

ch3.2 齐性定理和叠加定理

杨旭强

哈尔滨工业大学电气及自动化学院



3.2 齐性定理和叠加定理

基本要求：透彻理解并熟练应用齐性定理和叠加定理。

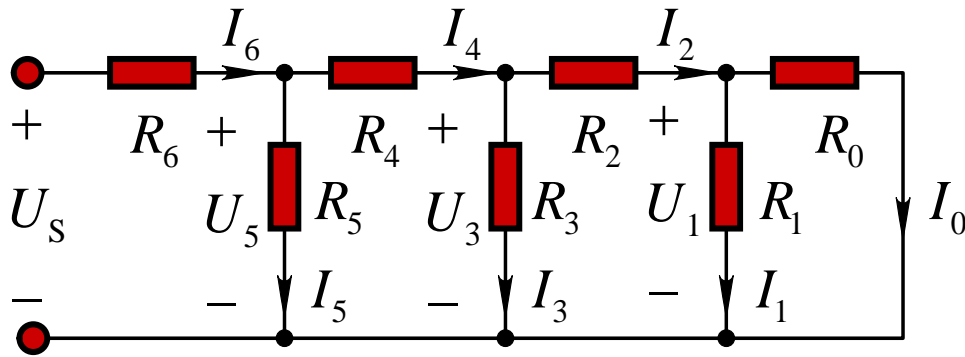
3.2.1 齐性定理：在只有一个激励 X 作用的线性电路中，设任一响应为 Y ，记作 $Y=f(X)$ ，若将该激励乘以常数 K ，则对应的响应 Y' 也等于原来响应乘以同一常数，即 $Y'=f(KX)=Kf(X)=KY$ 。

直观表述为：若电路中只有一个激励，则响应与激励成正比，比例系数取决于电路的结构和参数，与激励源本身的大小无关

3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.4】图示电路中电阻 $R_0=R_2=R_4=R_6=4\Omega$ ， $R_1=R_3=R_5=8\Omega$ 。(1)若使 $I_0=1\text{A}$ ，求 U_S 的值。(2)若 $U_S=66\text{V}$ ，求各支路电流。

解



$$I_0 = 1\text{A}$$
$$\Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{R_0 I_0}{R_1} = 0.5\text{A}$$

$$\Rightarrow I_2 = I_1 + I_0 = 1.5\text{A}$$

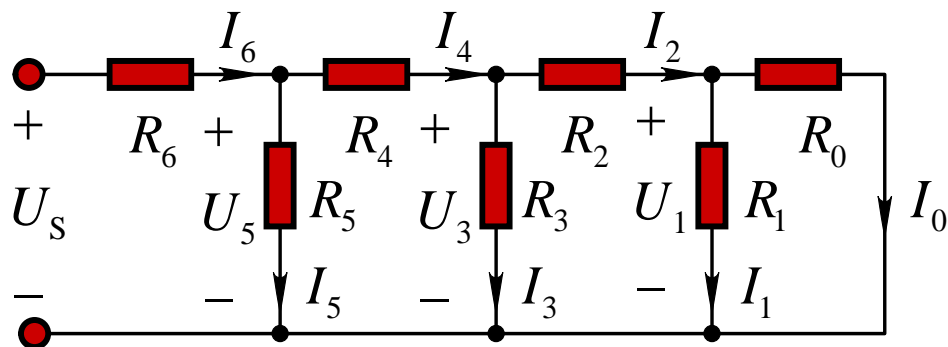
$$\Rightarrow I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{R_2 I_2 + R_1 I_1}{R_3} = 1.25\text{A} \quad \Rightarrow I_4 = I_2 + I_3 = 2.75\text{A}$$

$$\Rightarrow I_5 = \frac{U_5}{R_5} = \frac{R_4 I_4 + R_3 I_3}{R_5} = 2.625\text{A} \quad \Rightarrow I_6 = I_4 + I_5 = 5.375\text{A}$$

