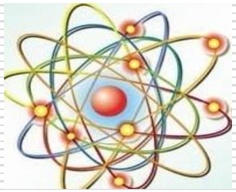
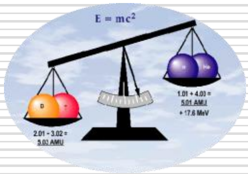




第8章　线性动态电路暂态过程的时域分析

哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院

本章基本要求：

1、理解动态电路暂态过程及稳态过程的概念，存在暂态过程的原因。

2、熟练计算电路量的初始值。

3、熟练应用三要素公式计算一阶电路响应。

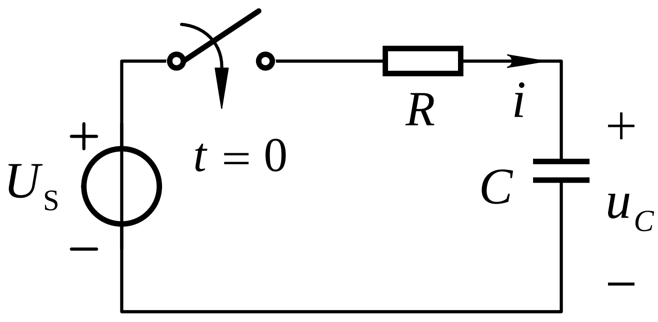
4、掌握理解时间常数的概念及其计算。

5、掌握零输入响应、零状态响应和全响应的计算，理解叠加定理在线性动态电路中的应用。

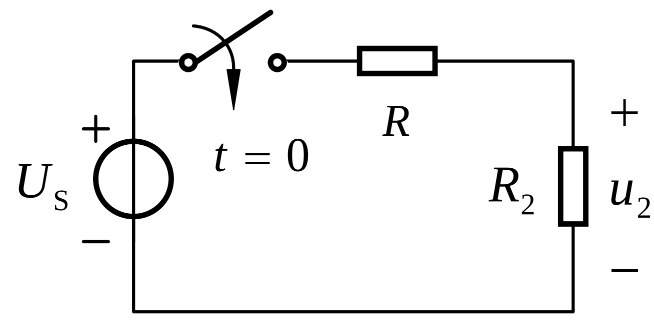
目 录

8.1　动态电路的暂态过程

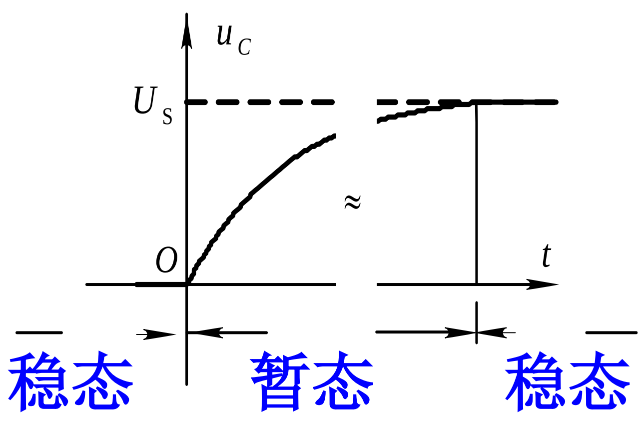
基本要求：了解动态电路暂态过程及时域分析思想。

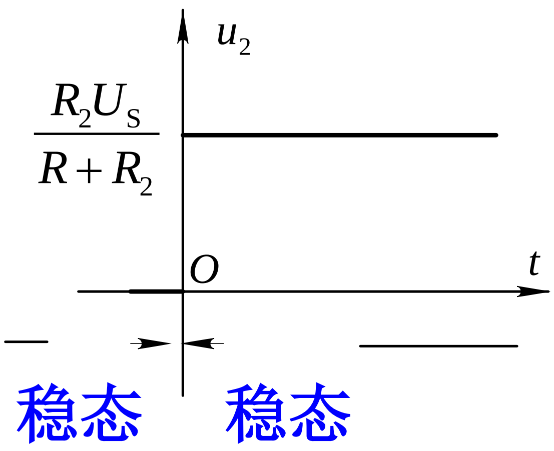


（a）



(b)

