

# 第6章 非正弦周期电流电路

---

杨旭强

哈尔滨工业大学电气工程系



## 6.4 非正弦周期电流电路的计算

基本要求：掌握非正弦周期电流电路的分析方法。

线性电路在非正弦周期激励时的稳态分析步骤：

1. 把给定的非正弦周期性激励分解为恒定分量和各谐波分量。
2. 分别计算电路在上述恒定分量和各谐波分量单独作用下的响应。

电感、电容对 $k$ 次谐波的电抗分别为

$$\Rightarrow \begin{cases} X_{Lk} = k\omega_1 L = kX_{L1} \\ X_{Ck} = -\frac{1}{k\omega_1 C} = \frac{1}{k} X_{C1} \end{cases}$$

基波感抗

基波容抗

3. 根据叠加定理，把恒定分量和各谐波分量的响应相量转化为瞬时表达式后进行叠加。

## 6.4 非正弦周期电流电路的计算

非正弦周期电流电路

激励  $f(t)$

$$f(t) = A_0 + A_{m1} \cos(\omega_1 t + \psi_1)$$

$$+ A_{m2} \cos(2\omega_1 t + \psi_2) + \dots$$

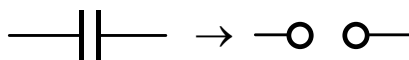
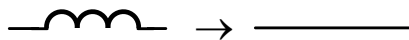
$$A_{mk} \cos(k\omega_1 t + \psi_k) + \dots$$

.....

$$u(t) = ? \quad i(t) = ?$$

$$U = ? \quad I = ? \quad P = ?$$

直流分量单独作用



用直流分量分析法求出

$$I_0, U_0, P_0$$

各谐波分量单独作用

正弦交流电路—相量法

$$X_{Lk} = k\omega_1 L = kX_{L1}$$

$$X_{Ck} = \frac{-1}{k\omega_1 C} = \frac{1}{k} X_{C1}$$

.....

$$\dot{I}_k, \dot{U}_k, I_k, U_k,$$

$$i_k, u_k, P_k$$

瞬时值叠加

$$i = I_0 + i_1 + i_2 + \dots$$

$$u = U_0 + u_1 + u_2 + \dots$$

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + \dots$$

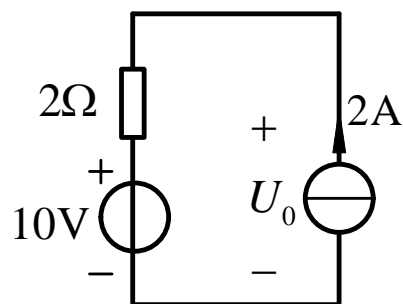
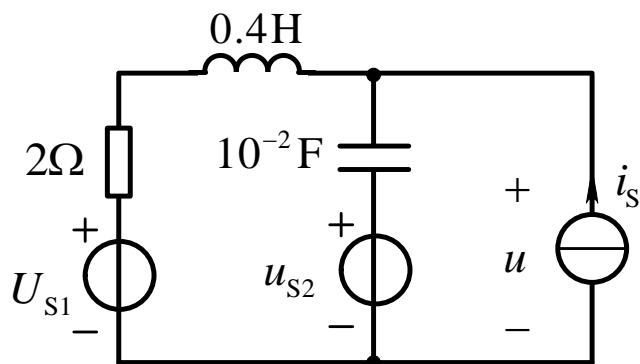
$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots}$$

## 【例题6.4】

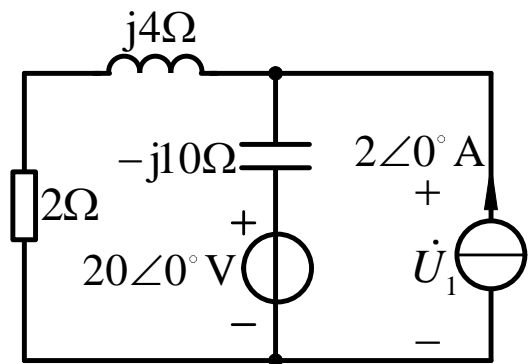
图示电路  $U_{S1} = 10\text{V}$  ,  $u_{S2} = 20\sqrt{2} \cos \omega_1 t \text{V}$  ,  $i_S = (2 + 2\sqrt{2} \cos \omega_1 t) \text{A}$   $\omega_1 = 10\text{rad/s}$  。 (1)求电流源的端电压 $u$ 及其有效值； (2) 求电流源发出的平均功率。