$$\Rightarrow U_S = R_6 I_6 + R_5 I_5 = 42.5\text{V}$$

3.2 齐性定理和叠加定理

$U_S = 66V$ 时是42.5V的1.553倍，所以电路中所有的电压、电流均应该增大1.553倍，据此可以求出电路中其它各处电压电流。



$$k = \frac{66V}{42.5V} = 1.553$$

$$I'_4 = kI_4 = 4.27A$$

$$I'_1 = kI_1 = 1.553 \times 0.5 = 0.776A$$

$$I'_5 = kI_5 = 4.08A$$

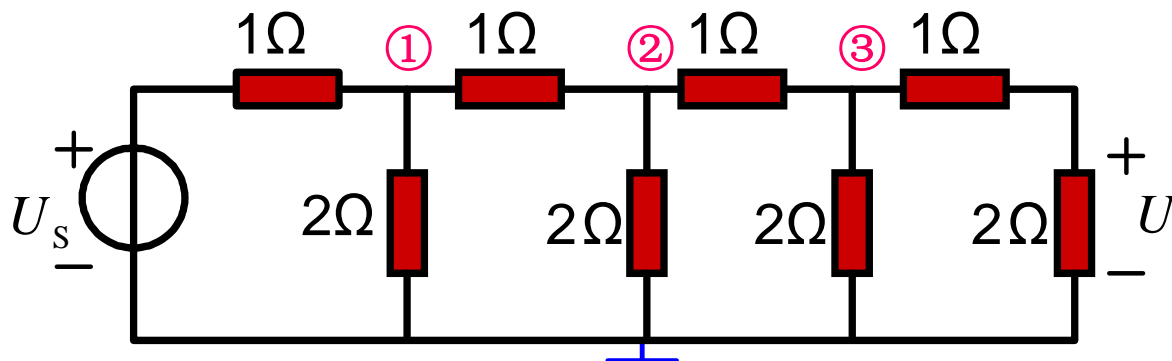
$$I'_2 = kI_2 = 1.553 \times 1.5 = 2.33A$$

$$I'_6 = kI_6 = 8.35A$$

$$I'_3 = kI_3 = 1.94A$$

3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.5】求图示梯形电路的电压 U ，已知 $U_s = 10\text{V}$ 。



解：假设 $U' = 2\text{V}$ 则 $U'_3 = 3\text{V}$, $U'_2 = (1 + \frac{3}{2})\text{A} \times 1\Omega + 3\text{V} = \frac{11}{2}\text{V}$

$$U'_1 = (\frac{5}{2}\text{A} + \frac{5.5\text{V}}{2\Omega}) \times 1\Omega + U'_2 = \frac{43}{4}\text{V}$$

$$U'_s = (\frac{21}{4} + \frac{43}{8})\text{A} \times 1\Omega + U'_1 = \frac{171}{8}\text{V}$$

$$U = \frac{U_s}{U'_s} U' = \frac{10\text{V} \times 2\text{V}}{171\text{V}/8\text{V}} = \frac{160}{171}\text{V} = 0.936\text{V}$$

3.2 齐性定理和叠加定理

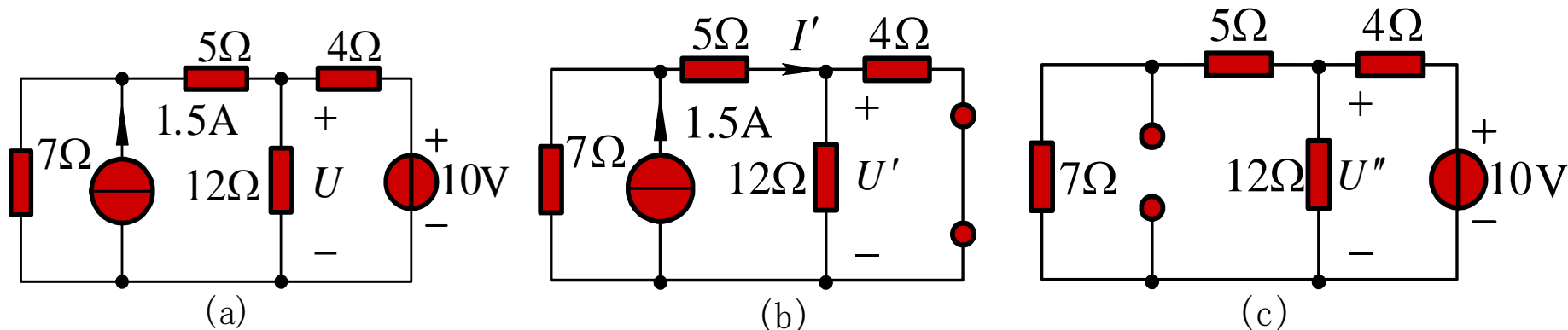
3.2.2 叠加定理：在**线性电路**中，由几个**独立电源**共同作用产生的响应等于各个独立电源单独作用时产生相应响应的**代数叠加**。