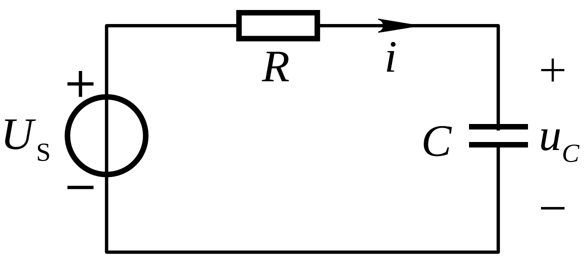




无过渡过程

动态电路的时域分析

换路后的KVL方程



$$Ri(t)+u_C(t)=U_S$$

$$i(t)=C\frac{\mathrm{d}u_C(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$\begin{cases} RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+u_C=U_S \\ u_C(0_+)=U_0 \end{cases}$$

常系数线性一阶微分方程

初始值

$t=0$ 换路

$t=0_-$换路前瞬间

$t=0_+$换路后瞬间

常用电路变量初始值

$u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$、$q_C(0_+)$、$\psi_L(0_+)$

换路后电路量将从其初始值开始变动

时域分析：列微分方程；定初值；解微分方程

8.2　电路变量的初始值

基本要求：透彻理解换路定律，熟练计算电路量的初始值。

1　电容电压u_C和电感电流i_L初始值的确定

设在线性电容上电压和电流参考方向相同，则有

$$q(t) = Cu_C(t) = \int_{-\infty}^{t} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi$$

电容电荷的初始值可表示为

$$q(0_+) = Cu_C(0_+) = \int_{-\infty}^{0_+} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi = \int_{-\infty}^{0_-} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi$$

等号右端第一项积分表示t=0-时的电荷 q(0-)，故

$$q(0_+) = Cu_C(0_+) = q(0_-) + \int_{0_-}^{0_+} i_C(\xi)\mathrm{d}\xi$$

若在 $t = 0$ 瞬间电容电流有界，则上式积分为零，于是得

$$q(0_+) = q(0_-) \qquad u_C(0_+) = u_C(0_-)$$

换路定律

电感：对偶原理

$$\left.\begin{aligned} q(0_+) = q(0_-) \qquad & u_C(0_+) = u_C(0_-) \\ \Psi(0_+) = \Psi(0_-) \qquad & i_L(0_+) = i_L(0_-) \end{aligned}\right\}$$ 换路定律

说明

电容电压 $u_C(t)$ 和电感电流 $i_L(t)$ 在换路瞬间是连续变化的或称渐变的

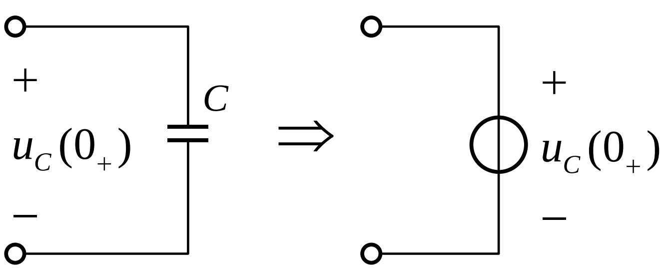
电路换路将引起电容和电感能量变化

$$w_C = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2C}q^2 \qquad u_C(0_+) = u_C(0_-) \qquad i_C(0_+) = ?$$

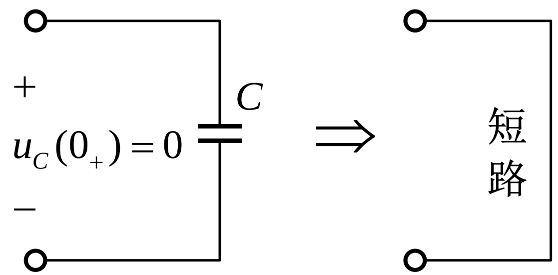
$$w_L = \frac{1}{2}Li_L^2 = \frac{1}{2L}\Psi^2 \qquad i_L(0_+) = i_L(0_-) \qquad u_L(0_+) = ?$$

