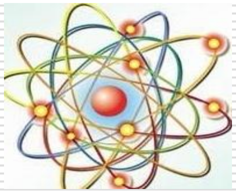
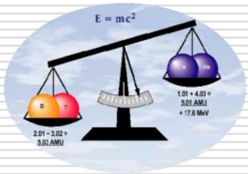




第7章 频率特性和谐振现象

杨旭强

哈尔滨工业大学电气工程系

第7章 频率特性和谐振现象

提要：本章主要研究电路特性与频率的关系。主要内容有网络函数和频率特性的概念；串联谐振和并联谐振现象；*RLC*串联电路的频率特性。

重点：串联、并联谐振的条件和特点。

本章目次

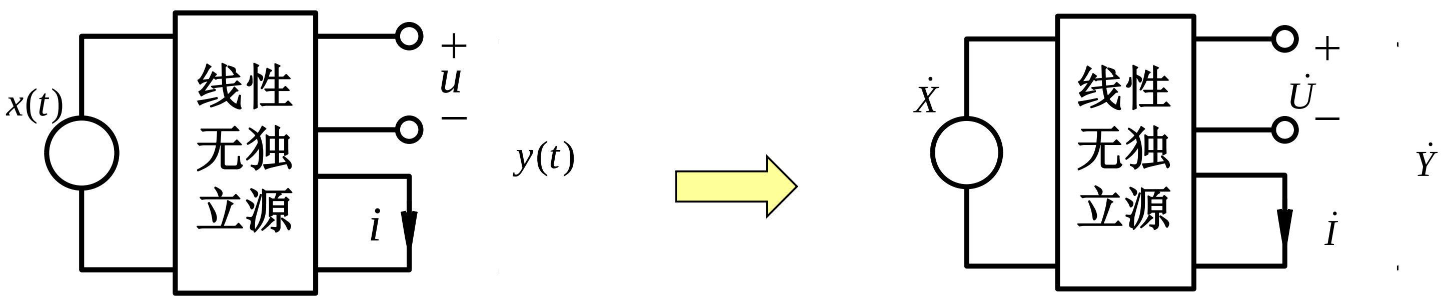
7.1 网络函数和频率特性

基本要求：掌握网络函数的定义、幅频特性和相频特性以及低通、高通、带通和带阻等概念。

1. 网络函数

在只有一个激励的正弦电流电路中响应相量与激励相量之比，称为网络函数。

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}}\overset{\text{def}}{=}\frac{\dot{Y}}{\dot{X}}$$



网络函数决定于电路结构、元件参数和电源频率，而与激励的相量无关。

7.1 网络函数和频率特性

1. 网络函数

激励和响应属于同一端口 $\begin{cases}\text{等效输入阻抗(驱动点阻抗)}\\ \text{等效输入导纳(驱动点导纳)}\end{cases}$

激励和响应属于不同端口时，网络函数又称为转移函数或传递函数。

激励	响应	转移函数
电流	电流	转移电流比 (transfer current ratio)
电流	电压	转移阻抗 (transfer impedance)
电压	电流	转移导纳 (transfer admittance)
电压	电压	转移电压比 (transfer voltage ratio)

7.1 网络函数和频率特性

2．频率响应

研究网络函数或响应随频率变动的规律称为电路的频率响应。

将网络函数写成极坐标形式得

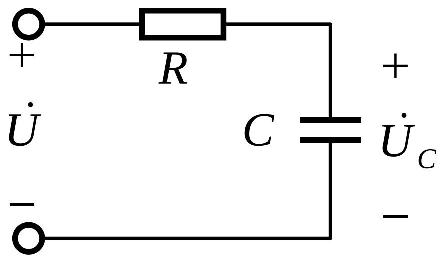
$$H(\mathrm{j}\omega)=\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|\angle\theta(\omega)$$

$\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|$ 为网络函数的模，称为网络函数的幅频特性，反映响应与激励有效值之比与频率的关系。

$\theta(\omega)$ 为网络函数的辐角，称为网络函数的相频特性，反映响应越前于激励的相位差与频率的关系。

网络的幅频特性和相频特性总称为频率特性。

2. 频率响应



$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_C}{\dot{U}}=\frac{1/\mathrm{j}\omega C}{R+1/\mathrm{j}\omega C}=\frac{1}{1+\mathrm{j}\omega RC}$$