注意：

- 1 叠加定理只适用于线性电路；
- 2 U 、 I 叠加时要注意参考方向；
- 3 功率不是激励的线性函数，因此不能用每个独立电源单独作用时产生的功率叠加来求得总功率；
- 4 叠加定理仅对独立电源有效，独立电源单独作用时，受控源要保留在电路中，此时其控制系数不变但控制量相应变为电路中相对应的电压和电流的分量。

3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.6】用叠加定理计算电压 U 。



解:

$$I' = \frac{7\Omega \times 1.5A}{(4 \parallel 12)\Omega + (5 + 7)\Omega} = 0.7A$$

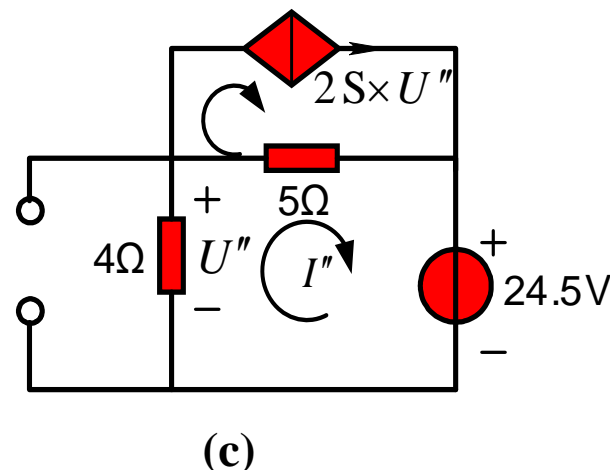
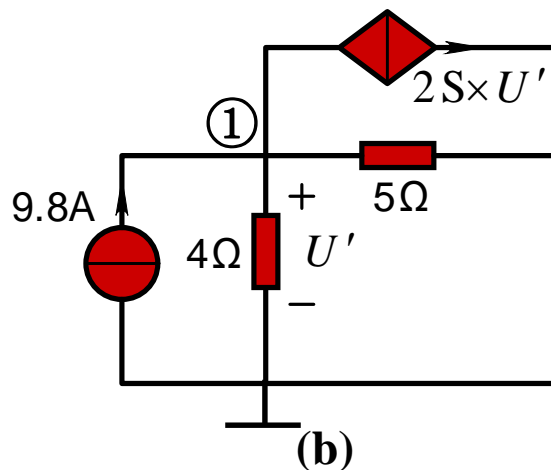
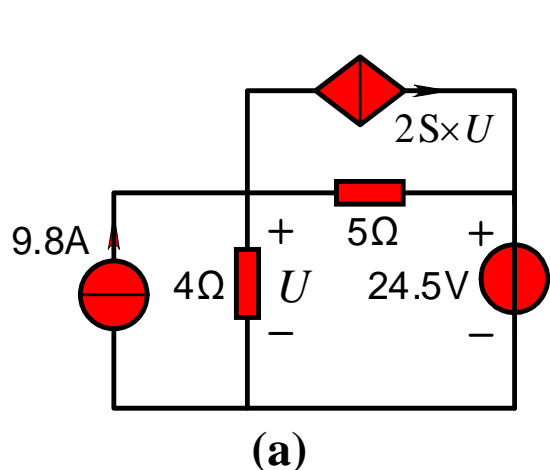
$$U' = (4 \parallel 12)\Omega \times I' = 2.1V$$

$$U'' = \frac{(5 + 7) \parallel 12}{(5 + 7) \parallel 12 + 4} \times 10V = 6V$$

$$U = U' + U'' = 8.1V$$

3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.7】用叠加定理计算电压 U 。



解:

电流源单独作用

$$\left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{5\Omega}\right)U' = 9.8\text{A} - 2\text{S} \times U' \Rightarrow U' = 4\text{V}$$