【解】 直流分量作用



$$\begin{aligned} U_0 &= 10\text{V} + 2\Omega \times 2\text{A} \\ &= 14\text{V} \end{aligned}$$

交流分量作用

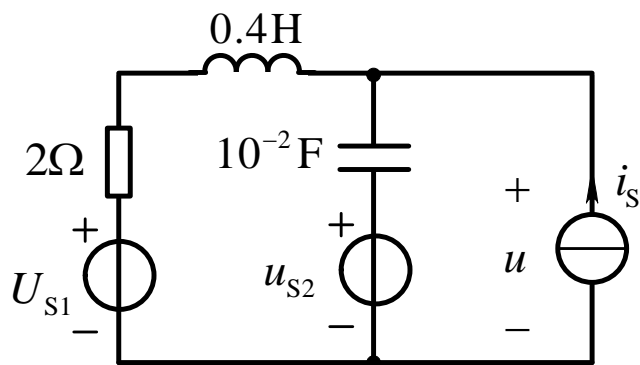


$$\left[ \frac{1}{(2 + j4)\Omega} + \frac{1}{-j10\Omega} \right] \dot{U}_1 = \frac{20\text{V}}{-j10\Omega} + 2\text{A}$$

$$\text{解得 } \dot{U}_1 = 20\angle 90^\circ \text{V}$$

## 【例题6.4】

图示电路  $U_{S1} = 10\text{V}$  ,  $u_{S2} = 20\sqrt{2} \cos \omega_1 t \text{V}$  ,  $i_S = (2 + 2\sqrt{2} \cos \omega_1 t) \text{A}$  ,  $\omega_1 = 10\text{rad/s}$  。 (1)求电流源的端电压 $u$ 及其有效值； (2) 求电流源发出的平均功率。



【解】  $U_0 = 14\text{V}$      $\dot{U}_1 = 20\angle 90^\circ \text{V}$

电流源的端电压及其有效值分别为

$$u = U_0 + u_1 = [14 + 20\sqrt{2} \cos(\omega_1 t + 90^\circ)] \text{V}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2} = \sqrt{(14)^2 + (20)^2} \text{V} = 24.4 \text{V}$$

电流源发出的平均功率

$$\begin{aligned} P &= 2U_0 + 2U_1 \cos(90^\circ - 0^\circ) \\ &= (14 \times 2 + 20 \times 2 \cos 90^\circ) \text{W} = 28 \text{W} \end{aligned}$$

