电磁学

- **Electricity（电）起源于希腊文elektron（琥珀）**
- 西汉末年，玳瑁吸引微小物体
- 公元前6、7世纪，发现了磁铁、摩擦生电等现象
- 16世纪，英国的医生吉尔伯特发表了《论磁、磁体和地球作为一个巨大的磁体系统》，总结、记载了人们关于磁的经验科学
- 1750年，米切尔定性指出磁极之间相互作用服从平方反比定律
- 1785年，库仑应用扭称实验发现库仑定律：真空中静电荷的相互作用规律

- **1800年，伏打发明电堆——稳恒电流**
- **1820年，奥斯特发现稳恒电流的磁效应**

  之后，安培重复奥斯特的工作，给出安培定律——电流受磁场的作用力
- **1826年，欧姆确定了基本的电路方程——欧姆定律**
- **1831年，法拉第发现了电磁感应定律，电磁相互激发**
- **1865年，麦克斯韦创立了电磁场的统一理论**
- **1887年，赫兹在实验中证实电磁波的存在，光是电磁波**

第七章　静电场

§1. 电荷　库仑定律

一、电荷　电荷守恒定律

1. 电荷有正负之分；同性相斥，异性相吸。

2. 电荷量子化

电子电荷：$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$（库仑）

$$q = ne \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

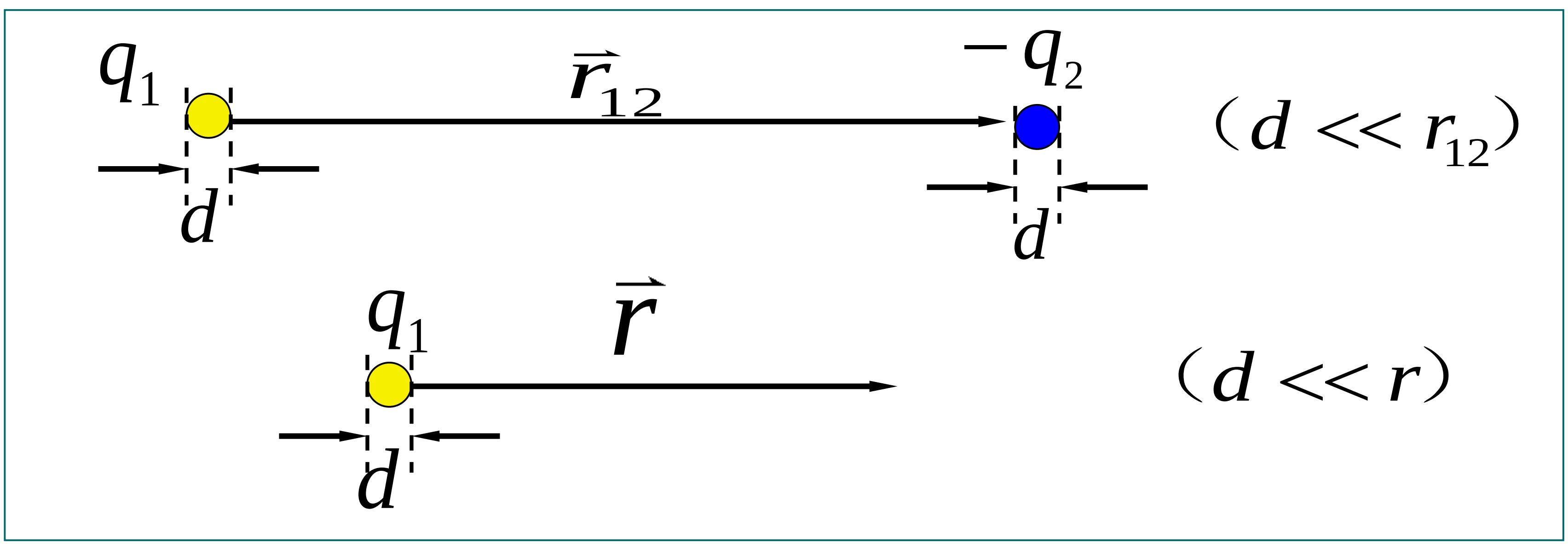
3. 电荷的连续分布　$q = \int \mathrm{d}q$

- 对电荷线分布情形：　$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l$　　λ 为电荷线密度
- 对电荷面分布情形：　$\mathrm{d}q = \sigma \mathrm{d}S$　　σ 为电荷面密度
- 对电荷体分布情形：　$\mathrm{d}q = \rho \mathrm{d}V$　　ρ 为电荷体密度

4. 电荷守恒定律

在孤立系统中，正、负电荷的代数和在任何物理过程中始终保持不变。

二、点电荷模型



二、库仑定律 ——真空中静止点电荷之间的相互作用力

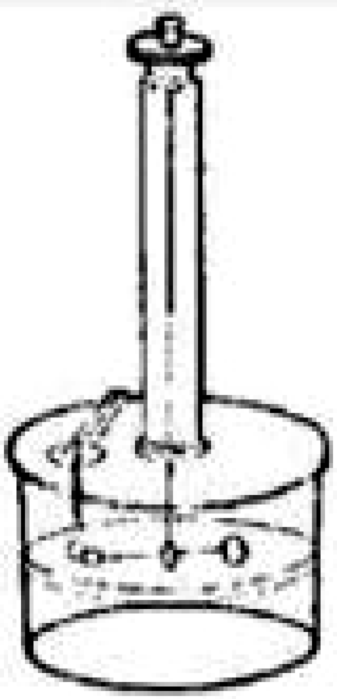
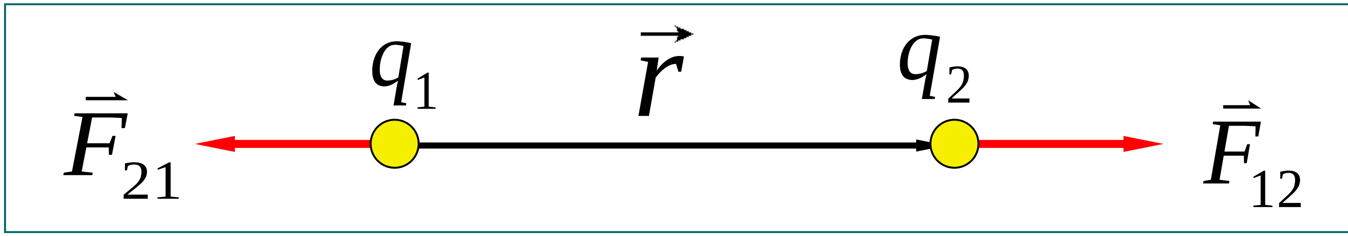


