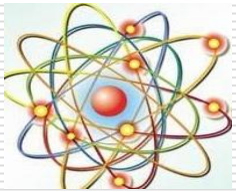
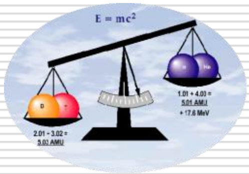


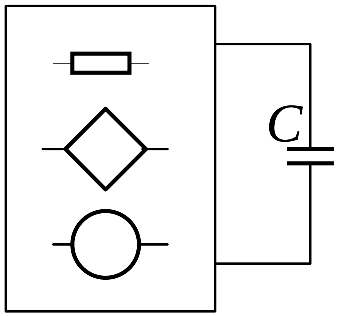


第8章　线性动态电路暂态过程的时域分析

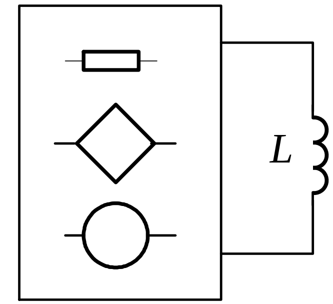
哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院

8.3　一阶电路暂态响应的一般形式

基本要求:熟练掌握一阶电路暂态响应的一般形式即三要素公式

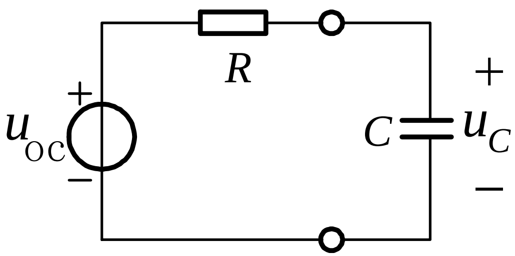


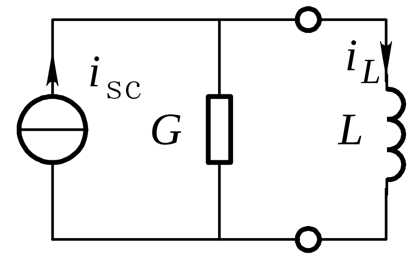
一阶电路的一般形式



戴维南等效

诺顿等效





时间常数

响应

激励

$$\tau \frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} + f(t) = g(t)$$

$$f(0_+) = F_0$$

KVL方程

$$\begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = u_{oc} \\ u_C(0_+) = U_0 \end{cases}$$

KCL方程

$$\begin{cases} \dfrac{L}{R}\dfrac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} + i_L = i_{sc} \\ i_L(0_+) = I_0 \end{cases}$$

方程统一表示

1、三要素公式

$$f(0_+) = F_0$$

$$\tau \frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} + f(t) = g(t) \qquad \tau \frac{\mathrm{d}f_\mathrm{h}(t)}{\mathrm{d}t} + f_\mathrm{h}(t) = 0$$

通解为

$$f(t) = f_\mathrm{p}(t) + f_\mathrm{h}(t) = f_\mathrm{p}(t) + A\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

令t=0_+ $\quad f(0_+) = f_\mathrm{p}(0_+) + A$

$$A = f(0_+) - f_\mathrm{p}(0_+)$$

代入通解公式得 $\quad f(t) = f_\mathrm{p}(t) + [f(0_+) - f_\mathrm{p}(0_+)]\mathrm{e}^{-t/\tau}$

1、三要素公式

三要素公式 $f(t)=f_{\mathrm{p}}(t)+[f(0_+)-f_{\mathrm{p}}(0_+)]\mathrm{e}^{-t/\tau}$

特解

初始值

时间常数

利用响应的初始值 $f(0_+)$ 、时间常数 τ 和特解 $f_{\mathrm{p}}(t)$ 来求响应 $f(t)$ 的方法—经典法

（1）初始值的求法

1）状态量-换路定律

2）非状态量-四步法

1、三要素公式

（2）特解的求法

$g(t)$ 形式	$f_p(t)$ 形式
$\boldsymbol{K}$	$\boldsymbol{A}$
$\boldsymbol{Kt}$	$\boldsymbol{A+Bt}$
$\boldsymbol{Kt^2}$	$\boldsymbol{A+Bt+Ct^2}$
$K\mathrm{e}^{-bt}(b \neq 1/\tau)$	$A\mathrm{e}^{-bt}$
$K\mathrm{e}^{-bt}(b = 1/\tau)$	$(A+Bt)\mathrm{e}^{-bt}$
$K\cos(\omega t+\varphi)$	$A\cos(\omega t+\theta)$

