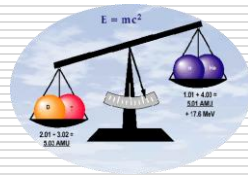
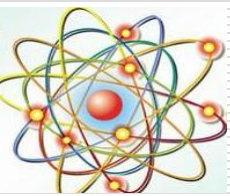


ch4 正弦电流电路

杨旭强

哈尔滨工业大学电气工程系





本章要点：

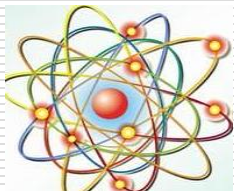
研究对象：正弦稳态电路，即响应和激励都是频率相同，且幅值（最大值）确定的正弦量；

研究方法：相量分析法，即借助复数运算来避免三角函数运算。

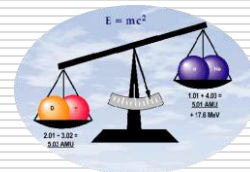
研究内容：正弦稳态电路的电路行为。

主要概念：相量、阻抗、导纳、瞬时功率、平均功率、无功功率、视在功率、复功率和功率因数。

重点难点：相量概念及计算、相量图，功率概念及计算，理想变压器介绍。



本章目次



4.1 正弦电流

4.2 正弦量的相量表示法

4.3 基尔霍夫定律的相量形式

4.4 RLC 元件上电压与电流的
相量关系

4.5 阻抗和导纳

4.6 正弦电流电路的相量分析法

4.7 正弦电流的功率

4.8 最大功率传输定理

4.9 耦合电感

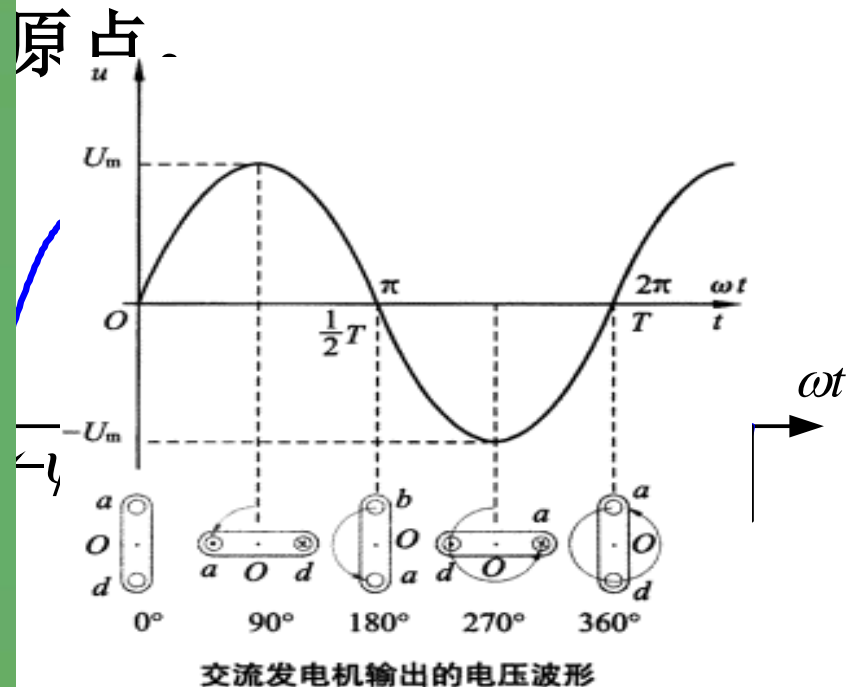
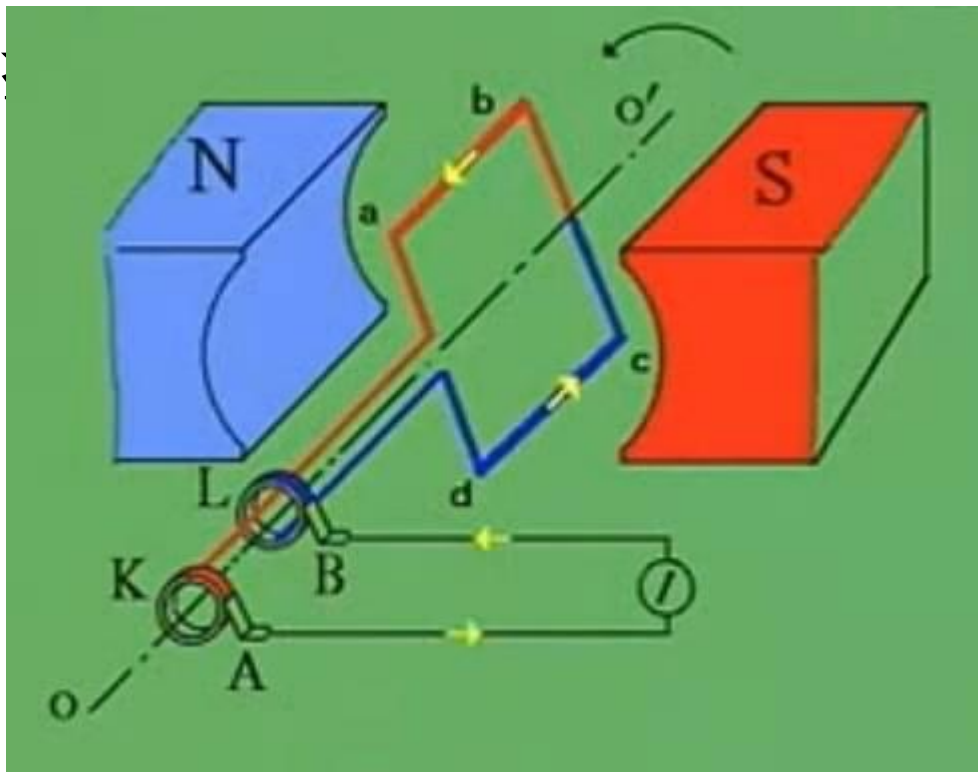
4.10 含互感元件的正弦电流电路