图 1



$$\boxed{\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_0 = -\vec{F}_{21}}$$

SI制 $k = 8.98755\times10^{9}\,\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$

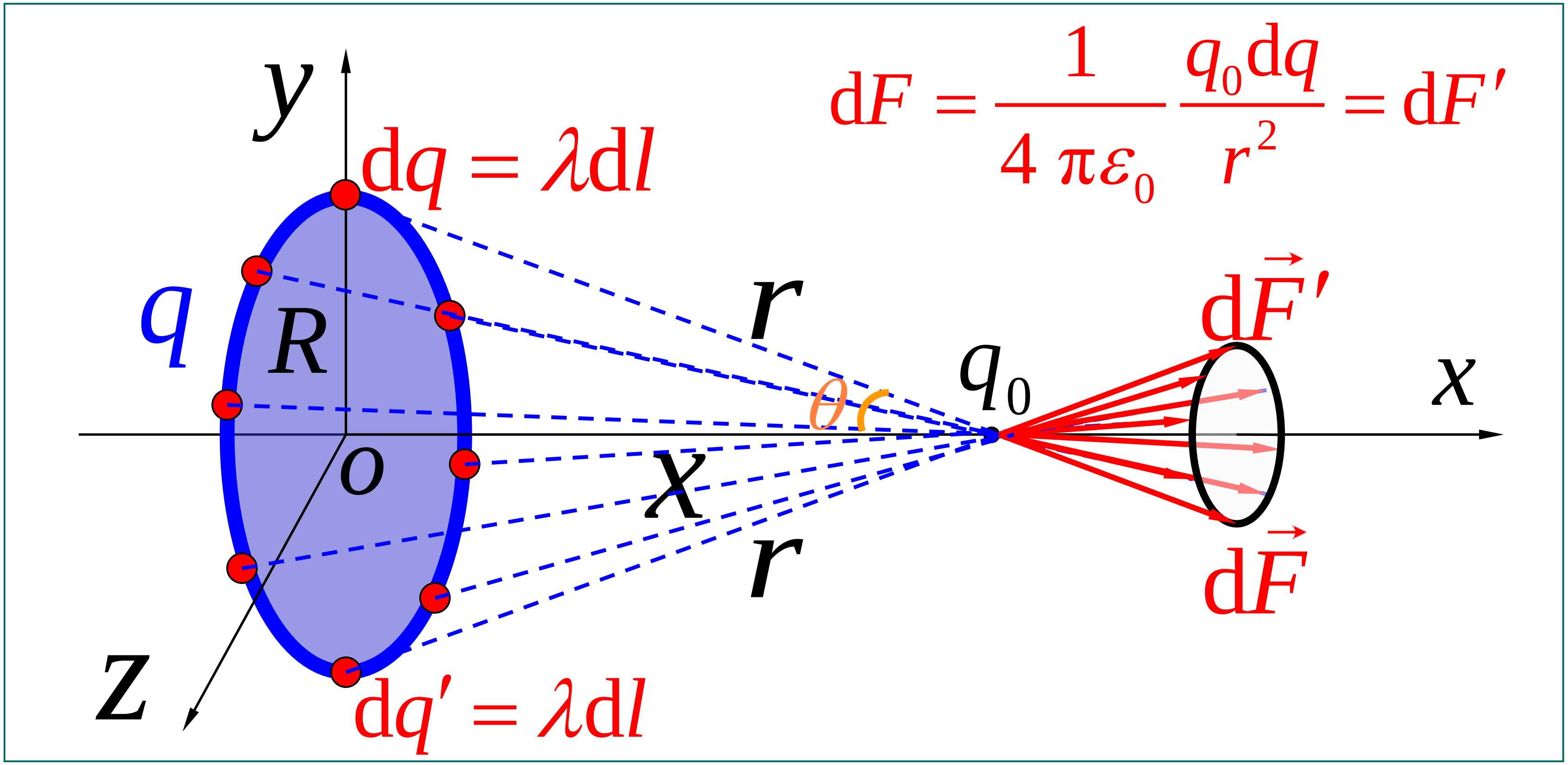
$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{r}_0}$$

ε_0：为真空介电常数。

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi\, k} = 8.8542\times10^{-12}\,\mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}}$$

例1 正电荷q均匀分布在半径为 R 的圆环上。计算在环的轴线上任一点 P 处点电荷q_0所受作用力。

解: $\lambda = \dfrac{q}{2\pi R}$ 取: $\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l = \mathrm{d}q'$



$$\mathrm{d}F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0\mathrm{d}q}{r^2}=\mathrm{d}F'$$

进行对称性分析：

建立 x 方向和与 x 方向垂直的 $\perp$ 方向。

$\mathrm{d}\vec{F}$和$\mathrm{d}\vec{F}'$关于 x 方向对称，可以把$\mathrm{d}\vec{F}$和$\mathrm{d}\vec{F}'$向 x 方向和 $\perp$ 方向分解，其二者在 $\perp$ 方向等值反向相互抵消。

故由对称性有 $\vec{F}=\int \mathrm{d}F_x\vec{i}=F_x\vec{i}$

$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\cos\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0\mathrm{d}q}{r^2}\cos\theta$$

$$F_x=\int_q \mathrm{d}F_x=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\cos\theta}{r^2}\int_q \mathrm{d}q=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{\left(R^2+x^2\right)^{3/2}}$$