****具有稳态的电路可用稳态解作为特解，如DC，AC**

1、三要素公式

（3）时间常数的求法

1）*RC*电路时间常数的求法

$$\boxed{\tau = R_{\mathrm{eq}} C}$$

***Req*：由电容所在端口看进去的不含源一端口等效电阻。**

2）*RL*电路时间常数的求法

$$\boxed{\tau = G_{\mathrm{eq}} L}$$

Geq：由电感所在端口看进去的不含源一端口等效电导。

1、三要素公式

（4）三要素公式的几种分解形式

完全解 $f(t) = f_p(t) + [f(0_+) - f_p(0_+)]e^{-t/\tau}$

全响应＝零输入响应＋零状态响应

完全解＝强制分量＋自由分量

完全解＝稳态分量＋暂态分量

无激励或直流电源

$$f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]e^{-t/\tau}$$

$$= f(0_+)e^{-t/\tau} + f(\infty)(1 - e^{-t/\tau})$$

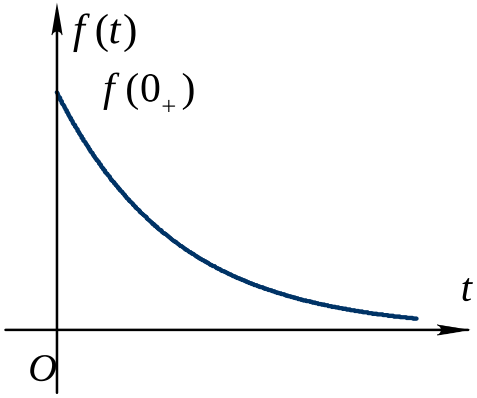
$f_p(t)$决定于独立源 $g(t)$ 与初值无关；

自由分量 总是e指数形式，与激励无关。

2、零输入响应

（1）零输入响应的一般形式：

仅由动态元件初始储能引起的响应（放电）



$$f(t)=f(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\quad(t>0)$$

（2）时间常数的理解

$$\tau=R_{\mathrm{eq}}C=G_{\mathrm{eq}}L=\frac{L}{R_{\mathrm{eq}}}$$

1）数学上

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	…	∞
$u_C(t)$	U_0	$0.368U_0$	$0.135U_0$	$0.05U_0$	$0.018U_0$	$0.007U_0$	…	0

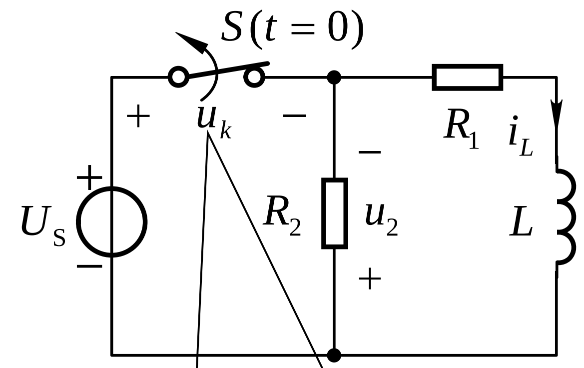
经过 $3\tau\sim5\tau$ 的时间, 放电基本结束， τ越大放电越慢。

2）物理上

τ越大，储能越多，放电速度越慢，放电时间越长。

2、零输入响应

图示电路，已知U_S=35V，R_1=5Ω，R_2=5kΩ，L=0.4H。t<0时电路处于直流稳态。t=0时开关断开。求t>0时的电流i_L及开关两端电压u_k。



断开感性负载时，开关可能承受很高电压，损坏电路。

【解】i_L初值 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = \dfrac{U_S}{R_1} = 7\text{A}$

