第5章 三相电路

杨旭强
哈尔滨工业大学电气工程系

5.5 三相电路的功率

基本要求：掌握对称三相电路瞬时功率的特点及平均功率、无功功率、视在功率的计算。了解三相电路功率的测量。

主要内容

一、对称三相电路功率的计算

二、不对称三相电路功率的计算

三、三相电路功率的测量

一、对称三相电路功率的计算(1)

1. 对称三相电路的瞬时功率

设在对称三相负载中各相的电压与电流取关联参考方向，且取A相相电压为参考正弦量，即

$$u_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{m}} \cos \omega t \qquad i_{\mathrm{A}} = I_{\mathrm{m}} \cos(\omega t - \varphi)$$

则A相负载吸收的瞬时功率为

$$\begin{aligned} p_{\mathrm{A}} &= u_{\mathrm{A}} i_{\mathrm{A}} = U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) \\ &= 0.5 U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \cos \varphi + 0.5 U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \cos(2\omega t - \varphi) \end{aligned}$$

同理B相和C相的瞬时功率分别为

$$p_{\mathrm{B}} = u_{\mathrm{B}} i_{\mathrm{B}} = 0.5 U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \cos \varphi + 0.5 U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \cos(2\omega t - 240^{\circ} - \varphi)$$

$$p_{\mathrm{C}} = u_{\mathrm{C}} i_{\mathrm{C}} = 0.5 U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \cos \varphi + 0.5 U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \cos(2\omega t - 480^{\circ} - \varphi)$$

一、对称三相电路功率的计算(2)

1. 对称三相电路的瞬时功率

$$p = p_A + p_B + p_C = 1.5 U_m I_m \cos\varphi$$

由此可见，在对称三相正弦电路中瞬时功率等于常量。这种性质称为瞬时功率平衡(**balance**)。

三相制是一种平衡制，这是三相制的优点之一。

2. 对称三相电路的平均功率

阻抗角

功率因数

$$P = 1.5 U_m I_m \cos\varphi = 3 U_P I_P \cos\varphi = 3 U_P I_P \lambda = \sqrt{3} U_L I_L \lambda$$

对称三相电路的平均功率等于其中一相平均功率的三倍。

对称三相电路的平均功率也等于线电压、线电流和功率因数三者乘积的 $\sqrt{3}$ 倍 。

一、对称三相电路功率的计算(3)

3. 对称三相电路的无功功率

$$Q = 1.5U_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} \sin\varphi = 3U_{\mathrm{P}} I_{\mathrm{P}} \sin\varphi = \sqrt{3} U_{\mathrm{L}} I_{\mathrm{L}} \sin\varphi$$

对称三相电路的无功功率等于其中一相无功功率的三倍。

对称三相电路的无功功率也等于线电压、线电流和功率因数角正弦三者乘积的 $\sqrt{3}$倍 。

4. 对称三相电路的视在功率

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_{\mathrm{P}} I_{\mathrm{P}} = \sqrt{3} U_{\mathrm{L}} I_{\mathrm{L}}$$

二、不对称三相电路功率的计算

三相电源或负载的平均功率应等于各相的平均功率之和

$$P = U_A I_A \cos\varphi_A + U_B I_B \cos\varphi_B + U_C I_C \cos\varphi_C$$

负载的阻抗角，
也是相电压与相电流之间的相位差

同理，三相电路的总无功功率

$$Q = U_A I_A \sin\varphi_A + U_B I_B \sin\varphi_B + U_C I_C \sin\varphi_C$$

三相电路的视在功率 $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

三相负载的功率因数 $\lambda = \dfrac{P}{S} = \dfrac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$

【补充5.12 】

对称三相电路线电压是**380V**，负载各相阻抗$Z=(6+\mathrm{j}8)\Omega$，分别计算负载接成星形和三角形时所吸收的平均功率。

【解】星形联结时 $U_{\mathrm{L}}=380\mathrm{V}$

$$I_{\mathrm{L}}=I_{\mathrm{P}}=\frac{U_{\mathrm{P}}}{|Z|}=\frac{U_{\mathrm{L}}/\sqrt{3}}{|Z|}=\frac{38}{\sqrt{3}}\mathrm{A}$$

$$\lambda=\cos\varphi=\frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}}=0.6$$

$$P_{\mathrm{Y}}=3U_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}\lambda=\sqrt{3}U_{\mathrm{L}}I_{\mathrm{L}}\lambda=\sqrt{3}\times380\mathrm{V}\times\frac{38}{\sqrt{3}}\mathrm{A}\times0.6=8664\mathrm{W}$$

