

ch 4.11 理想变压器

杨旭强

哈尔滨工业大学电气工程系



4.11 理想变压器

基本要求：掌握理想变压器的元件符号和特性方程，理想变压器的阻抗变换作用。

理想变压器是实际电磁耦合元件的一种理想化模型

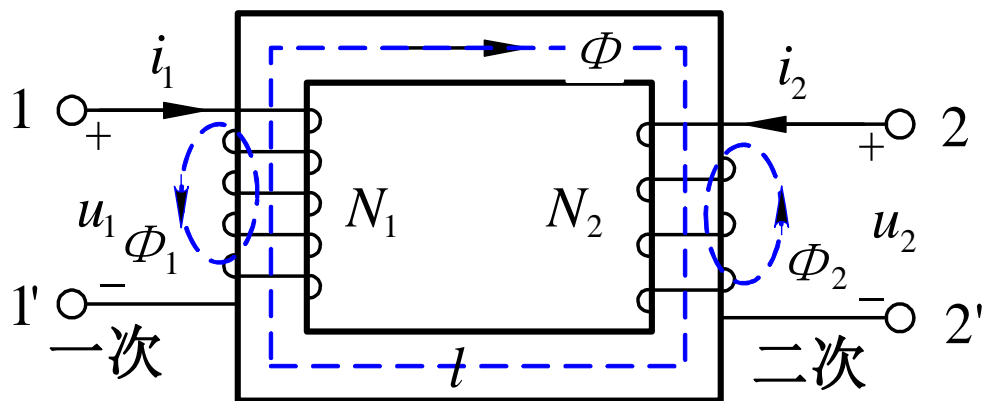


图4.56 变压器示意图

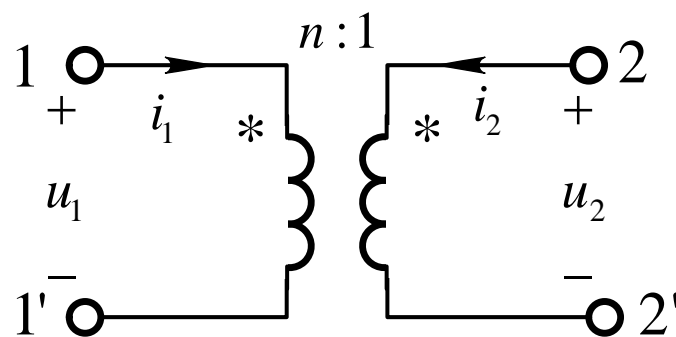


图4.57 理想变压器的符号

4.11 理想变压器

理想化认为

- 1) 铁心的磁导率 $\mu \rightarrow \infty$
- 2) 每个线圈的漏磁通为零, 即两个线圈为全耦合
- 3) 线圈电阻为零, 端口电压等于感应电动势
- 4) 铁心的损耗为零

