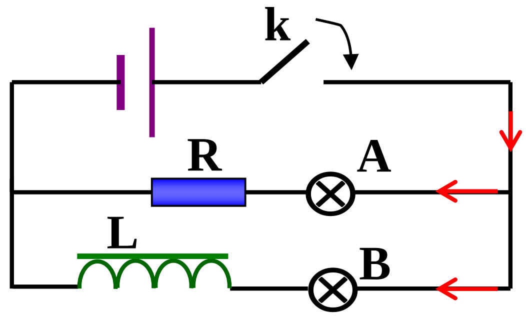
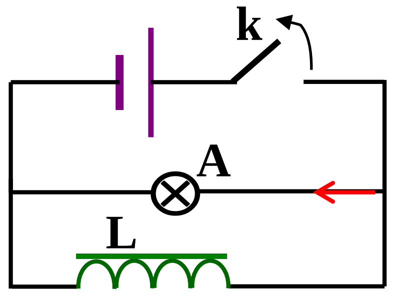
§3 自感与互感

一、自感　自感电动势

1. 自感现象和自感



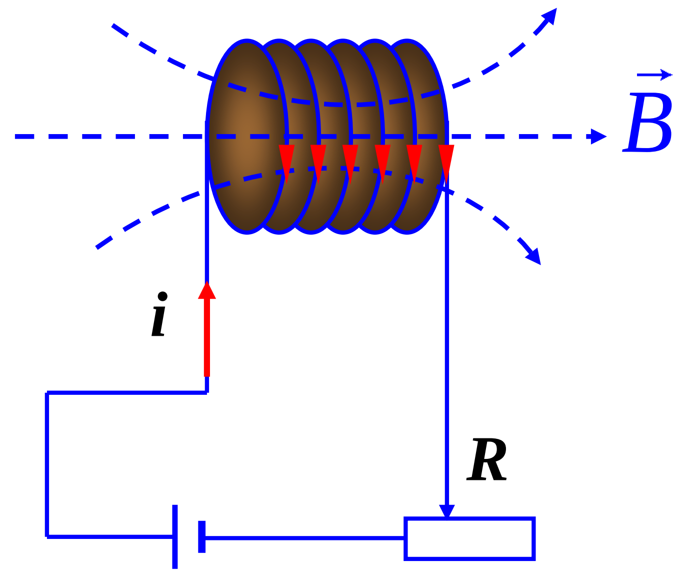


当一个线圈中电流发生变化时，它所激发的磁场穿过该线圈自身的磁通量也随之发生变化，在线圈自身激发感应电动势的现象称为自感现象，此感应电动势称为自感电动势。

穿过闭合电流回路的磁通量：

$$\Phi_L = Li$$

比例系数 L 又称为**自感系数**



$$\boxed{L = \Phi / i}$$

自感系数简称**自感**——与线圈形状、大小、匝数及内部的磁介质有关。

2. 自感电动势

$$\mathcal{E}_L = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \qquad \text{自感} \qquad L = -\mathcal{E}_L \Big/ \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

单位：**亨利（H）** $1\mathrm{mH} = 10^{-3}\,\mathrm{H}$，$1\mu\mathrm{H} = 10^{-6}\,\mathrm{H}$

1 H = 1V∢A^{-1}∢s = 1Ω∢s = 1 Wb / A

➢自感的应用：稳流，LC 谐振电路，滤波电路，感应圈等。

选讲:

