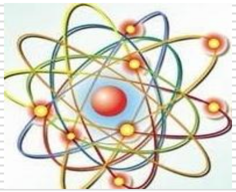
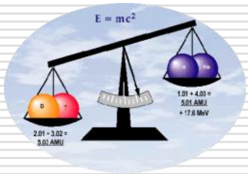
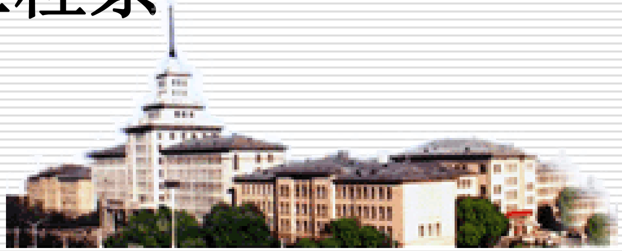




ch2.1电阻网络的等效

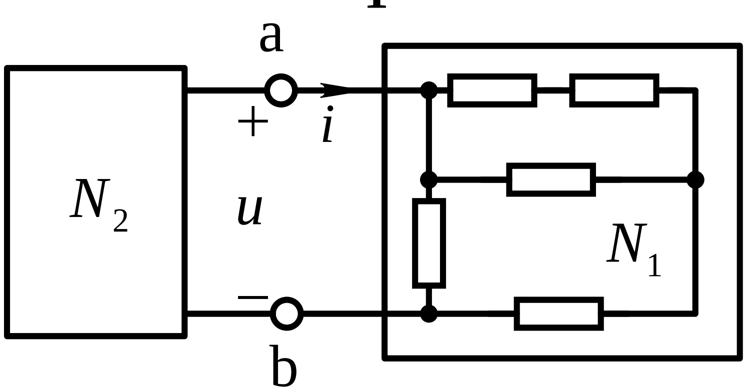
杨旭强
哈尔滨工业大学电气工程系



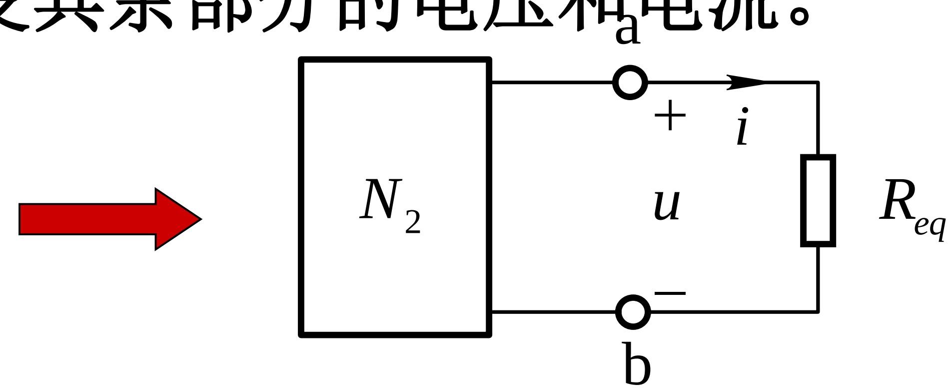
2.1 电阻网络的等效

基本要求：理解并掌握等效的概念，熟练运用电阻串、并联等效及星三角变换规律求解电路。

1. 等效：是指被化简的电阻网络N_1与等效电阻具有相同的 u-i 关系(即端口方程)，从而用等效电阻 R_{eq} 代替电阻网络N_1之后，不改变其余部分的电压和电流。