§2. 电场　电场强度矢量

一、静电场

带电体 $\xleftrightarrow{\text{电 场}}$ 带电体

电场是一种特殊形态的物质，具有物质性。

- 对于其中的带电体具有力的作用
- 具有能量；对于其中运动的带电体做功

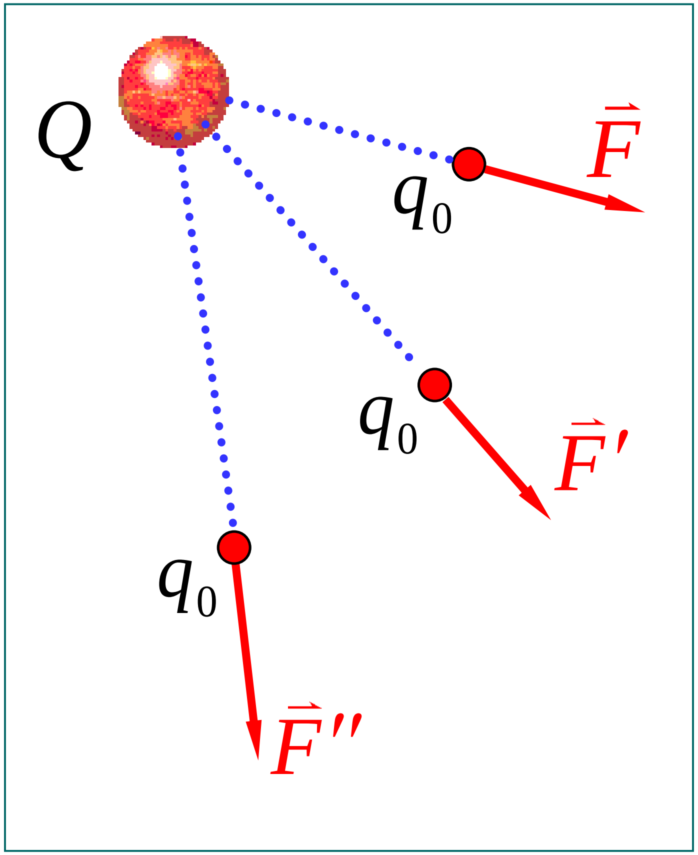
***试验电荷：** 试验电荷 q_0 为足够小的、正的、点电荷。

——用以研究静电场的性质。

二、电场强度

Q :场源电荷，q_0:试验电荷。

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$



电场中某点处的电场强度 $\vec{E}$ 等于位于该点处的单位试验电荷所受的力，其方向为正电荷受力方向。

- 单位 $\mathrm{N \cdot C^{-1}}$ 或者 $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$
- 电荷 q在电场中受力 $\vec{F} = q\vec{E}$
- 电场中某点的电场强度矢量只与激发电场的带电体以及场点位置有关。

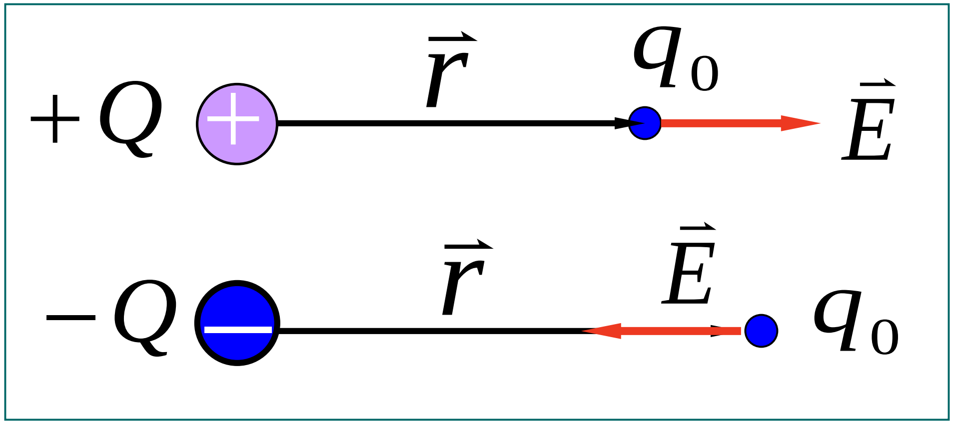
三、电场强度的计算

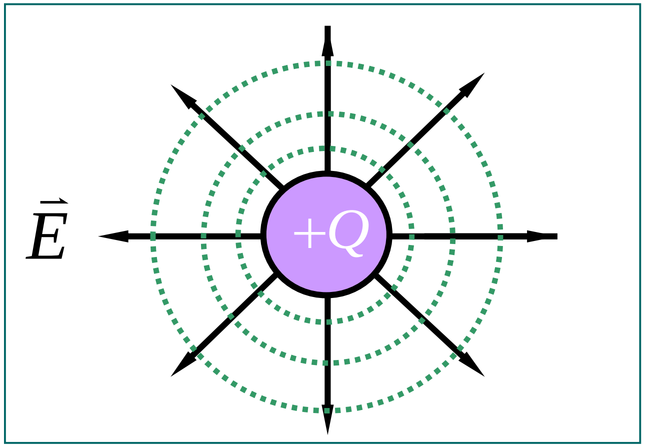
1. 点电荷的电场强度

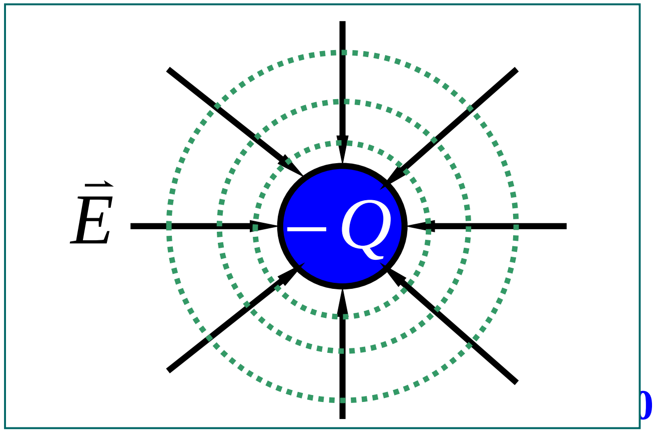
$$\vec{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Qq_0}{r^2}\vec{r}_0$$

$$\boxed{\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q_0}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{r}_0}$$

——具有球对称性。





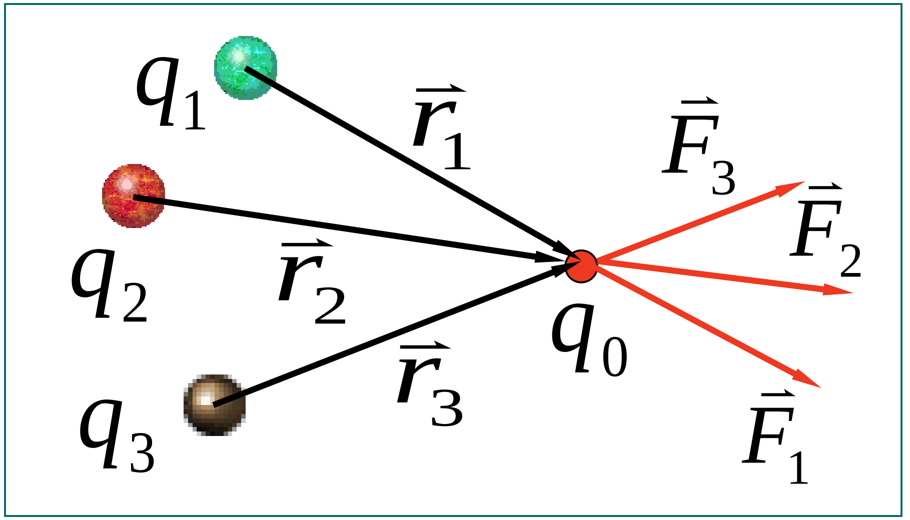


2. 点电荷系的电场强度，电场强度的叠加原理

点电荷 q_i 对 q_0 的作用力

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_0}{r_i^2}\vec{r}_{0i}$$

$$i = 1, 2, 3, \cdots\cdots$$



由力的叠加原理得 q_0 所受合力 $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$

故 q_0 处总电场强度 $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0} = \sum_i \dfrac{\vec{F}_i}{q_0} = \sum_i \vec{E}_i$