2 除u_C、 i_L之外各电压、电流初始值的确定

电容元件 $u_C(0_+) = u_C(0_-)$ →相当于直流电压源

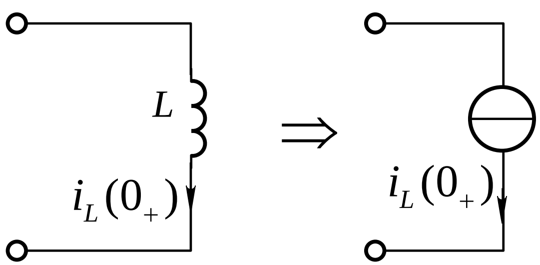


(a) $u_C(0_+)$有值

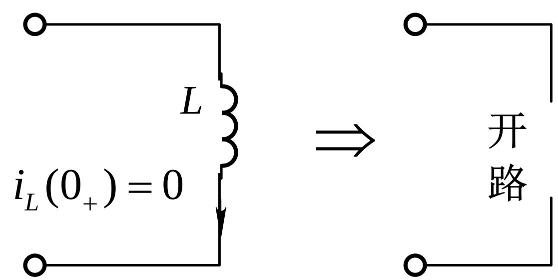


(b) $u_C(0_+)=0$

电感元件 $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ →相当于直流电流源



(a) $i_L(0_+)$有值



(b) $i_L(0_+)=0$

$f(0+)$ 的确定

电容元件 $u_C(0_+) = u_C(0_-)$ →相当于直流电压源

电感元件 $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ →相当于直流电流源

电阻元件 $u_R(0_+) = Ri_R(0_+)$

或 $i_R(0_+) = Gu_R(0_+)$

$t=0_+$瞬间电路结构约束

KCL $\sum i(0_+) = 0$

KVL $\sum u(0_+) = 0$

电阻电路，直流各种分析方法 $f(0+)$ $\begin{cases} i_C(0_+) \\ u_L(0_+) \\ u(0_+) \\ i(0_+) \end{cases}$

非状态量初始值的求解步骤

（1）求状态量的原始值

$u_C(0_-)$　　$i_L(0_-)$

（2）求状态量初始值

$u_C(0_+)$　　$i_L(0_+)$

（3）画出换路后的等效电路

1）用电压源和电流源置换电容和电感；

2）时变电源取换路后时刻值，等效为直流电源

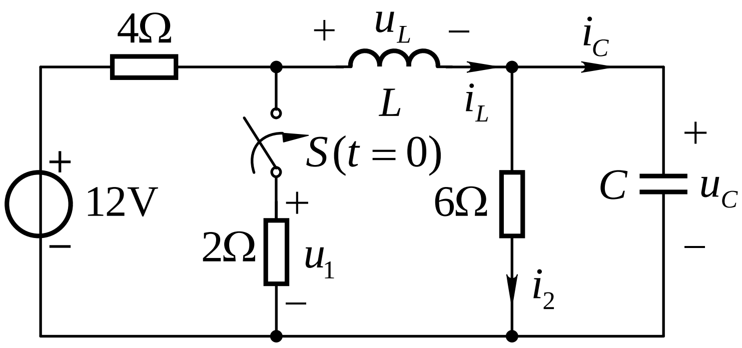
（4）用DC分析法求非状态量的初始值。

定性分析换路前后响应-直流激励条件下

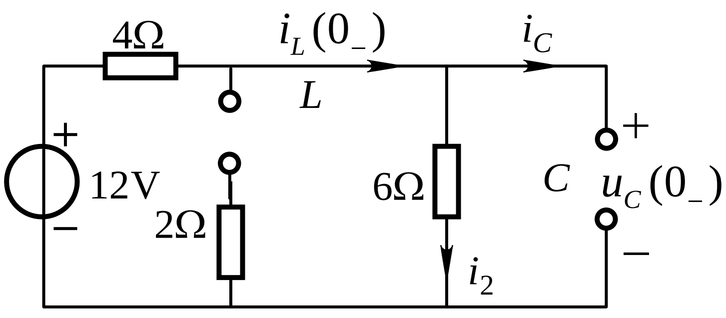
元件	换路中	换路后 $t=0_+$	稳态/DC $t=0_-$ $t\to\infty$
L	开路	电流源 $i_L(0_+)=i_L(0_-)$	短路
C	短路	电压源 $u_C(0_+)=u_C(0_-)$	开路