例 如图的长直密绕螺线管，已知 l, S, N, μ_r 。忽略边缘效应。求其自感 L 。

解: 先设电流 i，根据安培环路定理求得 $B \rightarrow \Phi \rightarrow L$

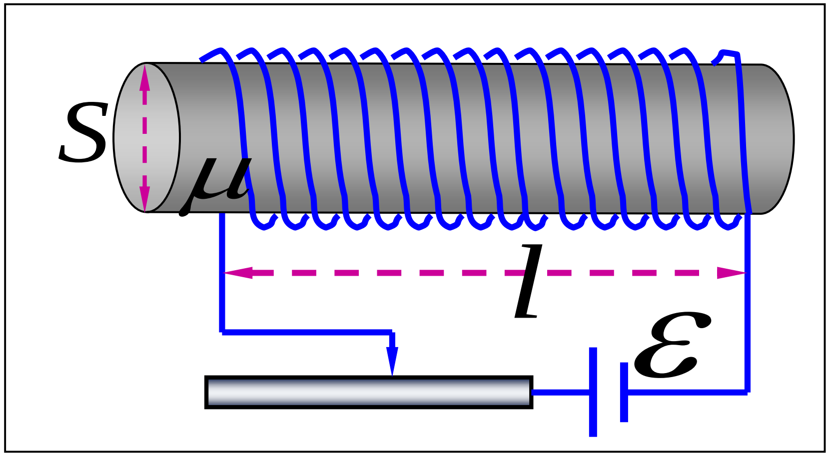
$$n = N/l$$

$$B = \mu_r B_0 = \mu_r \mu_0 ni = \mu ni$$

$$\psi = N\Phi = NBS$$

$$= N\mu \frac{N}{l} iS$$

$$L = \frac{\psi}{i} = \mu \frac{N^2}{l} S$$



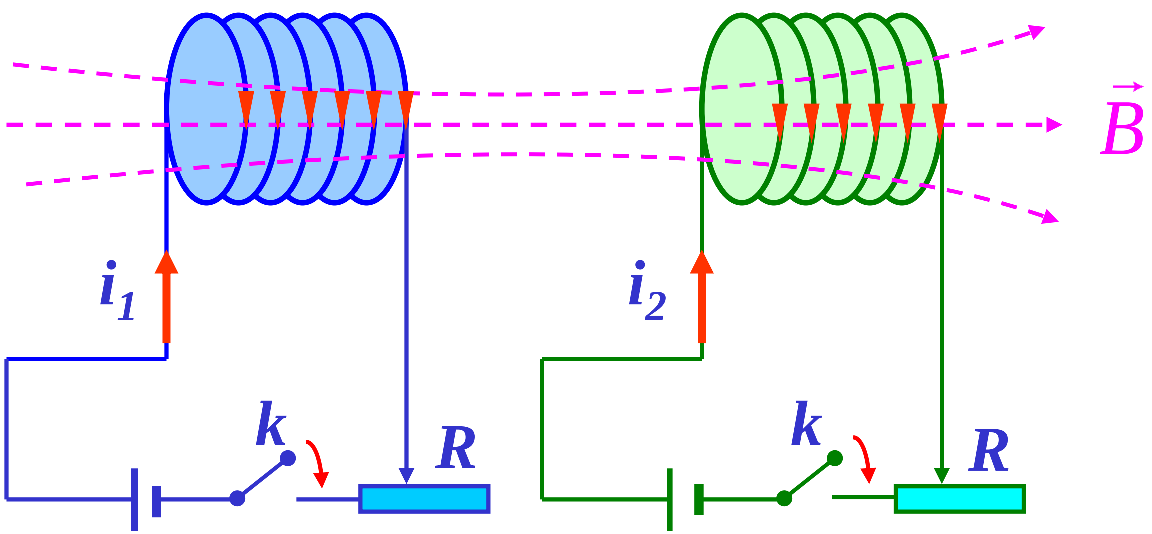
$$n = N/l \quad V = lS$$

$$\therefore L = \mu n^2 V = \mu_r \mu_0 n^2 V$$

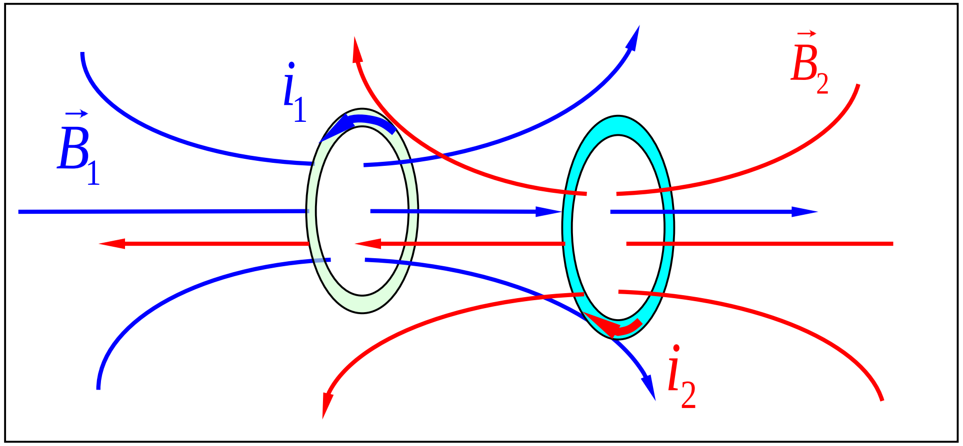
二、互感与互感电动势

1. 互感现象

一通电线圈在它周围产生磁场，当线圈中的电流发生变化时，磁场也发生变化，从而使附近的另一个线圈中产生感应电动势，这种现象称为互感现象，该电动势称为互感电动势。



2. 互感 互感电动势



I_1 在 I_2 电流回路中所产生的磁通量： $\Phi_{21} = M_{21}\, i_1$

I_2 在 I_1 电流回路 中所产生的磁通量：$\Phi_{12} = M_{12}\, i_2$

- 比例系数M_{12}和 M_{21}称为互感系数，简称互感。

理论上可证明：

$$M_{12} = M_{21} = M = \frac{\Phi_{21}}{i_1} = \frac{\Phi_{12}}{i_2}$$

单位：亨利 （H） 1 H = 1 Wb / A

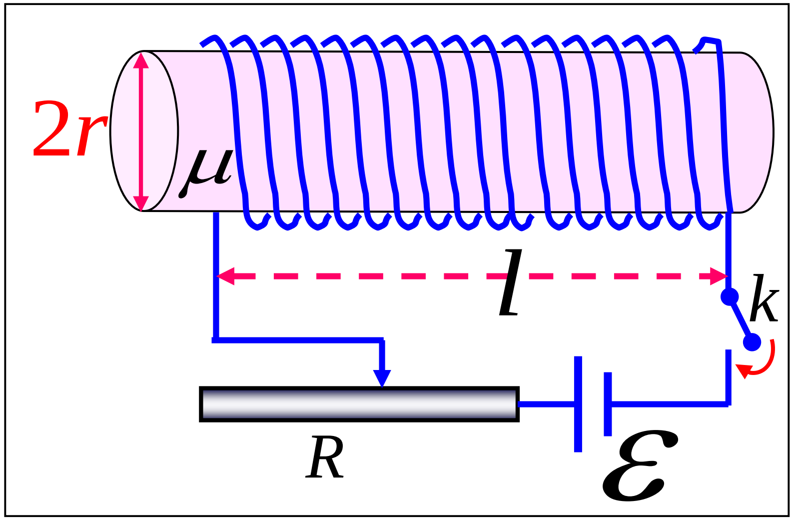
- 互感仅与两个线圈形状、大小、匝数、相对位置以及周围的磁介质有关。

- 互感电动势

$$\mathcal{E}_{12} = -M\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t} \qquad \mathcal{E}_{21} = -M\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

