

第五章

目标规划

Goal Programming

线性规划：单一目标

目标规划：多目标(Multiple-objectives)
考虑优先次序、综合规划

5.1 问题的提出和数学模型

一、引例：某企业生产I、II两种产品，其生产的参数如表中所示。在制定生产计划时要考虑如下内容：

(1) 依据市场反馈信息，I产品出现滞销，预测表明，两种产品的生产比例大致保持1:1为宜；

(2) 设备能力尚有机动的余地，B设备必要时可以加班，但希望加班时间愈少愈好；A设备较为重要，所以既希望能力能够被充分利用，同时又尽量少加班；

(3) 企业将利润指标定为12元，并力求超过。

企业认为，在上述考虑的目标中，利润要求最为重要；产量比例次之；A设备的重要性是B设备的三倍。

试建立该问题的数学模型。

二、建立模型

设 x_1 ——I产品的产量

x_2 ——II产品的产量

产品 \ 设备	A	B	C	D	利润
I	2	1	4	0	2
II	2	2	0	4	3
加工能力	12	8	16	12	

$$(1) \quad x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = 0 \quad \min (d_1^- + d_1^+)$$

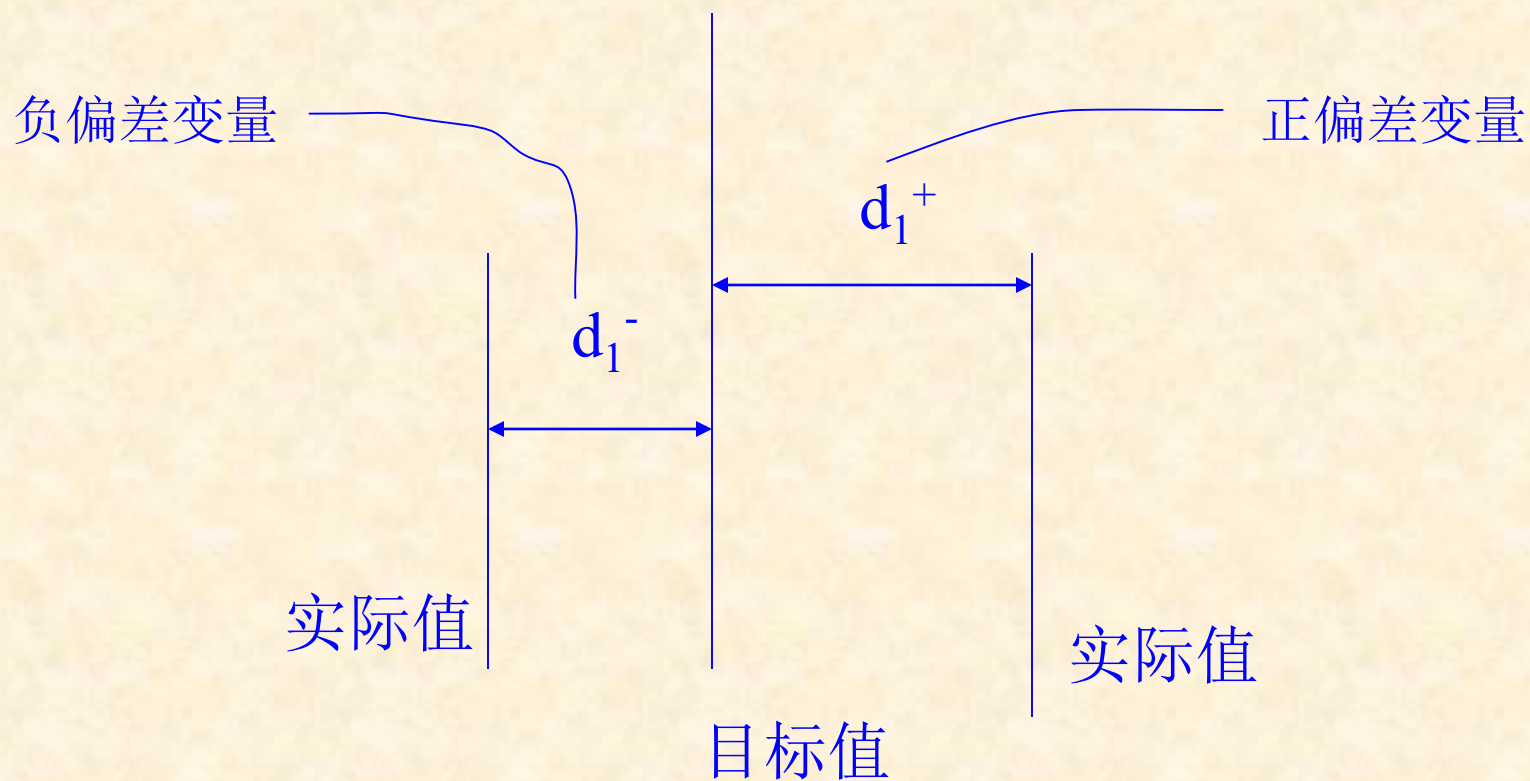
$$(2) \quad B: \quad x_1 + 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 8 \quad \min \quad d_2^+$$