【例题8.1】

图(a)所示电路，在$t<0$时处于稳态，$t=0$时开关接通。求初始值$i_L(0_+)$、$u_C(0_+)$、$u_1(0_+)$、$u_L(0_+)$及$i_C(0_+)$。



(a)



(b)

开关接通之前电路如图(b)，直流稳态。求得

$$i_L(0_-)=\frac{12\text{V}}{(4+6)\Omega}=1.2\text{A} \qquad u_C(0_-)=6\Omega\times i_L(0_-)=7.2\text{V}$$

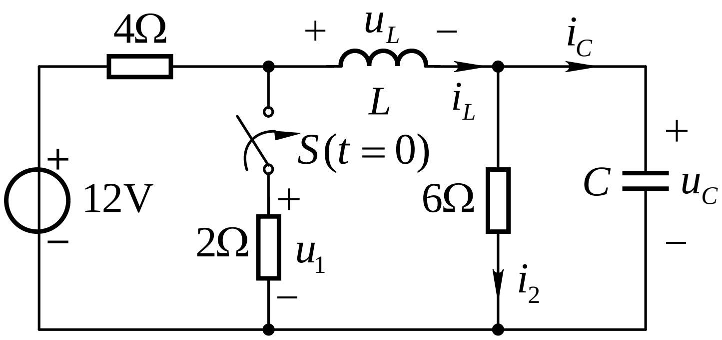
换路定律得

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1.2\text{A}$$

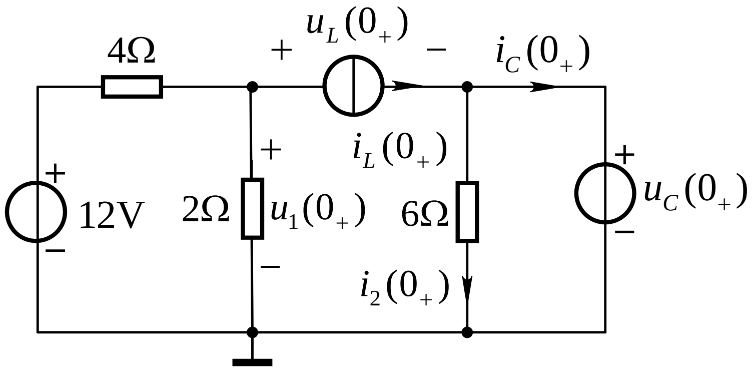
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=7.2\text{V}$$

【例题8.1】

求初始值$i_L(0_+)$、 $u_C(0_+)$、 $u_1(0_+)$、 $u_L(0_+)$及 $i_C(0_+)$



(a)



(b)

$$i_L(0_+)=1.2\text{A} \quad ; \quad u_C(0_+)=7.2\text{V}$$

t=0$_+$时的等效电路如图(b) $$\left(\frac{1}{4\Omega}+\frac{1}{2\Omega}\right)u_1(0_+)=\frac{12\text{V}}{4\Omega}-i_L(0_+)$$