4.11 理想变压器

4.1 正弦电流

基本要求：掌握正弦量的三要素：振幅、角频率和初相位；正弦量的瞬时值、有效值和相位差。

1、正弦电流：随时间按正弦规律变动的电流。



正弦电流的波形

4.1 正弦电流

2、正弦电流的瞬时值表达式（正弦量的三要素）：

$$i = I_m \cos(\omega t + \psi_i)$$

振幅或幅值

$$i = I_m \big|_{\cos(\omega t + \psi_i) = 1}$$

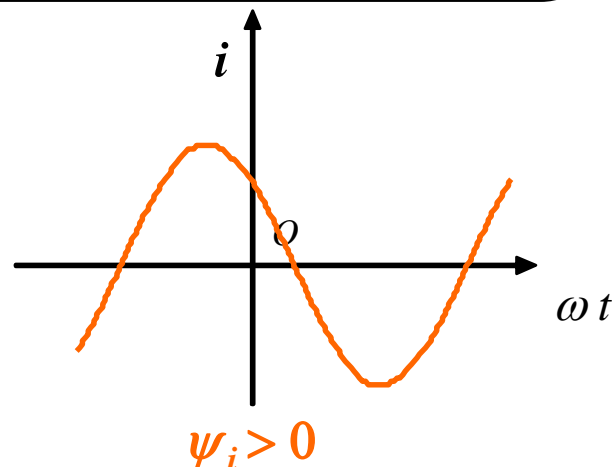
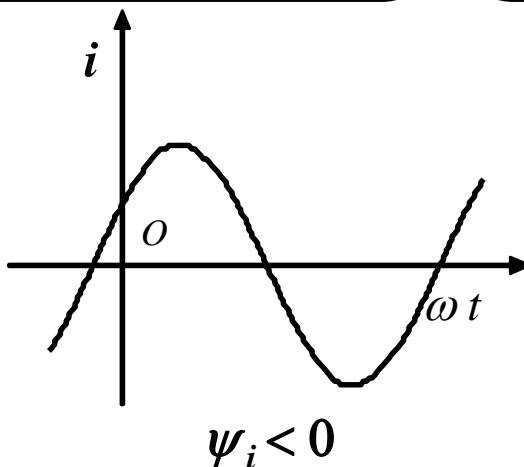
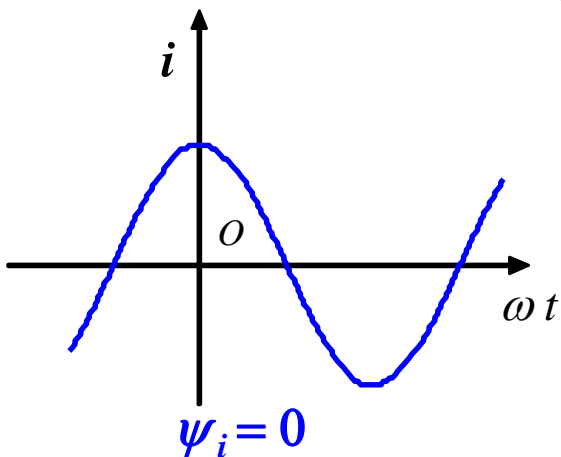
角频率

$$\frac{d(\omega t + \psi_i)}{dt} = \omega$$
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$\omega t + \psi_i \rightarrow$ 相位