电压源单独作用

$$(4\Omega + 5\Omega)I'' - 5\Omega \times 2\text{S}U'' = -24.5\text{V}$$

$$U'' = -4\Omega \times I''$$

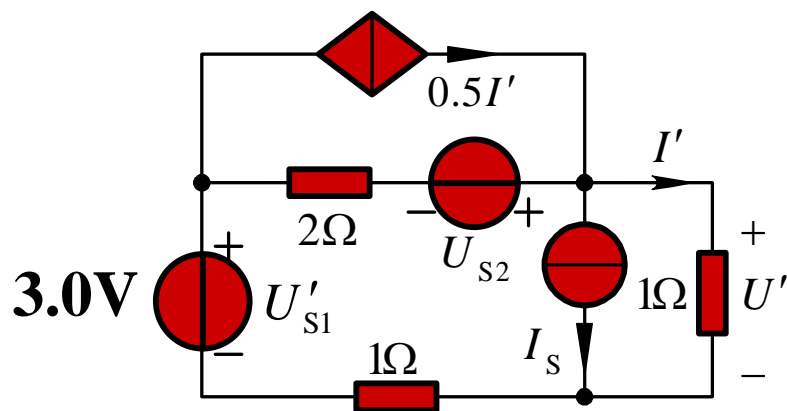
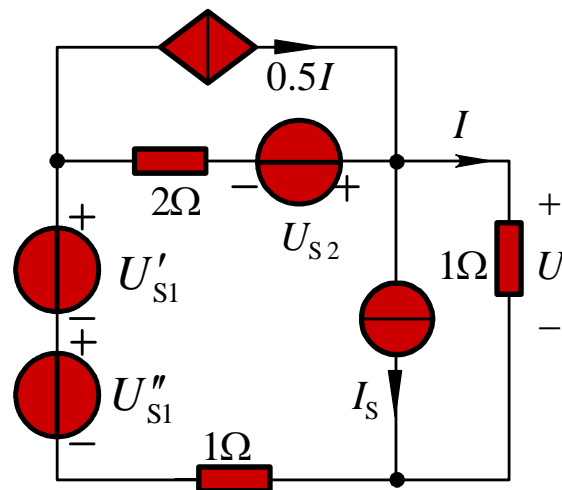
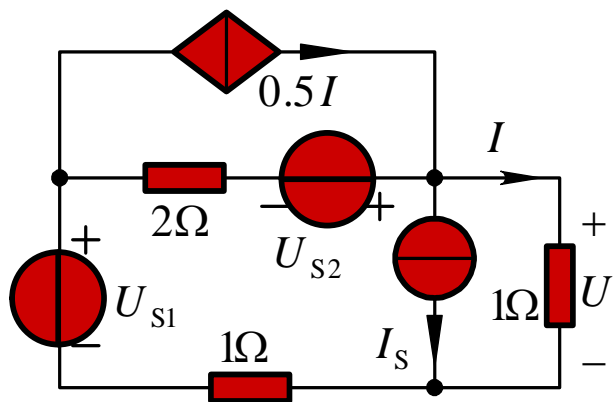
$$\Rightarrow I'' = -0.5\text{A} \quad U'' = -4\Omega I'' = 2\text{V}$$

根据叠加定理

$$U = U' + U'' = 6\text{V}$$

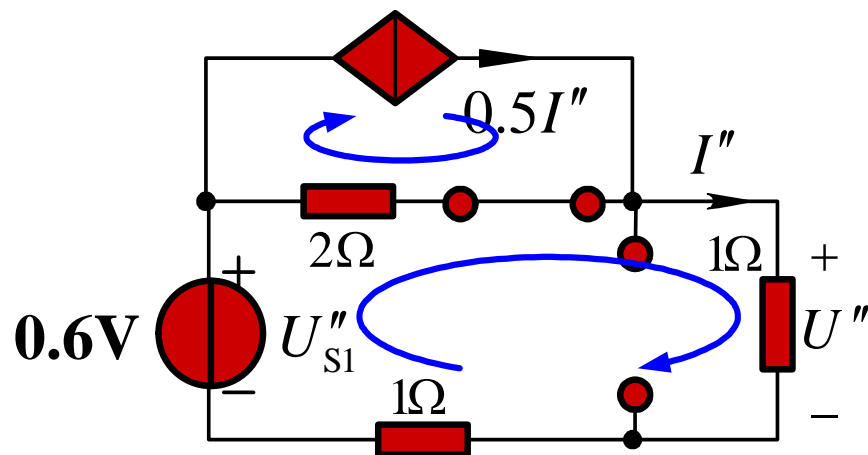
3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.8】 已知当 $U_{S1}=3\text{V}$ 时，电压 $U=4\text{V}$ 。求当 $U_{S1}=3.6\text{V}$ ，其它条件不变时电压 U 的值。