【补充5.12 】

对称三相电路线电压是**380V**，负载各相阻抗 $Z=(6+\mathrm{j}8)\Omega$，分别计算负载接成星形和三角形时所吸收的平均功率。

【解】三角形联结时 $U_{\mathrm{P}}=U_{\mathrm{L}}=380\mathrm{V}$

$$I_{\mathrm{L}}=\sqrt{3}I_{\mathrm{P}}=\sqrt{3}\cdot\frac{U_{\mathrm{P}}}{|Z|}=\frac{380\sqrt{3}\mathrm{V}}{|Z|}=38\sqrt{3}\,\mathrm{A}$$

$$\lambda=\cos\varphi=\frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}}=0.6$$

$$P_{\Delta}=3U_{\mathrm{P}}I_{\mathrm{P}}\lambda=\sqrt{3}U_{\mathrm{L}}I_{\mathrm{L}}\lambda=\sqrt{3}\times380\mathrm{V}\times38\sqrt{3}\mathrm{A}\times0.6=25992\mathrm{W}$$

$$P_{\mathrm{Y}}=8664\mathrm{W}\qquad P_{\Delta}=25992\mathrm{W}$$

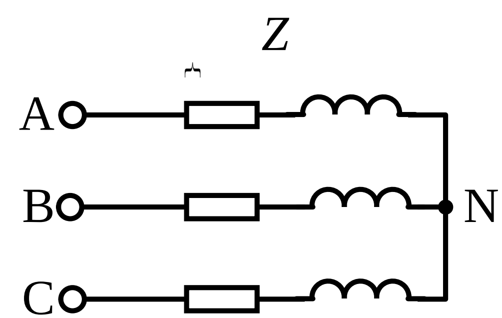
在线电压和负载完全相同的情况下，三角形联结时负载的平均功率是星形联结的**3**倍。

【例题5.4】

已知对称三相星形负载(感性)的线电压、线电流及平均功率分别为$U_L=380V$、$I_L=10A$、$P=5.7kW$。(1)求三相负载的功率因数及等效阻抗；(2)设C相负载短路，再求各相电流、线电流和平均功率。

【解】

$$\lambda=\cos\varphi=\frac{P}{\sqrt{3}U_L I_L}=\frac{5700W}{\sqrt{3}\times380V\times10A}\approx0.866$$



对称三相负载的等效电路

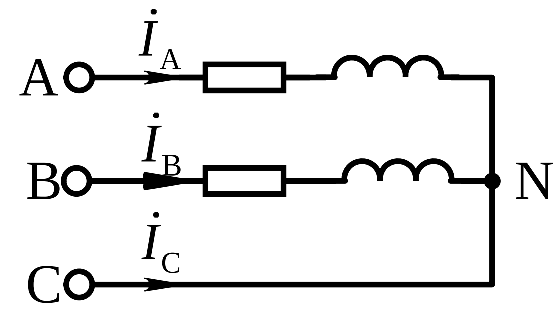
各相等效阻抗的阻抗角

$$\varphi=\arccos0.866=30^\circ$$

等效阻抗 $Z=\frac{U_P}{I_P}\angle\varphi=\frac{220V}{10A}\angle30^\circ=22\angle30^\circ\Omega$

【例题5.4 】

【解】 C相负载短路时



这时A、B两相负载均承受线电压。

取$\dot{U}_{AB}$为参考相量即

$$\dot{U}_{AB}=380\angle 0^\circ \text{V} \quad \dot{U}_{BC}=380\angle -120^\circ \text{V} \quad \dot{U}_{CA}=380\angle 120^\circ \text{V}$$

$$\dot{I}_A=\frac{\dot{U}_{AN}}{Z}=\frac{-\dot{U}_{CA}}{Z}=\frac{-380\angle 120^\circ \text{V}}{22\angle 30^\circ \Omega}\approx 17.3\angle -90^\circ \text{A}=-\text{j}17.3\text{A}$$

$$\dot{I}_B=\frac{\dot{U}_{BN}}{Z}=\frac{\dot{U}_{BC}}{Z}=\frac{380\angle -120^\circ \text{V}}{22\angle 30^\circ \Omega}\approx 17.3\angle -150^\circ \text{A}\approx -17.3(0.866+\text{j}0.5)\text{A}$$