## 【补例6.5】

已知图示电路中输入电压  $u_1 = (20\cos\omega_1 t + 10\cos 3\omega_1 t)\text{V}$

当负载为下列两种情况时分别计算输出电压： $u_2$

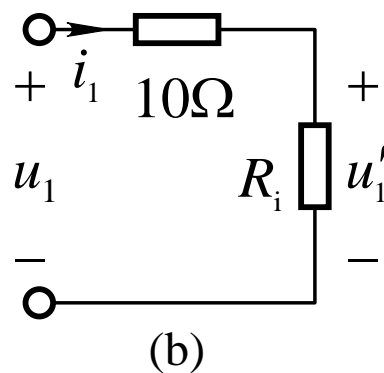
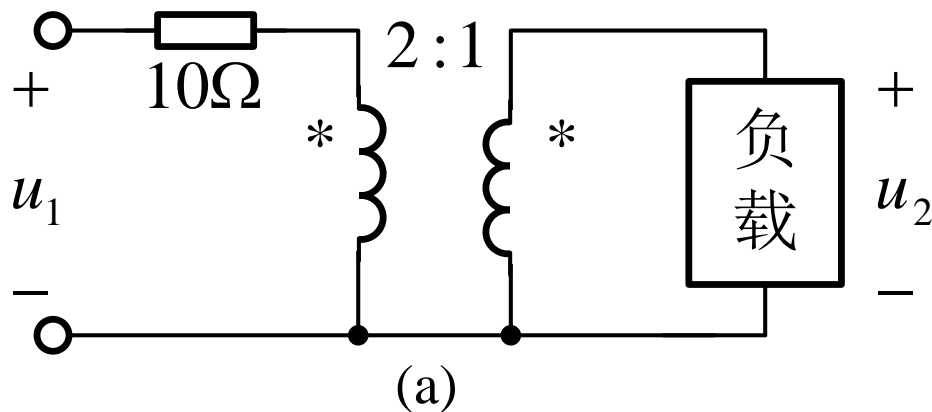
(1)负载为电阻  $R = 10\Omega$ ；(2)负载为电感，且  $\omega_1 L = 2\Omega$

解：(1)等效电路见图 (b)

$$R_i = n^2 R = 40\Omega$$

$$u_2 = \frac{1}{n} \times u'_1 = \frac{1}{2} \times \frac{40}{10 + 40} \times u_1$$

$$= [8\cos(\omega t) + 4\cos(3\omega t)]\text{V}$$



## 【补例6.5】

已知图示电路中输入电压  $u_1 = (20\cos\omega_1 t + 10\cos 3\omega_1 t)\text{V}$

当负载为下列两种情况时分别计算输出电压： $u_2$

(1)负载为电阻  $R = 10\Omega$ ；(2)负载为电感，且  $\omega_1 L = 2\Omega$

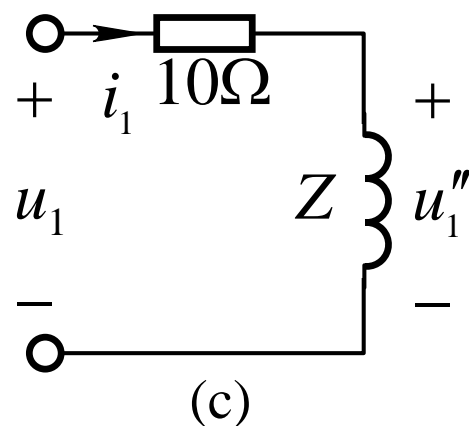
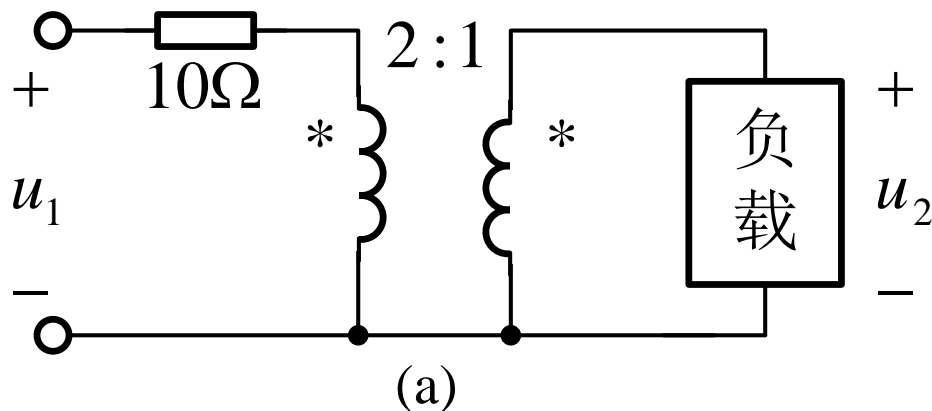
解：(2)等效电路见图 (c)