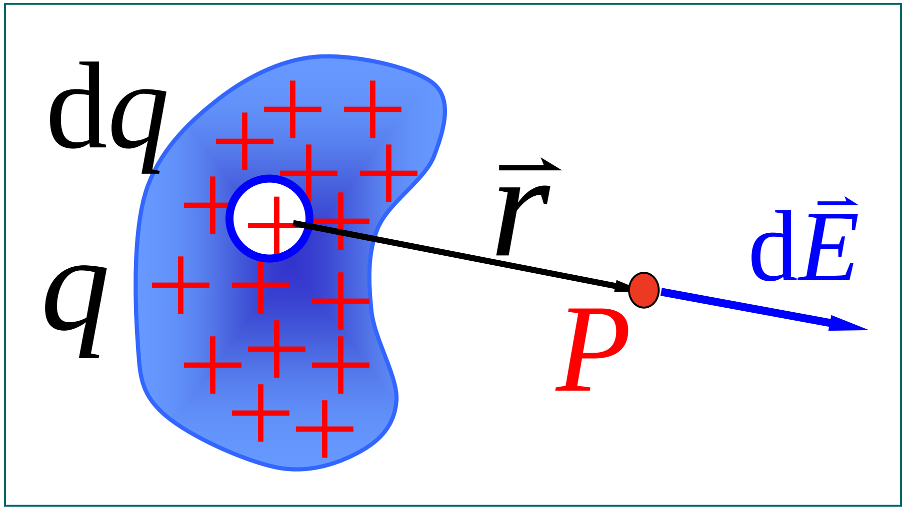
电场强度的叠加原理 $\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$

3. 连续分布带电体的电场强度

连续分布带电体可以看作是有许多“电荷元”组成的，每一个电荷元足够小，可以看作是点电荷，则电荷元的场强为

$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0$$

$$\vec{E} = \int \mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\mathrm{d}q}{r^2}\vec{r}_0$$

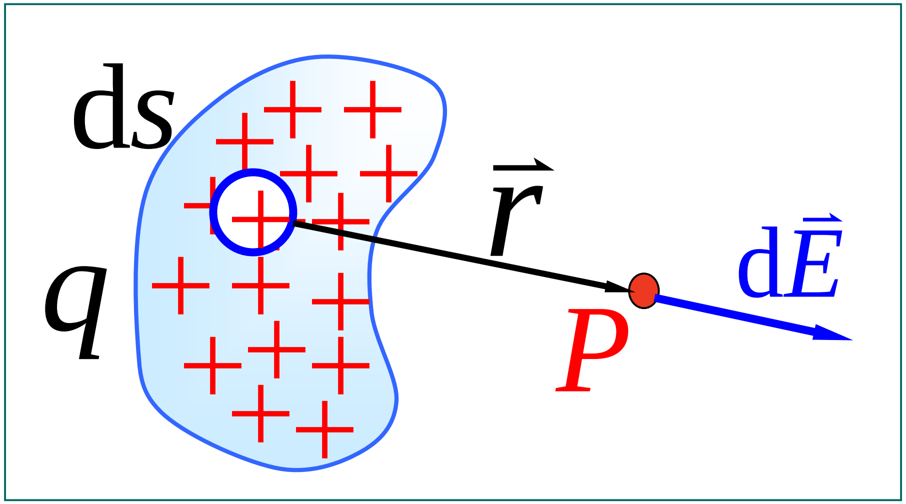


- 电荷体密度 $\rho = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}V}$

点 P 处电场强度 $$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \frac{\rho \mathrm{d}V}{r^2}\vec{r}_0}$$

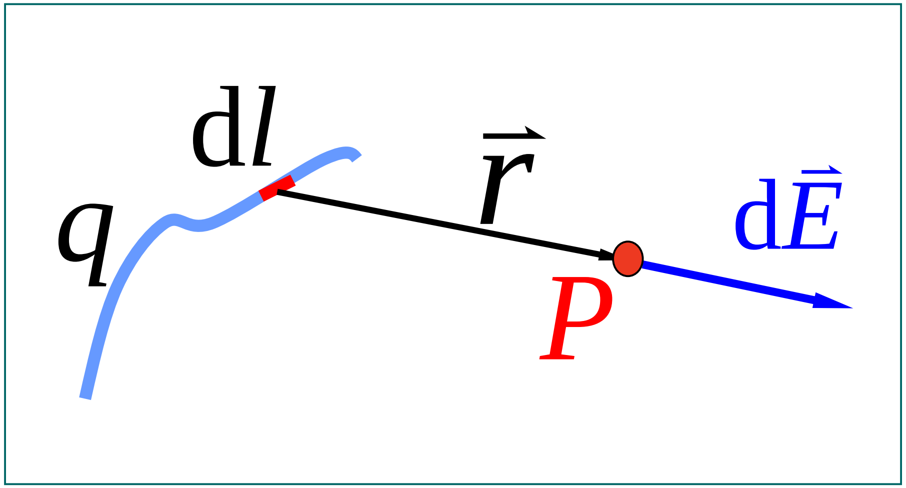
- 电荷面密度 $\sigma = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}s}$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_S \frac{\sigma \mathrm{d}s}{r^2}\vec{r}_0$$