初相 $(\omega t + \psi_i)|_{t=0} = \psi_i$

大小与计时起点有关



ψ_i 与计时起点的关系

4.1 正弦电流

我国电力系统标准频率为 50Hz，称为工频，相应的角频率

$$\omega = 2\pi \text{ rad} \times 50/\text{s} = 100\pi \text{ rad/s}$$

3、有效值

有效值：当周期电流 $i = f(t)$ 和直流 I 分别通过相同的电阻 R ，若二者做功的平均效果相同，则将此直流 I 的量值规定为周期电流 i 的有效值，用 I 表示。

有效值是瞬时值的平方在一个周期内的平均值再开方：

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

4.1 正弦电流

将 $i = I_m \cos(\omega t + \psi_i)$ 代入得有效值与最大值间的关系

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cos^2(\omega t + \psi_i) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

4、相位差

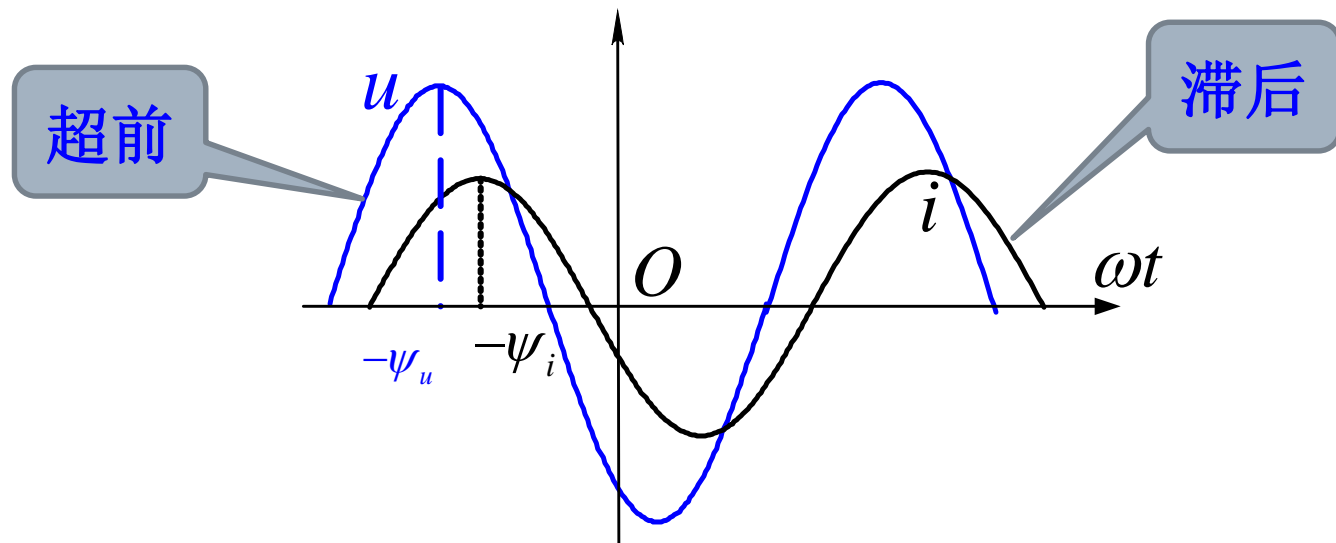
定义：两正弦量相位上的差值。

同频率正弦电压 $u = U_m \cos(\omega t + \psi_u)$ 和正弦电流

$i = I_m \cos(\omega t + \psi_i)$ 的相位差为初相之差，即

$$(\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i) = \psi_u - \psi_i = \varphi$$