- 互感系数 $M = -\dfrac{\mathcal{E}_{21}}{\mathrm{d}i_1/\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathcal{E}_{12}}{\mathrm{d}i_2/\mathrm{d}t}$

§4 磁场的能量



一、暂态电路与稳态电路

$i: 0 \rightarrow I$

稳态→暂态→稳态

暂态电路欧姆定律：$\mathcal{E} - |\mathcal{E}_L| = Ri$ 即：$\mathcal{E} - L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = Ri$

$$\mathcal{E} i\mathrm{d}t - Li\mathrm{d}i = Ri^2\mathrm{d}t$$

电源做功

自感电动势做功

电阻放出的焦耳热

二、自感磁能 $\mathrm{d}W_m = Li\mathrm{d}i$

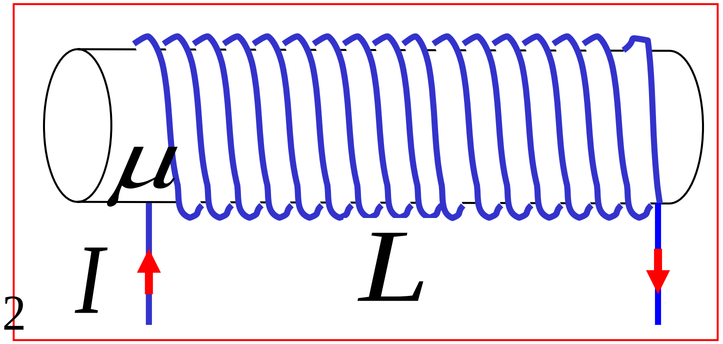
——自感电动势做功转换为储存在自感线圈中的磁场能

达到稳态时自感线圈的磁场能：

$$W_{\mathrm{m}}=\int \mathrm{d}W_{m}=L\int_{0}^{I} i\mathrm{d}i=\frac{1}{2}LI^{2}$$

$$\boxed{W_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}LI^{2}}$$

——以长直螺线管为例



$$B=\mu_0 nI \qquad L=\mu_0 n^2 V$$

$$W_{\mathrm{m}}=\frac{1}{2}LI^{2}=\frac{1}{2}\left(\mu_0 n^2 V\right)\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}V \qquad =w_{\mathrm{m}}V$$

$$\boxed{w_{\mathrm{m}}=\frac{B^2}{2\mu_0}}$$ 磁场能的能量密度

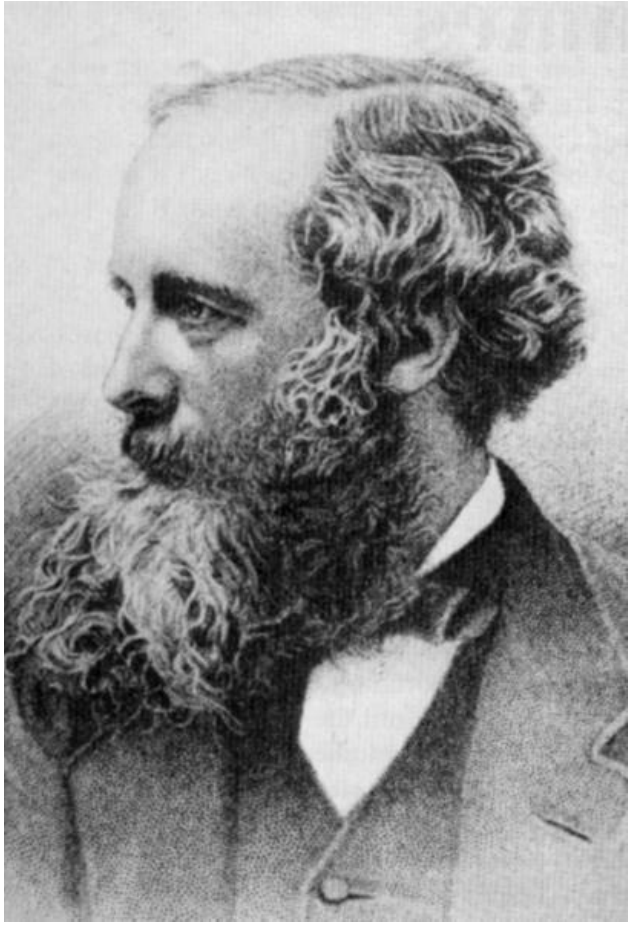
➢ 磁场总能量 $W_{\mathrm{m}}=\int_V w_{\mathrm{m}}\mathrm{d}V=\int_V \frac{B^2}{2\mu_0}\mathrm{d}V$

