

ch 4.8 最大功率传输定理

杨旭强

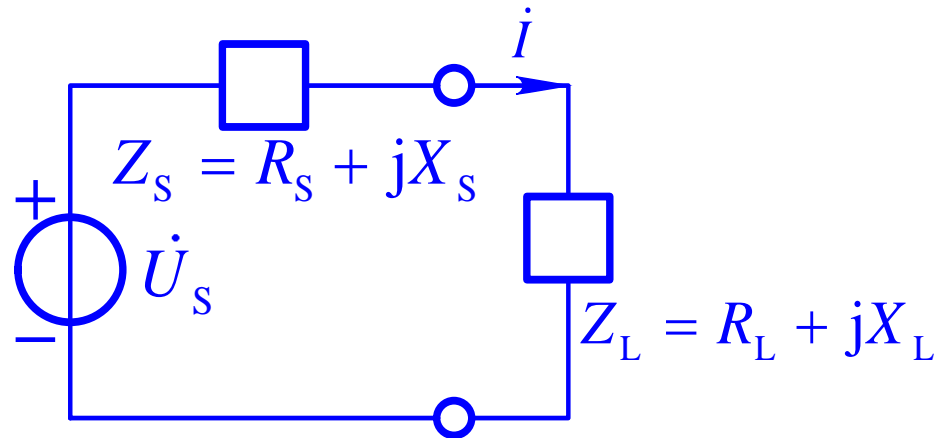
哈尔滨工业大学电气工程系



4.8 最大功率传输定理

基本要求：掌握最大功率传输的概念、最大功率传输定理的条件与结论。

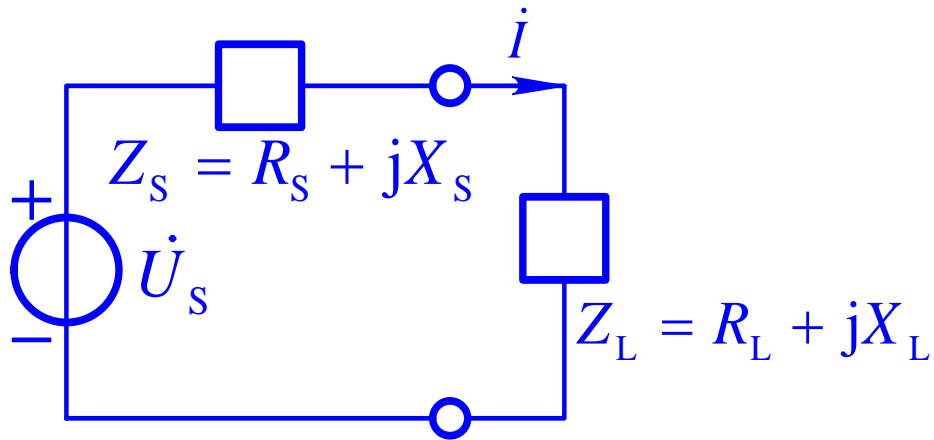
1、负载可任意改变时



电压源 \dot{U}_S ，内阻抗 $Z_S = R_S + jX_S$ ，负载阻抗 Z_L 的实部 R_L 大于零，且 R_L 与 X_L 可随意改变，负载阻抗从给定电源获得最大功率的条件是：

