

# Ch1.7.2 基尔霍夫电压定律

---

杨旭强

哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院

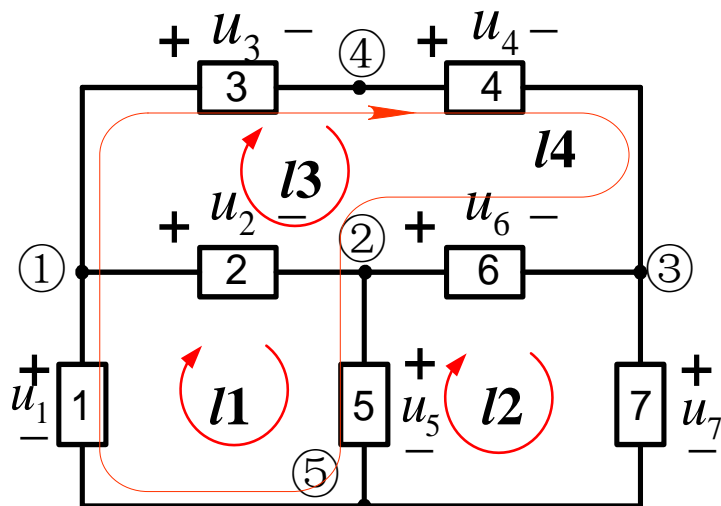


# 1.7 基尔霍夫定律

**1. 基尔霍夫电压定律**(简称KVL)表述为：在集中参数电路中，任一时刻沿任一回路各支路电压的代数和为零，即

$$\sum u_k = 0 \quad (u_k \text{ 表示第 } k \text{ 条支路电压})$$

**规定参考方向：**  $u_k$  参考方向与回路方向相同时， $u_k$  的前面取“+”号，否则取“-”号。



基尔霍夫电压定律示例

根据左图，列写KVL方程

回路 $l1$ :  $-u_1 + u_2 + u_5 = 0$

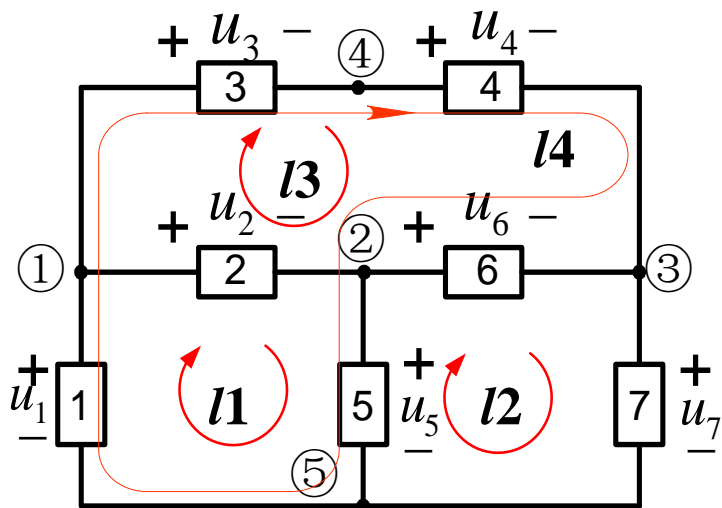
回路 $l2$ :  $-u_5 + u_6 + u_7 = 0$

回路 $l3$ :  $u_3 + u_4 - u_6 - u_2 = 0$

回路 $l4$ :  $-u_1 + u_3 + u_4 - u_6 + u_5 = 0$

# 1.7 基尔霍夫定律

## 2 基尔霍夫电压定律的推论



基尔霍夫电压定律示例

$$\text{回路}l1: -u_1 + u_2 + u_5 = 0$$

$$\text{回路}l2: -u_5 + u_6 + u_7 = 0$$

$$\text{回路}l3: u_3 + u_4 - u_6 - u_2 = 0$$

$$\text{回路}l4: -u_1 + u_3 + u_4 - u_6 + u_5 = 0$$

$$\text{回路}l1: u_2 + u_5 = u_1$$

$$\text{回路}l2: u_6 + u_7 = u_5$$

$$\text{回路}l3: u_3 + u_4 = u_6 + u_2$$

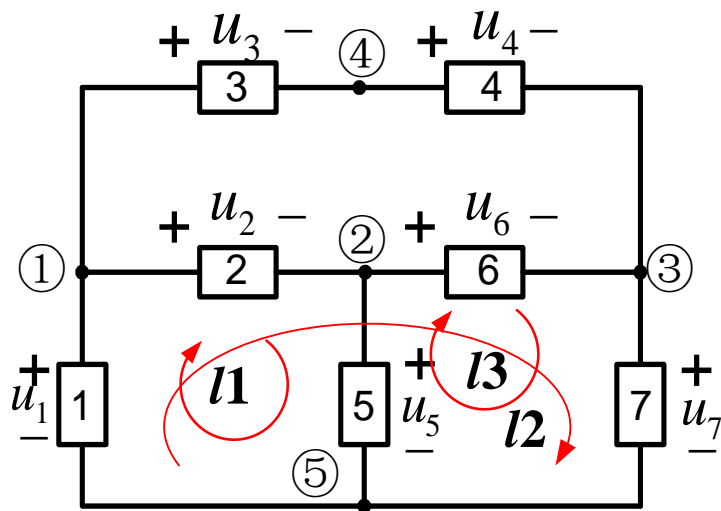
$$\text{回路}l4: u_3 + u_4 + u_5 = u_1 + u_6$$