时间常数 $\tau = \dfrac{L}{R} = \dfrac{L}{R_1 + R_2} \approx 8\times10^{-5}\text{s}$

得 $i_L(t) = i_L(0_+)\text{e}^{-t/\tau} = 7\text{e}^{-1.25\times10^4 t}\text{A} \quad (t \ge 0)$

需采取并联保护措施

再由KVL $u_k = U_S + u_2 = U_S + R_2 i_L = (35 + 3.5\times10^4\text{e}^{-1.25\times10^4 t})\text{V} \quad (t > 0)$

$t\to0_+$时 $u_k(0_+) = (35 + 3.5\times10^4)\text{V} \approx 3.5\times10^4\text{V}$

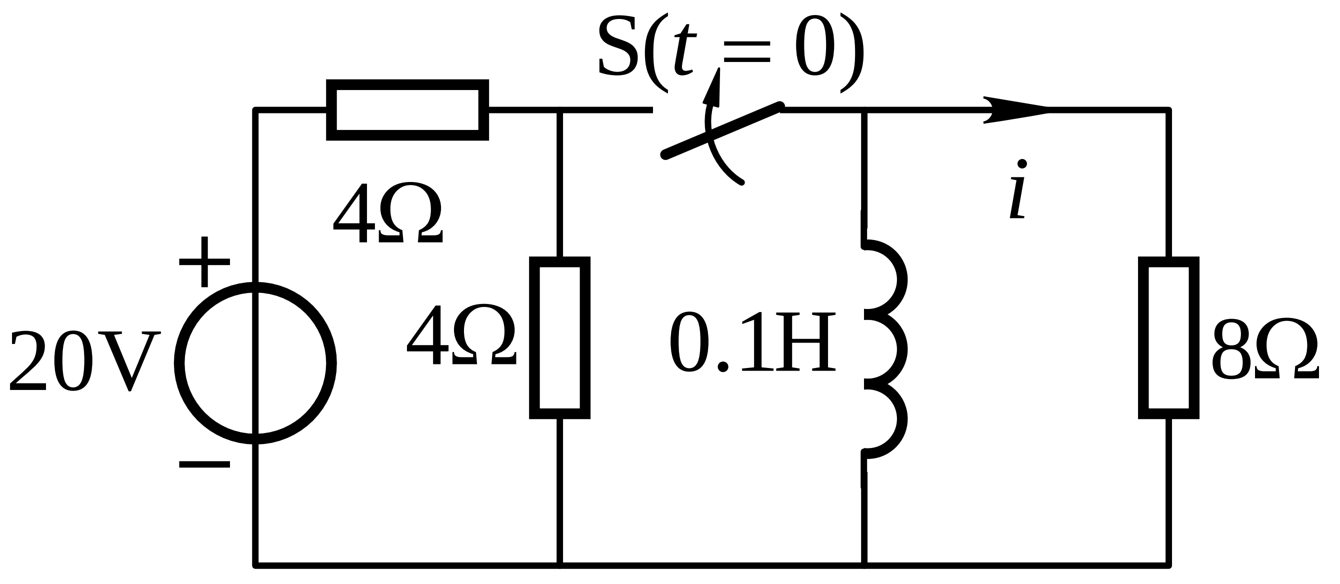
3、零状态响应

零状态响应的一般形式

初始储能为零仅由外加激励引起的响应

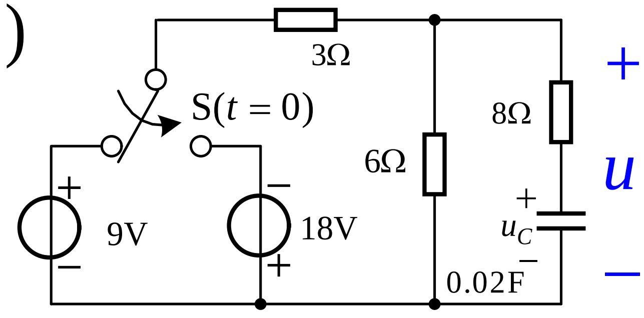
$$f(t) = f_{\mathrm{p}}(t) - f_{\mathrm{p}}(0_+)\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