$$Z_L = R_L + jX_L = R_S - jX_S = Z_S^*$$

4.8 最大功率传输定理



电路中电流的有效值为

$$I = \frac{U_s}{\sqrt{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}}$$

负载获得的功率 $P_L = R_L I^2 = \frac{R_L U_s^2}{(R_s + R_L)^2 + (X_s + X_L)^2}$

X_L 只出现在分母中，当 $X_L = -X_s$ 时，分母最小，功率为

$$P'_L = \frac{R_L U_s^2}{(R_s + R_L)^2}$$

4.8 最大功率传输定理

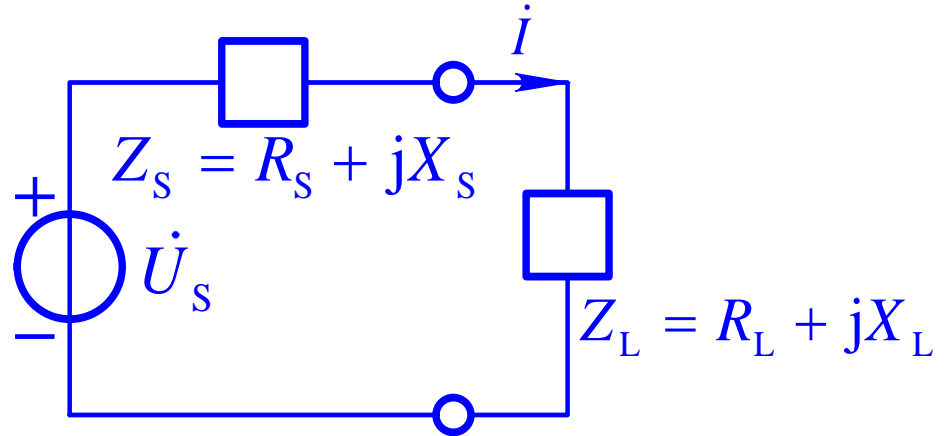
$$P'_L = \frac{R_L U_S^2}{(R_S + R_L)^2}$$

R_L 也是可变的:

$$\frac{dP'_L}{dR_L} = U_S^2 \frac{(R_S + R_L)^2 - 2(R_S + R_L)R_L}{(R_S + R_L)^4} = U_S^2 \frac{(R_S^2 - R_L^2)}{(R_S + R_L)^4} = 0$$

当 $R_L = R_S$ 时, P'_L 为唯一的极大值

$$\begin{aligned} Z_L &= R_L + jX_L \\ &= R_S - jX_S = Z_S^* \end{aligned}$$



4.8 最大功率传输定理

最大功率传输定理：负载阻抗等于电源内阻抗的共轭复数时(称为共轭匹配)，负载获得最大功率，此时最大功率为：

$$P_{L\max} = \frac{U_S^2}{4R_L}$$

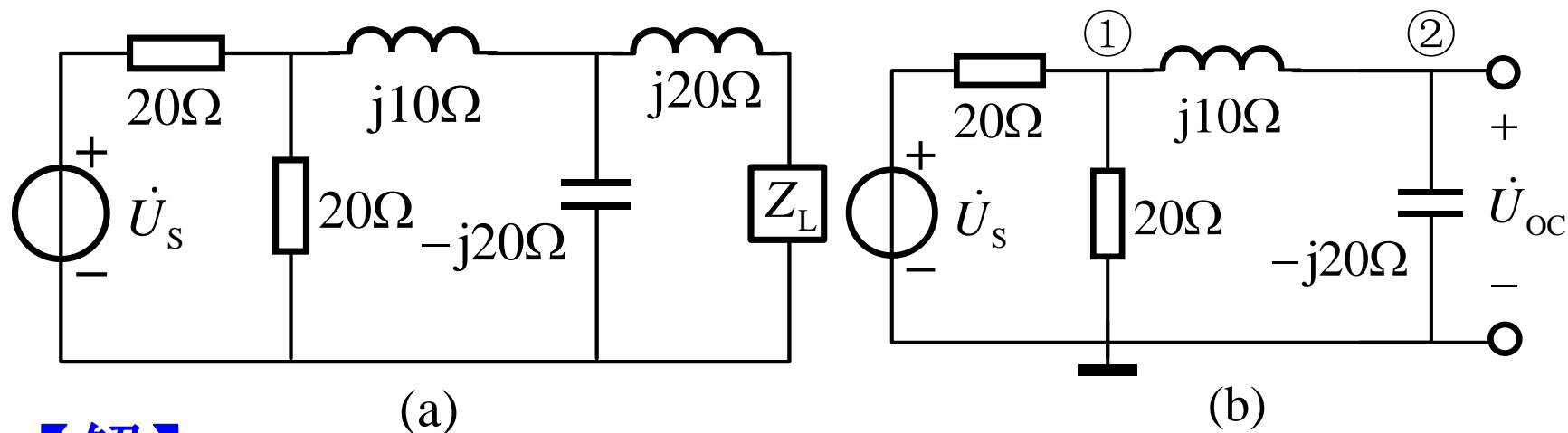
注：当负载获得最大功率时，电源内阻和负载电阻消耗的功率相等，电能的利用率只有50%。

