



有 n 家商店,每家商店可以消费非负整数元,其中前 m 家商店里第 i 家商店消费上限为  $w_i$  元,求总消费恰好为 k 元的方案数。

■ 对于 20% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $w_i \le 100$  ,  $k \le 1000$  .



- 对于 20% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $w_i \le 100$  ,  $k \le 1000$  。
- 对于 50% 的数据, $n \le 100$ , $w_i \le 300$ , $k \le 100000$ 。

L Description

# 商店购物 (shopping.c/cpp/pas)

- 对于 20% 的数据,  $n \le 100$ ,  $w_i \le 100$ ,  $k \le 1000$ 。
- 对于 50% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $w_i \le 300$  ,  $k \le 100000$ 。
- 对于 70% 的数据 ,  $n, k \le 5 \times 10^6$  ,  $m \le 20$  ,  $w_i \le 300$  。

- 对于 20% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $w_i \le 100$  ,  $k \le 1000$  。
- 对于 50% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $w_i \le 300$  ,  $k \le 100000$ 。
- 对于 70% 的数据 ,  $n, k \le 5 \times 10^6$  ,  $m \le 20$  ,  $w_i \le 300$  。
- 对于 100% 的数据 ,  $n, k \le 5 \times 10^6$  ,  $m \le 300$  ,  $w_i \le 300$ .

■ 对于 20% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $w_i \le 100$  ,  $k \le 1000$ 。

- 对于 20% 的数据,  $n \le 100$ ,  $w_i \le 100$ ,  $k \le 1000$ .
- 考虑 DP , 设 f[i][j] 表示考虑了前 i 家商店 , 消费总和为 j 的 方案数 , 暴力枚举每家商店消费了多少钱即可。

- 对于 20% 的数据,  $n \le 100$ ,  $w_i \le 100$ ,  $k \le 1000$ .
- 考虑 DP , 设 f[i][j] 表示考虑了前 i 家商店 , 消费总和为 j 的 方案数 , 暴力枚举每家商店消费了多少钱即可。
- 时间复杂度 O(nwk)。

└50 pts solution

# 50 分做法

■ 对于 50% 的数据, $n \le 100$ , $w_i \le 300$ , $k \le 100000$ 。



- 对于 50% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $w_i \le 300$  ,  $k \le 100000$  。
- 考虑优化 DP 转移的复杂度,转移显然可以用前缀和优化到 O(1)。



- 对于 50% 的数据, $n \le 100$ , $w_i \le 300$ , $k \le 100000$ 。
- 考虑优化 DP 转移的复杂度,转移显然可以用前缀和优化到 O(1)。
- 时间复杂度 O(nk)。

■ 对于 70% 的数据 ,  $n, k \le 5 \times 10^6$  ,  $m \le 20$  ,  $w_i \le 300$  。

- 对于 70% 的数据 ,  $n, k \le 5 \times 10^6$  ,  $m \le 20$  ,  $w_i \le 300$ .
- 假如没有上限,那么就是简单的排列组合问题,用隔板法即可算出方案数为 C(k+n-1,n-1)。



- 对于 70% 的数据 ,  $n, k \le 5 \times 10^6$  ,  $m \le 20$  ,  $w_i \le 300$  。
- 假如没有上限,那么就是简单的排列组合问题,用隔板法即可算出方案数为 C(k+n-1,n-1)。
- 考虑容斥,暴力枚举哪些商店必然超过了限制,而不关心其它商店,那么把 k 减去这些商店的上限 +1 之和,即可求出贡献。

- 对于 70% 的数据 ,  $n, k \le 5 \times 10^6$  ,  $m \le 20$  ,  $w_i \le 300$  。
- 假如没有上限,那么就是简单的排列组合问题,用隔板法即可算出方案数为 C(k+n-1,n-1)。
- 考虑容斥,暴力枚举哪些商店必然超过了限制,而不关心其它商店,那么把 k 减去这些商店的上限 +1 之和,即可求出贡献。
- 时间复杂度  $O(n+k+2^m)$ 。