等效的概念



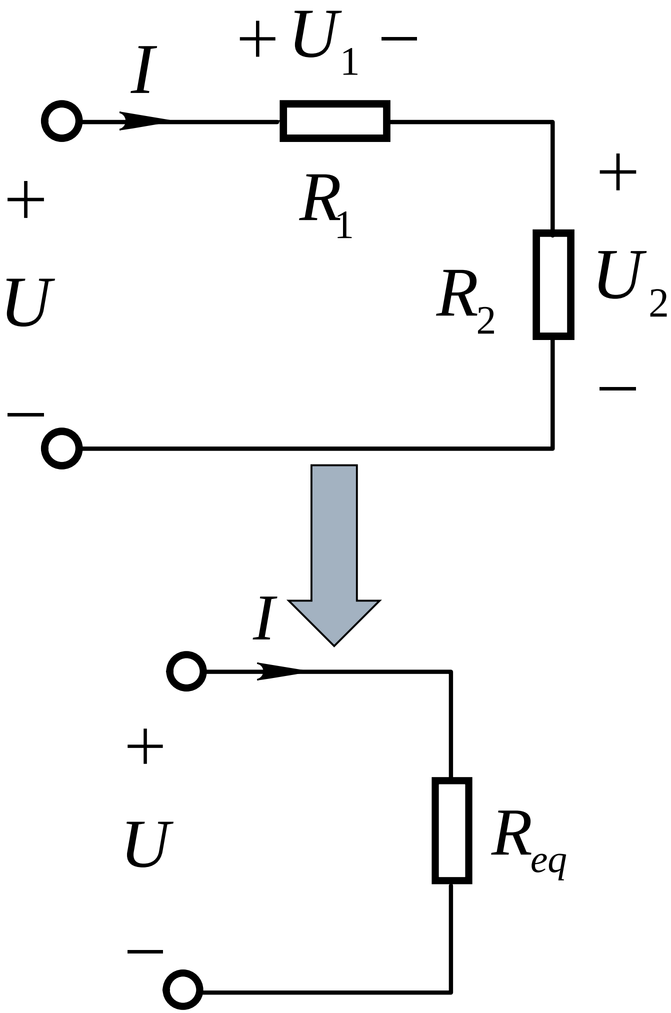
等效的概念

等效条件：等效电路与被等效电路具有相同端口特性。

注：等效只是对外电路的作用效果相同，所以要求解被等效部分的内部响应还需用原来的电路求解。

2.1 电阻网络的等效

2. 电阻的串联



电阻的串联等效

根据KVL及欧姆定律列写方程

$$U = U_1 + U_2$$

$$= R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)I = R_{eq} I$$

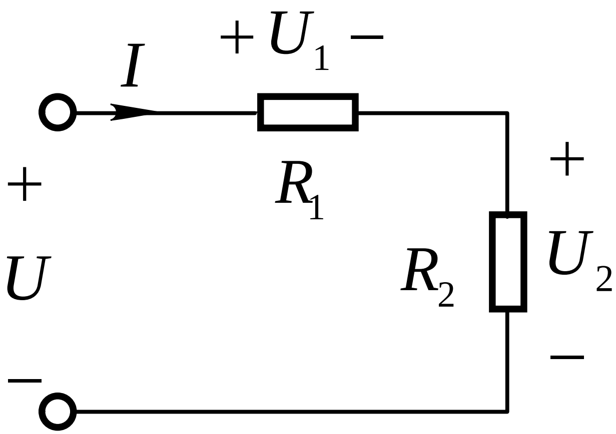
即： $R_{eq} = R_1 + R_2$

推广得

$$R_{eq} = \sum_{k=1}^{N} R_k$$

2.1 电阻网络的等效

串联特点



$$U_1 = R_1 I = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U$$

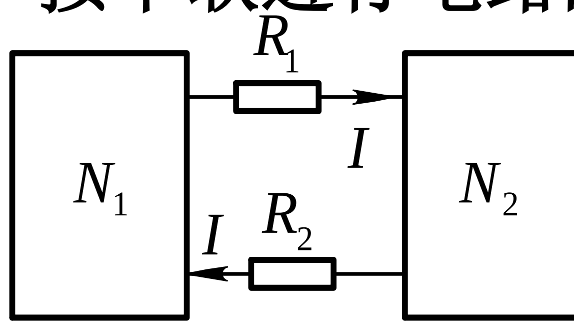
$$U_2 = R_2 I = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

$$U_k = R_k I = \frac{R_k}{R_{eq}} U$$

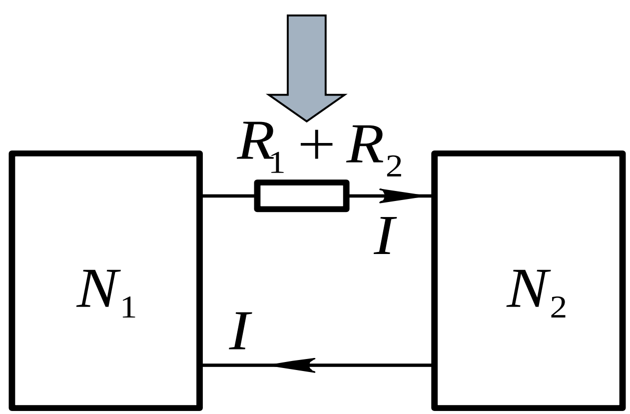
$$P_1 = U_1 I = R_1 I^2 \qquad P_2 = U_2 I = R_2 I^2$$

$$\Rightarrow \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

按串联进行电路的化简：



(a)