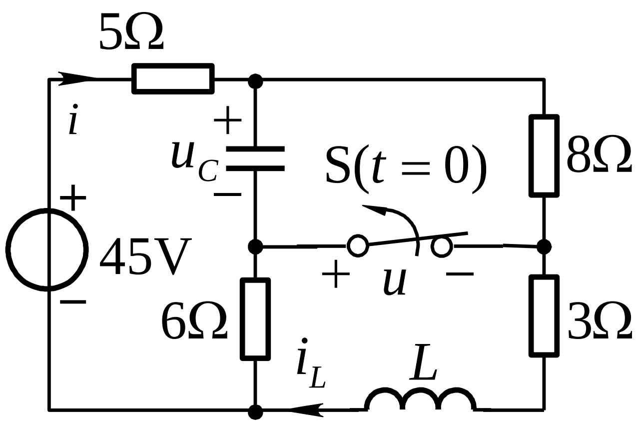
解得 $$u_1(0_+)=2.4\text{V}$$

$$u_L(0_+)=u_1(0_+)-u_C(0_+)=-4.8\text{V}$$

$$i_C(0_+)=i_L(0_+)-i_2(0_+)=i_L(0_+)-\frac{u_C(0_+)}{6\Omega}=0$$

【补充例题1】

图示电路 $t<0$时处于稳态， $t=0$时开关断开。求初始值 $u_C(0_+)$、$i_C(0_+)$、$i_L(0_+)$、$u_L(0_+)$ 及开关两端电压 $u(0_+)$



【解】 $t<0$时电容开路，电感短路

3 Ω与 6 Ω 电阻并联，所以

$$i(0_-)=\frac{45\text{V}}{(5+8+\dfrac{6\times3}{6+3})\Omega}=3\text{A}$$

由换路定律得

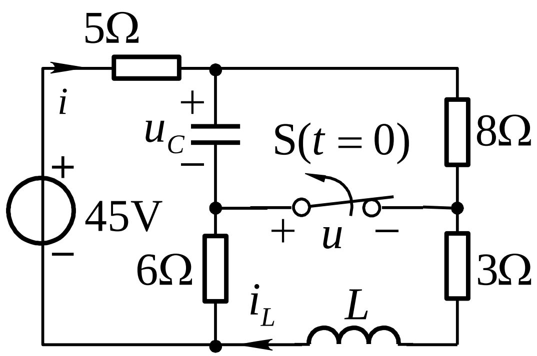
$$i_L(0_-)=\frac{6}{6+3}\times i(0_-)=2\text{A}=i_L(0_+)$$

$$u_C(0_-)=8\times i(0_-)=24\text{V}=u_C(0_+)$$

开关电压由**KVL**得

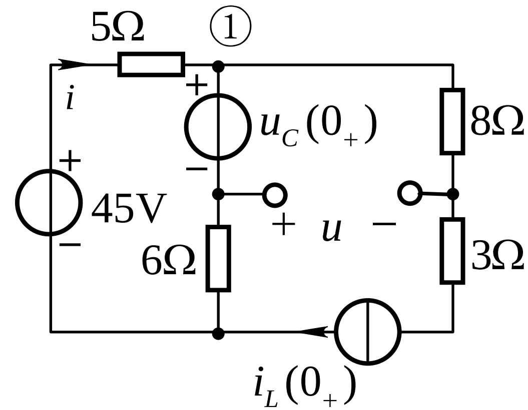
$$u(0_+)=-u_C(0_+)+8\times i_L(0_+)=(-24+8\times2)\text{V}=-8\text{V}$$

【补充例题1】 $i_C(0_+)$、$u_L(0_+)$ 的求解



$$u_C(0_+) = 24\text{V}$$

$$i_L(0_+) = 2\text{A}$$



求 $i_C(0_+)$ 列节点电压方程

$$\left(\frac{1}{5\Omega}+\frac{1}{6\Omega}\right)U_{n1}(0_+)=\frac{45\text{V}}{5\Omega}+\frac{24\text{V}}{6\Omega}-2\text{A}$$

$$U_{n1}(0_+)=30\text{ V}$$

$$i_C(0_+)=\frac{U_{n1}(0_+)-u_C(0_+)}{6\Omega}=1\text{ A}$$

$$i_C(0_-)=0\text{ A}$$

求 $u_L(0_+)$

$$u_L(0_+)=U_{n1}(0_+)-(8+3)\Omega i_L(0_+)=8\text{V}$$

$$u_L(0_-)=0\text{V}$$

可见，电容电压 $u_C(t)$ 和电感电流 $i_L(t)$ 在 t=0时是连续的，而电容电流 $i_C(t)$ 和电感电压 $u_L(t)$ 在 t=0时是跃变的。

小结

1、过渡过程的相关概念

动态电路、换路、过渡过程、原始值、初始值

2、电路量初始值的求解

状态量初始值的求解

非状态量初始值的求解