$$A: \quad 2x_1 + 2x_2 + d_3^- - d_3^+ = 12 \quad \min (d_3^- + d_3^+)$$

$$C: \quad 4x_1 \leq 16$$

$$D: \quad 4x_2 \leq 12$$

$$(3) \quad 2x_1 + 3x_2 + d_4^- - d_4^+ = 12 \quad \min \quad d_4^-$$



$$\therefore d_1^- \geq 0, \quad d_1^+ \geq 0$$

$$\therefore d_1^- \cdot d_1^+ = 0$$

目标规划模型如下：

$$\text{Min } z = P_1 d_4^- + P_2 (d_1^- + d_1^+) + 3P_3 (d_3^- + d_3^+) + P_3 d_2^+$$

$$\text{St. } \left\{ \begin{array}{ll} x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = 0 & \text{-----} \textcircled{1} \\ x_1 + 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 8 & \text{-----} \textcircled{2} \\ 2x_1 + 2x_2 + d_3^- - d_3^+ = 12 & \text{-----} \textcircled{3} \\ 4x_1 & \leq 16 \text{-----} \textcircled{4} \\ 4x_2 & \leq 12 \text{-----} \textcircled{5} \\ 2x_1 + 3x_2 + d_4^- - d_4^+ = 12 & \text{-----} \textcircled{6} \\ x_1, x_2 \geq 0, d_i^-, d_i^+ \geq 0, (i=1,2,3,4) & \end{array} \right.$$