$$U' = 4\text{V}$$

3.2 齐性定理和叠加定理



$$(1 + 2 + 1)\Omega \times I'' - 2\Omega \times 0.5I'' = 0.6V$$

$$I'' = 0.2A$$

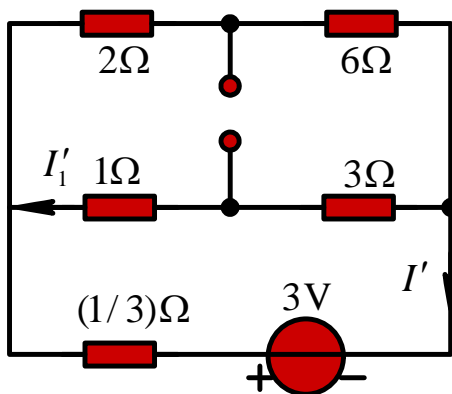
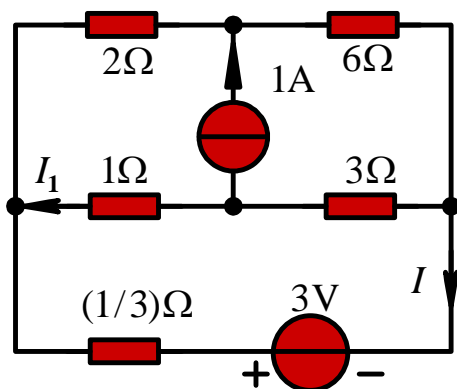
$$U'' = 1\Omega \times I'' = 0.2V$$

$$U = U' + U'' = 4.2V$$

3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.9】用叠加定理求图示电路的电流 I 及 1Ω 电阻消耗的功率

解: 1) 3V 电压源单独作用

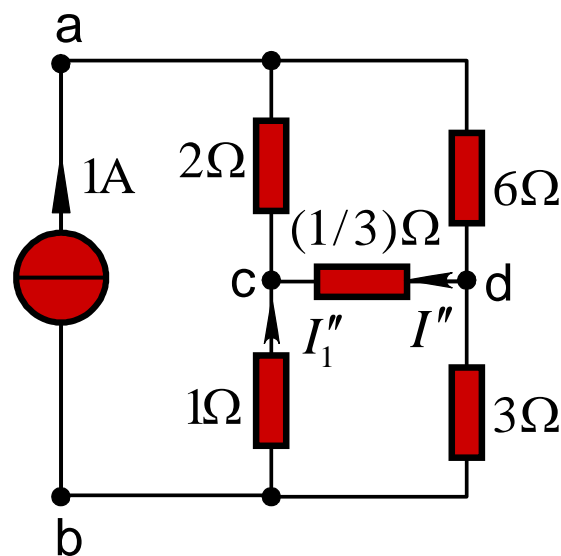
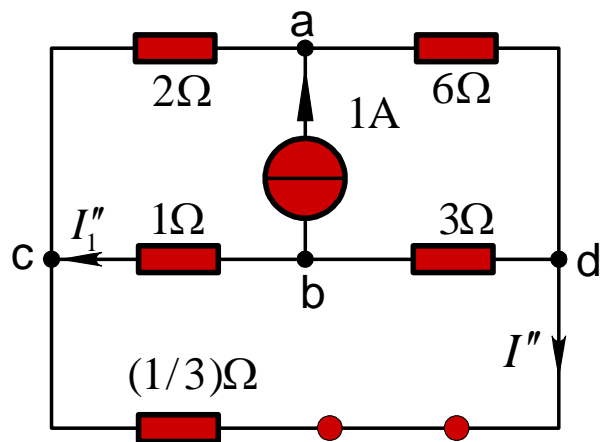


$$I' = \frac{3\text{V}}{\frac{1}{3}\Omega + \frac{4 \times 8}{4 + 8}\Omega} = 1\text{A}$$