4.1 正弦电流



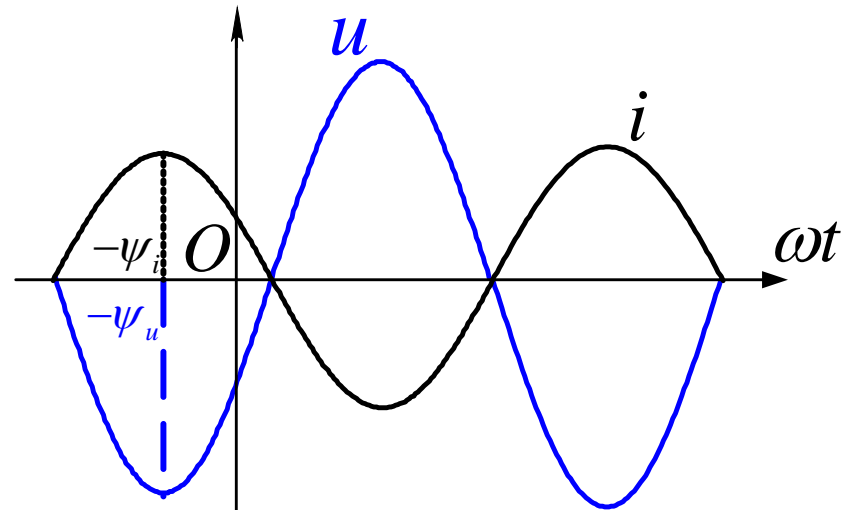
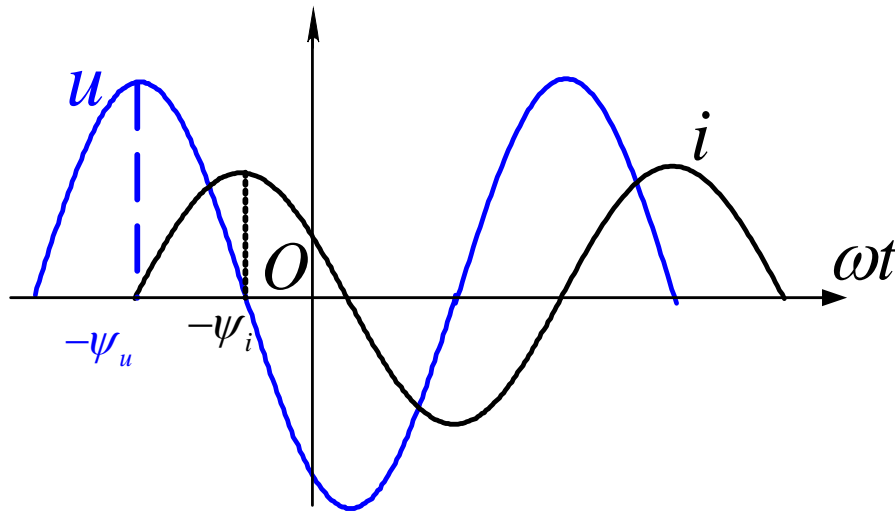
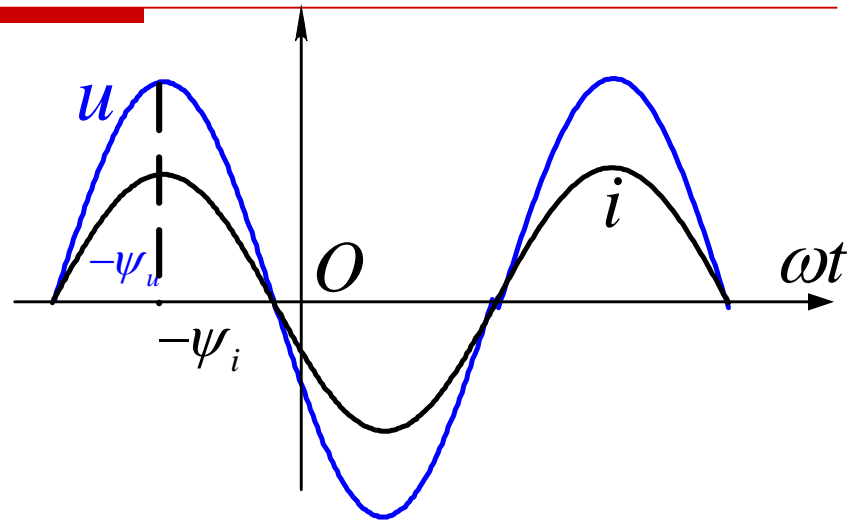
$\varphi > 0$ ，则称 u 超前 i 于 φ ，即 u 比 i 先达到最大值或先达到零值。