■ 注意到暴力枚举哪些商店必然超过了限制时,我们事实上只 关心选的商店的上限之和以及选的商店个数的奇偶性。



- 注意到暴力枚举哪些商店必然超过了限制时,我们事实上只 关心选的商店的上限之和以及选的商店个数的奇偶性。
- 考虑 DP , 设 f[i][j] 表示考虑了前 i 个商店 , 目前选的商店的 上限 +1 之和为 j 时的贡献。



- 注意到暴力枚举哪些商店必然超过了限制时,我们事实上只 关心选的商店的上限之和以及选的商店个数的奇偶性。
- 考虑 DP , 设 f[i][j] 表示考虑了前 i 个商店 , 目前选的商店的 上限 +1 之和为 j 时的贡献。
- 如果这个商店不选,那么有 f[i][j] + = f[i-1][j],否则有 f[i][j] = f[i-1][j-w[i]-1]。

- 注意到暴力枚举哪些商店必然超过了限制时,我们事实上只 关心选的商店的上限之和以及选的商店个数的奇偶性。
- 考虑 DP , 设 f[i][j] 表示考虑了前 i 个商店 , 目前选的商店的 上限 +1 之和为 j 时的贡献。
- 如果这个商店不选,那么有 f[i][j]+=f[i-1][j],否则有 f[i][j]-=f[i-1][j-w[i]-1]。
- $ans = \sum_{i} f[n][i] C(k+n-1-i, n-1)_{\circ}$



- 注意到暴力枚举哪些商店必然超过了限制时,我们事实上只 关心选的商店的上限之和以及选的商店个数的奇偶性。
- 考虑 DP , 设 f[i][j] 表示考虑了前 i 个商店 , 目前选的商店的 上限 +1 之和为 j 时的贡献。
- 如果这个商店不选,那么有 f[i][j]+=f[i-1][j],否则有 f[i][j]-=f[i-1][j-w[i]-1]。
- $ans = \sum_{i} f[n][i] C(k+n-1-i, n-1)_{\circ}$
- 时间复杂度  $O(n+k+m^2w)$ 。



给定一张 n 个点 , m 条边的无向图。



给定一张 n 个点 , m 条边的无向图。

q 次询问,每次给定一个区间 [I,r] ,问仅保留编号在这个区间内的边时,这个图的最小生成森林的边权和。



给定一张 n 个点 m 条边的无向图。

q 次询问,每次给定一个区间 [I,r] ,问仅保留编号在这个区间内的边时,这个图的最小生成森林的边权和。

■ 对于 30% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 1000$  ,  $q \le 1000$  。



给定一张 n 个点 , m 条边的无向图。

q 次询问,每次给定一个区间 [I, r],问仅保留编号在这个区间内的边时,这个图的最小生成森林的边权和。

- 对于 30% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 1000$  ,  $q \le 1000$  .
- 对于 60% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 100000$  ,  $q \le 15000$  , 边 权随编号递增。



给定一张 n 个点 m 条边的无向图。

q 次询问,每次给定一个区间 [I, r],问仅保留编号在这个区间内的边时,这个图的最小生成森林的边权和。

- 对于 30% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 1000$  ,  $q \le 1000$  。
- 对于 60% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 100000$  ,  $q \le 15000$  , 边 权随编号递增。
- 对于 100% 的数据 , n ≤ 100 , m ≤ 100000 , q ≤ 15000。

■ 对于 30% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 1000$  ,  $q \le 1000$  .