**推论：**沿任一回路，各支路电压降(voltage drop)的代数和等于电压升(voltage rise)的代数和，即

$$\sum u_{\text{电压降}} = \sum u_{\text{电压升}}$$

# 1.7 基尔霍夫定律

3 在集中参数电路中，任意两点之间的电压具有确定值，与计算路径无关



基尔霍夫电压定律示例

$$u_{15} = u_1$$

$$u_{15} = u_2 + u_5$$

$$u_{15} = u_2 + u_6 + u_7$$

回路l1:  $u_1 = u_2 + u_5$

回路l2:  $u_1 = u_2 + u_6 + u_7$

$$u_{25} = u_5$$

$$u_{25} = u_1 - u_2$$

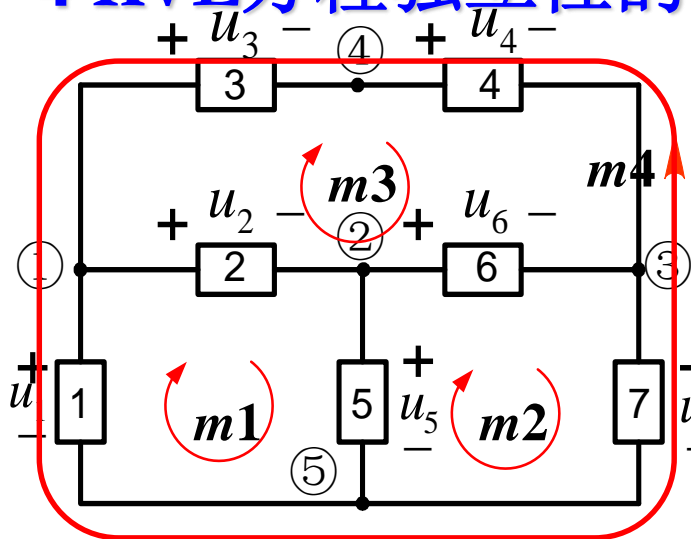
$$u_{25} = u_6 + u_7$$

回路l1:  $u_1 - u_2 = u_5$

回路l3:  $u_5 = u_6 + u_7$

# 1.7 基尔霍夫定律

## 4 KVL方程独立性的讨论



$$\text{回路} m1: -u_1 + \cancel{u_2} + \cancel{u_5} = 0$$

$$\text{回路} m3: u_3 + u_4 - \cancel{u_6} - \cancel{u_2} = 0$$

$$\text{回路} m2: -\cancel{u_5} + \cancel{u_6} + u_7 = 0$$

$$\text{回路} m4: u_1 - u_3 - u_4 - u_7 = 0$$

$$-u_1 + u_3 + u_4 + u_7 = 0$$

基尔霍夫电压定律示例

可以验证：平面电路全部内网孔列的KVL方程是一组独立方程，其个数为 $b-n+1$ 个。

选取独立且完备的回路方法：

方法1：选全部内网孔

方法2：每个新选的回路中要包含独有支路，所选回路要经过全部支路，不可有遗漏。

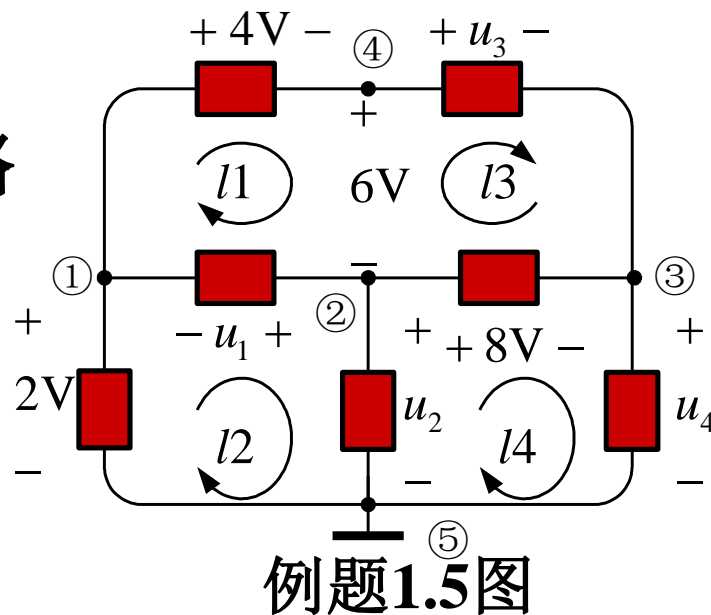
## 1.7 基尔霍夫定律-小结

	定义	变形	独立方程选取	独立方程个数	参考方向	一步解
KCL	$\sum i_k = 0$ 节点 闭合边界	$\sum i_{\text{流入}} = \sum i_{\text{流出}}$	任意n-1个 节点	n-1	流出 流入	适当 选闭 合边 界
KVL	$\sum u_k = 0$ 回路 网孔	$\sum u_{\text{电压降}} = \sum u_{\text{电压升}}$	全部内网孔 两条	b-n+1	沿回路 逆回路	适当 选回 路

