

数字世界精彩无限

Unit 2

—— Boolean Algebra

张彦航

School of Computer Science
Zhangyanhang@hit.edu.cn

2.4 逻辑代数定理及规则

本节中的几个问题

- 公理
- 基本定理
- 常用公式

公理

1. 公理

$$(1) \quad 0 \cdot 0 = 0$$

$$(1)' \quad 0+0=0$$

$$(2) \quad 0 \cdot 1 = 1 \cdot 0 = 0$$

$$(2)' \quad 1+0 = 0+1=1$$

$$(3) \quad 1 \cdot 1 = 1$$

$$(3)' \quad 1+1 = 1$$

$$(4) \quad \overline{0} = 1$$

$$(4)' \quad \overline{1} = 0$$

$$(5) \quad \text{If } A \neq 0 \text{ then } A=1$$

$$(5)' \quad \text{If } A \neq 1 \text{ then } A=0$$

逻辑代数定理及规则

2. 基本定理

$$(6) \quad A+0=A$$

$$(6)' \quad A \cdot 0=0$$

$$(7) \quad A+1=1$$

$$(7)' \quad A \cdot 1=A$$

0-1 律

$$(8) \quad A+\bar{A}=1$$

$$(8)' \quad A \cdot \bar{A}=0$$

互补律

$$(9) \quad A+A=A$$

$$(9)' \quad A \cdot A=A$$

重叠率

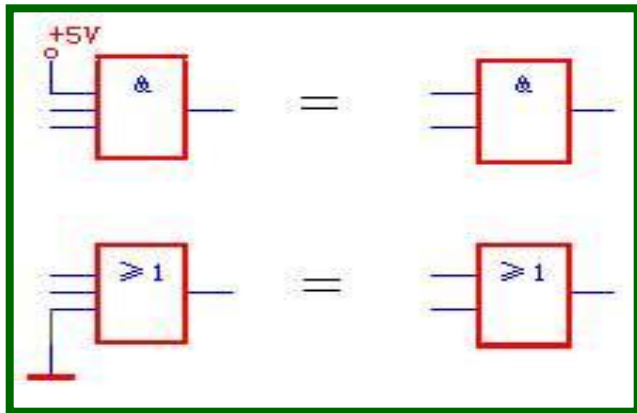


逻辑代数定理及规则

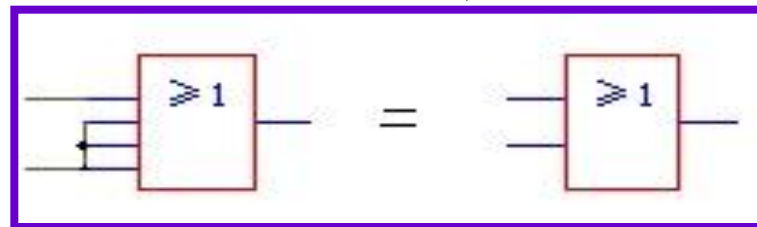
2. 基本定理

应用——

0-1 律



重叠率



逻辑代数定理及规则

■ 与普通代数相似的定理

交换律

$$(10) \quad A+B=B+A$$

$$(10)' \quad A \cdot B = B \cdot A$$

结合律

$$(11) \quad (A+B)+C=A+(B+C)$$

$$(11)' \quad (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$$

分配率

$$(12) \quad A \cdot (B+C) = AB+AC$$

$$(12)' \quad A+BC=(A+B) \cdot (A+C)$$

普通代数
不支持 😊



逻辑代数定理及规则

■ 特殊定理——

(13) 摩根定理 (DeMorgan's Laws) 😊

◆ 应用：表达式化简

$$(1) \quad \overline{X_1 X_2 \dots X_n} = \bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_n$$

$$(2) \quad \overline{X_1 + X_2 + \dots + X_n} = \bar{X}_1 \bar{X}_2 \dots \bar{X}_n$$



逻辑代数定理及规则

■ 特殊定理——

(14) 对偶规则 ☺

◆ 应用：表达式化简

不能改变原
来的优先级

{ 变量： 不变
运算符：

•	→	+
+	→	•
⊕	→	⊙
⊙	→	⊕



逻辑代数定理及规则

(14) 对偶规则

$$F = A \cdot (B + C) \xrightarrow{\text{对偶}} (F)^D = A + B \cdot C$$

$$F = A \cdot \bar{B} + AC \xrightarrow{\text{对偶}} (F)^D = (A + \bar{B}) \cdot (A + C)$$

$$F = \overline{\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}} \xrightarrow{\text{对偶}} (F)^D = \overline{\bar{A} + B + \bar{C}}$$



逻辑代数定理及规则

对偶规则的性质推理

① $F \xleftrightarrow{\text{互为对偶}} (F)^D$

② 两个逻辑表达式相等，它们的对偶也相等

例: $A + BCD = (A + B)(A + C)(A + D)$



对偶



对偶

$$A \cdot (B + C + D) = AB + AC + AD$$

逻辑代数定理及规则

3. 常用公式

$$(15) \quad AB + A\bar{B} = A$$

$$(16) \quad A + AB = A$$

$$(17) \quad A + \bar{A}B = A + B$$

$$(18) \quad \overline{A\bar{B} + \bar{A}B} = \bar{A}\bar{B} + AB$$

$$\begin{aligned} & \overline{A\bar{B} + \bar{A}B} \\ &= \overline{A\bar{B}} \cdot \overline{\bar{A}B} \\ &= (\bar{A} + B) \cdot (A + \bar{B}) \\ &= \bar{A}\bar{B} + AB \end{aligned}$$

逻辑代数定理及规则

$$(19) AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$$

😊 去除冗余项

$$(19)' AB + \bar{A}C + BCD = AB + \bar{A}C$$

$$(19)'' (A+B)(B+C)(A'+C) = (A+B)(A'+C)$$

$$\begin{aligned} & AB + \bar{A}C + (A + \bar{A})BC \\ &= AB + \bar{A}C + ABC + \bar{A}BC \\ &= AB + \bar{A}C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{From (19) :} \\ & AB + \bar{A}C + BCD \\ &= AB + \bar{A}C + BC + BCD \\ &= AB + \bar{A}C + BC \\ &= AB + \bar{A}C \end{aligned}$$

2.4 逻辑代数定理及规则

本节中的几个问题

- 公理
- 基本定理
- 常用公式



证明公式(19)''

证明 $(A'B' + AB)' = A'B + AB'$