

第7章 频率特性和谐振现象

哈尔滨工业大学电气工程系



7.4 并联谐振电路

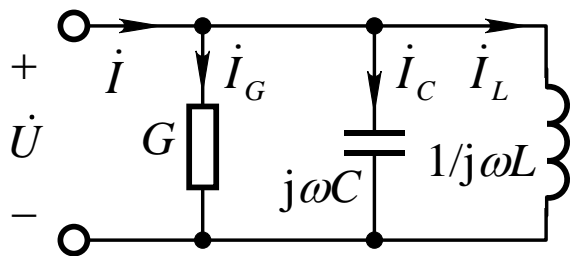
基本要求：掌握*GCL*并联谐振特点，并熟练应用；会分析实际并联谐振电路。

主要内容

一、*GCL*并联谐振电路

二、实际并联谐振电路

一、*GCL*并联谐振电路



$$Y = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = G + jB$$

1. 谐振条件

$$\text{Im}[Y] = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega C = \frac{1}{\omega L}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{称为} GCL \text{并联电路的谐振角频率}$$

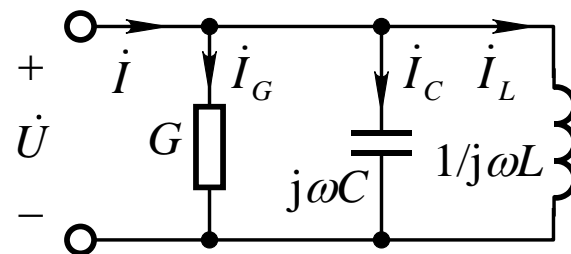
$$\rho' = \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} = \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{称为} GCL \text{并联电路的特性导纳}$$

$$Q = \frac{\rho'}{G} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{G\omega_0 L} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{称为} GCL \text{并联电路的品质因数}$$

一、 GCL 并联谐振电路

2. 谐振时的特点

(1). 并联谐振时的导纳



$$\omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} \quad \text{感纳与容纳作用相抵消}$$

$$Y(\omega_0) = G \quad \text{电路呈纯阻性，导纳模最小}$$

(2). 并联谐振时的电压

$$U(\omega_0) = \frac{I}{|Y|} = \frac{I}{G}$$

在电源电流有效值一定的条件下，端口电压达到最大值。

一、 GCL 并联谐振电路

(3). 并联谐振时的电流

$$\dot{I}_G(\omega_0) = G\dot{U}(\omega_0) = \dot{I}$$

$$\dot{I}_C(\omega_0) = j\omega_0 C\dot{U}(\omega_0) = j\rho'\dot{U}(\omega_0)$$

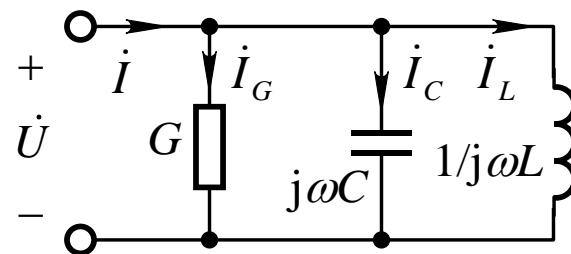
$$\dot{I}_L(\omega_0) = \frac{1}{j\omega_0 L}\dot{U}(\omega_0) = -j\rho'\dot{U}(\omega_0)$$

$$\dot{I}_C(\omega_0) + \dot{I}_L(\omega_0) = 0$$

LC 并联谐振部分相当于开路

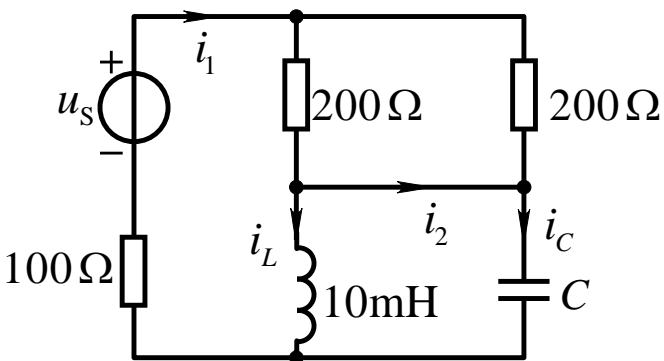
$$I_C(\omega_0) = I_L(\omega_0) = \rho'U(\omega_0) = \rho'\frac{I}{G} = QI$$

电流谐振



【补充7.12】

已知图示电路处于谐振状态， $u_s = 10\sqrt{2} \cos \omega t \text{ V}$ ， $\omega = 10^4 \text{ rad/s}$
试求电流 i_1 、 i_2 、 i_L 和 i_C 。



【解】 因为电路处于并联谐振状态，
所以电感、电容并联部分相当于开路

则有 $i_1 = 0$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_s}{j\omega L} = \frac{10\angle 0^\circ}{j10^4 \times 10 \times 10^{-3}} = 0.1\angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\Rightarrow i_L = 0.1\sqrt{2} \cos(\omega t - 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = i_C = -i_L = 0.1\sqrt{2} \cos(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

【补充7.13】

图示电路，已知 $f_1 = 100\text{kHz}$ 时，电流不能通过负载 R_L ，而在频率为 $f_2 = 50\text{kHz}$ 时流过 R_L 的电流为最大。求 C_1 和 C_2 。