- 电荷线密度 $\lambda = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$

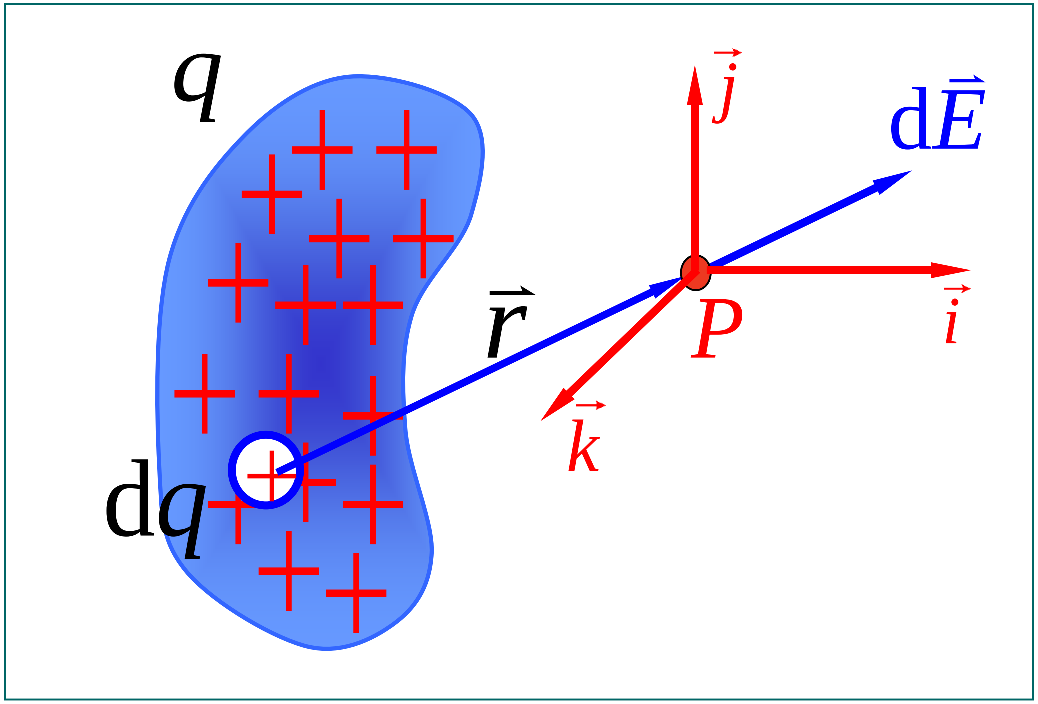
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_l \frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}\vec{r}_0$$



一般而言：

$$\mathrm{d}\vec{E} = \mathrm{d}E_x\vec{i} + \mathrm{d}E_y\vec{j} + \mathrm{d}E_z\vec{k}$$

$$\left.\begin{aligned} E_x &= \int_q dE_x \\ E_y &= \int_q dE_y \\ E_z &= \int_q dE_z \end{aligned}\right\}$$

