

ch4.4 *RLC*元件上电压电流 的相量关系

杨旭强

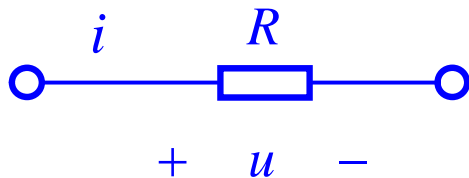
哈尔滨工业大学电气工程系



4.4 RLC元件上电压与电流的相量关系

基本要求：熟练掌握相量形式的元件方程，理解元件方程的时域形式与相量形式的对应关系。

1. 电阻元件



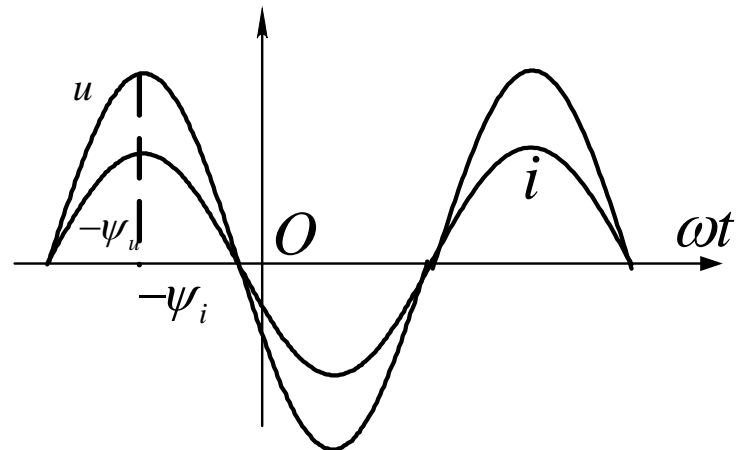
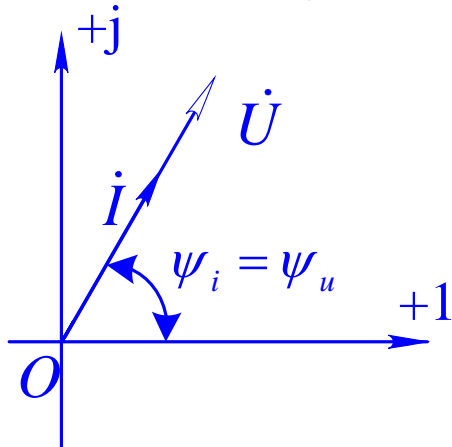
复域 $\dot{U}_m = R\dot{I}_m$ 或 $\dot{U} = R\dot{I}$

A phasor diagram showing a resistor R connected between two terminals. The current \dot{I}_m flows from the left terminal to the right terminal. The voltage \dot{U}_m is measured across the resistor, with the positive terminal on the left and the negative terminal on the right.

时域 $u = Ri$

有效值 $U = RI$ 相位 $\psi_u = \psi_i$

***在电阻 R 上电压电流有效值(或振幅)之比等于电阻；电压与电流同相位。



2. 电感元件



微分
性质

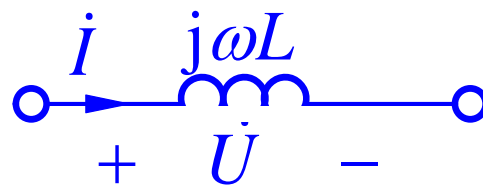
$$\dot{U} = j\omega L \dot{I} = jX_L \dot{I}$$