对基波

$$Z_{(1)} = n^2 \times j\omega L = j8\Omega$$

对三次谐波

$$Z_{(3)} = n^2 \times j3\omega L = j24\Omega$$



## 【补例6.5】

已知图示电路中输入电压  $u_1 = (20\cos\omega_1 t + 10\cos 3\omega_1 t)\text{V}$

当负载为下列两种情况时分别计算输出电压： $u_2$

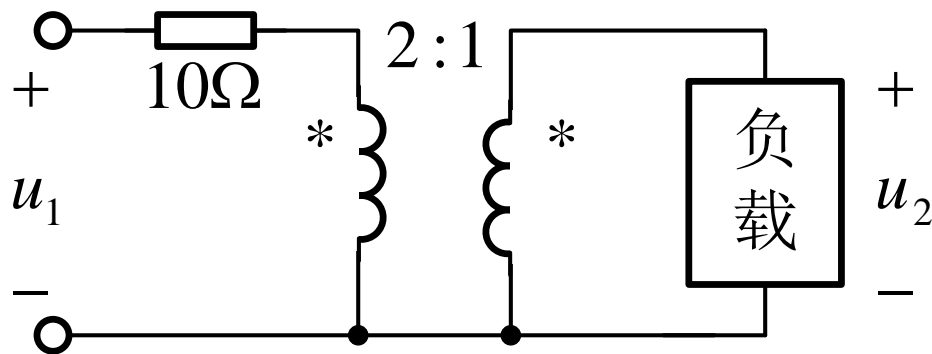
(1)负载为电阻  $R=10\Omega$ ；(2)负载为电感，且  $\omega_1 L=2\Omega$

解：(2)等效电路见图 (c)

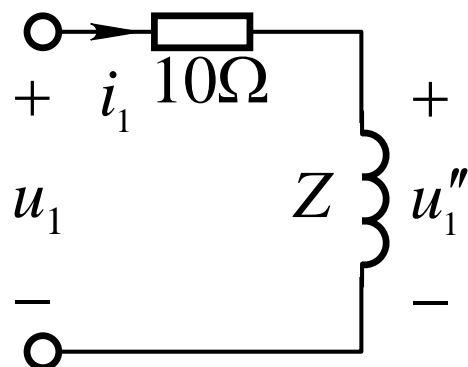
当基波单独作用时

$$\begin{aligned}\dot{U}_{2(1)} &= \frac{1}{n} \times \dot{U}_{1(1)}'' = \frac{1}{n} \times \frac{Z_{(1)}}{10 + Z_{(1)}} \times \frac{20}{\sqrt{2}} \text{ V} \\ &= \frac{6.247}{\sqrt{2}} \angle 51.34^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

$$u_{2(1)}(t) = 6.247 \cos(\omega t + 51.34^\circ) \text{ V}$$



(a)



(c)



## 【补例6.5】

已知图示电路中输入电压  $u_1 = (20\cos\omega_1 t + 10\cos 3\omega_1 t)\text{V}$

当负载为下列两种情况时分别计算输出电压： $u_2$

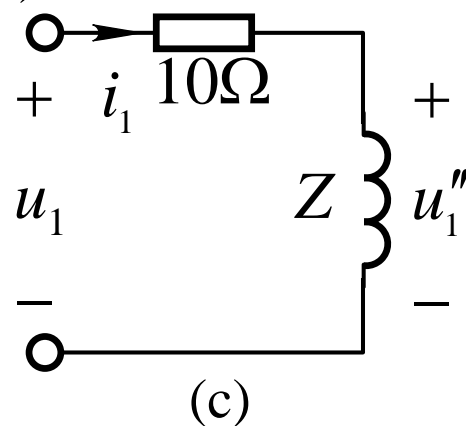
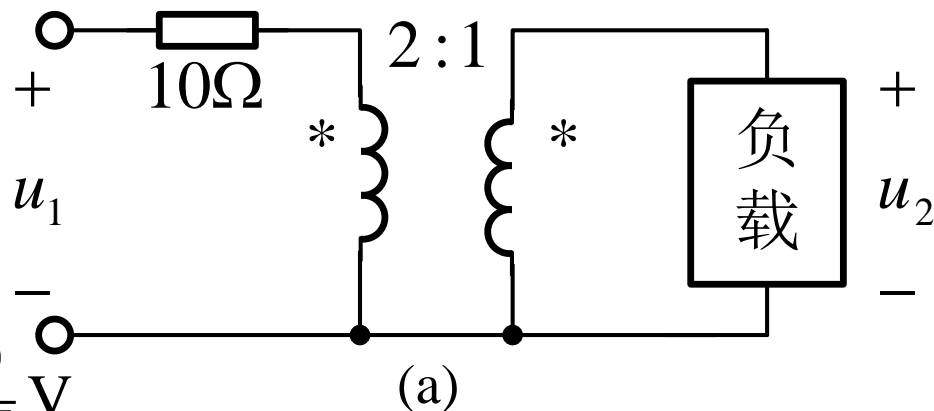
(1)负载为电阻  $R=10\Omega$ ；(2)负载为电感，且  $\omega_1 L=2\Omega$