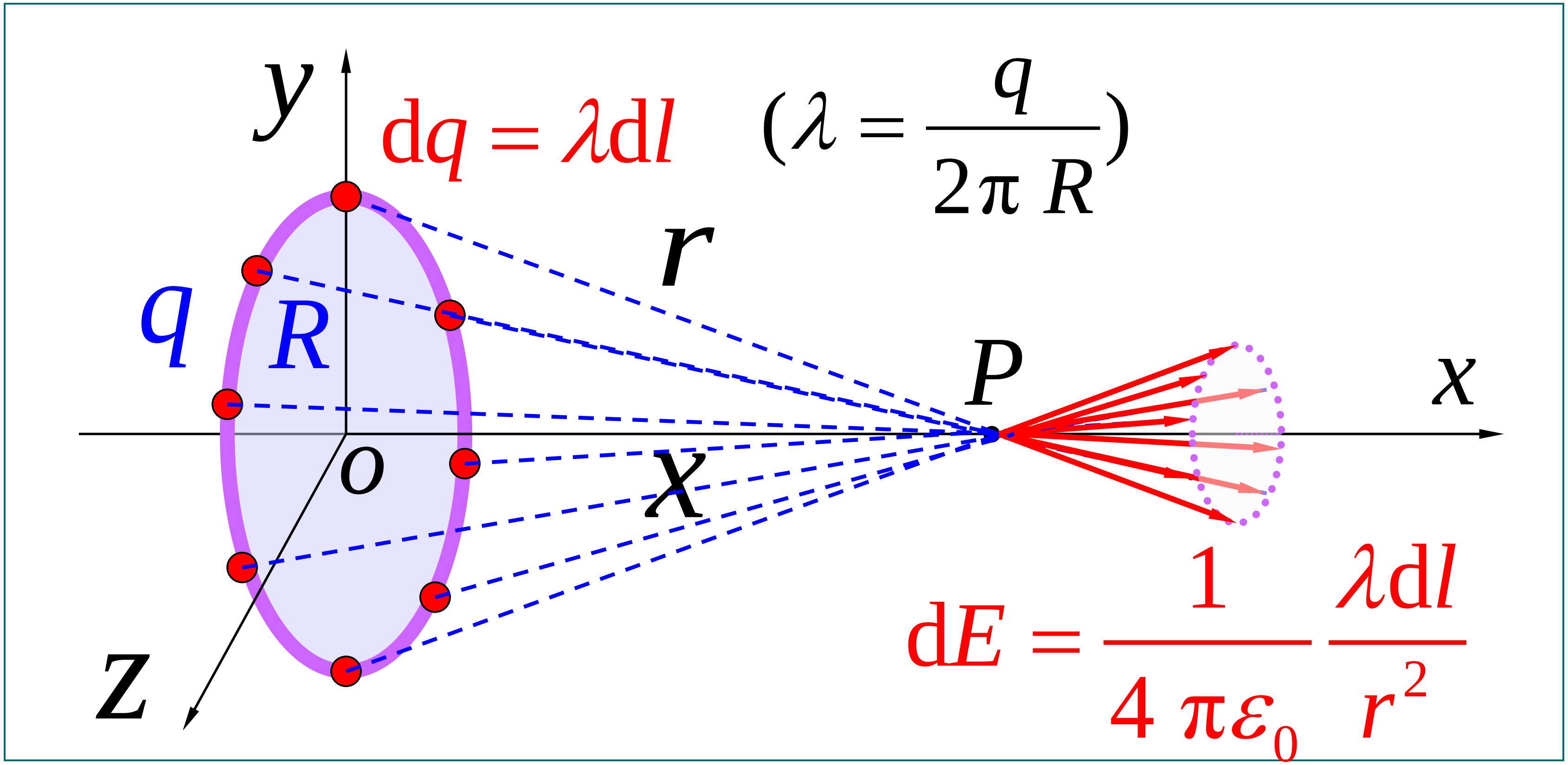


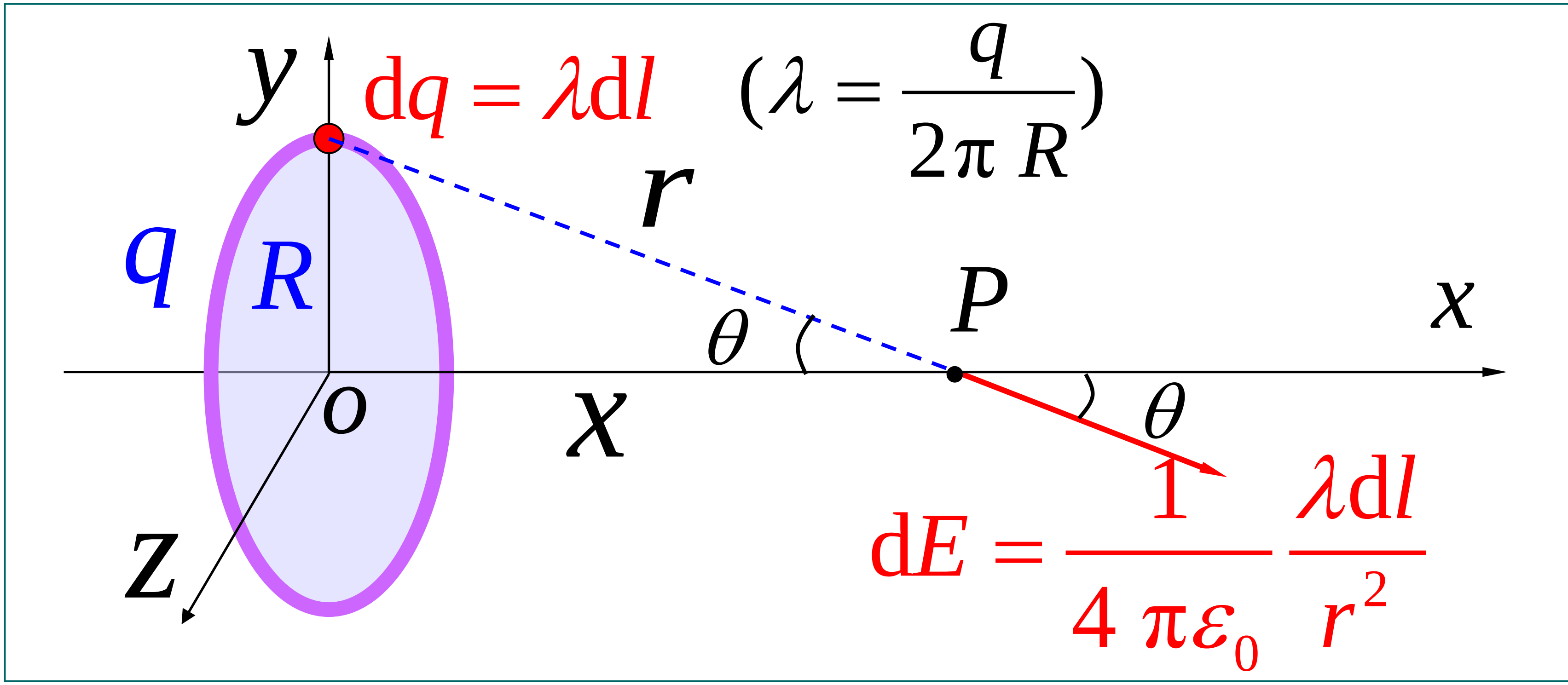
$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

——避免了对于矢量的直接积分运算。

例1 正电荷 q 均匀分布在半径为 R 的圆环上. 计算在环的轴线上任一点 P 的电场强度。

解： $\vec{E}=\int \mathrm{d}\vec{E}$ 由对称性有 $\vec{E}=E_x\vec{i}$

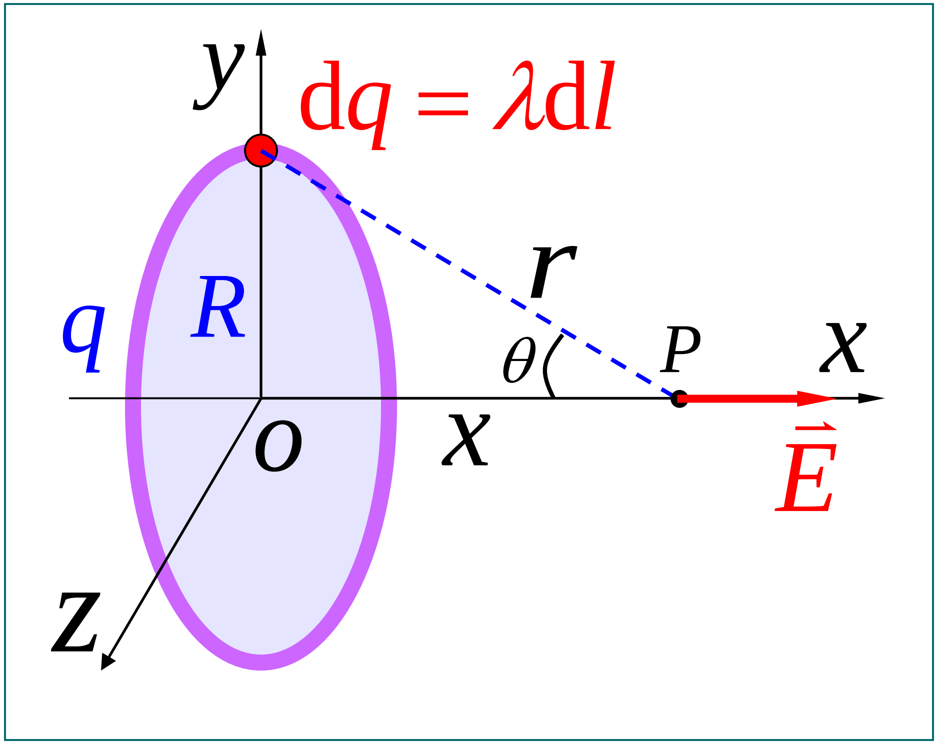




$$E = \int_l \mathrm{d}E_x = \int_l \mathrm{d}E\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{2\pi R}\frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}\cdot\frac{x}{r}$$

$$= \frac{x\lambda}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$



讨论:

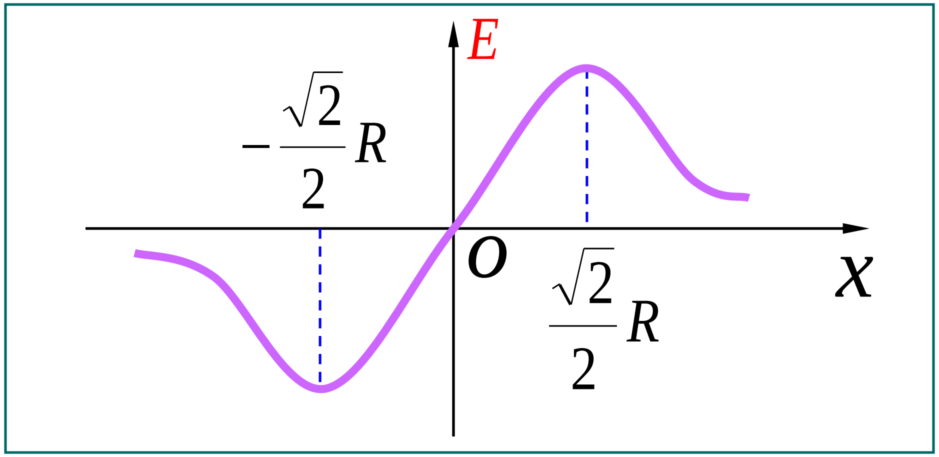
(1) $x >> R$

$$E \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

——点电荷电场强度。

(2) $x = 0, \quad E_0 = 0$

(3) $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = 0, \quad x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}R$



