- $\vec{E}_{\mathrm{S}}$ 和 $\vec{E}_{\mathrm{R}}$ 均对电荷有力的作用。
- 静电场由电荷产生；感生电场是由变化的磁场产生。
- 静电场电力线不可构成闭合回路；感生电场电力线为闭合回路。
- 静电场是保守场 $\oint_L \vec{E}_{\mathrm{S}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = 0$
- 感生电场是非保守场 $\oint_L \vec{E}_{\mathrm{R}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \neq 0$

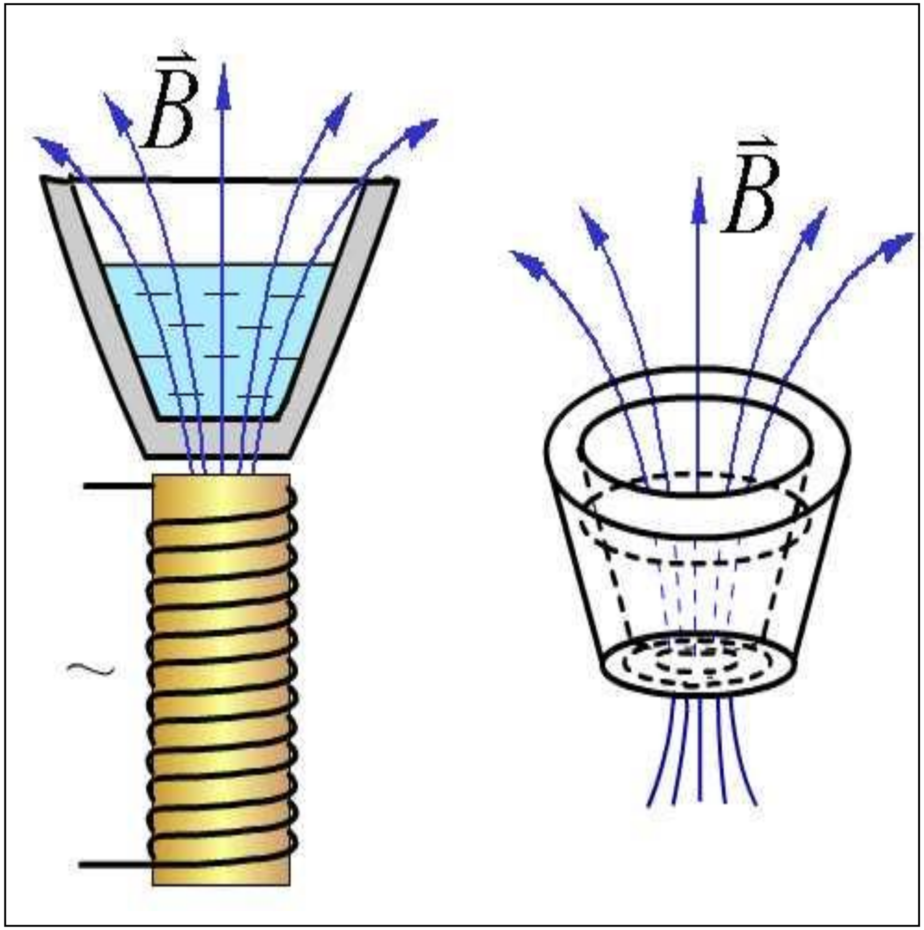
空间总的电场：$\vec{E}_{\mathrm{T}} = \vec{E}_{\mathrm{S}} + \vec{E}_{\mathrm{R}}$

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$ ——电磁学基本方程式

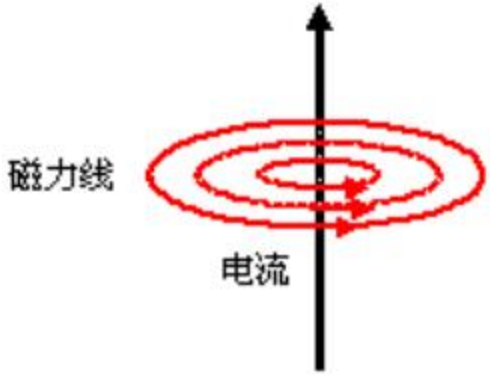
选讲

四、涡电流

感应电流不仅能在导电回路内出现， 而且当大块导体与磁场有相对运动或处在变化的磁场中时，在这块导体中也会激起感应电流。这种在大块导体内流动的感应电流，叫做涡电流，简称涡流。



- 应用　热效应、电磁阻尼效应。

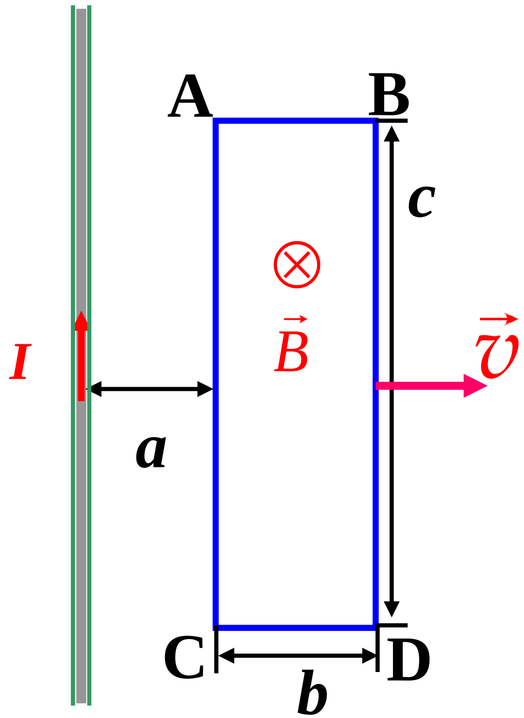


磁力线
电流

例3 如图，已知无限长载流直导线中通有电流$I=I(t)$，与其共面的矩形导体线框以速度 $\vec{v}$ 垂直于载流直导线向右运动，求矩形导体线框中的感应电动势 $\mathcal{E}_i = ?$