§5 麦克斯韦电磁场理论

英国物理学家，经典电磁理论的创始人，统计物理学的奠基人之一。

麦克斯韦集成并发展了法拉第关于电磁相互作用的思想，并于**1864**年发表了著名的《电磁场动力学理论》的论文，将所有电磁现象概括为一组方程组，提出了涡旋电场和位移电流假说，预言了电磁波的存在，并确认光也是一种电磁波，从而创立了经典电动力学。

麦克斯韦还在气体分子运动理论、热力学、光学、弹性理论等方面有重要贡献。



麦克斯韦
James Clerk Maxwell
（1831-1879）

1865年麦克斯韦在总结前人工作的基础上，提出完整的电磁场理论，同时提出了“涡旋电场”和“位移电流”两个假设，从而预言了电磁波的存在，并计算出真空中电磁波以光速传播。

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

（真空中）

$$v = \frac{c}{n} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}$$

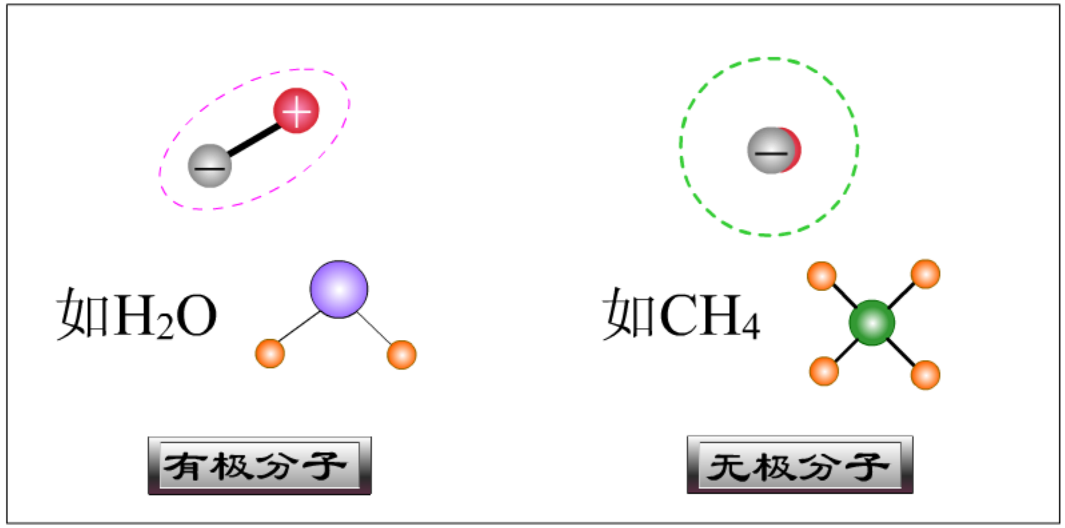
（介质中）

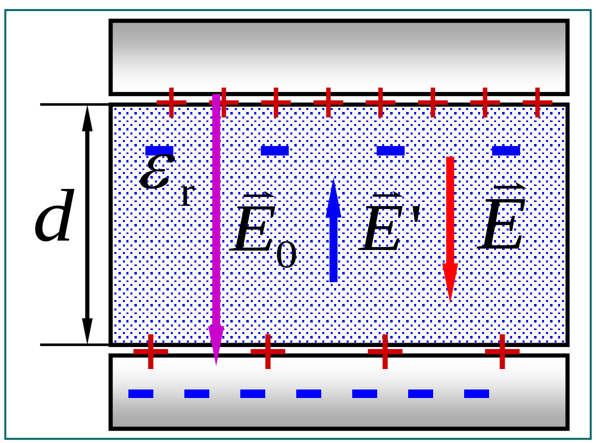
1887 年赫兹的实验证实了麦克斯的预言。麦克斯韦理论奠定了经典动力学的基础，为无线电技术和现代电子通讯技术发展开辟了广阔前景。

电场的性质： 真空中高斯定理：

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内} q_i$$

有电介质存在时，电介质被极化





$$Q' = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r} Q_0$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(Q_0 - Q')$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E}$$

有介质时的高斯定理

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{S内} q_{0i}$$

安培环路定理：

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{S}$$

磁场的性质

- 磁场高斯定理 $\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$

真空中稳恒磁场的环路定理：$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I_i$

有介质时，介质会被磁化 $\oint_{(L)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_r \mu_0 \sum_{L内} I_{0i}$

定义：磁场强度矢量 $\vec{H}=\dfrac{\vec{B}}{\mu_r\mu_0}=\dfrac{\vec{B}}{\mu}$

磁介质中的安培环路定理：$\oint_{(L)} \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_{L内} I_{0i} = I_0$

若空间存在变化的电场，可将其等效为位移电流I_d，则环路定理可写成

$$\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_0 + I_d = \iint_S (\vec{j}_0 + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

麦克斯韦方程组的积分形式

- 静电场高斯定理 $\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_{0i}$
- 电场环流定理 $\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$
- 磁场高斯定理 $\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$
- 安培环路定理 $\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_0 + I_d$

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$$I_\mathrm{d} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \qquad I_0 = \frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}t}$$

电磁学

内 容 总 结

第八章 稳恒磁场

1. 电流与电动势

- 电流 $I = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$
- 电流密度 $\mathrm{d}I = \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$ $I = \iint_S \vec{j}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$
- 电动势 $\mathcal{E} = \dfrac{A_{BA}}{q}$ $\varepsilon = \int_B^A \vec{E}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l}$ $\varepsilon = \oint \vec{E}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l}$