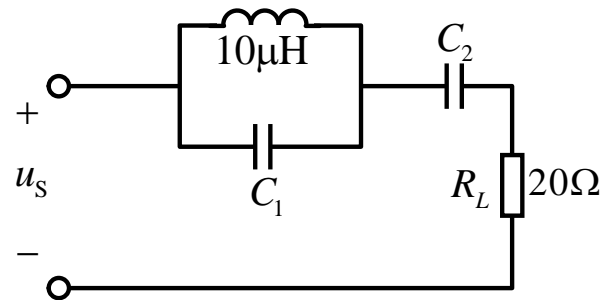
【解】 L 和 C_1 发生并联谐振时，电流不能通过负载。

$$\text{则有 } \omega_1 C_1 = \frac{1}{\omega_1 L}$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega_1^2 L} = \frac{1}{(2\pi f_1)^2 \times 10 \times 10^{-6}} \approx 0.25\mu\text{F}$$

$L // C_1$ 和 C_2 发生串联谐振时，电流最大

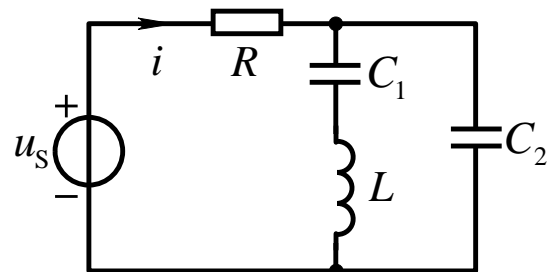
$$\frac{1}{j\omega_2 C_2} + \frac{j\omega_2 L \cdot \frac{1}{j\omega_2 C_1}}{j\omega_2 L + \frac{1}{j\omega_2 C_1}} = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{1}{\omega_2^2 L} - C_1 \approx 0.76\mu\text{F}$$



【补充7.14】

图示电路，已知 $u_s = 10 + 10\sqrt{2} \cos(1000t + 30^\circ) + 8 \cos(2000t + 45^\circ) \text{V}$
 $C_1 = 10^{-4} \text{F}$ ， $i = \sqrt{2} \cos(1000t + 30^\circ) \text{A}$ ，试求 R 、 L 和 C_2 。

【解】 电流只有基波分量，并且与电源电压同相位，说明此时 LC_1 支路发生串联谐振。



$$\text{则有 } \omega_1 L = \frac{1}{\omega_1 C_1}$$

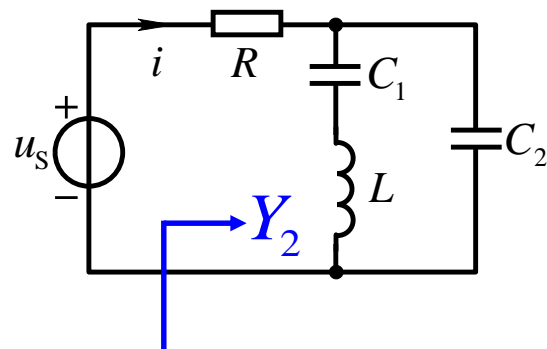
$$\Rightarrow L = \frac{1}{\omega_1^2 C_1} = \frac{1}{(1000)^2 \times 10^{-4}} = 10 \text{mH}$$

$$R = \frac{U_{s(1)}}{I_{(1)}} = \frac{10}{1} = 10 \Omega$$

【补充7.14】

图示电路，已知 $u_s = 10 + 10\sqrt{2} \cos(1000t + 30^\circ) + 8 \cos(2000t + 45^\circ) \text{V}$
 $C_1 = 10^{-4} \text{F}$ ， $i = \sqrt{2} \cos(1000t + 30^\circ) \text{A}$ ，试求 R 、 L 和 C_2 。

【解】 电流的二次谐波分量为零，说明此时 LC_1 和 C_2 发生并联谐振。



则有 $\text{Im}[Y_2] = 0$

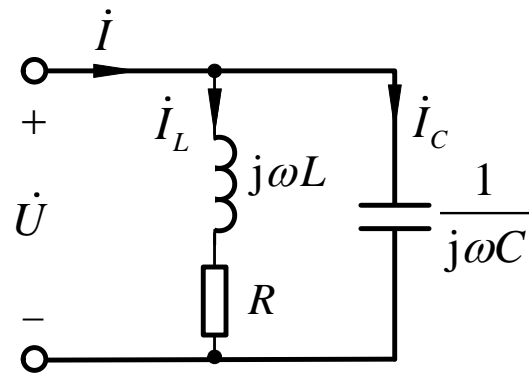
$$j\omega_2 C_2 + \frac{1}{j\omega_2 L + \frac{1}{j\omega_2 C_1}} = 0 \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{1}{3} \times 10^{-4} \text{F}$$

二、实际并联谐振电路

在实际应用中常以电感线圈和电容器构成并联谐振电路

端口导纳

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{R + j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + j\left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}\right] \end{aligned}$$



线圈与电容器并联电路

产生谐振的条件是导纳的虚部为零

$$\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} = 0$$

谐振角频率 $\longrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$ (当 $R < \sqrt{\frac{L}{C}}$ 时存在)

本章小结

1. **网络函数**：在只有一个激励的正弦电流电路中响应相量与激励相量成正比，其比例系数称为网络函数，记为

$$H(j\omega) = \frac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}} = |H(j\omega)| \angle \theta(\omega)$$

2. 含有电感和电容的无独立电源的一端口网络，其端口电压和端口电流同相位的现象称为**谐振**。

3. 一端口网络发生谐振的条件是**输入阻抗的虚部等于零**或**输入导纳的虚部等于零**。

本章小结

4. RLC 串联电路谐振时阻抗达到最小值。

电感电压和电容电压有效值相等、相位相反，故互相抵消，称为电压谐振。

电感电压和电容电压的有效值均为端口电压有效值的 Q 倍。

$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R\omega_0 C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ 为 RLC 串联电路的品质因数

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 为 RLC 串联电路的谐振角频率

5. GCL 并联电路谐振的特点与 RLC 串联谐振的情形存在对偶关系。