$$\dot{I}_C=-\dot{I}_A-\dot{I}_B=\text{j}17.3\text{A}+17.3(0.866+\text{j}0.5)\text{A}\approx 30\angle 60^\circ \text{A}$$

$$P=U_{AN}I_A\cos 30^\circ+U_{BN}I_B\cos 30^\circ$$

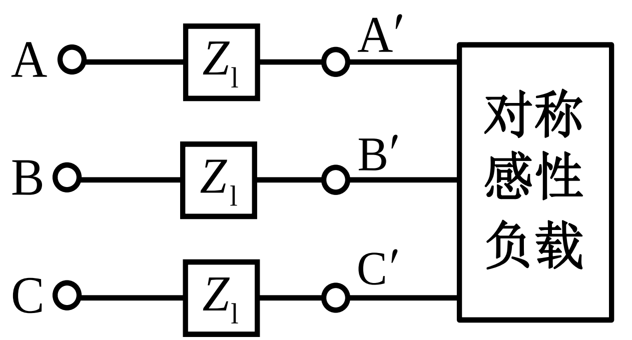
$$=380\times 17.3\times\cos 30^\circ+380\times 17.3\times\cos 30^\circ\approx 11.4\text{kW}$$

【例题5.5】

图示对称三相电路，已知负载额定电压为380V，额定功率为3.3kW，功率因数为0.5(感性)，线路阻抗 $Z_l = (1 + j4)\Omega$

(1)若要求负载端线电压为额定电压，问电源线电压应为多少？

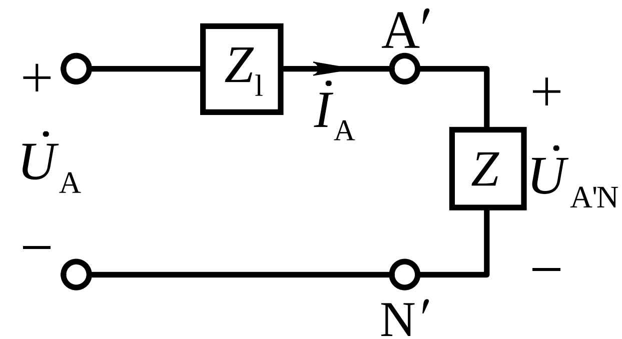
(2)电源线电压为380V，求负载端线电压和负载实际消耗的平均功率。



【例题5.5】

图示对称三相电路，已知负载额定电压为**380V**，额定功率为**3.3kW**，功率因数为**0.5(**感性**)**，线路阻抗 $Z_l=(1+\mathrm{j}4)\Omega$

(1)若要求负载端线电压为额定电压，问电源线电压应为多少？



【解】设负载为星形联结，取出**A**相

取 $\dot{U}_{A'N'}$ 为参考相量，即

$$\dot{U}_{A'N'}=\frac{380}{\sqrt{3}}\angle 0^\circ\ \mathrm{V}\approx 220\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$$

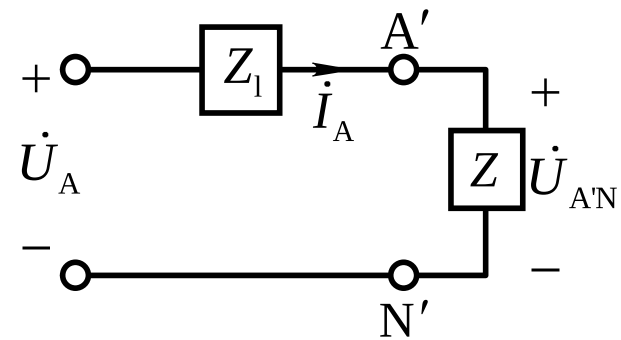
线电流 $I_A=I_L=\dfrac{P}{\sqrt{3}U_L\lambda}=\dfrac{3.3\times 10^3\ \mathrm{W}}{\sqrt{3}\times 380\mathrm{V}\times 0.5}\approx 10\ \mathrm{A}$

感性负载 $\varphi=\arccos\lambda=\arccos 0.5=60^\circ \quad\Rightarrow\quad \dot{I}_A=10\angle -60^\circ\ \mathrm{A}$