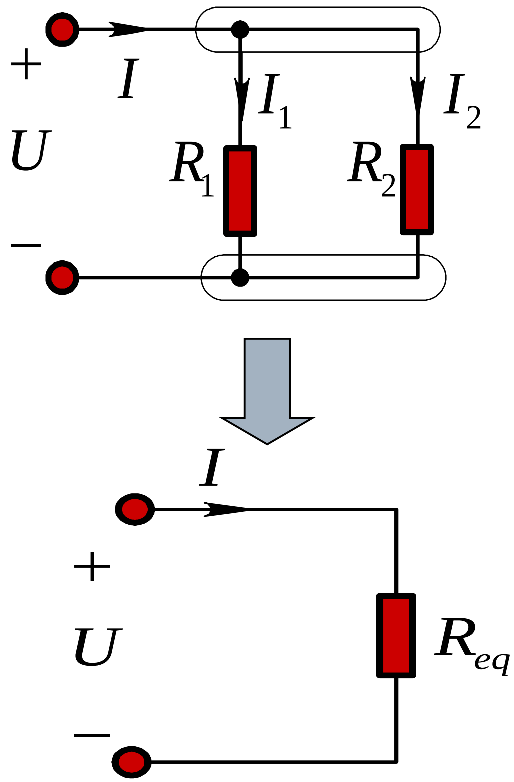
(b)

注：如此等效值后电路中的哪些量发生了变化？

2.1 电阻网络的等效

3. 电阻的并联

并联：各电阻都接到同一对节点之间，从而各电阻承受相同电压。



电阻的并联等效

根据KCL及欧姆定律列写电路方程

$$I = I_1 + I_2$$

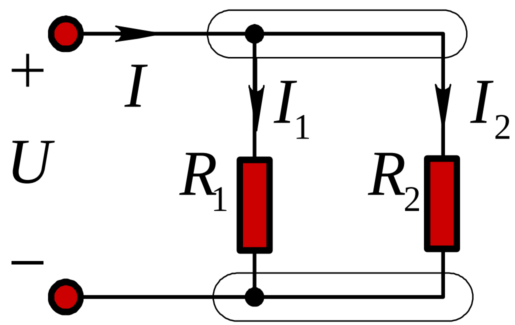
$$= \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = (G_1 + G_2)U = G_{eq}U$$

即 $G_{eq} = G_1 + G_2$ $\qquad R_{eq} = \dfrac{1}{G_{eq}} = \dfrac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$

$$G_{eq} = \sum_{k=1}^{N} G_k \qquad R_{eq} = \frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N} G_k} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{R_k}}$$

2.1 电阻网络的等效

并联的特点：电压相同分电流，两个电阻并联时，各个电阻所分担的电流如下：



$$I_1 = G_1U = \frac{G_1}{G_1+G_2}I = \frac{R_2}{R_1+R_2}I$$

$$I_2 = G_2U = \frac{G_2}{G_1+G_2}I = \frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

$$I_k = G_kU = G_k(R_{eq}I) = \frac{G_k}{G_{eq}}I$$

功率分配 $P_1 = UI_1 = G_1U^2 \quad P_2 = UI_2 = G_2U^2$

$$\Rightarrow \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{G_1}{G_2}$$

2.1 电阻网络的等效

【例题2.1】求图示电路的电压U_1及电流I_2。

解：先应用并联化简得到图(b)所示电路

$$R_1=\frac{12\Omega\times 6\Omega}{12\Omega+6\Omega}=4\Omega$$

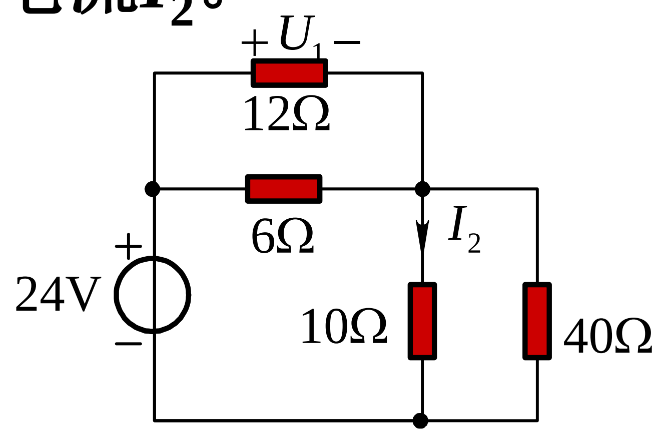
$$R_2=\frac{10\Omega\times 40\Omega}{10\Omega+40\Omega}=8\Omega$$