2. 磁感强度 $\vec{B}$

磁感强度大小 $\boxed{B = \dfrac{F_{\max}}{qv}}$ 方向：小磁针 **N** 极所指

洛仑兹力：$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B}$

3. 毕奥—萨伐尔定律

$$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{r}_0}{r^2}$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

- 载流长直导线 $B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$
  - 无限长载流长直导线的磁场 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$
- 载流圆线圈轴线上 $B_x=\dfrac{\mu_0 I}{2}\dfrac{R^2}{(x^2+R^2)^{3/2}}$
  - 圆心处 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

$$B_0=\frac{\mu_0 I}{2R}\frac{\alpha}{2\pi}$$

• 载流螺线管内 $B=\frac{\mu_0 nI}{2}\left(\cos\beta_2-\cos\beta_1\right)$

• 无限长的螺线管内 $B=\mu_0 nI$

4. 磁感强度通量

$$\mathrm{d}\Phi_m=\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \qquad \Phi_m=\iint_S \mathrm{d}\Phi_m=\iint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

磁场高斯定理：通过任意闭合曲面的磁通量必等于零。

$$\oiint_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=0$$

5. 安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum_{L内} I_i$$

真空中磁感应强度沿任一闭合回路的线积分，数值上等于该闭合回路所包围的所有电流的代数和乘以真空磁导率。与回路的形状和回路外的电流无关。

6. 磁场对载流导体的作用

- 磁场对载流导线的作用 $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

- 磁场对载流线圈的作用——磁力矩

$$\vec{M} = IS\vec{n} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B}$$

第九章 电磁感应

1. 电磁感应定律 $\mathcal{E}_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

楞次定律——

2. 动生电动势

$$\mathrm{d}\mathcal{E}_i = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$\mathcal{E}_i = \int_b^a (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

3. 感生电动势

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t} - \iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_k\cdot\mathrm{d}\vec{l} = \oint_L \vec{E}_R\cdot\mathrm{d}\vec{l}$$

$$\oint_L \vec{E}_R\cdot\mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

空间总的电场： $\vec{E}_{\mathrm{T}} = \vec{E}_{\mathrm{S}} + \vec{E}_{\mathrm{R}}$

$$\oint_L \vec{E}_{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_{\mathrm{S}} \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

4. 自感 $L = \Phi / i$ $\qquad \mathcal{E}_L = -L \dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$

5. 互感 $M_{12} = M_{21} = M = \dfrac{\Phi_{21}}{i_1} = \dfrac{\Phi_{12}}{i_2}$ $\qquad \mathcal{E}_{12} = -M \dfrac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$

6. 磁场能 $W_{\mathrm{m}} = \dfrac{1}{2} L I^2$

- 能量密度

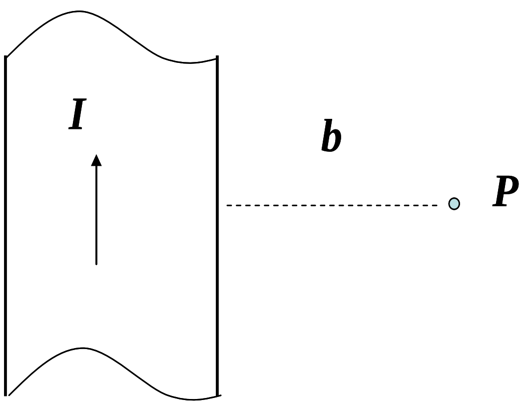
$$w_{\mathrm{m}} = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2} BH$$

- 磁场总能量 $W_{\mathrm{m}} = \int_V w_{\mathrm{m}} \mathrm{d}V = \int_V \dfrac{B^2}{2\mu} \mathrm{d}V$

例1：电流均匀地流过宽为b的无限长平面导体薄板，电流为*I*，沿板长方向流动，求：在薄板平面内，距板的一边为b的P点处的磁感应强度。

解：选*x*轴如图，在*x*处取d*x*小窄条电流，电流为 $dI=\frac{I}{b}dx$

dI在P点产生磁感应强度 $d\vec{B}$ **大小为：**



$$dB=\frac{\mu_0 dI}{2\pi x}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\frac{dx}{x}$$

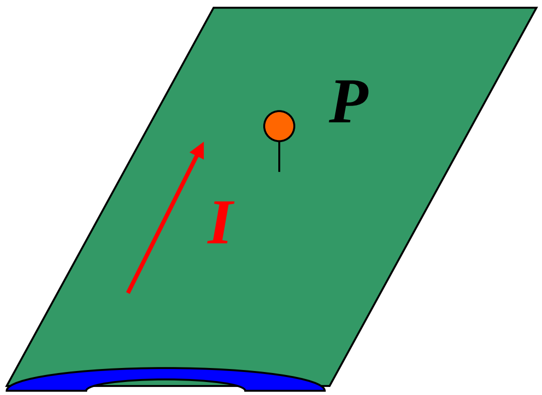
方向为垂直纸面向内

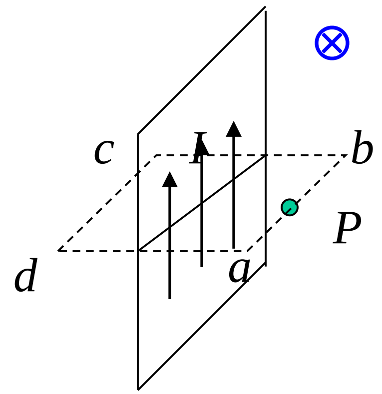
由于导体薄板上各处窄条电流产生的磁场方向相同。

$$B=\int dB=\frac{\mu_0 I}{2\pi b}\int_b^{2b}\frac{dx}{x}=\frac{\mu_0 I}{2\pi b}\ln 2$$

方向为垂直纸面向内.