求解步骤：

- 1求除负载以外的含源一端口的等效电路；
- 2应用最大功率传输定理求解。

[例4.17]

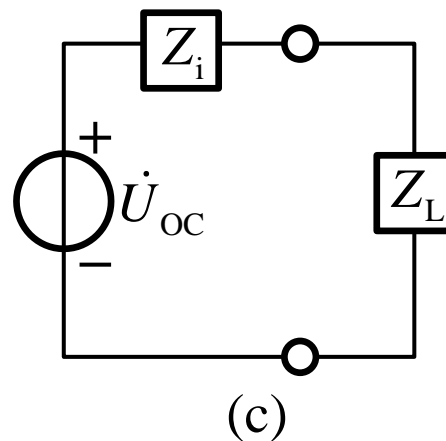
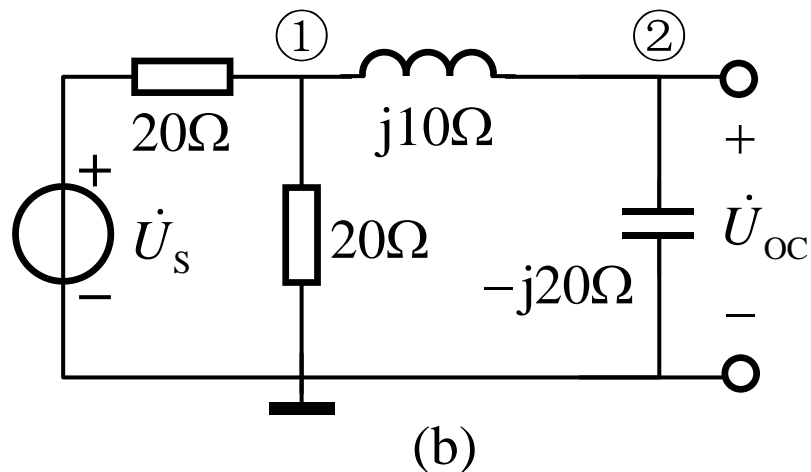
图示电路中，电压源 $\dot{U}_s = 20\angle 0^\circ \text{V}$ ，阻抗 Z_L 可任意改变，求 Z_L 为何值时可从电路中获得最大功率，并求该最大功率。



【解】

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{j10\Omega} \right) \dot{U}_{n1} - \frac{1}{j10\Omega} \dot{U}_{n2} &= \frac{\dot{U}_s}{20\Omega} \\ -\frac{1}{j10\Omega} \dot{U}_{n1} + \left(\frac{1}{j10\Omega} + \frac{1}{-j20\Omega} \right) \dot{U}_{n2} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

[例4.17]



$$\dot{U}_{n1} = 5\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{n2} = 10\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{V}$$

$$\dot{U}_{oc} = \dot{U}_{n2} = 10\sqrt{2}\angle -45^\circ \text{V}$$

$$Z_i = j20\Omega + \frac{[(20\Omega \parallel 20\Omega) + j10\Omega][-j20\Omega]}{(20\Omega \parallel 20\Omega) + j10\Omega - j20\Omega} = (20 + j20)\Omega$$

当 $Z_L = Z_i^* = (20 - j20)\Omega$ 时, 可从电路中获得最大功率

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4\text{Re}[Z_L]} = \frac{(10\sqrt{2})^2}{4 \times 20\Omega} = 2.5\text{W}$$

4.8 最大功率传输定理

2、只有负载的模可改变时

当负载阻抗 $Z_L = |Z_L| e^{j\varphi_L}$ 的模 $|Z_L|$ 可以改变，而阻抗角 φ_L 不能改变时，负载从给定电源获得最大功率的条件是

负载阻抗模与电源内阻抗模相等。

$$\text{即 } |Z_L| = |Z_S|$$

获得的最大功率为

$$P_{L\max} = \frac{U_S^2 \cos \varphi_L}{2 |Z_S| [1 + \cos(\varphi_S - \varphi_L)]}$$

4.8 最大功率传输定理

特例

电源内阻抗是纯电阻时 $Z_S = R_S$

电阻负载获得最大功率的条件则是 $R_L = R_S$