时域 $u = L \frac{di}{dt}$

$$X_L = \omega L \quad \text{称为感抗} \\ \text{单位为}\Omega$$

有效值 $U = \omega L I$

相位 $\psi_u = \psi_i + \frac{\pi}{2}$

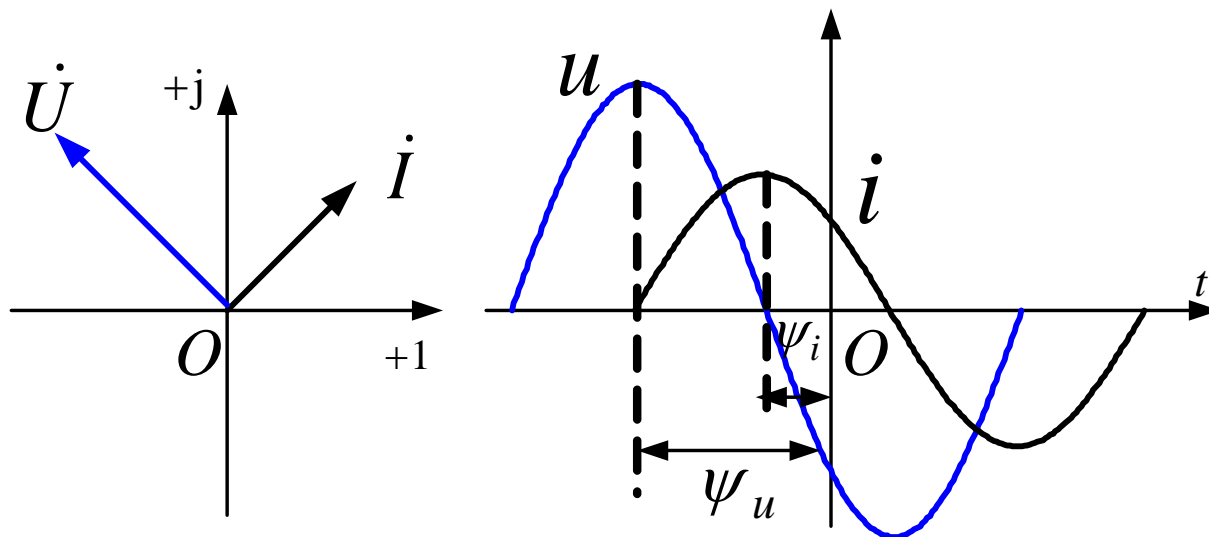


电感的相量电路模型

***结论：电感上电压比电流超前 90° ；电压、电流有效值之比等于感抗 X_L 。

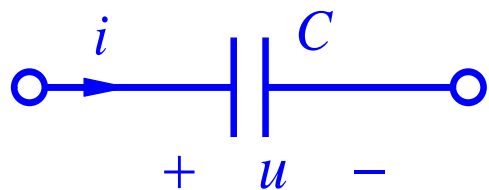
2. 电感元件

相量图和波形图



电感上电压、电流相量图与波形

3. 电容元件



时域 $i = C \frac{du}{dt}$

微分

性质

$$\dot{I} = j\omega C \dot{U}$$

复域

$$\dot{U} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}$$

$$= -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = jX_c \dot{I}$$

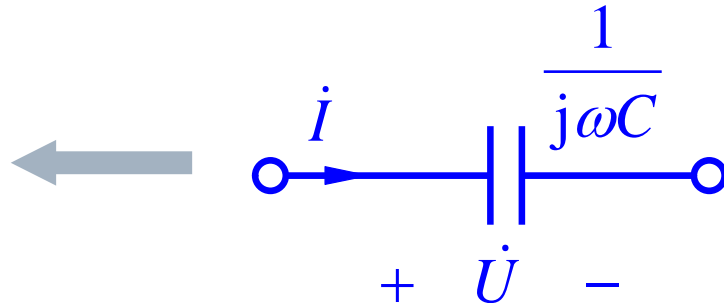
$$X_c = -\frac{1}{\omega C}$$

称为容抗

单位为 Ω

有效值 $U = \frac{I}{\omega C} = |X_c| I$

相位 $\psi_u = \psi_i - 90^\circ$

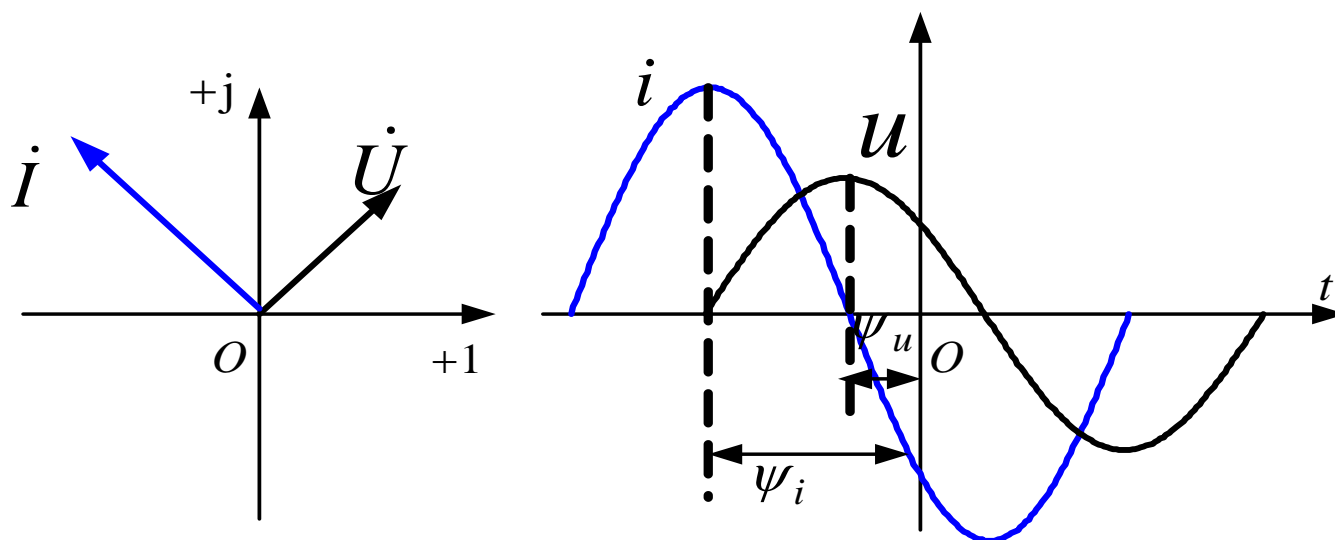


电容的相量电路模型

3. 电容元件

$$\dot{U} = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}$$

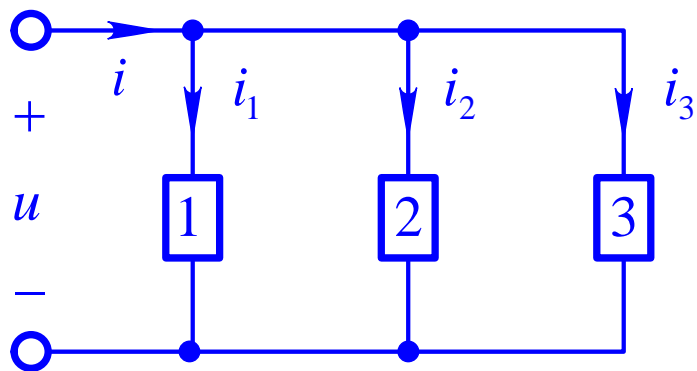
结论：电压、电流有效值(或振幅)之比等于容抗的绝对值；电压比电流滞后 90° 。



电容上电压、电流相量图与波形

[例题4.1]

已知图示电路 $u = 100 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{V}$ 、 $i_1 = 2 \cos(\omega t + 100^\circ) \text{A}$ 、 $i_2 = -4 \cos(\omega t + 190^\circ) \text{A}$ 、 $i_3 = 5 \sin(\omega t + 10^\circ) \text{A}$ 。求电压超前于电流的相位差，并判断对应的元件。



【解】 将 i_2 和 i_3 改写为余弦标准式