端口方程 $\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$ 或 $u_1 = n u_2$

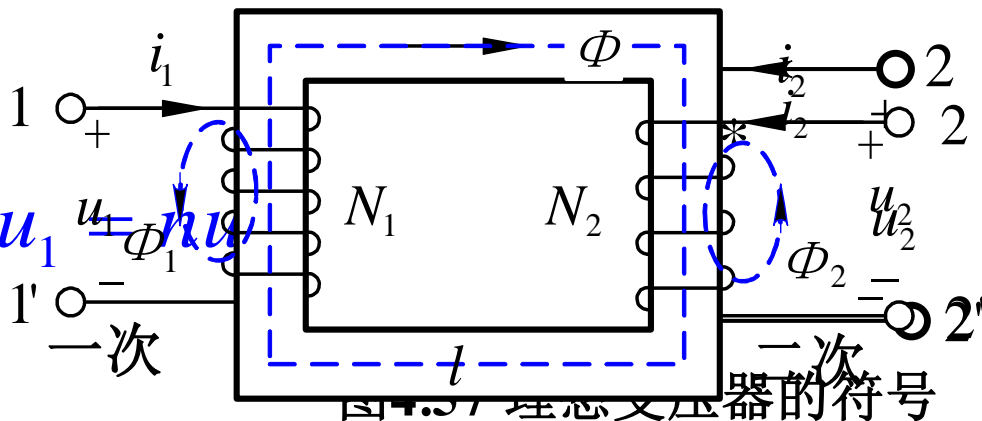
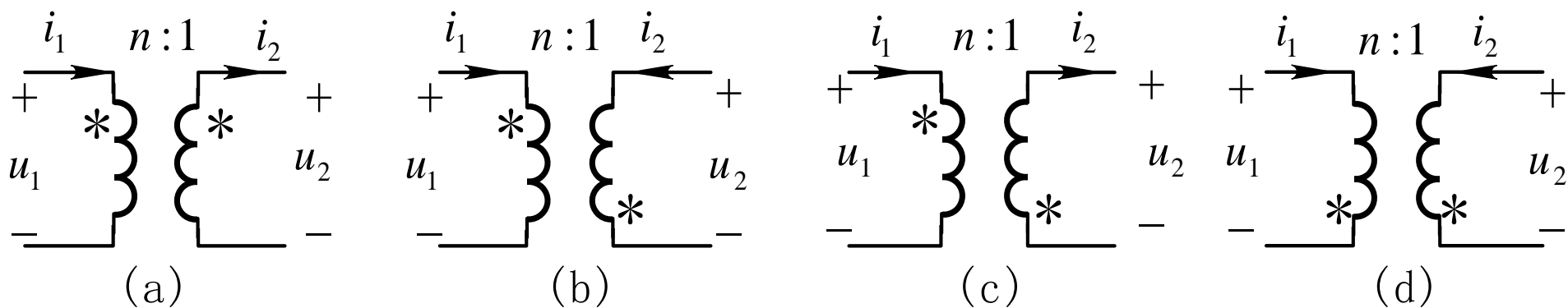


图4.56 变压器示意图

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n} \text{ 或 } i_1 = (-1/n)i_2$$

4.11 理想变压器

理想变压器方程与 u 、 i 的参考方向和两线圈同名端位置有关：（1）两端口电压相对于同名端参考方向相同取正，（2）两端口电流相对于同名端流向相同取负。



对应的特性方程分别为(注意符号)

$$\begin{cases} u_1 = nu_2 \\ i_1 = \frac{1}{n}i_2 \end{cases}$$

(a)

$$\begin{cases} u_1 = -nu_2 \\ i_1 = \frac{1}{n}i_2 \end{cases}$$

(b)

$$\begin{cases} u_1 = -nu_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n}i_2 \end{cases}$$

(c)

$$\begin{cases} u_1 = nu_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n}i_2 \end{cases}$$

(d)

4.11 理想变压器

理想变压器输入的总功率为

$$p = u_1 \dot{i}_1 + u_2 \dot{i}_2 = (nu_2) \left(-\frac{\dot{i}_2}{n}\right) + u_2 \dot{i}_2 = -u_2 \dot{i}_2 + u_2 \dot{i}_2 = 0$$

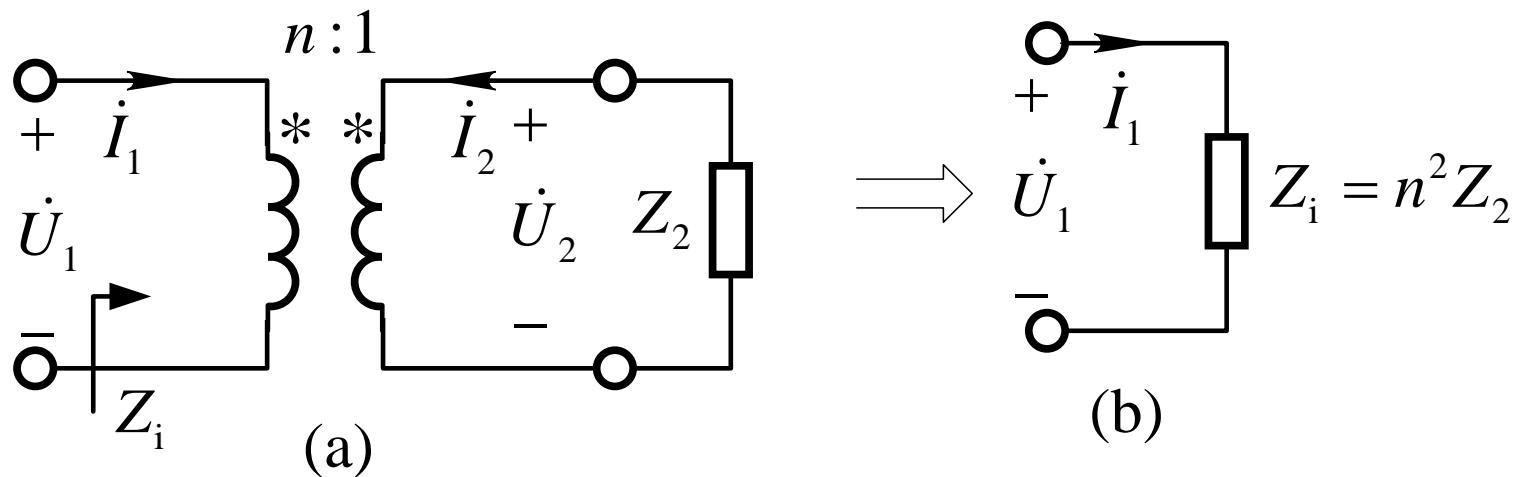
说明： 变压器元件不仅是**无源**的，而且每一瞬间输入功率等于输出功率，即传输过程中既无能量的损耗，也无能量的存储，属于**非能元件**。