P_i ——优先级系数， i 越小，则级别越高。

三、模型的特点

- (1) 引进偏差变量，表示实际值与目标值之间的差距。

其中， d_i^- 表示负偏差，体现实际值低于目标的大小； d_i^+ 表示正偏差，体现实际值高于目标的大小。

- (2) 约束分两种形式：

系统约束——刚性约束，严格限制；可以不出现；

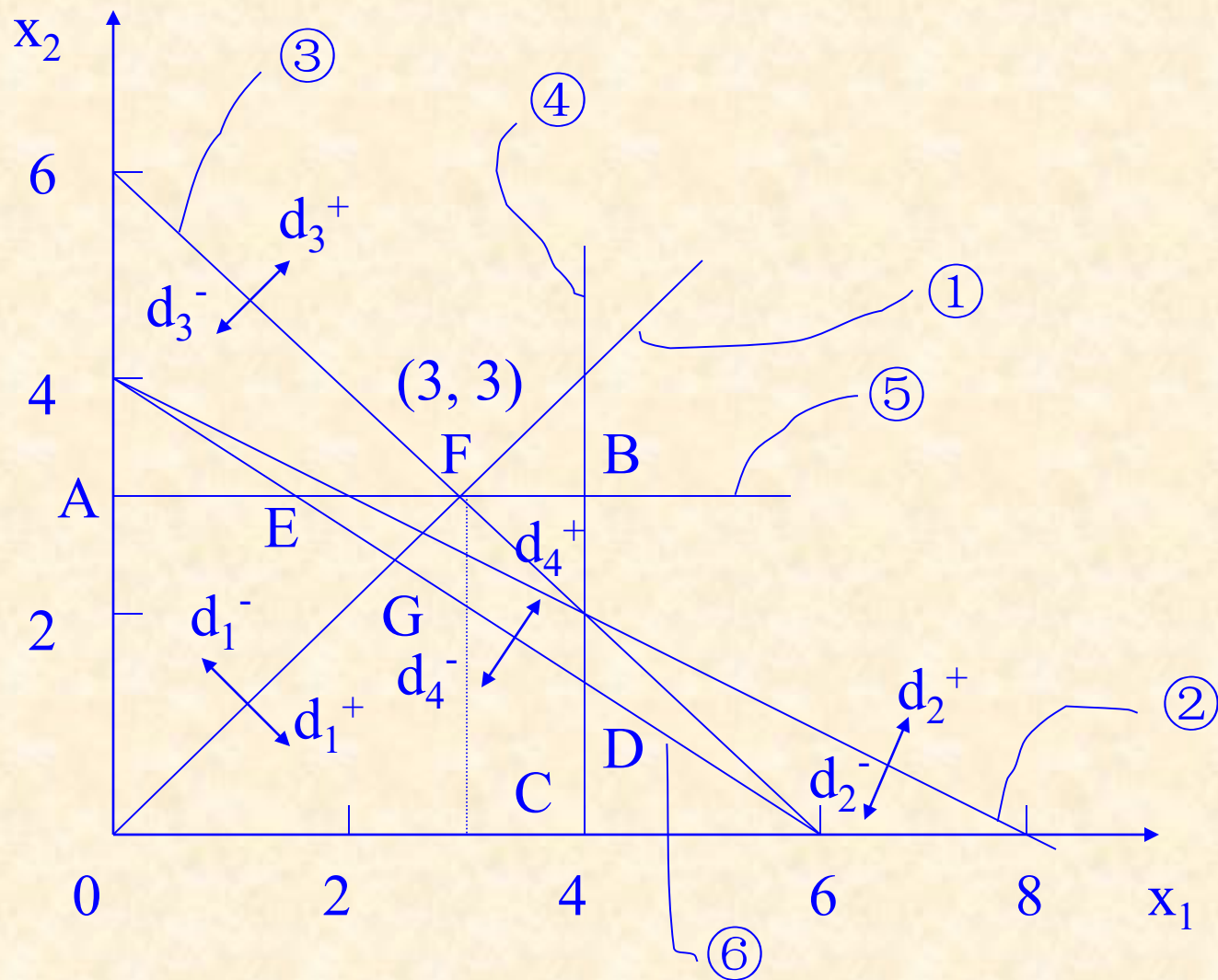
目标约束——柔性约束，弹性限制。必须存在。

- (3) 目标函数只出现偏差变量，而不含决策变量。

- (4) 模型引进优先级系数的概念。

5.2 目标规划模型的图解分析

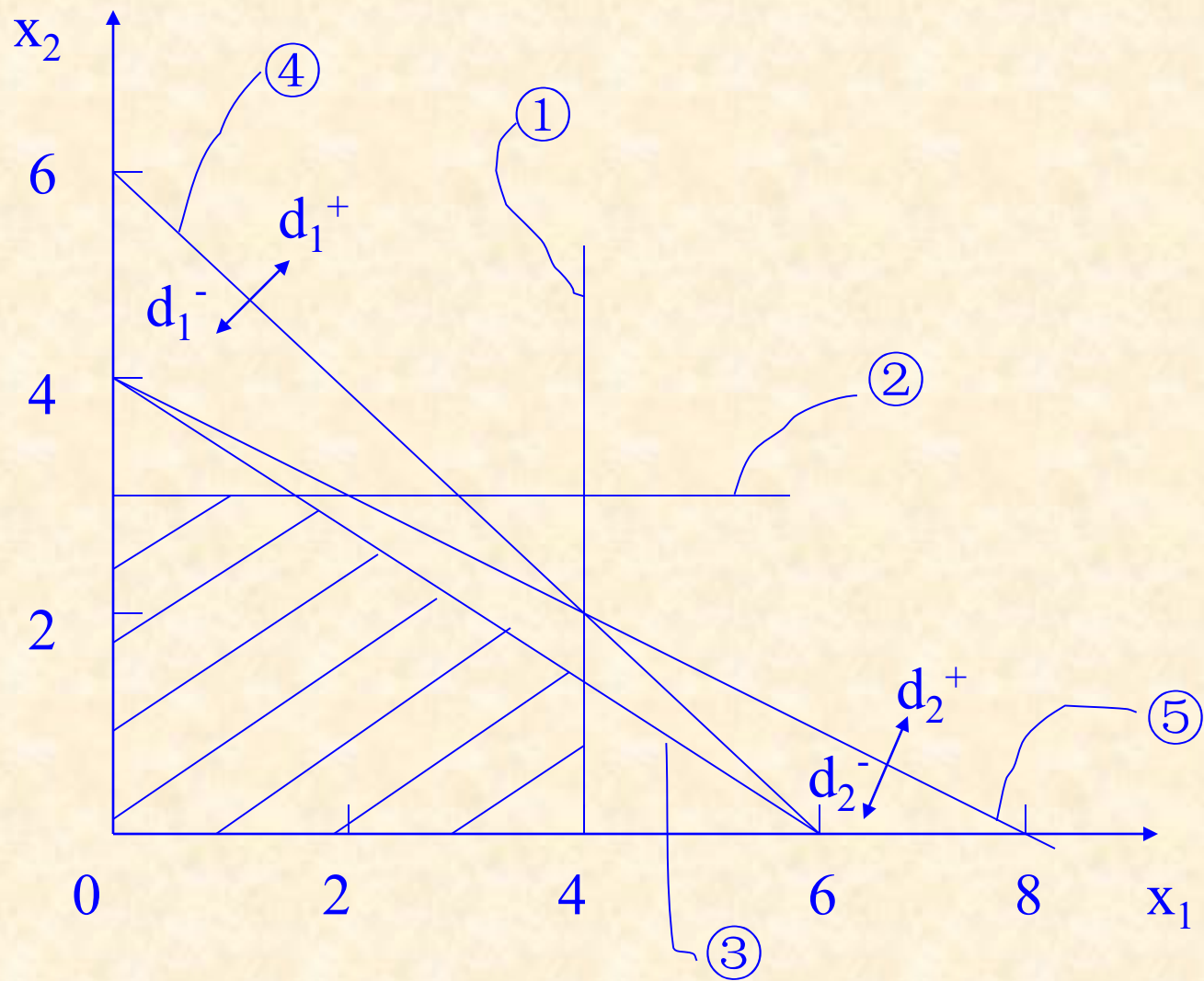
- ① 作平面直角坐标系；
- ② 作出系统约束所在直线；
- ③ 作出目标约束所在直线，标出偏差方向；
- ④ 按优先级次序，确定满意解。



例：有目标规划模型如下，用图解分析求解

$$\text{Min } z = P_1(d_1^- + d_1^+) + P_2(d_2^- + d_2^+)$$

$$\text{St. } \left\{ \begin{array}{llll} 4x_1 & \leq 16 & \text{-----} & \textcircled{1} \\ & 4x_2 \leq 12 & \text{-----} & \textcircled{2} \\ 2x_1 + 3x_2 & \leq 12 & \text{-----} & \textcircled{3} \\ & 2x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 12 & \text{-----} & \textcircled{4} \\ & x_1 + 2x_2 + d_2^- - d_2^+ = 8 & \text{-----} & \textcircled{5} \\ & x_1, x_2 \geq 0, d_i^-, d_i^+ \geq 0, (i=1,2,3) & & \end{array} \right.$$



5.3 目标规划的单纯形法

目标规划的单纯形法与线性规划单纯形法类似。

最优性判定准则：

- (1) 所有检验数均 ≥ 0 ，则该表为最优解表；
- (2) 若某行具有负值检验数，但负检验数列较高优先级中具有正检验数，则该表为最优解表。

例:

$$\text{Min } z = P_1 d_1^- + P_1 d_2^+ + P_2 d_3^-$$

$$\text{St. } \left\{ \begin{array}{l} x_1 + d_1^- - d_1^+ = 10 \\ 2x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 40 \\ 3x_1 + 2x_2 + d_3^- - d_3^+ = 100 \\ x_1, x_2 \geq 0, d_i^-, d_i^+ \geq 0, (i=1,2,3) \end{array} \right.$$