由串联分压公式得：

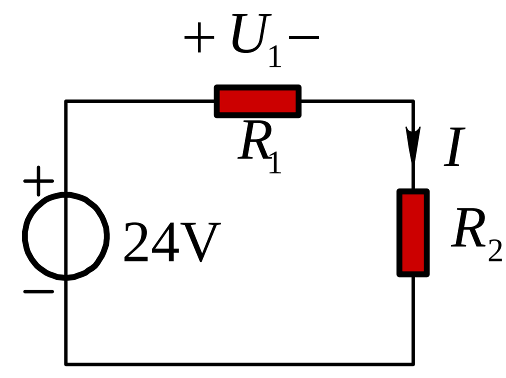
$$U_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}\times 24\text{V}=8\text{V}$$

$$I=\frac{24\text{V}}{R_1+R2}=2\text{A}$$

分流公式得 $I_2=\dfrac{40\Omega}{10\Omega+40\Omega}\times I=1.6\text{A}$



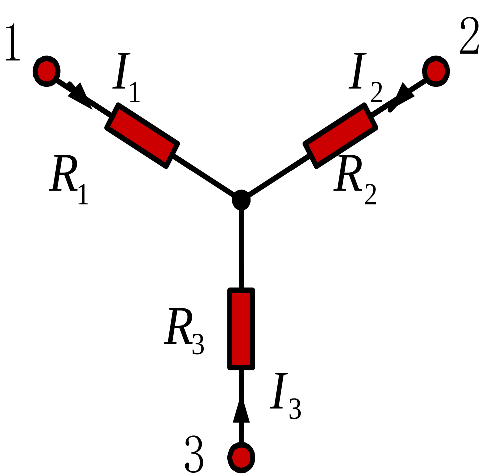
(a)

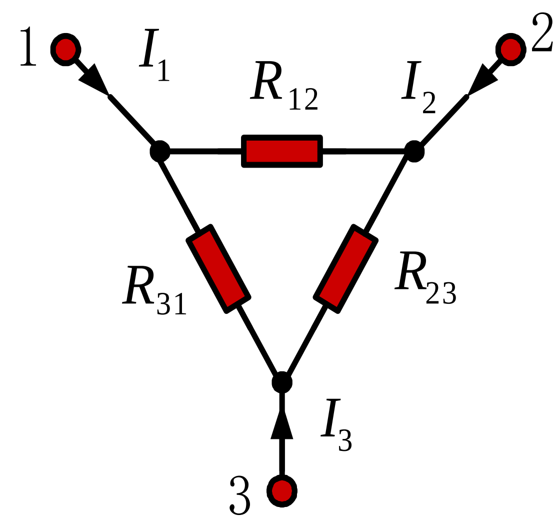


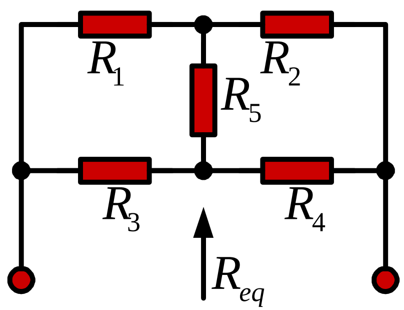
(b)