理想变压器的向量模型

$$\begin{cases} u_1 = nu_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n}i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = n\dot{U}_2 \\ \dot{I}_1 = -\dot{I}_2/n \end{cases}$$

4.11 理想变压器

变压器可用于变换电阻

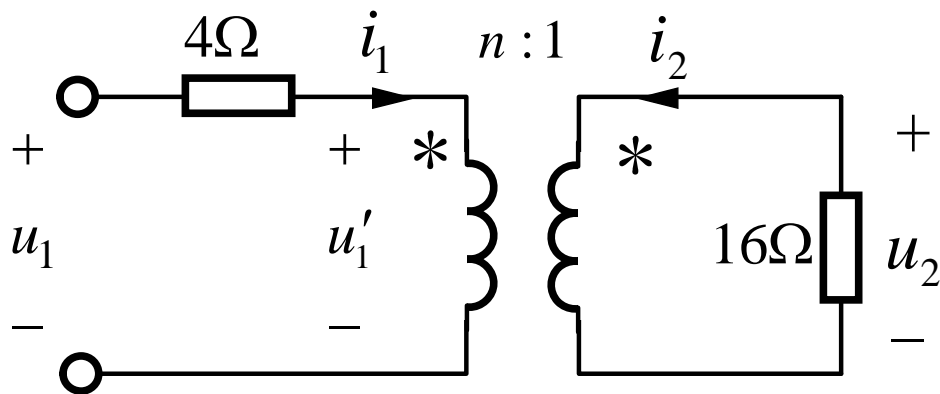


$$Z_i = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{n\dot{U}_2}{-\dot{I}_2 / n} = n^2 Z_2$$

当理想变压器输出端口接阻抗 Z_2 时，折算到输入端口的等效电阻为 $n^2 Z_2$ 。

[补充4.21]

图示电路中，要求 $u_2 = u_1$ ，变比 n 应为多少？



【解】由变压器特性方程可知

$$\begin{cases} u'_1 = nu_2 \\ i_1 = -\frac{1}{n}i_2 = -\frac{1}{n} \times \left(-\frac{u_2}{16}\right) \end{cases}$$