$$f(t) = f(\infty)(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})$$



4、全响应

图示电路$t<0$时稳态，$t=0$换路。求$t>0$时的电容电压u。



【解】换路定律 $u_C(0_+)=u_C(0_-)=6\text{V}=u(0_-)$

$t=0_+$ $$\left(\frac{1}{3\Omega}+\frac{1}{6\Omega}+\frac{1}{8\Omega}\right)u(0_+)=\frac{6\text{V}}{8\Omega}-\frac{18\text{V}}{3\Omega}$$

$$u(0_+)=-8.4\text{V}$$

$$u_C(\infty)=\frac{6}{6+3}\times(-18\text{V})=-12\text{V}=u(\infty)$$

等效电阻 $R_\text{i}=10\Omega$

时间常数 $\tau=R_\text{i}C=0.2\text{s}$

$$u(t)=u(\infty)+[u(0_+)-u(\infty)]\text{e}^{-t/\tau}$$

$$=\left(-12+[-8.4-(-12)]\text{e}^{-5t}\right)\text{V}=[-12+3.6\text{e}^{-5t}]\text{V}$$

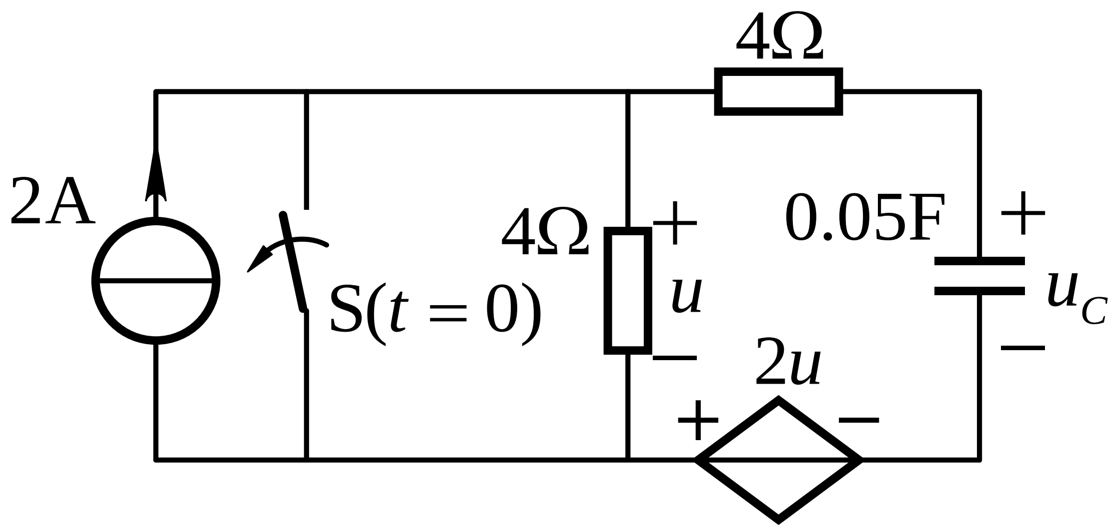
方法二 $u_C(t)==(-12+18\text{e}^{-5t})\text{V}$

$$u(t)=8\Omega\times C\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t}+u_C$$