## 1.7 基尔霍夫定律

【例题1.5】电路如图所示。已知部分支路电压，求出其它支路电压。

解：分别对包含待求电压的回路列写KVL方程，并将待求电压写在等号左边得



回路 $l1$ :  $4V + 6V + u_1 = 0 \Rightarrow u_1 = -4V - 6V = -10V$

回路 $l2$ :  $-u_1 + u_2 - 2V = 0 \Rightarrow u_2 = u_1 + 2V = -8V$

回路 $l3$ :  $u_3 - 6V - 8V = 0 \Rightarrow u_3 = 6V + 8V = 14V$

回路 $l4$ :  $8V + u_4 - u_2 = 0 \Rightarrow u_4 = -8V + u_2 = -16V$

?? 如何  
一步得到  
 $u_2$

## 1.7 基尔霍夫定律

【例题1.6】电路如图所示。已知部分支路电压，求出其它未知支路电压， $u_{14}$ ， $u_{15}$ ， $u_{52}$ ， $u_{53}$ 。

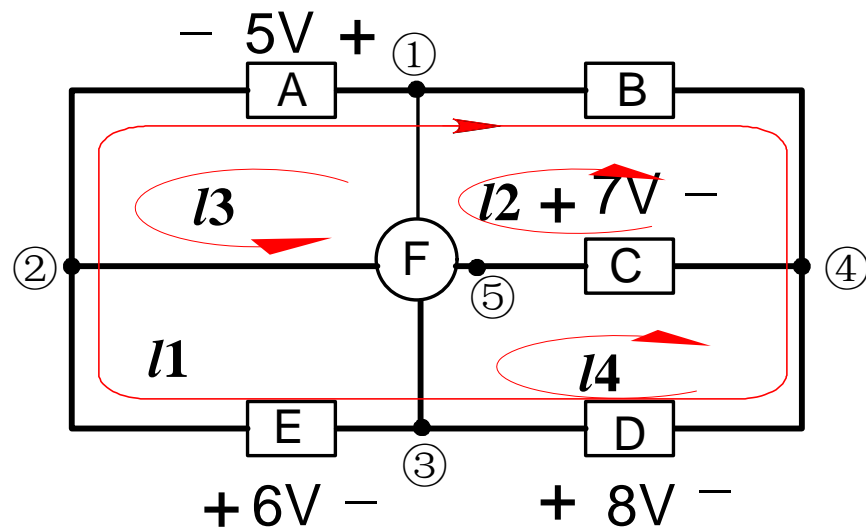
解：

回路 $l1$ :  $u_{14} = 5V + 6V + 8V = 19V$

回路 $l2$ :  $u_{15} = u_{14} + u_{45} = 19V - 7V = 12V$

回路 $l3$ :  $u_{52} = u_{51} + u_{12} = -12V + 5V = -7V$

回路 $l4$ :  $u_{53} = u_{54} + u_{43} = 7V - 8V = -1V$



例题1.6图



## 1.7 基尔霍夫定律

**【例题1.7】** 电路如图所示。  
已知  $i_2=1\text{A}$ ,  $i_7=2\text{A}$ ,  $u_{13}=-3\text{V}$ ,  $u_{24}=5\text{V}$ ,  $u_{34}=2\text{V}$ 。求  
支路1发出的功率