$$I'_1 = -I' \times \frac{8\Omega}{4\Omega + 8\Omega} = -\frac{2}{3}\text{A}$$

3.2 齐性定理和叠加定理

2) 1A电流源单独作用



考虑到电桥平衡 $I'' = 0$

在由分流公式得: $I''_1 = -1\text{A} \times \frac{3}{1+3} = -\frac{3}{4}\text{A}$

叠加 $I = I' + I'' = 1\text{A}$ $I_1 = I'_1 + I''_1 = -17/12\text{A}$

功率 $P_{1\Omega} = 1\Omega \times I_1^2 = 2.007\text{W}$

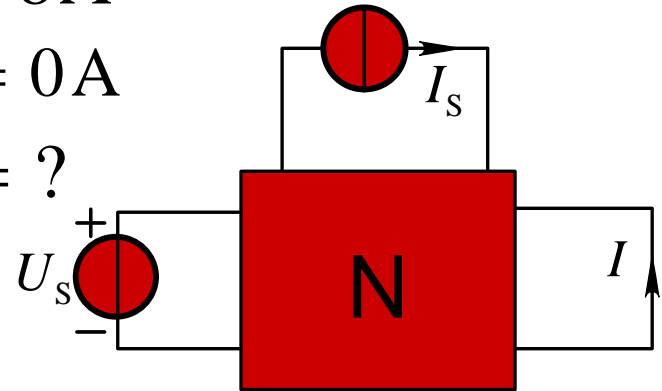
3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.10】图示电路，网络N中没有独立电源，当

$U_s = 8\text{V}$ $I_s = 12\text{A}$ 时，测得 $I = 8\text{A}$

$U_s = -8\text{V}$ $I_s = 4\text{A}$ 时，测得 $I = 0\text{A}$

求 $U_s = 9\text{V}$ $I_s = 10\text{A}$ 时，电流 $I = ?$



解： $I = I' + I'' = k_1 I_s + k_2 U_s$

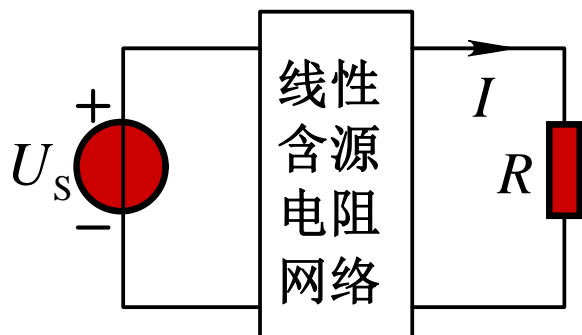
$$\begin{cases} 8\text{A} = 12\text{A} \times k_1 + 8\text{V} \times k_2 \\ 0\text{A} = 4\text{A} \times k_1 - 8\text{V} \times k_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 0.5 \\ k_2 = 0.25\text{S} \end{cases}$$

$$I = 0.5 \times I_s + 0.25\text{S} \times U_s$$

$$\begin{aligned} \text{当 } U_s = 9\text{V}, I_s = 10\text{A} \text{ 得 } I &= 0.5 \times 10\text{A} + 0.25\text{S} \times 9\text{V} \\ &= 7.25\text{A} \end{aligned}$$

3.2 齐性定理和叠加定理

【例题3.11】图示电路，当 $U_s = 10\text{V}$ 时 $I = 6\text{A}$



$U_s = 15\text{V}$ 时 $I = 7\text{A}$

$I = 10\text{A}$ 时 $U_s = ?$

解：根据齐性定理和叠加定理

$$I = I' + I'' = I' + kU_s$$

$$\begin{cases} 6\text{A} = I' + k \times 10\text{V} \\ 7\text{A} = I' + k \times 15\text{V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 0.2\text{S} \\ I' = 4\text{A} \end{cases}$$

$$I = 4\text{A} + 0.2\text{S} \times U_s$$

当 $I = 10\text{A}$ 得 $U_s = 30\text{V}$

3.2 齐性定理和叠加定理—小结

适用条件：仅用于线性电路；

定理描述：线性电路的任一响应可以表示为全部独立源的线性组合形式，其系数只与电路结构和参数相关与电源大小无关。

应用技巧：可各独立电源“**单独作用**”，也可若干独立电源**分组作用**，**注意**每个独立电源能且仅能参与一次叠加。反之也可以将某个电源的激励值分成若干个不同的激励值作用多次，只要各次激励值之和等于总激励值即可。

注意事项：**1) 不作用的电压源短路，不作用的电流源开路（用来化简计算）2) 受控源不能独立作用，3) 功率不可直接叠加。**

适用电路：适用于电源有变化的电路。