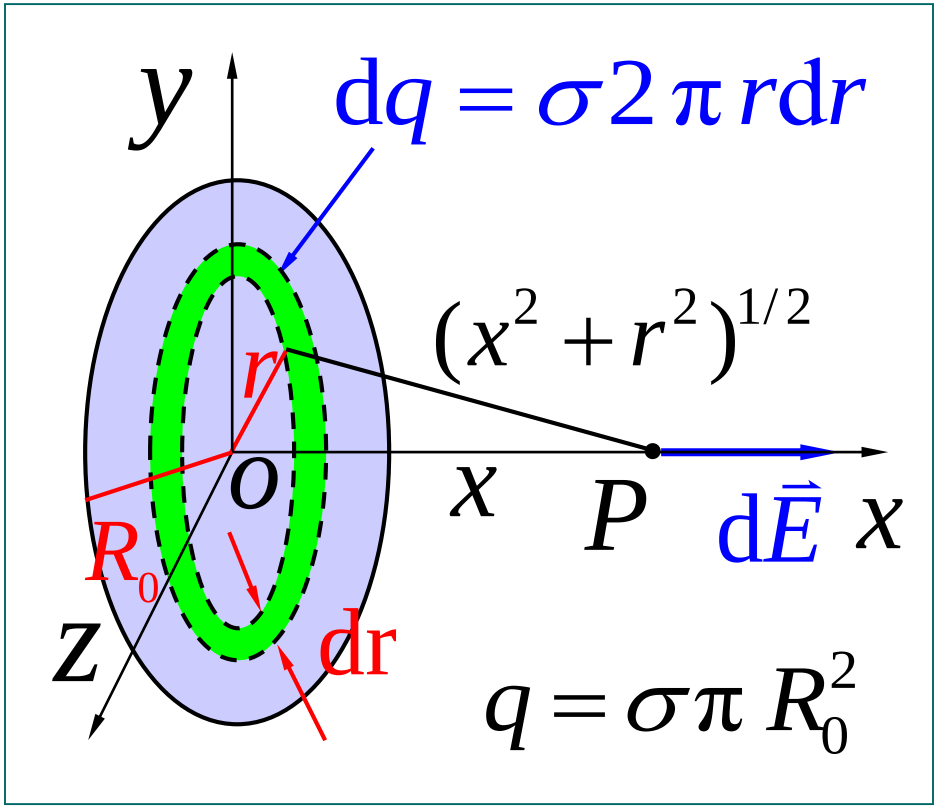
例2 有一半径为R_0, 电荷均匀分布的薄圆盘, 其电荷面密度为σ。求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度。

解:

$$E=\frac{\boxed{q}\,x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\boxed{\mathrm{d}q}\cdot x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\mathrm{d}r$$



$$\mathrm{d}E_x=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xr\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E=\int \mathrm{d}E_x=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^{R_0}\frac{r\mathrm{d}r}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2}}-\frac{1}{\sqrt{x^2+R_0^2}}\right)$$

讨论：

（1）若 $x \ll R_0$ $\quad E\approx\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ 无限大均匀带电平面外附近的电场强度

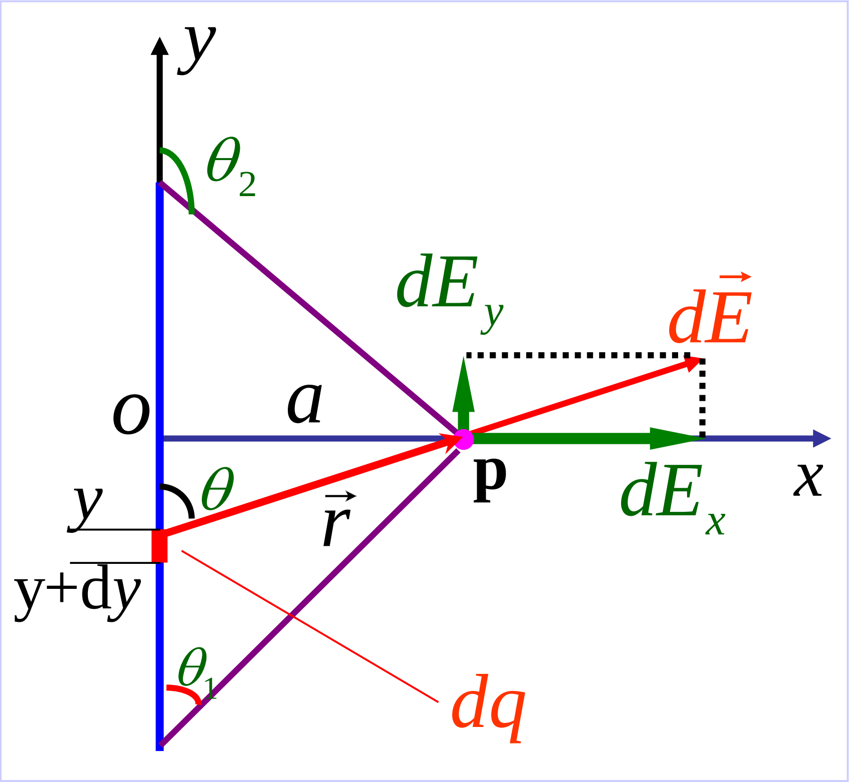
（2）若 $x \gg R_0$ 则 $\left(1+\dfrac{R_0^2}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}=1-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{R_0^2}{x^2}+\cdots$

$$E\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

点电荷电场强度

例3 如图所示，求均匀带电直线周围电场分布。

解：电荷的线密度为λ $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}y$



$$\mathrm{d}\vec{E}=\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{r}_0=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}y}{r^2}\vec{r}_0$$