解: 对闭合边界  $S'$  列 **KCL**  
方程

$$i_1 = i_7 - i_2 = 2\text{A} - 1\text{A} = 1\text{A}$$

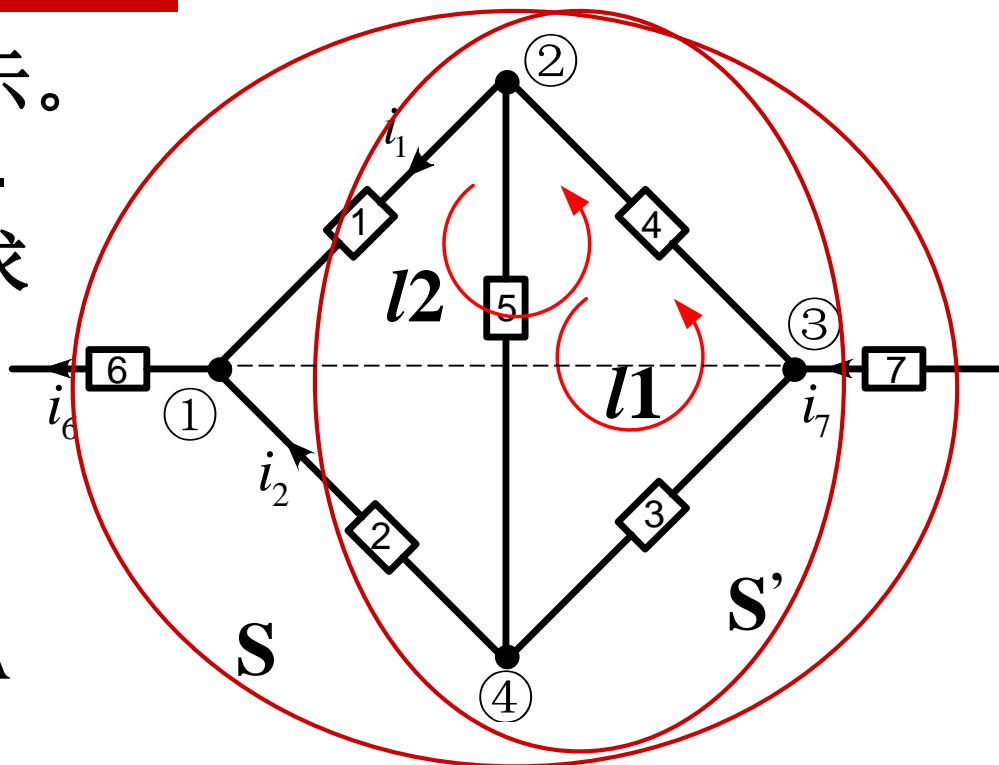
对回路  $l1$  列 **KCL** 方程

$$u_{24} + u_{43} + u_{32} = 0 \Rightarrow u_{32} = -u_{24} + u_{34} = -5\text{V} + 2\text{V} = -3\text{V}$$

对回路  $l2$  列 **KCL** 方程

$$u_{32} + u_{21} + u_{13} = 0 \Rightarrow u_{21} = -u_{32} - u_{13} = 3\text{V} + 3\text{V} = 6\text{V}$$

$$\text{支路1发出的功率为 } p = -u_{21} \times i_1 = -6\text{V} \times 1\text{A} = -6\text{W}$$



例题1.7图

## 1.7 基尔霍夫定律

【例题1.8】求图示电路中每个电压源发出的功率。

解：1 根据KVL求得各电阻电压

$$u_1 = 4V + 6V = 10V$$

$$u_2 = 8V + 6V = 14V$$

$$u_3 = 8V - 4V = 4V$$

2 由欧姆定律求出各电阻电流

$$i_1 = \frac{u_1}{20\Omega} = 0.5A \quad i_2 = \frac{u_2}{40\Omega} = 0.35A \quad i_3 = \frac{u_3}{80\Omega} = 0.05A$$