- 对于 30% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 1000$  ,  $q \le 1000$  .
- 暴力用 Kruskal 算法求出最小生成森林即可。

- 对于 30% 的数据 ,  $n \le 100$  ,  $m \le 1000$  ,  $q \le 1000$  .
- 暴力用 Kruskal 算法求出最小生成森林即可。
- 时间复杂度  $O(qm(\log m + \alpha(n)))$ 。



■ 对于 60% 的数据,边权随编号递增。



- 对于 60% 的数据,边权随编号递增。
- 注意到边权随编号递增,因此从大到小依次加入每条边。



- 对于 60% 的数据 , 边权随编号递增。
- 注意到边权随编号递增,因此从大到小依次加入每条边。
- 每加入一条边时,如果没有成环,那么它就是树边,否则要切掉环上最大的那条边,再连上这条边。



- 对于 60% 的数据,边权随编号递增。
- 注意到边权随编号递增,因此从大到小依次加入每条边。
- 每加入一条边时,如果没有成环,那么它就是树边,否则要切掉环上最大的那条边,再连上这条边。
- 那么询问 [I, r] 的答案就是加入了所有 [I, m] 的边后,编号不超过 r 的树边的权值之和。



- 对于 60% 的数据,边权随编号递增。
- 注意到边权随编号递增,因此从大到小依次加入每条边。
- 每加入一条边时,如果没有成环,那么它就是树边,否则要切掉环上最大的那条边,再连上这条边。
- 那么询问 [I, r] 的答案就是加入了所有 [I, m] 的边后,编号不超过 r 的树边的权值之和。
- 对于树结构的维护可以暴力,对于权值和的询问可以用树状数组维护。



- 对于 60% 的数据,边权随编号递增。
- 注意到边权随编号递增,因此从大到小依次加入每条边。
- 每加入一条边时,如果没有成环,那么它就是树边,否则要切掉环上最大的那条边,再连上这条边。
- 那么询问 [I, r] 的答案就是加入了所有 [I, m] 的边后,编号不超过 r 的树边的权值之和。
- 对于树结构的维护可以暴力,对于权值和的询问可以用树状数组维护。
- 时间复杂度  $O(mn + (m+q) \log m)$ 。



■考虑用线段树直接维护每个区间的答案。



- 考虑用线段树直接维护每个区间的答案。
- 注意到一个区间最多只有 *n* 1 条树边有用,所以线段树每个节点按权值从小到大保存区间内用到的树边即可。



- 考虑用线段树直接维护每个区间的答案。
- 注意到一个区间最多只有 *n* 1 条树边有用,所以线段树每个节点按权值从小到大保存区间内用到的树边即可。
- 合并两个区间的信息时,只需要将树边归并,然后做 Kruskal 算法。



- 考虑用线段树直接维护每个区间的答案。
- 注意到一个区间最多只有 *n* 1 条树边有用,所以线段树每个节点按权值从小到大保存区间内用到的树边即可。
- 合并两个区间的信息时,只需要将树边归并,然后做 Kruskal 算法。
- 时间复杂度  $O((m + q \log m) n\alpha(n))$ 。



给定一个  $n \times m$  的网格图 , 有些点是障碍点。



给定一个  $n \times m$  的网格图 , 有些点是障碍点。

地图上还有一支固定阵形的船队,问船队能扫过的格子数。



给定一个  $n \times m$  的网格图,有些点是障碍点。 地图上还有一支固定阵形的船队,问船队能扫过的格子数。

■ 对于 30% 的数据 , n, m ≤ 50。



给定一个  $n \times m$  的网格图,有些点是障碍点。 地图上还有一支固定阵形的船队,问船队能扫过的格子数。

- 对于 30% 的数据 , n, m ≤ 50。
- 对于 60% 的数据 ,  $n, m \le 500$  , 阵形为一个满的矩形。



给定一个  $n \times m$  的网格图,有些点是障碍点。 地图上还有一支固定阵形的船队,问船队能扫过的格子数。

- 对于 30% 的数据 ,  $n, m \le 50$ 。
- 对于 60% 的数据  $n, m \le 500$  , 阵形为一个满的矩形。
- 对于 100% 的数据 , n, m ≤ 700。