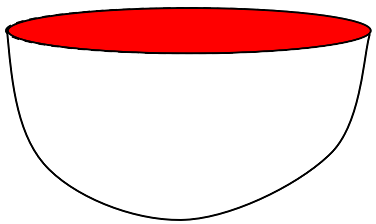
练习. 真空中在宽度为d的导体薄片上有电流I沿此导体长度方向流过，电流在导体宽度方向均匀分布。求导体外在导体片中线附近处某一点的磁感应强度的大小。





$$B=\frac{1}{2}\mu_0 i$$

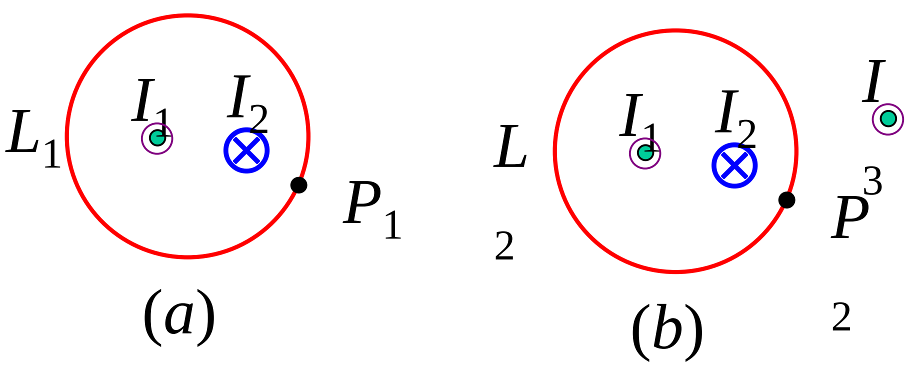
练习:一磁场的磁感应强度为 $\vec{B}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ (T)，则通过一半径为R, 开口向Z正方向的半球壳表面的磁通量的大小是多少？



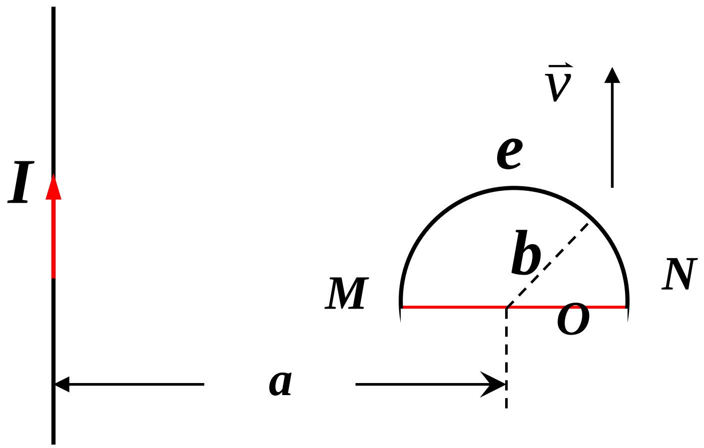
练习：在图*a*和*b*中各有一半径相同的圆形回路L_1和L_2，电流分布如图所示，设两回路均处在真空中， P_1、P_2为两回路上的对应点。则：

$$(A)\oint_{L_1}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l};\vec{B}_{P_1}\neq\vec{B}_{P_2}\quad(B)\oint_{L_1}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}\neq\oint_{L_2}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l};\vec{B}_{P_1}\neq\vec{B}_{P_2}$$

$$(C)\oint_{L_1}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l};\vec{B}_{P_1}=\vec{B}_{P_2}\quad(D)\oint_{L_1}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\oint_{L_2}\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{l};\vec{B}_{P_1}\neq\vec{B}_{P_2}$$



例2：真空中，载有电流I的无限长直导线附近放一导体半圆环MeN细线与长直导线共面且端点MN的连线与长直导线垂直，半圆环的半径为b，环心O与长直导线相距a，设半圆环以速度 $\vec{v}$ 平行长直导线平移。求半圆环内感应电动势的大小和方向。



解：连接MON直线，回路中电动势为0.

$$\varepsilon_{MON}=\int_M^N(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\int_{a-b}^{a+b}-v\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\mathrm{d}x=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}$$

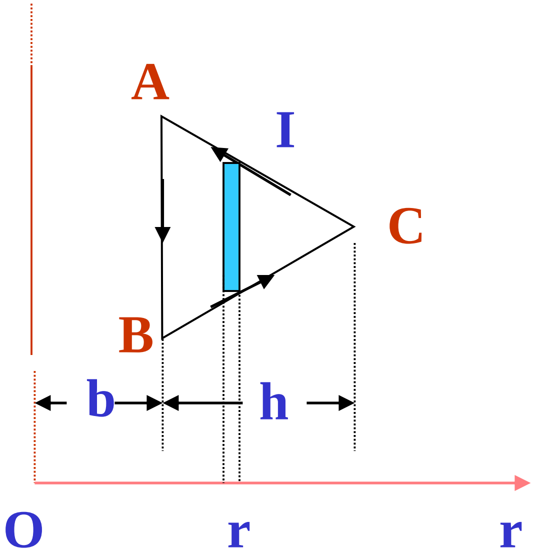
方向：N—M

$$\therefore\varepsilon_{MeN}=\left|\varepsilon_{MON}\right|$$

$$=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a-b}$$

方向：N—e—M

例3： 如图所示，一根长直导线与一等边三角形线圈 ABC 共面放置，三角形高为 h ，AB 边平行于直导线，且与直导线的距离为 b ，三角形线圈中通有电流 $I=I_0\sin\omega t$，电流 I 的方向如箭头所示，求直导线中的感生电动势。