$C_j \rightarrow$			0	0	p_1	0	0	p_1	p_2	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
p_1	d_1^-	10	[1]	0	1	-1	0	0	0	0
0	d_2^-	40	2	1	0	0	1	-1	0	0
p_2	d_3^-	100	3	2	0	0	0	0	1	-1
$c_j - z_j$		p_1	-1			1		1		
		p_2	-3	-2						1
0	x_1	10	1	0	1	-1	0	0	0	0
0	d_2^-	20	0	1	-2	[2]	1	-1	0	0
p_2	d_3^-	70	0	2	-3	3	0	0	1	-1
$c_j - z_j$		p_1			1			1		
		p_2	0	-2	3	-3				1

$C_j \rightarrow$			0	0	p_1	0	0	p_1	p_2	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	d_1^-	d_1^+	d_2^-	d_2^+	d_3^-	d_3^+
0	x_1	20	1	1/2	0	0	1/2	-1/2	0	0
0	d_2^+	10	0	$\left[1/2\right]$	-1	1	1/2	-1/2	0	0
p_2	d_3^-	40	0	1/2	0	0	-3/2	3/2	1	-1
$c_j - z_j$		p_1	1				1			
		p_2	-1/2				3/2	-3/2	1	
0	x_1	10	1	0	1	-1	0	0	0	0
0	x_2	20	0	1	-2	2	1	-1	0	0
p_2	d_3^-	30	0	0	1	-1	-2	2	1	-1
$c_j - z_j$		p_1	1				1			
		p_2	-1				1	2	-2	1

5.4 目标规划模型的实际应用

例1： 某计算机公司欲制定购买年度所需的计算机芯片（chip集成电路块）的策略。公司选择的供应商有三家，芯片按质量的差异可分为一级、二级和三级，一级最好，三级最低。在本年度里，公司估计可需要一级芯片5000块，二级芯片3000块，三级芯片1000块。来自每个供应商的芯片构成情况如表示（芯片成组供应，100块为一组），公司年度采购芯片的预算为28000元。若公司没获得足够的各级芯片，它还需要额外零散购买缺少的芯片，价格为一级芯片10元，二级芯片6元，三级芯片4元。若采购资金超过预算，则超额部分将承担30%的融资费，所以应使融资费尽可能的少。公司欲使用目标规划模型来帮助决策，优先考虑的顺序为：

芯片组等级数量构成及价格

- (1) 预算要求；
- (2) 一级芯片的需求量；
- (3) 二级芯片的需求量；
- (4) 三级芯片的需求量。

供应商 \ 等级	一级	二级	三级	每组价格
供应商A	60	20	20	400
供应商B	50	35	15	300
供应商C	40	20	40	250

模型:

设 x_j ——购买第 j 个供应商芯片组数

约束方程:

一级芯片: $60x_1+50x_2+40x_3+d_1^--d_1^+=5000$

二级芯片: $20x_1+35x_2+20x_3+d_2^--d_2^+=3000$

三级芯片: $20x_1+15x_2+40x_3+d_3^--d_3^+=1000$

预算要求: $400x_1+300x_2+250x_3+10d_1^--6d_2^--4d_3^--d_4^--d_4^+=28000$

目标函数:

$$\text{Min } z = P_1d_4^++P_2d_1^--P_3d_2^--P_4d_3^--$$

变量符号限制:

$$x_j \geq 0 \quad (j=1,2,3), d_i^- \geq 0, d_i^+ \geq 0 \quad (i=1,\cdots,4)$$

5.5 目标规划的灵敏度分析

☆ 一般只做 c_j 、 b_i 的变化分析

☆ 只能用单纯形法分析计算

复习思考题

1. 为何提出目标规划问题？
2. 目标规划模型的特点是什么？
3. 目标规划的图解分析与线性规划？
4. 解目标规划单纯形法与解线性规划单纯形法有什么不同？
5. 目标规划的灵敏度分析通常都做那些内容？

本章知识点

1. 目标规划模型的结构特点
2. 目标规划问题的建模思路
3. 目标规划模型的图解分析法
4. 目标规划模型的单纯形法
5. 目标规划的灵敏度分析内容