3 对各节点列写KCL方程，求得各电压源电流

节点①：  $i_4 = i_1 - i_3 = 0.45A$

节点②：  $i_5 = i_1 + i_2 = 0.85A$

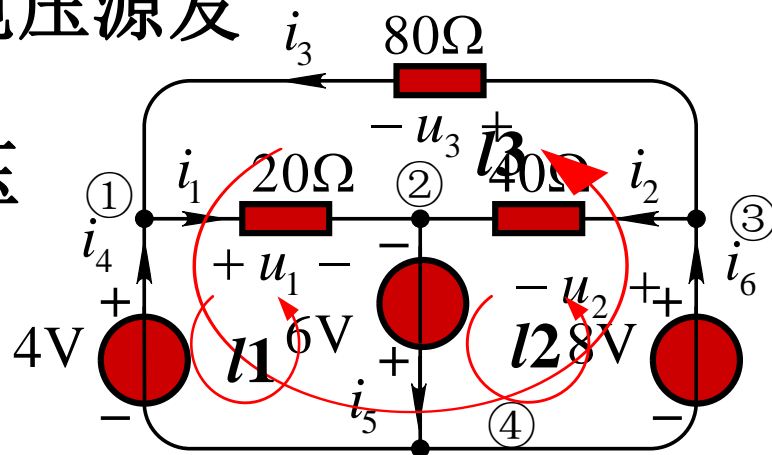
节点③：  $i_6 = i_2 + i_3 = 0.4A$

4 计算各电压源发出的功率

$$p_4 = 4V \times i_4 = 1.8W$$

$$p_6 = 6V \times i_5 = 5.1W$$

$$p_8 = 8V \times i_6 = 3.2W$$



例题1.8图

## 1.7 基尔霍夫定律

【例题1.9】求图示电路中电压源与电流源各自提供的功率。

解：1 由回路 $l1$ ,  $l2$ 的KVL方程分别求得

$$u_2 = -5V + 1V = -4V$$

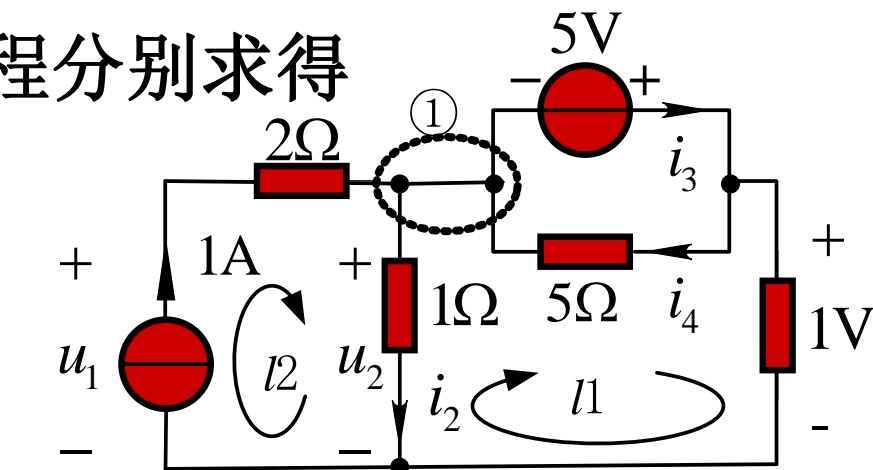
$$u_1 = 2\Omega \times 1A + u_2 = -2V$$

2 由欧姆定律求得电阻电流

$$i_2 = \frac{u_2}{1\Omega} = -4A$$

$$i_4 = \frac{5V}{5\Omega} = 1A$$

4 电压源和电流源发出功率