解法一:分别考虑动生电动势和感生电动势

$$\mathcal{E}_i = \int_l (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} \qquad \mathcal{E}_i = Blv$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \qquad B_{\mathrm{AC}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \qquad B_{\mathrm{BD}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$$

AC: $\mathcal{E}_{i1} = vc\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}$ **C→A**

BD: $\mathcal{E}_{i2} = vc\dfrac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)}$ **D→B**

$$\mathcal{E}_{i动生} = \mathcal{E}_{i1} - \mathcal{E}_{i2} = vc\frac{\mu_0 I}{2\pi a} - vc\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+b)} = vc\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{b}{a(a+b)}$$

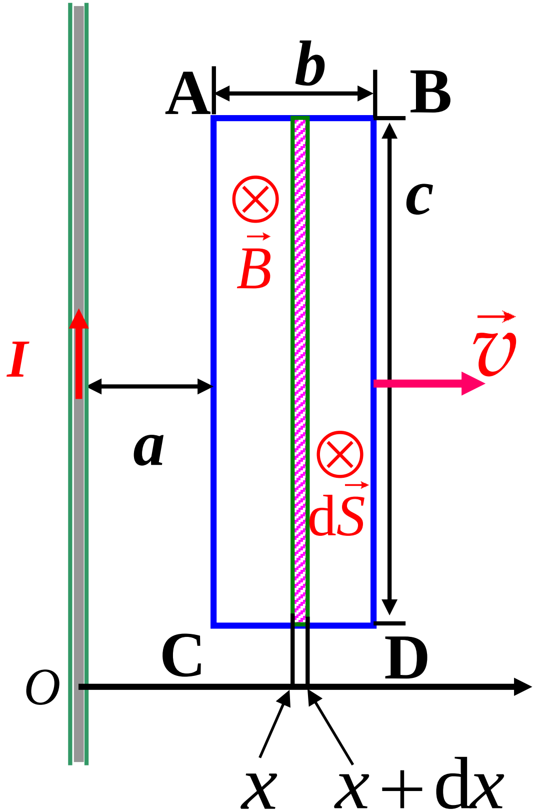
方向:C→A →B →D

矩形框的法线方向为垂直向内（ C→A →B →D ）

$$\mathcal{E}_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\int_S\frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$=-\int_a^{a+b}\frac{\mu_0}{2\pi x}\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\cdot c\mathrm{d}x$$

$$=-\left(\frac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\right)\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$



$$\mathcal{E}_{i\text{感生}}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\left(\frac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\right)\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\mathcal{E}_i=vc\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi}\frac{b}{a(a+b)}-\left(\frac{\mu_0 c}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\right)\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$

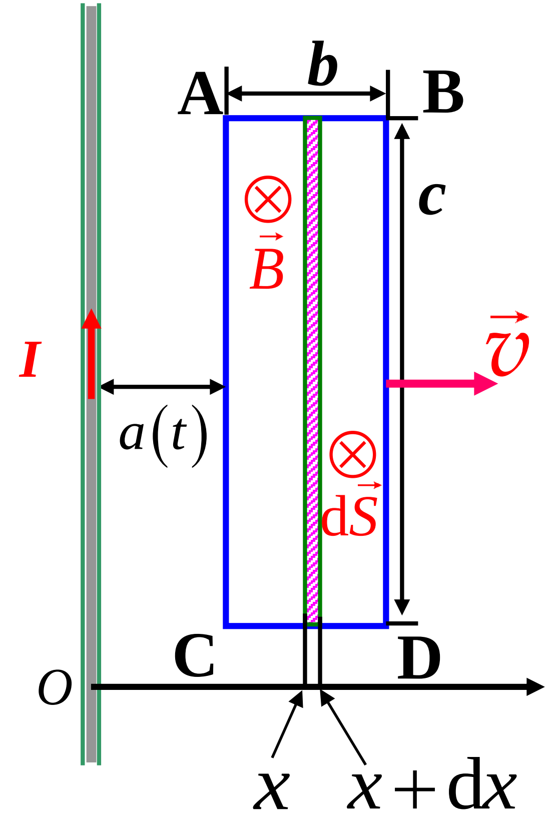
解法二：直接利用法拉第电磁感应定律

$$\Phi = \frac{\mu_0 I(t) c}{2\pi} \ln \frac{a(t)+b}{a(t)}$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mu_0 I c}{2\pi} \ln \frac{a+b}{a}\right)$$

$$= -\left[\frac{\mu_0 c}{2\pi} \frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} \ln \frac{a+b}{a} + \frac{\mu_0 c I(t)}{2\pi} \frac{a}{a+b}\left(-\frac{b}{a^2}\right)\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}t}\right]$$

$$= -\frac{\mu_0 c}{2\pi} \frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} \ln \frac{a+b}{a} + \frac{\mu_0 c I(t)}{2\pi} \frac{b v}{a(a+b)}$$



电磁场的基本性质——麦克斯韦方程组

- 静电场高斯定理 $\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_{0i}$
- 电场环流定理 $\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$
- 磁场高斯定理 $\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$
- 安培环路定理 $\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_0 + I_d$

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$$I_{\mathrm{d}} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \qquad I_0 = \frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}t}$$