令 $\omega_0=1/RC$　　（***RC***电路的固有频率或自然频率）

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{1+\mathrm{j}\omega/\omega_0}=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}}\angle-\arctan(\omega/\omega_0)$$

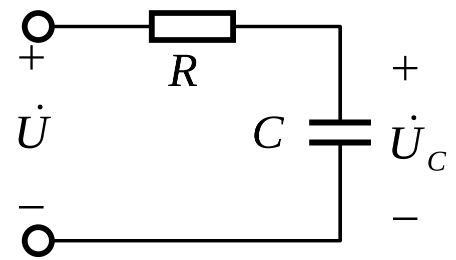
$$\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}}\qquad \theta(\omega)=-\arctan(\omega/\omega_0)$$

7.1 网络函数和频率特性

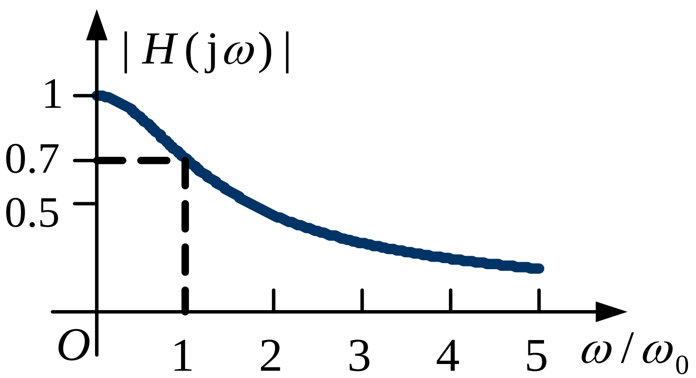
2． 频率响应

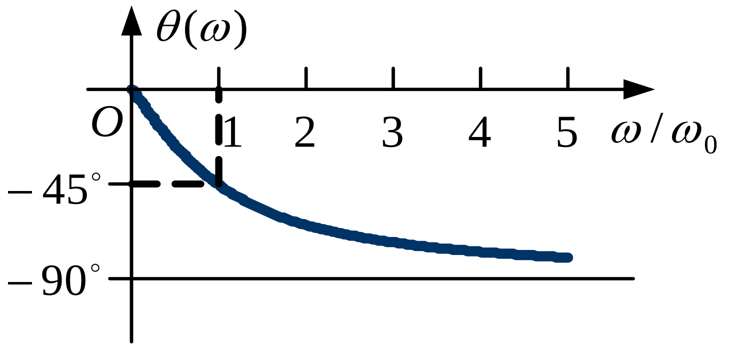
$$|H(\mathrm{j}\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}}$$

$$\theta(\omega) = -\arctan(\omega/\omega_0)$$



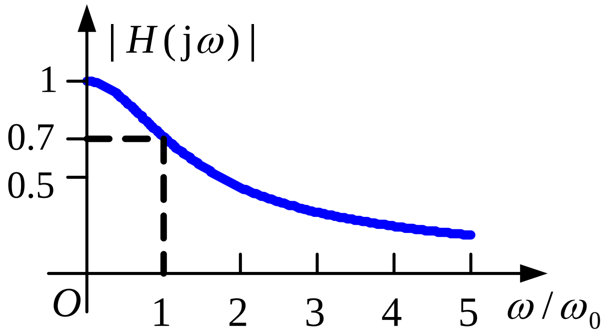
ω/ω_0	$\lvert H(\mathrm{j}\omega)\rvert$	$\theta(\omega)$
0	1	0°
1	$1/\sqrt{2}$	-45°
2	$1/\sqrt{5}$	-63.43°
⋮	⋮	⋮
∞	0	-90°