例题1.9图

3 由节点①的KCL方程求得  
流过电压源的电流

$$i_3 = 1A - i_2 + i_4 = 6A$$

$$p_{5V} = 5V \times i_3 = 30W$$

$$p_{1A} = u_1 \times 1A = -2W$$

## 1.7 基尔霍夫定律

**【例题1.10】** 求图示电路中两个受控电源各自发出的功率。

解：1 对节点②列KCL方程求得 $i_1$

$$i_1 + 2i_1 = 9\text{A} \Rightarrow i_1 = 3\text{A}$$

2 电阻电压

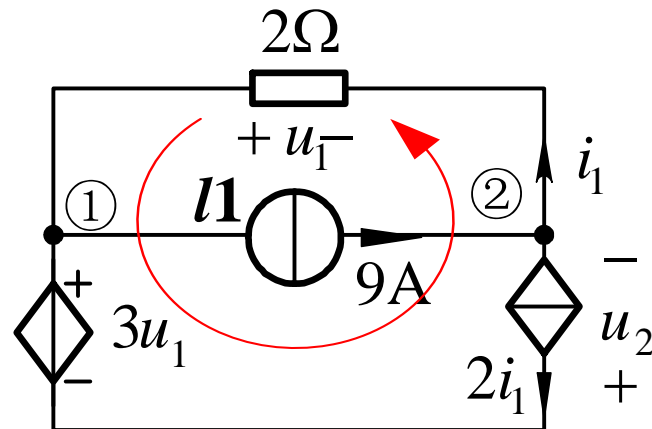
$$u_1 = -(2\Omega \times i_1) = -6\text{V}$$

3 利用KVL方程求得受控电流源端口电压

$$u_2 = -3u_1 + u_1 = 12\text{V}$$

4 受控电流源发出的功率为  $p_{\text{CCCS}} = u_2 \times 2i_1 = 72\text{W}$

5 受控电压源发出的功率为  $p_{\text{VCCVS}} = 3u_1 \times 2i_2 = -108\text{W}$



例题1.10图