2.1 电阻网络的等效

4. 星形联结和三角形连结

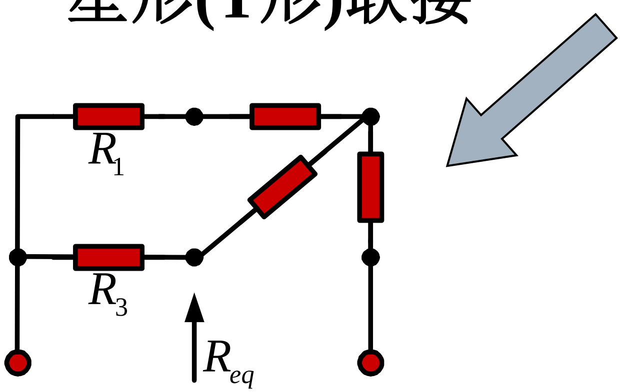


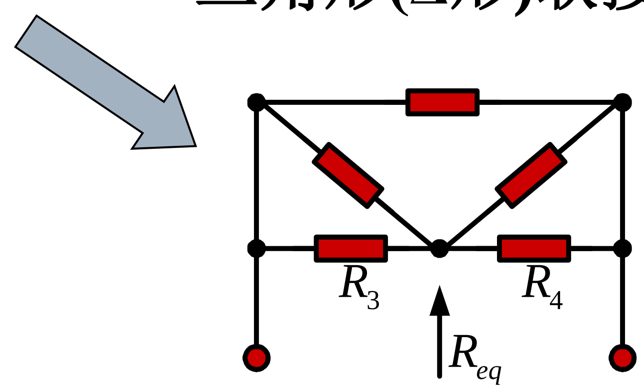




星形(T形)联接

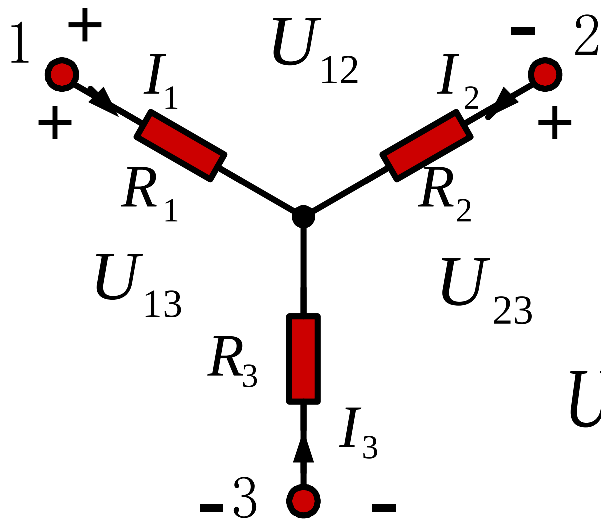
三角形(Δ形)联接





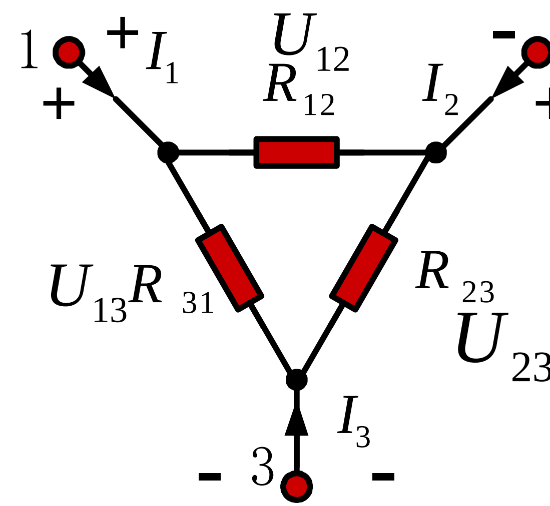
2.1 电阻网络的等效

等效条件：



$$I_3 = -(I_1 + I_2)$$

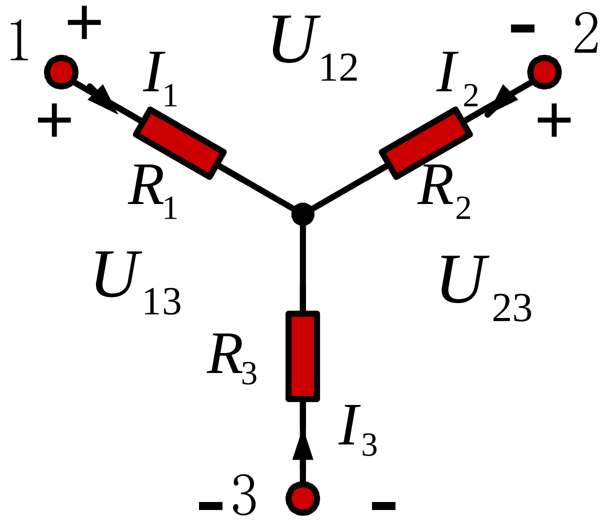
$$U_{13} = U_{12} + U_{23}$$



分析：结构上：将星形连接转换成三角形连接时，将减少一个节点，但要增加一个网孔；而将三角形连接转换成星形连接时，将减少一个网孔，但要增加一个节点。

另外，其可看成二端口电路故需列方程组来等效。

2.1 电阻网络的等效

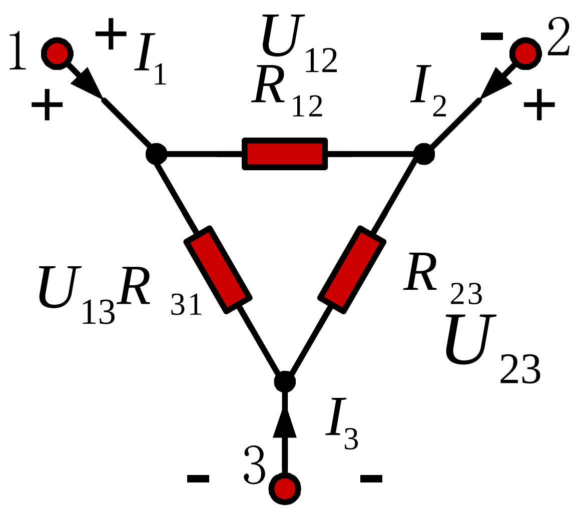


•星形连接中的电压、电流关系

$$\begin{bmatrix} U_{13} \\ U_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{R}\boldsymbol{I}$$

•三角形连接中的电压、电流关系

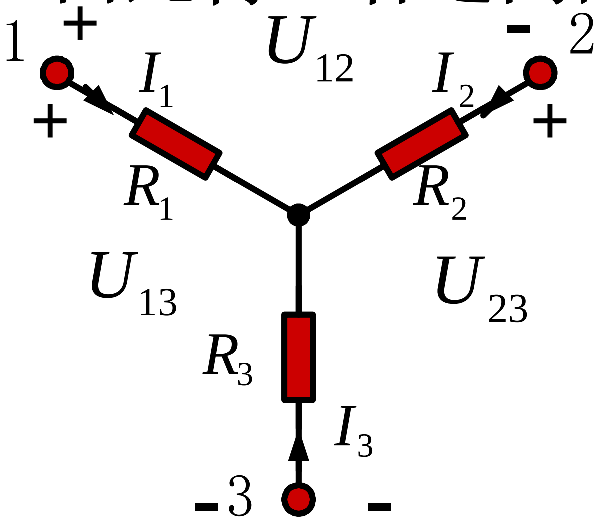