解：(2)等效电路见图 (c)

当3次谐波单独作用时

$$\begin{aligned}\dot{U}_{2(3)} &= \frac{1}{n} \times \dot{U}_{1(3)}'' = \frac{1}{n} \times \frac{Z_{(3)}}{10 + Z_{(3)}} \times \frac{10}{\sqrt{2}} \text{V} \\ &= \frac{4.615}{\sqrt{2}} \angle 22.6^\circ \text{V}\end{aligned}$$

$$u_{2(3)}(t) = 4.615 \cos(3\omega t + 22.6^\circ) \text{V}$$



## 【补例6.5】

已知图示电路中输入电压  $u_1 = (20\cos\omega_1 t + 10\cos 3\omega_1 t)\text{V}$

当负载为下列两种情况时分别计算输出电压： $u_2$

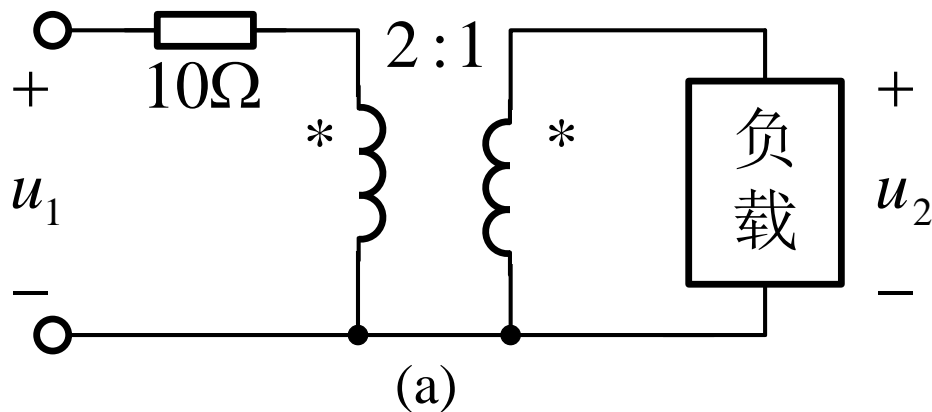
(1)负载为电阻  $R = 10\Omega$ ；(2)负载为电感，且  $\omega_1 L = 2\Omega$

解：(2)等效电路见图 (c)

由叠加定理得

$$u_2 = u_{2(1)} + u_{2(3)}$$

$$= [6.247 \cos(\omega t + 51.34^\circ) + 4.615 \cos(3\omega t + 22.6^\circ)] \text{V}$$



## 本章小结

---

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \cos(k\omega_1 t + \psi_k)$$

有效值  $A = \sqrt{A_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2} A_{mk}^2} = \sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \cdots}$

平均功率  $P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k = P_0 + \sum_{k=1}^{\infty} P_k$

计算非正弦周期电流电路的步骤：

- 1.将非正弦周期性激励分解为恒定分量、基波和各次谐波分量；
- 2.分别计算激励中不同频率的分量引起的响应；
- 3.最后将响应的各分量的瞬时表达式相加。