解答提示

设长直导线为线圈 1，三角形回路为线圈 2，
并设长直导线通过电流为 I, 求三角形回路磁通量φ:

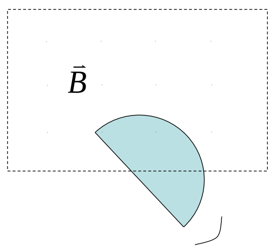
$$d\varphi = BdS = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{2}{\sqrt{3}}(b+h-r)dr$$

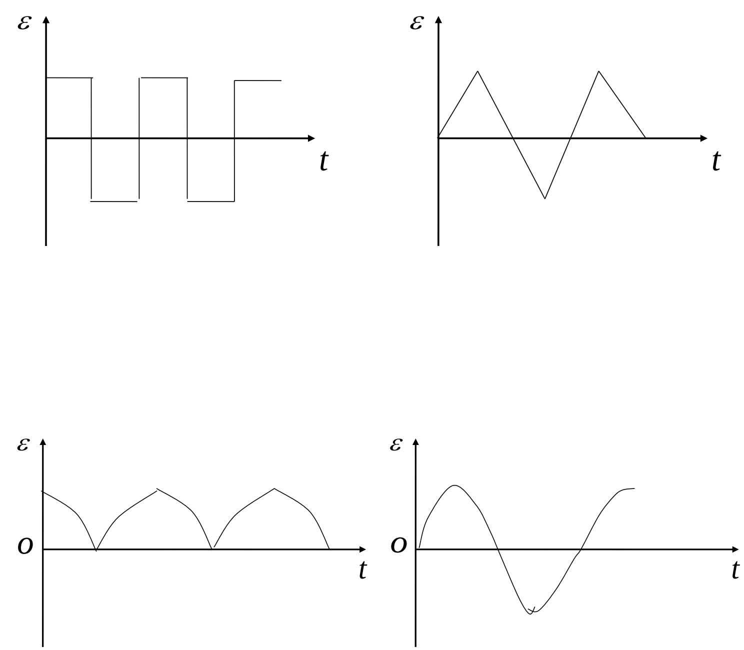
$$\varphi = \int d\varphi = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{3}\pi}\int_b^{b+h}(\frac{b+h}{r}-1)dr = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{3}\pi}\left[(b+h)\ln(\frac{b+h}{b})-h\right]$$

$$M = \frac{\Psi_{21}}{I_1} = \frac{N_2\varphi_2}{I_1} = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0}{\sqrt{3}\pi}\left[(b+h)\ln(\frac{b+h}{b})-h\right]$$

$$\varepsilon_{12} = -M\frac{di_2}{dt} = -M\frac{dI}{dt} = -\frac{\mu_0 I_0\omega}{\sqrt{3}\pi}\left[(b+h)\ln(\frac{b+h}{b})-h\right]\cdot\cos\omega t.$$

例4：如图示，矩形区域为均匀稳恒磁场，半圆形闭合导线回路在纸面内绕轴O作逆时针方向匀角速度转动，O点是圆心且恰好落在磁场的边缘上，半圆形闭合导线完全在磁场外时开始计时，图（A）—（D）的ε-t函数图像中哪一条属于半圆形导线回路中产生的感应电动势？





第七章 静电学

1. 库仑定律

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_0$$

——真空中点电荷之间的相互作用力

2. 电场强度

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

• 点电荷的电场强度

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{r}_0$$

- 连续分布带电体的电场强度

$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0 \qquad \vec{E}=\int\mathrm{d}\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0$$

3. 电通量

$$\mathrm{d}\Phi_e=\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S} \qquad \Phi_e=\int_S\mathrm{d}\Phi_e=\int_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

4. 真空中的高斯定理

在真空中，通过任一闭合曲面的电通量，等于该曲面所包围的所有电荷的代数和除以真空介电常数ε_0。与闭合曲面外电荷无关。

$$\oint_S\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n}q_i$$

- 无限长均匀带电直线外的场强 $E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

- 无限大均匀带电平面 $E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

5. 电势：

$$U=\frac{W}{q_0}$$

- 电势差 $\Delta U=U_A-U_B=\int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$

- 点电荷的电势 $U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

- 连续分布电荷的电势 $U_P=\int \mathrm{d}U=\int_q \dfrac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

6. 电场强度与电势的关系 $\vec{E} = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{n}_0 = -\nabla U$

$$\vec{E} = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}n}\vec{n}_0 = -(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k})$$