$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{12} + G_{31} & -G_{12} \\ -G_{12} & G_{12} + G_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{13} \\ U_{23} \end{bmatrix}$$

$$I = GU \qquad U = G^{-1}I$$

2.1 电阻网络的等效

- 由此得二者之间的等效条件是

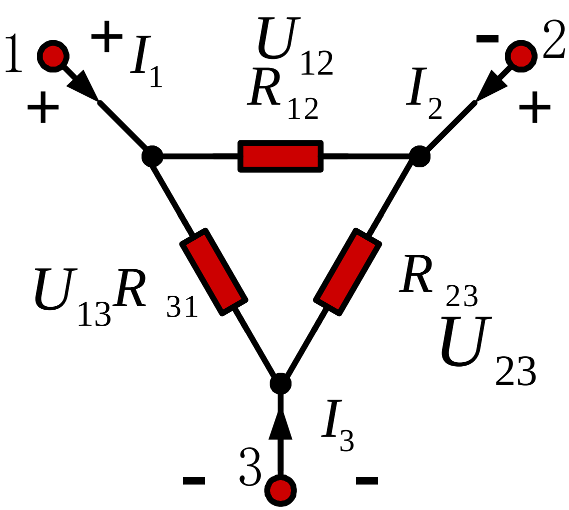


Y形—Δ形

$$R_{12}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}$$

$$R_{31}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}$$



Δ形—Y形

$$R_1=\frac{R_{12}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_2=\frac{R_{23}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_3=\frac{R_{31}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

2.1 电阻网络的等效

三个相等的电阻接成Y形或Δ形时的等效变换是：

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_Y$$

$$R_{12} = R_{23} = R_{31} = R_\Delta = 3R_Y \Rightarrow R_Y = \frac{1}{3}R_\Delta$$