对左回路应用KVL方程

$$u_1 = 4i_1 + u'_1 = 4i_1 + nu_2$$

$$u_2 = u_1$$

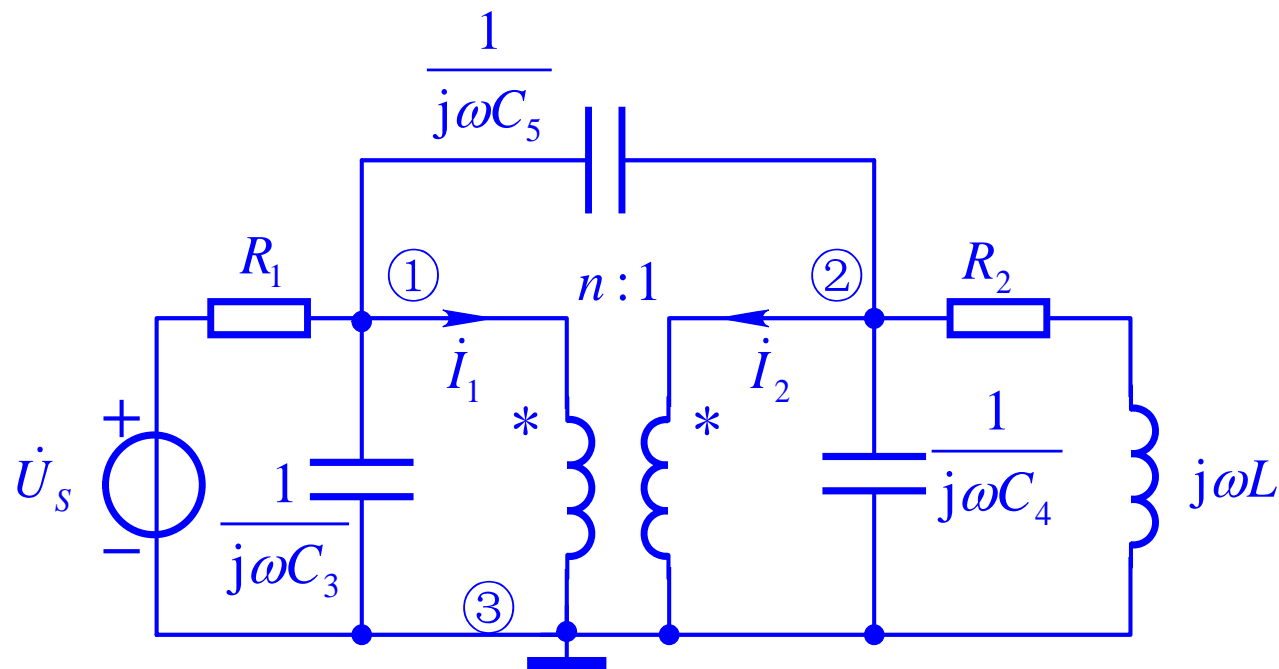
$$u_1 = \left(\frac{1}{4n} + n\right)u_2 = \left(\frac{1}{4n} + n\right)u_1$$

$$\frac{1}{4n} + n = 1$$

$$\Rightarrow n = 0.5$$

[例4.24]

列写图示电路的改进节点电压方程。



理想变压器

特性方程

$$\dot{U}_1 = n\dot{U}_2$$

$$\dot{I}_1 = (-1/n)\dot{I}_2$$

【解】

$$\left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_3 + j\omega C_5\right)\dot{U}_1 - j\omega C_5\dot{U}_2 + \dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{R_1}$$

$$-j\omega C_5\dot{U}_1 + \left(\frac{1}{R_2 + j\omega L} + j\omega C_4 + j\omega C_5\right)\dot{U}_2 + \dot{I}_2 = 0$$

本章小结

1 正弦量基本概念 $f(t) = A_m \cos(\omega t + \psi)$

振幅

角频率

初相位

有效值 $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad I = I_m / \sqrt{2} = 0.707 I_m$

相位差 $\varphi = (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i) = \psi_u - \psi_i$

参考正弦量 $f(t) = A_m \cos \omega t$

正弦量与相量 $f(t) = A_m \cos(\omega t + \psi)$

$\longleftrightarrow \dot{A}_m = A_m e^{j\psi} = A_m \angle \psi$

本章小结

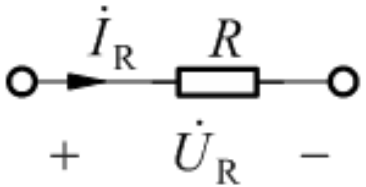
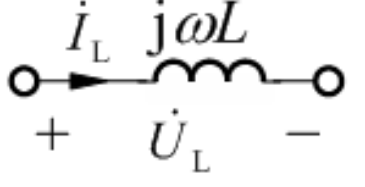
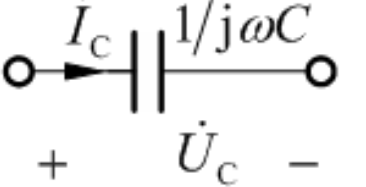
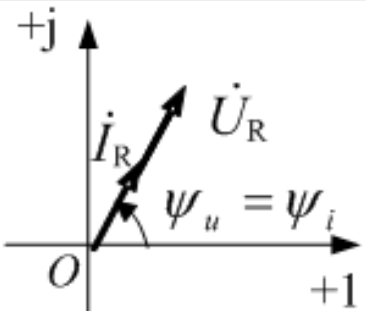
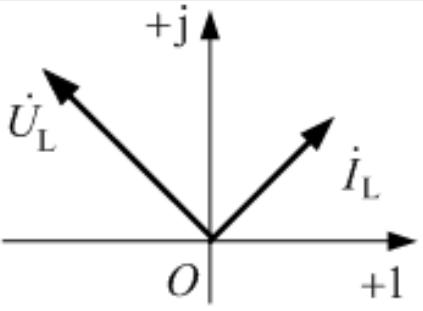
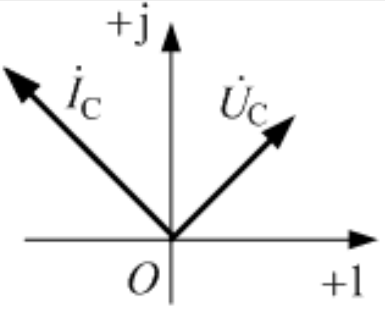
2 电路的相量形式