7. 静电平衡条件

（1）导体内部任何一点处的电场强度为零；

（2）导体表面处的电场强度的方向，都与导体表面垂直。

——推论： 导体是等势体；导体表面是等势面。

8. 孤立导体的电容 $$C = \frac{Q}{U}$$

电容器的电容 $$C = \frac{Q}{U_A - U_B} = \frac{Q}{\Delta U}$$

10. 静电场的能量

- 孤立导体的静电能

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qU = \frac{1}{2}CU^2$$

- 导体组的静电能

$$W_e = \sum_{i=1}^{N} W_{e\,i} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i U_i$$

- 能量密度 $w_{\mathrm{e}} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

$$W_e = \int_V w_{\mathrm{e}} \mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V$$

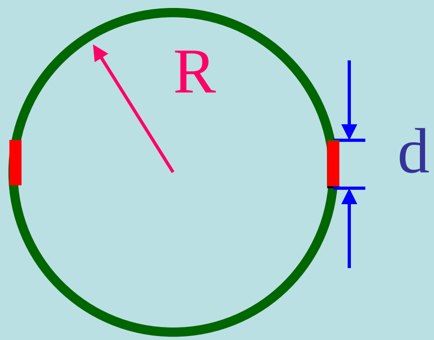
8. 麦克斯韦方程组的积分形式

- 静电场高斯定理 $\oiint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{S内} q_{0i}$
- 电场环流定理 $\oint_L \vec{E}_{\mathrm{T}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$
- 磁场高斯定理 $\oiint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$
- 安培环路定理 $\oint_L \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_0 + I_d$

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$$

$$I_{\mathrm{d}} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S} \qquad I_0 = \frac{\mathrm{d}q_0}{\mathrm{d}t}$$

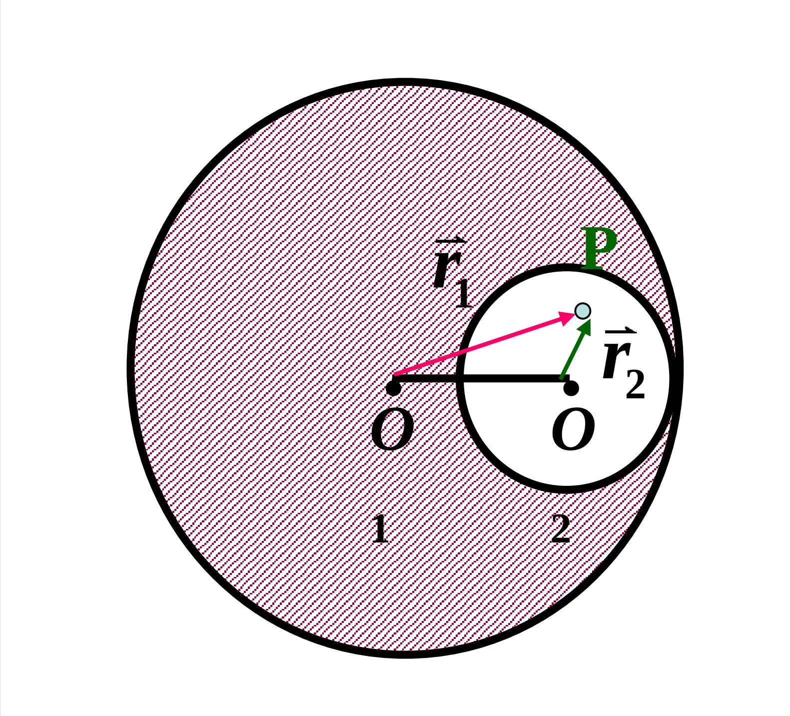
1. 一半径为R的带有一缺口的细圆环，缺口长度为d(d<<R），环上均匀带正电，总电量为q，如图所示。求在圆心O处的电场强度。



$$E=\frac{qd/(2\pi R-d)}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\approx\frac{qd}{8\pi^2\varepsilon_0 R^3}$$

方向：指向缺口

2. 证明：电荷体密度为ρ的均匀带电球体中挖出一个球形空洞内的电场为均匀场。



证明：如图所示，由高斯定理可求，均匀带电球体内任一点的场强为：

$$\vec{E}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}$$

球体无洞时：

$$\vec{E}_1=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_1$$

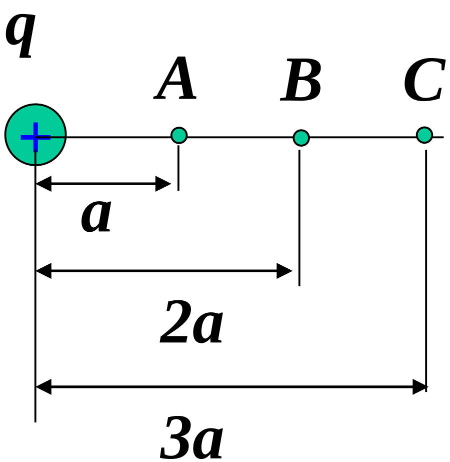
洞位置带-ρ的球体内：

$$\vec{E}_2=-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{r}_2$$

由迭加原理得：

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}_1-\vec{r}_2)=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{O_1O_2}$$

练习1. 一点电荷*q*，*A*、*B*、*C*三点分别距离该点电荷*a*、 2*a* 、 3*a* 。若选*B*点的电势为零，则*A*、*C*点的电势分别为多少？



练习2. 半径分别为*a*和*b*的两个球形导体，带相同的电荷*q*，两球相距很远。若用细导线将两球相连接。求： 每球的电势。