Y形—Δ形

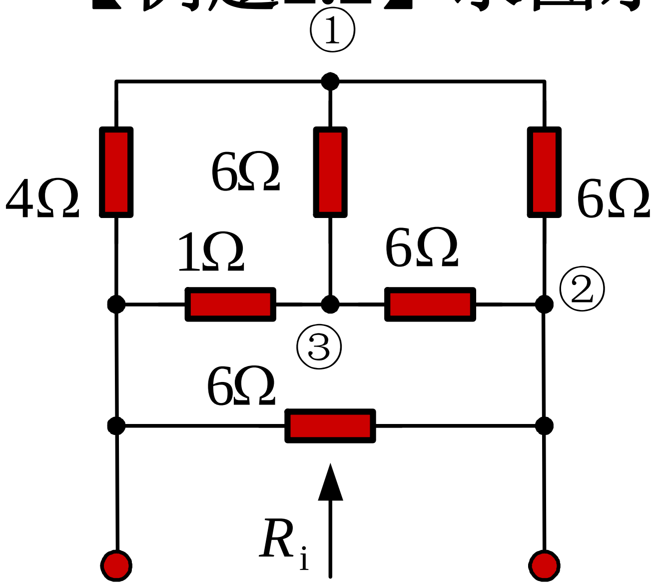
$$\left.\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2} \end{aligned}\right\}$$

Δ形—Y形

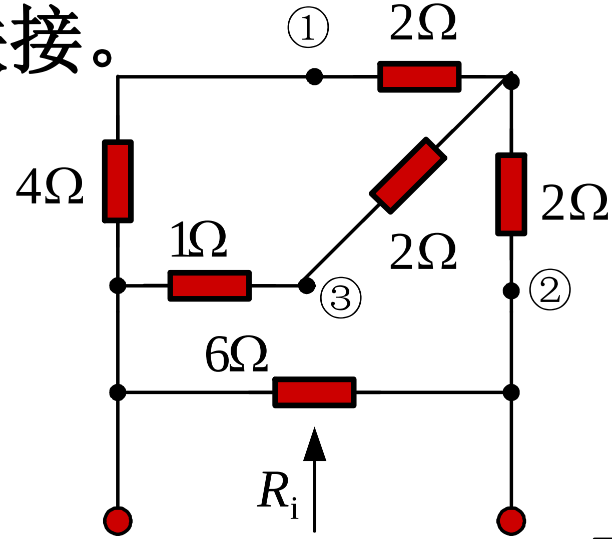
$$\left.\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned}\right\}$$