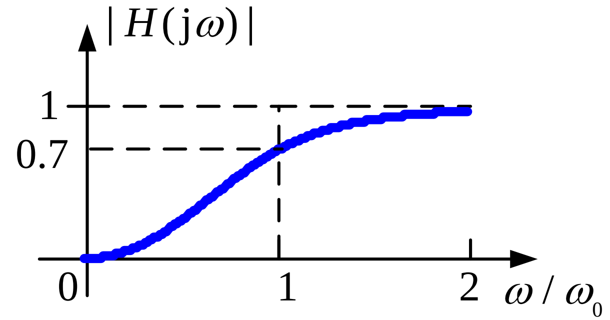


7.1 网络函数和频率特性

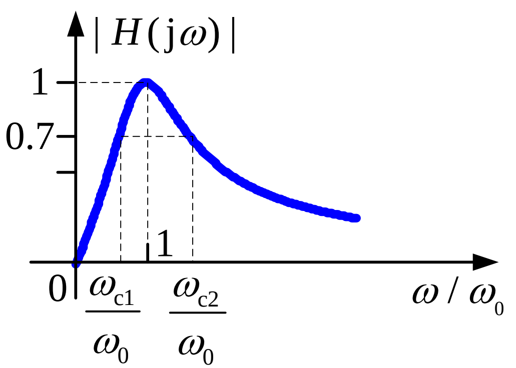
3．几个相关概念



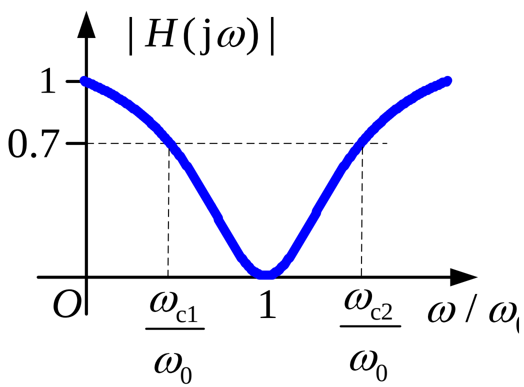
低通网络



高通网络



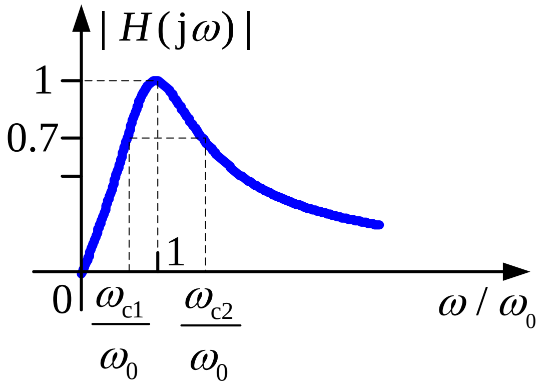
带通网络



带阻网络

7.1 网络函数和频率特性

3．几个相关概念



将网络函数的模下降到最大值的 $1/\sqrt{2}$ 时所对应的频率称为**截止频率** ω_c 。

ω_{c1} —低频截止频率

ω_{c2} —高频截止频率

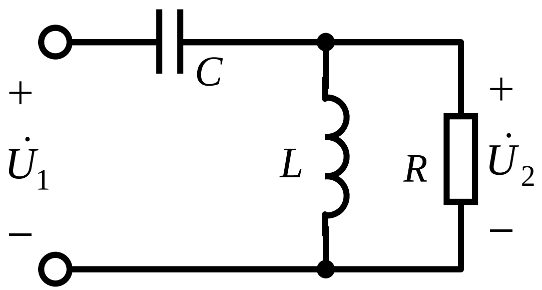
$\omega_{c1} < \omega < \omega_{c2}$ —通带

$\Delta\omega = \omega_{c2} - \omega_{c1}$ —通带宽度，带宽

$0 < \omega < \omega_{c1}$， $\omega > \omega_{c2}$ —阻带

【例题7.1】

求图示电路的网络函数 $H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1$



【解】

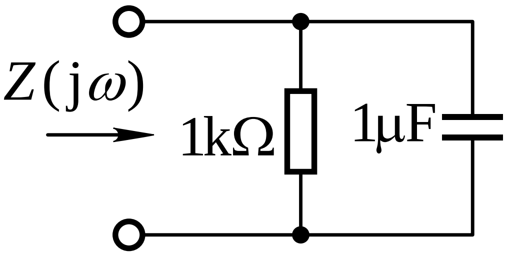
$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\dfrac{\mathrm{j}\omega L\times R}{\mathrm{j}\omega L+R}}{\dfrac{\mathrm{j}\omega L\times R}{\mathrm{j}\omega L+R}+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}$$

$$=\frac{-\omega^2}{-\omega^2+\mathrm{j}\dfrac{\omega}{RC}+\dfrac{1}{LC}}$$

【补充7.1】

求图示*RC*并联电路的输入阻抗 $Z(\mathrm{j}\omega)$，大致画出其幅频特性和相频特性，确定通带、阻带和截止频率。

【解】由阻抗并联等效公式得



$$Z(\mathrm{j}\omega)=\frac{10^3/(\mathrm{j}\omega 10^{-6})}{10^3+1/(\mathrm{j}\omega 10^{-6})}=\frac{10^3}{1+\mathrm{j}\omega 10^{-3}}\Omega$$