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\sin\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}y}{r^2}\sin\theta$$

$$\mathrm{d}E_y=\mathrm{d}E\cos\theta=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}y}{r^2}\cos\theta$$

$$r=\frac{a}{\sin\theta}\qquad y=-a\mathrm{ctg}\theta\qquad \therefore\mathrm{d}y=\frac{a\mathrm{d}\theta}{\sin^2\theta}$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\sin\theta\mathrm{d}\theta\qquad \mathrm{d}E_y=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta\mathrm{d}\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \mathrm{d}\theta$$

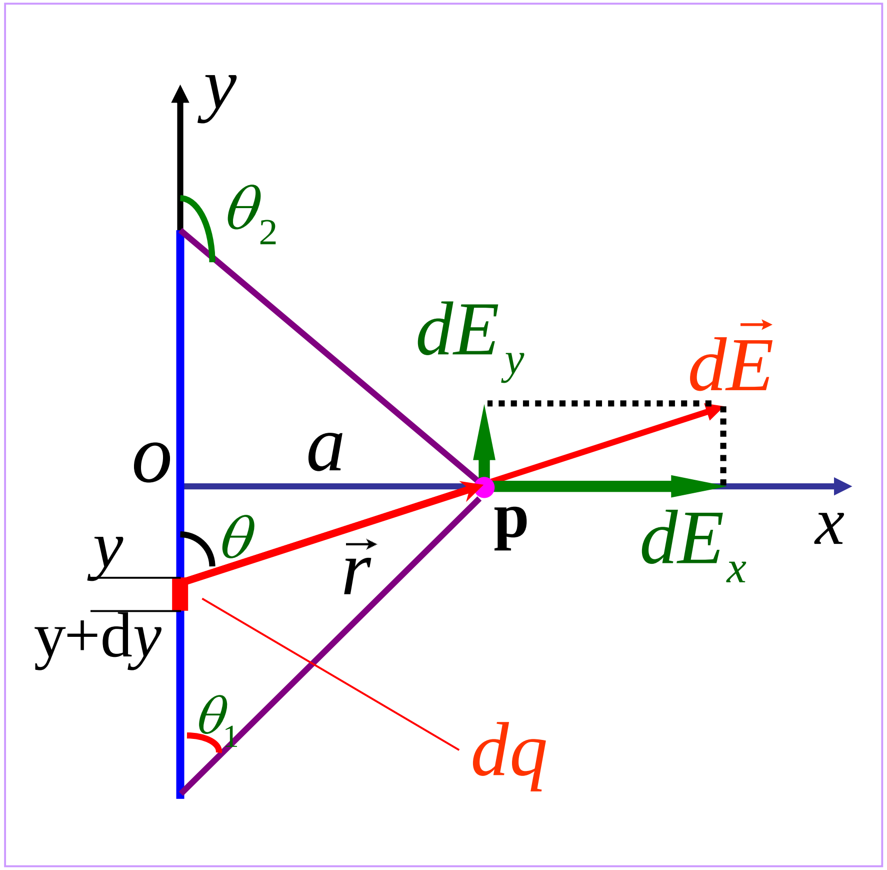
$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E_y = \int dE_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta \mathrm{d}\theta$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$$

$$E_p = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$



$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

讨论:

（1）当 p 点落在带电直线的中垂线上时，$\theta_1 + \theta_2 = \pi$

$$E_y = 0$$

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}\cos\theta_1$$

（2）当带电直线为无限长时，$\theta_1 \to 0 \quad \theta_2 \to \pi$

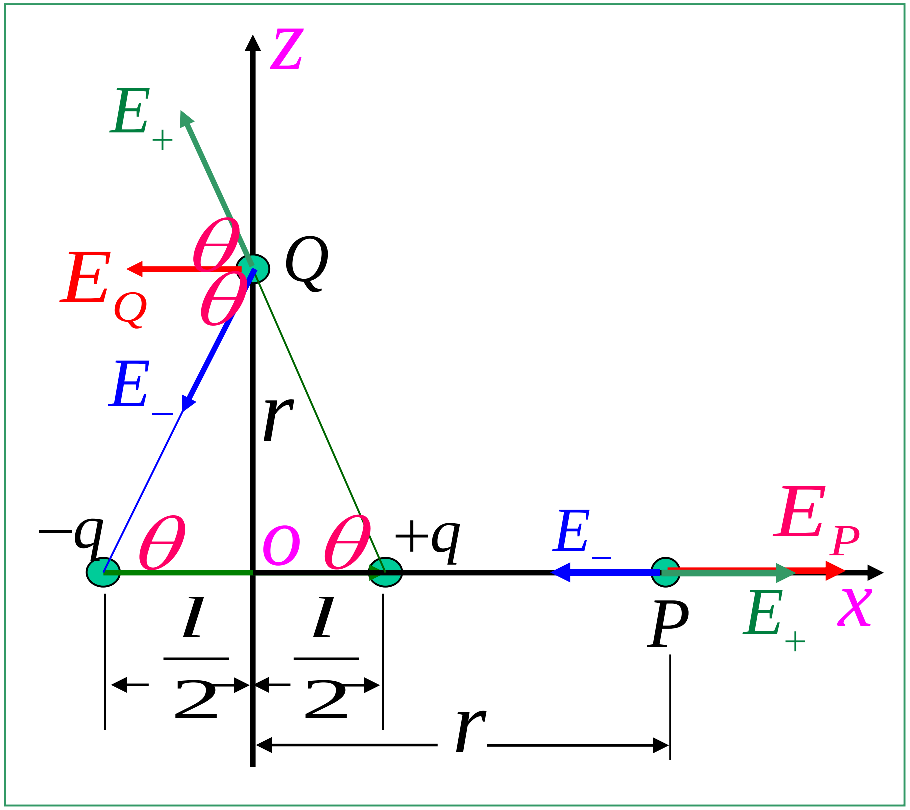
$$E_y = 0$$

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}}$$

选 讲

例4 计算真空中**电偶极子**中垂线上一点及延长线上一点的电场强度（*r*>>*l*）。



解： 延长线上一点P

$$E_P = E_+ - E_-$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2qlr}{\left(r^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}$$

设 $\vec{p}_e = q\vec{l}$ 为**电偶极矩**。

方向由**负电荷指向正电荷**；

大小为 $p_e = ql$

选 讲

当 $r>>l$ 时，

$$E_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2p_e}{r^3} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}_e}{r^3}}$$

$$E_Q=E_+\cos\theta+E_-\cos\theta=2\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+l^2/4}\cos\theta$$

$$=2\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2+l^2/4}\frac{l/2}{\left(r^2+l^2/4\right)^{1/2}}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ql}{\left(r^2+l^2/4\right)^{3/2}}$$

$$E_Q=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{p_e}{r^3} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_Q=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-\vec{p}_e}{r^3}}$$