2.1 电阻网络的等效

【例题2.2】求图示电路的等效电阻R_i？

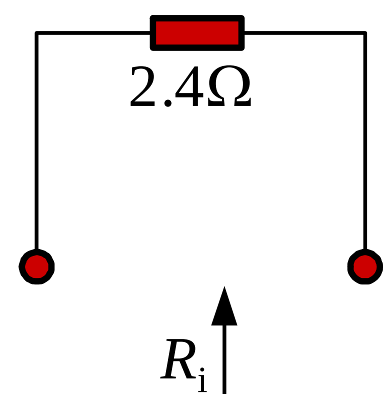


解：将节点①、②、③之间的对称Δ形联接电阻化为等效对称的Y形联接。



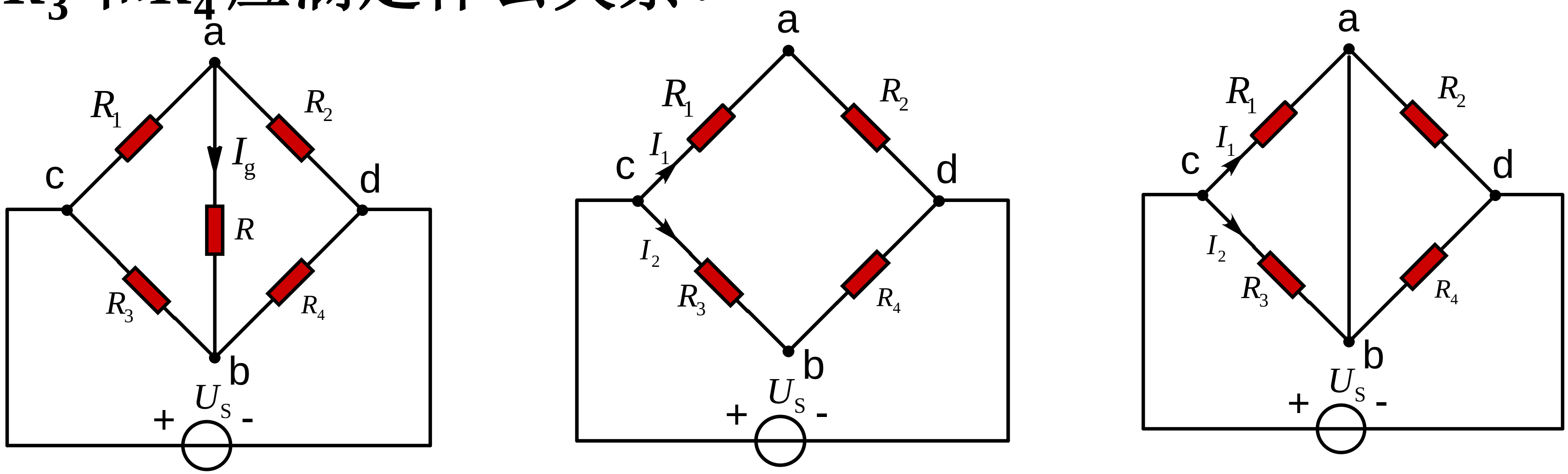
用串并联化简等效后的电路求出等效电阻

$$R_i = 6\Omega \parallel [(4\Omega + 2\Omega) \parallel (1\Omega + 2\Omega) + 2\Omega] = 2.4\Omega$$



2.1 电阻网络的等效

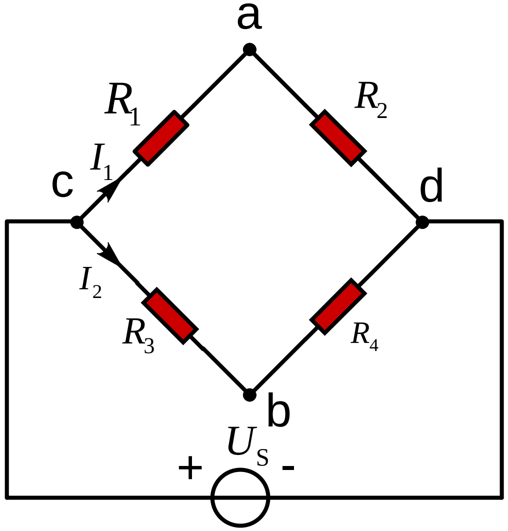
【例题2.3】图示电路是桥形电阻电路，当I_g=0，U_{ab}=0时称电桥是平衡的，试说明电桥平衡时的电阻R_1，R_2，R_3 和R_4 应满足什么关系？



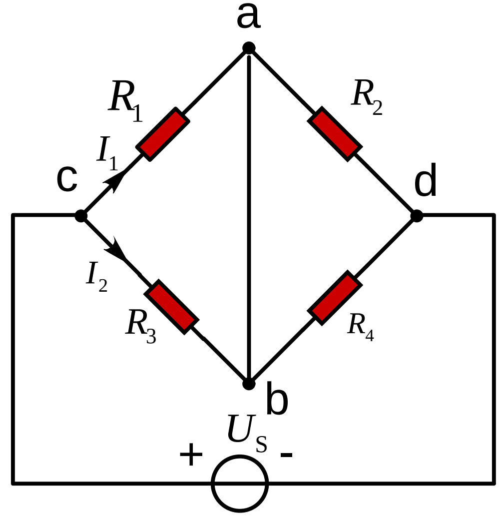
(a) (b) (c)

解：电桥平衡时I_g=0，U_{ab}=0。从I_g=0角度看，a，b两点间是开路的，如图(b)所示；从U_{ab}=0角度看， a，b两点间是短路的，如图(c)所示。

2.1 电阻网络的等效



(b)



(c)

由图b有 $I_1 = \dfrac{U_S}{R_1 + R_2}$ $\quad I_2 = \dfrac{U_S}{R_3 + R_4}$

由图c有 $U_{ca} = U_{cb}$ 即 $R_1 I_1 = R_3 I_2$

$$\left.\begin{matrix} I_1 = \dfrac{U_S}{R_1 + R_2} \quad I_2 = \dfrac{U_S}{R_3 + R_4} \\ R_1 I_1 = R_3 I_2 \end{matrix}\right\} \quad \frac{R_1 U_S}{R_1 + R_2} = \frac{R_3 U_S}{R_3 + R_4}$$

即 $\dfrac{R_1}{R_2} = \dfrac{R_3}{R_4}$

2.1 电阻网络-小结

1、 等效的条件和注意事项

条件：端口特性相同；注意：是对外电路等效

2、 电阻串联特点

电流相同分电压，分压比=功耗比=电阻比

等效电阻=全部电阻之和

3、 电阻并联特点

电压相同分电流，分流比=功耗比=电导比

等效电导=全部电导之和

4、 电阻Y-Δ变换

对称的 $R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$ $R_\Delta = 3R_Y$

不对称的-现推

5、 电阻互联等效化简步骤

先看平衡电桥（可短可断）-串并联- Y-Δ-欧姆定律