$\varphi < 0$ ，则称 u 滞后 i 于 φ 。

超前或滞后的相角通常以 $\pm 180^\circ$ 为限。

4.1 正弦电流

相差为 0° 称为同相。



相差为 $\pm 90^\circ$ ，称相位正交。相差为 $\pm 180^\circ$ 称为反相。

4.1 正弦电流

5、标准正弦量

$$u = U_m \cos(\omega t + \psi_u)$$

- 1) 幅值为正;
- 2) 初相在 $\pm\pi$ (180°) 之间;
- 3) 用余弦函数表示。

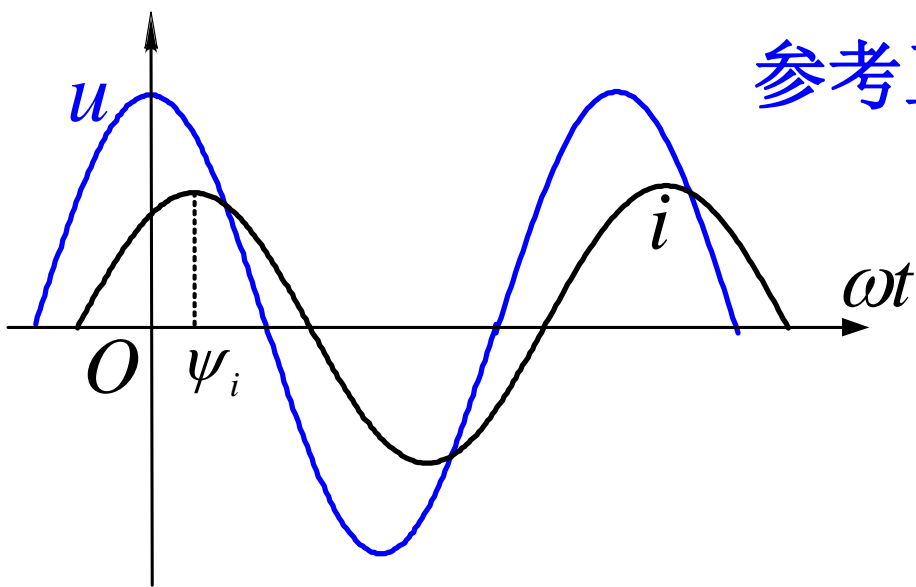
4.1 正弦电流

6、参考正弦量

电压 u 通过最大值的瞬间作为时间坐标原点 ($t=0$), 此时 $\psi_u = 0$, 正弦电压记为

$$u = U_m \cos \omega t$$

参考正弦量的初相为零。

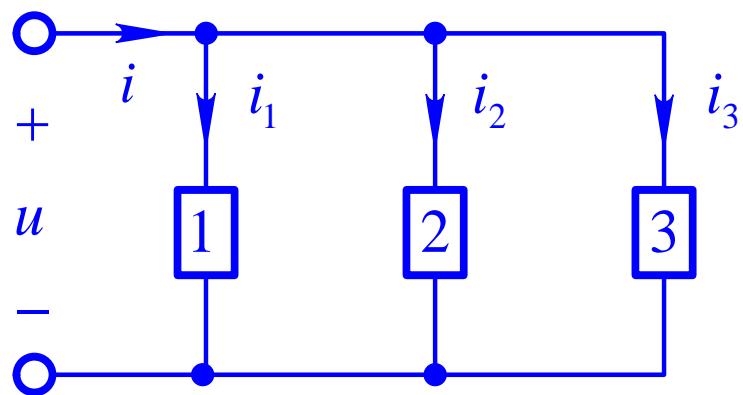


u 为参考正弦量的波形

一旦把某一正弦量选作参考正弦量, 其它同频率的正弦量的初相也就相应被确定, 图中
电流 $i = I_m \cos(\omega t - \psi_i)$ 其初相为 $-\psi_i$, 故 i 的波形图较参考正弦量 u 的波形图沿横轴右移 ψ_i , 就是相对于参考正弦量的相位差。

[例题4.1]

已知图示电路 $u = 100 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{V}$ 、 $i_1 = 2 \cos(\omega t + 100^\circ) \text{A}$ 、
 $i_2 = -4 \cos(\omega t + 190^\circ) \text{A}$ 、 $i_3 = 5 \sin(\omega t + 10^\circ) \text{A}$ 。写出电压和
各电流的有效值、初相位，并求电压超前于电流的相位差。



【解】 将 i_2 和 i_3 写为标准形式

$$i_2 = -4 \cos(\omega t + 190^\circ) \text{A}$$

$$= 4 \cos(\omega t + 190^\circ - 180^\circ) \text{A} = 4 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{A}$$

$$i_3 = 5 \sin(\omega t + 10^\circ) \text{A}$$

$$= 5 \cos(\omega t + 10^\circ - 90^\circ) \text{A} = 5 \cos(\omega t - 80^\circ) \text{A}$$