$$\begin{aligned} i_2 &= -4 \cos(\omega t + 190^\circ) \text{A} \\ &= 4 \cos(\omega t + 190^\circ - 180^\circ) \text{A} \\ &= 4 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_3 &= 5 \sin(\omega t + 10^\circ) \text{A} \\ &= 5 \cos(\omega t + 10^\circ - 90^\circ) \text{A} \\ &= 5 \cos(\omega t - 80^\circ) \text{A} \end{aligned}$$

初相位

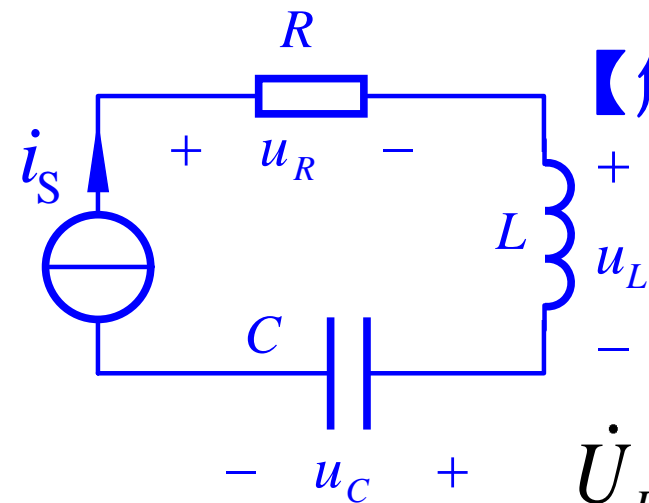
$$\psi_u = 10^\circ, \psi_{i_1} = 100^\circ$$

$$\psi_{i_2} = 10^\circ, \psi_{i_3} = -80^\circ$$

相位差 $\varphi_1 = \psi_u - \psi_{i_1} = -90^\circ$ $\varphi_2 = \psi_u - \psi_{i_2} = 0^\circ$ $\varphi_3 = \psi_u - \psi_{i_3} = 90^\circ$

[书例4.6]

已知图示电路 $i_s = 0.2 \cos(\omega t + 45^\circ) \text{ A}$, $\omega = 10 \text{ rad/s}$, $R = 20 \Omega$, $L = 3 \text{ H}$, $C = 5 \times 10^{-3} \text{ F}$ 。试求电压 u_R 、 u_L 和 u_C 。



【解】

$$i_s \rightarrow \dot{I}_{\text{Sm}} = 0.2 \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$X_L = \omega L = 30 \Omega$$

$$X_C = -1/(\omega C) = -20 \Omega$$

$$\dot{U}_{Rm} = R \dot{I}_{\text{Sm}} = 20 \times 0.2 \angle 45^\circ \text{ V} = 4 \angle 45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{Lm} = jX_L \dot{I}_{\text{Sm}} = j30 \times 0.2 \angle 45^\circ \text{ V} = 6 \angle 135^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{Cm} = jX_C \dot{I}_{\text{Sm}} = -j20 \times 0.2 \angle 45^\circ \text{ V} = 4 \angle -45^\circ \text{ V}$$

$$u_R = 4 \cos(\omega t + 45^\circ) \text{ V}, u_L = 6 \cos(\omega t + 135^\circ) \text{ V}$$

$$u_C = 4 \cos(\omega t - 45^\circ) \text{ V}$$