(1) 基尔霍夫定律的相量形式

① **KCL:** $\sum \dot{I}_m = 0$ 或 $\sum \dot{I} = 0$

② **KVL:** $\sum \dot{U}_m = 0$ 或 $\sum \dot{U} = 0$

(2) RLC元件上电压、电流关系

电路元件	电阻元件	电感元件	电容元件
时域VCR	$u_R = Ri_R$	$u_L = L \frac{di_L}{dt}$	$i_C = C \frac{du_C}{dt}$
相量VCR	$\dot{U}_R = R\dot{I}_R$	$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}_L$	$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I}_C$
相量模型			
有效值关系	$U_R = RI_R$	$U_L = \omega LI_L = X_L I_L$	$U_C = X_C I_C$
相位关系	$\psi_u - \psi_i = 0$	$\psi_u - \psi_i = 90^\circ$	$\psi_u - \psi_i = -90^\circ$
相量图			

本章小结

3 阻抗和导纳

阻抗 Z 等于端口电压相量与电流向量之比，即

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \angle \psi_u}{I \angle \psi_i} = \frac{U}{I} \angle (\psi_u - \psi_i) = |Z| \angle \varphi$$

导纳 Y 等于端口电流向量与电压相量之比，即

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I \angle \psi_i}{U \angle \psi_u} = \frac{I}{U} \angle (\psi_i - \psi_u) = |Y| \angle \varphi_Y$$

Y 与 Z 的等效

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

本章小结

4 正弦稳态电路分析步骤：

- (1) 将电阻、电感和电容用阻抗或导纳表示；
- (2) 将激励源、支路电压和电流用相量表示；
- (3) 在电路相量模型中用线性直流电路的分析方法（回路法，节点法，电路定理）求解响应的相量；
- (4) 根据相量与正弦量的对应关系，得到响应的正弦函数表达式。

本章小结

5 正弦稳态电路的功率

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \psi_u); \quad i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \psi_i)$$

瞬时功率

$$p(t) = u(t) \times i(t)$$

有功功率

$$P = UI \cos \varphi = UI \lambda$$

无功功率

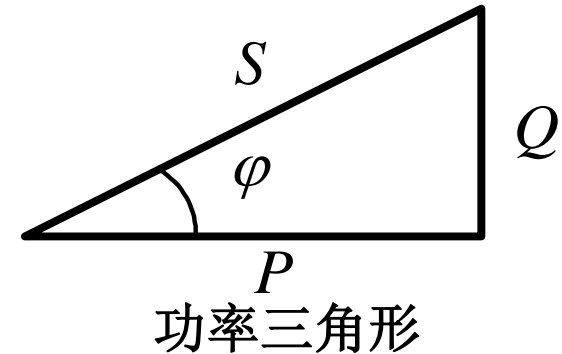
$$Q = UI \sin \varphi$$

视在功率

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

复功率

$$\tilde{S} = P + jQ = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = \dot{U} I^*$$



本章小结

6 最大功率传输定理

负载可以任意改变时，它获得最大功率的条件是

$$Z_L = R_L + jX_L = R_S - jX_S$$

获得最大功率为

$$P_{L\max} = \frac{U_S^2}{4R_S}$$

本章小结

7 理想变压器

$$\begin{cases} u_1 = nu_2 \\ i_1 = -i_2 / n \end{cases}$$

变压、变流、变阻抗

$$Z_i = n^2 Z_2$$

谢

谢！



请不吝指教！



联系地址：哈尔滨工业大学402信箱 杨旭强
联系电话：13604807071 E-mail: hitlaoyang@hit.edu.cn