[例题4.1]

$$u = 100 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{ V}$$

$$i_1 = 2 \cos(\omega t + 100^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = 4 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{ A}$$

$$i_3 = 5 \cos(\omega t - 80^\circ) \text{ A}$$

初相位 $\psi_u = 10^\circ, \psi_{i_1} = 100^\circ, \psi_{i_2} = 10^\circ, \psi_{i_3} = -80^\circ$

相位差 $\varphi_1 = \psi_u - \psi_{i_1} = 10^\circ - 100^\circ = -90^\circ$

$$\varphi_2 = \psi_u - \psi_{i_2} = 10^\circ - 10^\circ = 0^\circ$$

$$\varphi_3 = \psi_u - \psi_{i_3} = 10^\circ - (-80^\circ) = 90^\circ$$

电压、电流的有效值为

$$U = \frac{100}{\sqrt{2}} = 70.7 \text{ V}, I_1 = \frac{2}{\sqrt{2}} = 1.414 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2.828 \text{ A}, I_3 = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3.54 \text{ A}$$

[例题4.1]

$$u = 100 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{ V}$$

$$i_1 = 2 \cos(\omega t + 100^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = 4 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{ A}$$

$$i_3 = 5 \cos(\omega t - 80^\circ) \text{ A}$$

初相位 $\psi_u = 10^\circ, \psi_{i_1} = 100^\circ, \psi_{i_2} = 10^\circ, \psi_{i_3} = -80^\circ$

相位差 $\varphi_1 = \psi_u - \psi_{i_1} = 10^\circ - 100^\circ = -90^\circ$

$$\varphi_2 = \psi_u - \psi_{i_2} = 10^\circ - 10^\circ = 0^\circ$$

$$\varphi_3 = \psi_u - \psi_{i_3} = 10^\circ - (-80^\circ) = 90^\circ$$

以电压 u 为参考正弦量可得:

$$u = 100 \cos(\omega t) \text{ V}$$

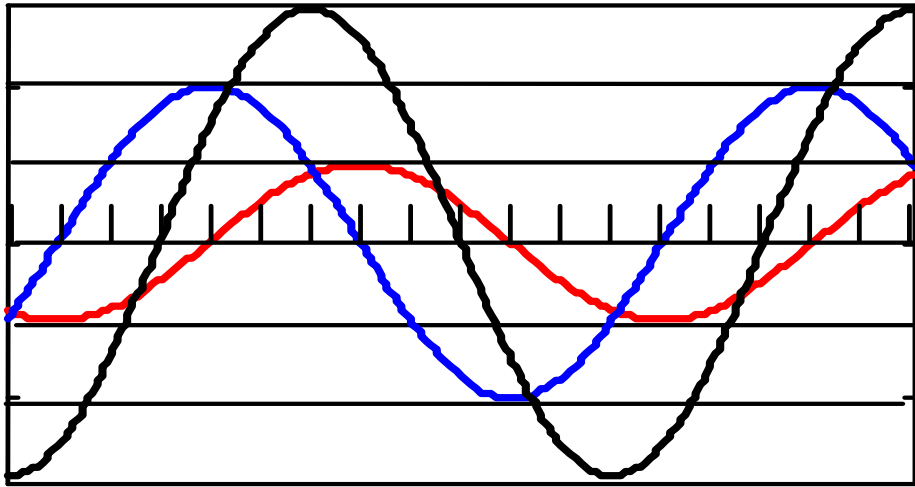
$$i_1 = 2 \cos(\omega t + 90^\circ) \text{ A}$$

$$i_2 = 4 \cos(\omega t) \text{ A}$$

$$i_3 = 5 \cos(\omega t - 90^\circ) \text{ A}$$

[书例4.1]

示波器显示三个工频正弦电压的波形如图所示，已知图中纵坐标每格表示5V。试写出各电压的瞬时表达式。



示波器上显示的三个正弦波

设 u_1 、 u_2 和 u_3 依次表示图中振幅最大、中等和最小的电压，其幅值分别为15V、10V和5V。

由图可见 u_2 比 u_1 超前 60°
 u_3 比 u_1 滞后 30° ，于是得

取 u_1 为参考正弦量，即

$$u_1 = 15 \cos(100\pi t) \text{ V}$$

$$u_2 = 10 \cos(100\pi t + 60^\circ) \text{ V}$$

$$u_3 = 5 \cos(100\pi t - 30^\circ) \text{ V}$$