【例题5.5 】

图示对称三相电路，已知负载额定电压为380V，额定功率为3.3kW，功率因数为0.5(感性)，线路阻抗 $Z_l = (1 + j4)\Omega$

(1)若要求负载端线电压为额定电压，问电源线电压应为多少？



【解】 $\dot{I}_A = 10\angle -60^\circ \text{ A}$

电源相电压

$$\dot{U}_A = \dot{U}_{A'N'} + Z_l \dot{I}_A$$

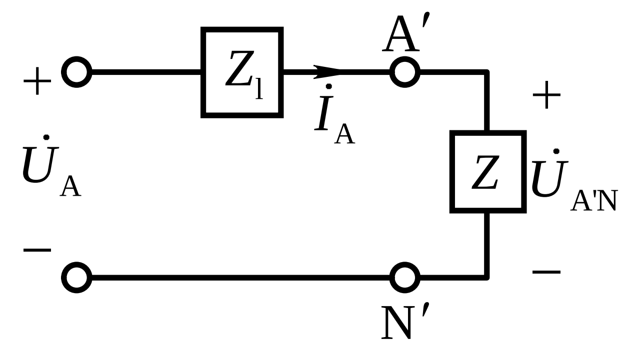
$$= 220\text{V} + (1 + j4)\Omega \times (10\angle -60^\circ)\text{A} \approx 260\angle 2.5^\circ \text{ V}$$

所求电源线电压为 $U_{AB} = \sqrt{3} U_A \approx 450 \text{ V}$

【例题5.5】

图示对称三相电路，已知负载额定电压为**380V**，额定功率为**3.3kW**，功率因数为**0.5(**感性**)**，线路阻抗$Z_l=(1+\mathrm{j}4)\Omega$

(2)电源线电压为**380V**，求负载端线电压和负载实际消耗的平均功率。



【解】当电源线电压为**380V**时，根据响应与激励的齐性关系，可得

$$\frac{U_L}{380\mathrm{V}}=\frac{380\mathrm{V}}{450\mathrm{V}}$$

由此求得负载线电压为$U_L=\dfrac{380}{450}\times 380\mathrm{V}\approx 321\mathrm{V}$

由于功率与电压的平方成正比，所以当电源电压为**380V**时，负载消耗的平均功率为 $P=(\dfrac{321}{380})^2\times 3.3\times 10^3\mathrm{W}\approx 2355\mathrm{W}$

本章小结

1．对称三相电源

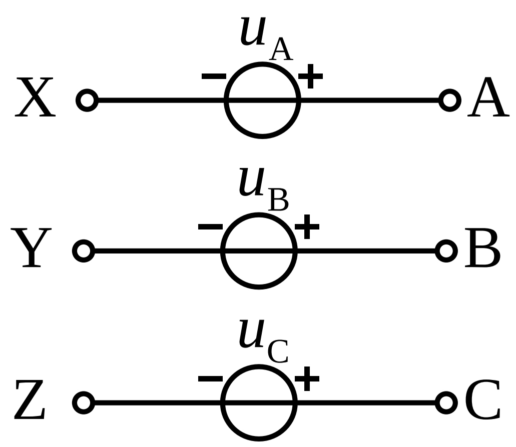
正序对称三相电压

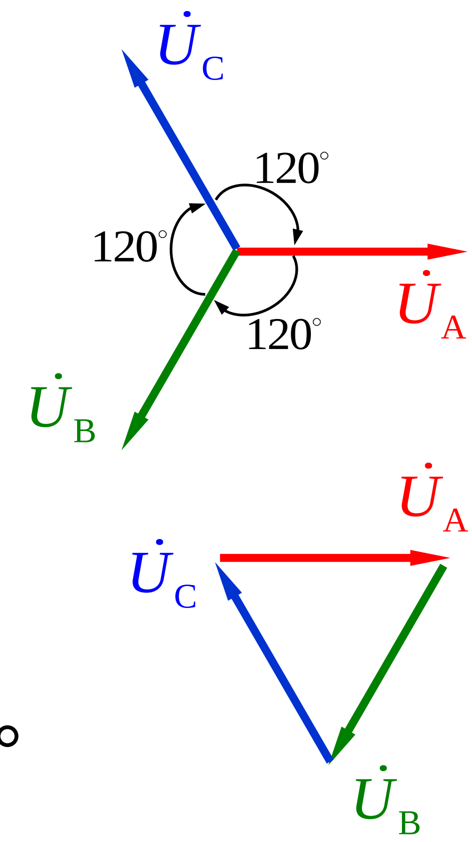
$$u_A = \sqrt{2}U\cos(\omega t)\ \text{V}$$