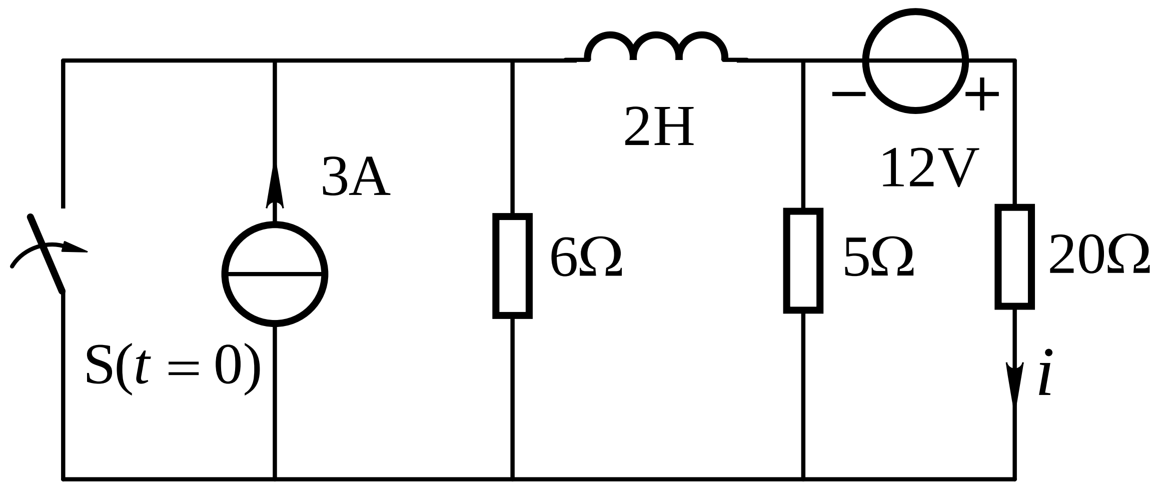
$$=[-12+3.6\text{e}^{-5t}]\text{V}$$

5、补充习题1

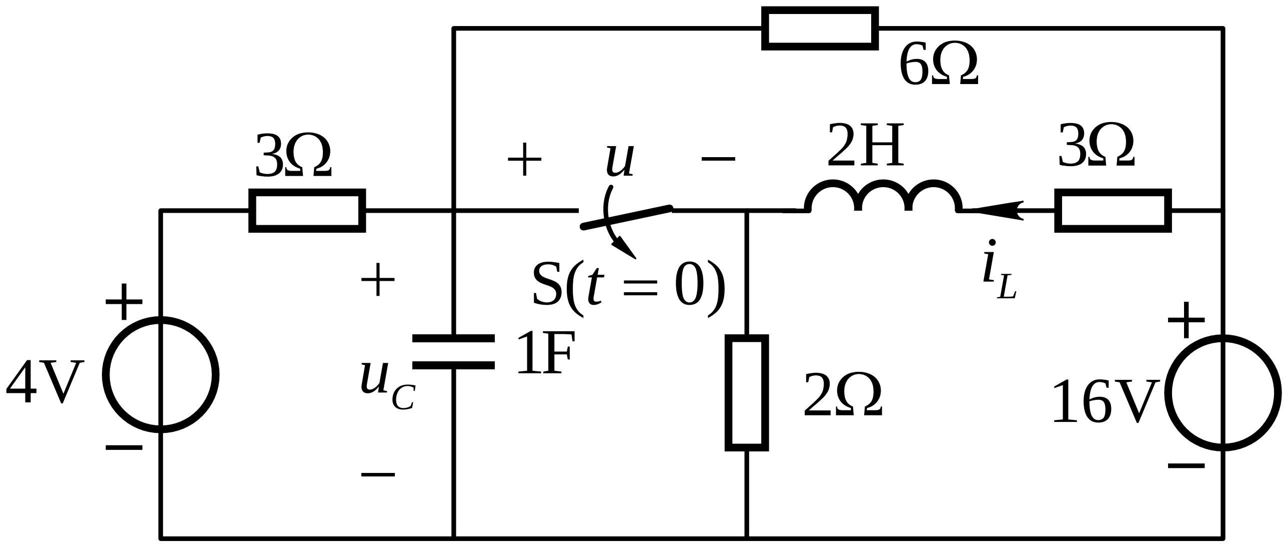
图示电路，开关原是接通的， $t=0$ 时断开。求 $t>0$ 时的电压 u_C 。



5、补充习题2



5、补充习题3



小结

1、三要素公式

$$f(t)=f_{\mathrm{p}}(t)+[f(0_{+})-f_{\mathrm{p}}(0_{+})]\mathrm{e}^{-t/\tau}$$

2、完全解的分解

完全解＝强制分量＋ 自由分量

完全解＝稳态分量＋ 暂态分量