■ 对于 30% 的数据 , n, m ≤ 50。

- 对于 30% 的数据 , n, m ≤ 50。
- 暴力 BFS 即可。



- 对于 30% 的数据 , n, m ≤ 50。
- 暴力 BFS 即可。
- 时间复杂度  $O(n^2m^2)$ 。



■ 对于 60% 的数据 ,  $n, m \le 500$  , 阵形为一个满的矩形。



- 对于 60% 的数据 ,  $n, m \le 500$  , 阵形为一个满的矩形。
- 对障碍物预处理出二维前缀和 , 那么就可以 *O*(1) 判断一个 矩形内是否有障碍物。



- 对于 60% 的数据  $, n, m \le 500$  , 阵形为一个满的矩形。
- 对障碍物预处理出二维前缀和 , 那么就可以 *O*(1) 判断一个 矩形内是否有障碍物。
- 同理也可以用差分二维前缀和对答案数组进行打标记。



- 对于 60% 的数据  $n, m \le 500$  , 阵形为一个满的矩形。
- 对障碍物预处理出二维前缀和 , 那么就可以 *O*(1) 判断一个 矩形内是否有障碍物。
- 同理也可以用差分二维前缀和对答案数组进行打标记。
- 然后直接 BFS 即可  $_{/}$  判断与打标记都是 O(1) 的。



- 对于 60% 的数据  $n, m \le 500$  , 阵形为一个满的矩形。
- 对障碍物预处理出二维前缀和 , 那么就可以 *O*(1) 判断一个 矩形内是否有障碍物。
- 同理也可以用差分二维前缀和对答案数组进行打标记。
- 然后直接 BFS 即可,判断与打标记都是 O(1) 的。
- 时间复杂度 O(nm)。



■ 首先抠出包围了阵形的最小矩形。



- 首先抠出包围了阵形的最小矩形。
- 将地图拉伸成一条链,即将第一行、第二行、第三行按顺序 连接。阵形也可以用同样的方法处理。



- 首先抠出包围了阵形的最小矩形。
- 将地图拉伸成一条链,即将第一行、第二行、第三行按顺序 连接。阵形也可以用同样的方法处理。
- 那么问题转化为,给定两个 01 串 S 和 T,问每个 S 中长度为 |T| 的子串是否存在一个点,两个串对应字符都是 1。



- 首先抠出包围了阵形的最小矩形。
- 将地图拉伸成一条链,即将第一行、第二行、第三行按顺序 连接。阵形也可以用同样的方法处理。
- 那么问题转化为,给定两个 01 串 S 和 T,问每个 S 中长度为 |T| 的子串是否存在一个点,两个串对应字符都是 1。
- 将 T 串翻转,那么就变成了卷积的形式,FFT 计算即可。



- 首先抠出包围了阵形的最小矩形。
- 将地图拉伸成一条链,即将第一行、第二行、第三行按顺序 连接。阵形也可以用同样的方法处理。
- 那么问题转化为,给定两个 01 串 S 和 T,问每个 S 中长度为 |T| 的子串是否存在一个点,两个串对应字符都是 1。
- 将 T 串翻转,那么就变成了卷积的形式, FFT 计算即可。
- 在 BFS 求出所有可行的位置之后,对于答案的计算,也是 卷积的形式,用 FFT 加速即可。



- 首先抠出包围了阵形的最小矩形。
- 将地图拉伸成一条链,即将第一行、第二行、第三行按顺序 连接。阵形也可以用同样的方法处理。
- 那么问题转化为,给定两个 01 串 S 和 T,问每个 S 中长度为 |T| 的子串是否存在一个点,两个串对应字符都是 1。
- 将 T 串翻转,那么就变成了卷积的形式,FFT 计算即可。
- 在 BFS 求出所有可行的位置之后,对于答案的计算,也是 卷积的形式,用 FFT 加速即可。
- 时间复杂度 *O*(*nm* log(*nm*))。



# Thank you!