阻抗模及幅角分别为：

$$|Z(\mathrm{j}\omega)|=\frac{10^3}{\sqrt{1+(10^{-3}\omega)^2}}\qquad \theta(\omega)=-\arctan(10^{-3}\omega)$$

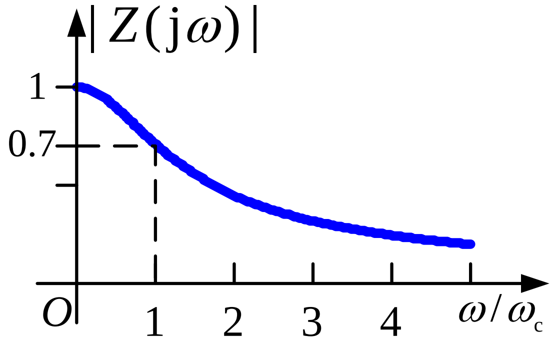
令：$|Z(\mathrm{j}\omega_c)|=1/\sqrt{2}\,|Z|_{max}$　　求得截止角频率 $\omega_c=10^3\mathrm{rad/s}$

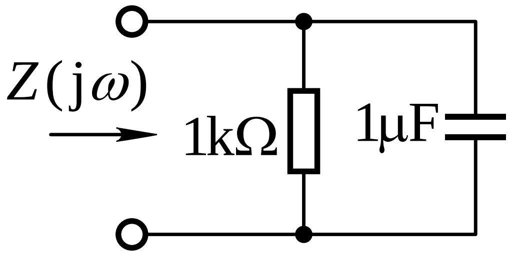
通带 $\boldsymbol{\omega=0\sim 10^3}$ **rad/s**　　阻带 $\boldsymbol{\omega=10^3}$ **rad/s** $\sim\infty$

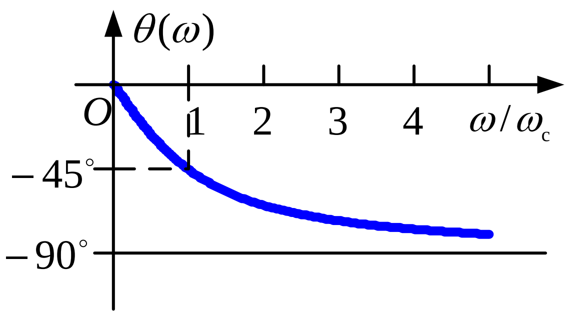
【补充7.1】

求图示*RC*并联电路的输入阻抗$Z(\mathrm{j}\omega)$，大致画出其幅频特性和相频特性，确定通带、阻带和截止频率。

【解】

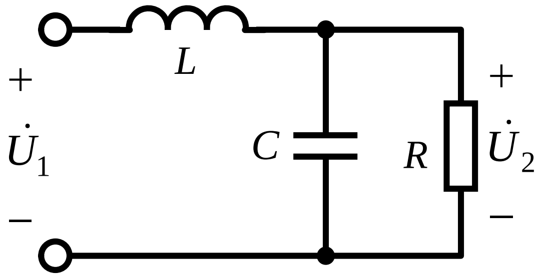






【补充7.2】

求图示电路的网络函数 $H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1$，它具有高通特性还是低通特性？



【解】***RC*并联的等效阻抗**

$$Z_{RC}=\frac{R/\mathrm{j}\omega C}{R+1/\mathrm{j}\omega C}=\frac{R}{1+\mathrm{j}\omega RC}$$

$$H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_2/\dot{U}_1=\frac{Z_{RC}}{\mathrm{j}\omega L+Z_{RC}}=\frac{1}{1-\omega^2LC+\mathrm{j}\omega L/R}$$

幅频特性 $|H(\mathrm{j}\omega)|=\dfrac{1}{\sqrt{(1-\omega^2LC)^2+(\omega L/R)^2}}$

$$\left.\begin{array}{l}\text{当}\omega\to 0\text{ 时 }|H(\mathrm{j}\omega)|=1\\ \text{当}\omega\to\infty\text{时 }|H(\mathrm{j}\omega)|=0\end{array}\right\}\Rightarrow$$

它具有低通特性