$$u_B = \sqrt{2}U\cos(\omega t - 120^\circ)\ \text{V}$$

$$u_C = \sqrt{2}U\cos(\omega t + 120^\circ)\ \text{V}$$

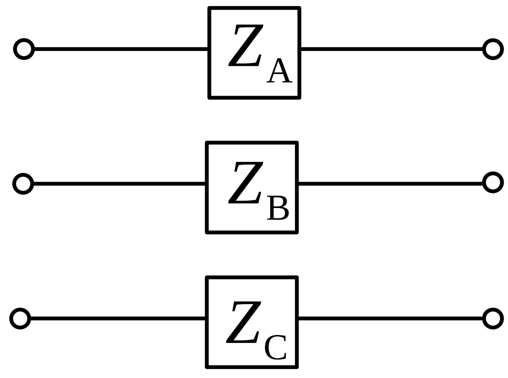
$$\boxed{\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C = 0}$$





2．对称三相负载

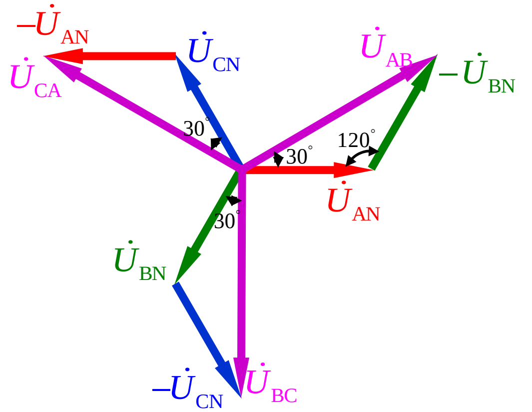
$$Z_A = Z_B = Z_C = Z$$



本章小结

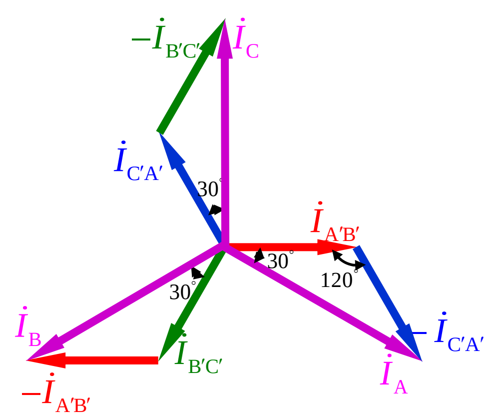
3. 在星形联结的三相正弦电流电路中，线电流等于相电流，若相电压对称，则线电压有效值为相电压有效值的$\sqrt{3}$倍。

$$\left.\begin{aligned}\dot{U}_{AB} &= \sqrt{3}\dot{U}_{AN}\angle 30^\circ \\ \dot{U}_{BC} &= \sqrt{3}\dot{U}_{BN}\angle 30^\circ \\ \dot{U}_{CA} &= \sqrt{3}\dot{U}_{CN}\angle 30^\circ\end{aligned}\right\}$$



4. 在三角形联结的三相正弦电流电路中，线电压等于相电压，若相电流对称，则线电流的有效值为相电流有效值的$\sqrt{3}$倍。

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_{A} &= \sqrt{3}\dot{I}_{A'B'}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_{B} &= \sqrt{3}\dot{I}_{B'C'}\angle -30^\circ \\ \dot{I}_{C} &= \sqrt{3}\dot{I}_{C'A'}\angle -30^\circ\end{aligned}\right\}$$



本章小结

5．对称三相正弦电流电路负载不论接成星形或三角形，其平均功率都等于$P = 3U_{\mathrm{P}} I_{\mathrm{P}} \cos\varphi = \sqrt{3} U_{\mathrm{L}} I_{\mathrm{L}} \cos\varphi$

φ是相电流滞后于相电压的相位差。

对称三相电路无功功率$Q = 3U_{\mathrm{P}} I_{\mathrm{P}} \sin\varphi = \sqrt{3} U_{\mathrm{L}} I_{\mathrm{L}} \sin\varphi$

对称三相电路视在功率$S = 3U_{\mathrm{P}} I_{\mathrm{P}} = \sqrt{3} U_{\mathrm{L}} I_{\mathrm{L}}$

6．计算对称星形联结的电路时，可用无阻抗的中线将各中性点连接，然后取出一相进行计算，若对称三相电路中有三角形联结的部分，则应先将其等效变换为星形联结，再取出一相计算。

7．不对称三相电路不能直接取出一相计算，应视为一般正弦电流电路选择适当的分析方法。