

印章:

对于 20%的数据, $1 \leq n, m, r, c \leq 4$:

记印章的最上方最靠左的一个有色位置为 C, $O(2^{nm})$ 枚举纸上的每个位置是否与 C 位置对应地印一次再判断是否合法, 或者写个 dfs, 即可得到 20 分。

对于 60%的数据, $1 \leq n, m \leq 150, 1 \leq r, c \leq 20$:

如果记纸上的最上方最靠左的一个有色位置为 D, 那么 D 必须与 C 位置对应地印一次。

于是可以每次找最上方最靠左的未印位置, 将其与 C 位置对应地印一次, 印的过程中判断是否合法即可。

如果每次印的时候都将印章 $O(rc)$ 地遍历一次, 最差时间复杂度为 $O(nmrc)$ 。

对于 100%的数据, $1 \leq n, m, r, c \leq 1000$:

首先预处理一遍, 找出印章的所有有色位置, 在按刚才的方法判断时, 每次只遍历印章上的有色位置即可。这样一来纸上的每个位置最多被印一次, 复杂度为 $O(nm+rc)$ 。

扔球:

对于 10%的数据, $n, m \leq 5, |S| \leq 2$:

枚举每个球被扔到哪个瓶子即可, 对每种情况计算逆序对数再乘以概率加入答案。

重点在于概率的计算, 由于 $|S| \leq 2$, 设两个瓶子为 A, B, 再设扔进 A 的概率为 x , 可以列方程得:

$$x = p + (1-p) \cdot (1-p) \cdot x$$

$$x = 1/(2-p)$$

即扔进 A 的概率为 $1/(2-p)$, 扔进 B 的概率为 $1-1/(2-p)$ 。

$$O(2^n \cdot n^2)$$

对于 20%的数据, $n, m \leq 10, |S| \leq 3$:

方法与刚才相同, 概率的计算方法也与刚才类似, $O(3^n \cdot n^2)$ 。

对于第 3 个测试点, $n, m \leq 1000, |S| \leq 1$:

每个集合不为空的小球被扔入的瓶子是一定的, $O(n^2)$ 计算逆序对数即可。

对于第 7 个测试点, $n, m \leq 100000, |S| \leq 1$:

同上, $O(n \log n)$ 计算逆序对数即可。

对于 60%的数据, $n, m \leq 5000$:

首先来解决概率的问题, 假设某小球的集合大小为 N , 记扔进第 x 个小球的概率为 $f(x)$, 列方程得:

$$f(x) = (1-p)^{x-1} \cdot p + (1-p)^N \cdot f(x)$$

$$f(x) = (1-p)^{x-1} \cdot p / [1 - (1-p)^N]$$

预处理 $(1-p)$ 的幂后即可 $O(1)$ 计算每个概率。

考虑计算逆序对的期望。根据期望的性质, 这个期望值数值上等于每一对小球之间产生逆序对的概率之和。于是可以枚举每一对小球, 再分别枚举这两个小球分别放入哪两个瓶子, 对产生逆序对的情况的概率累加即可。

时间上相当于枚举了每一对给出的集合所属条件, 所以复杂度为 $O(m^2)$

对于 100%的数据 $n, m \leq 500000$:

用数据结构优化刚才的做法, 与数据结构求逆序对数的方法类似。枚举这一对小球中靠右的一个, 记为 r , 再枚举它被扔入哪个瓶子, 记瓶子编号为 x , 于是只需计算: 所有编号小于 r 的小球, 扔进的瓶子编号大于 x 的概率之和。记第 i 个小球扔进编号为 j 的瓶子的概率为 $f(i, j)$, 可以对所有 r 之前的小球, 令 $c[j] += f(i, j)$, 那么每次只需求 $c[x+1..n]$ 的总和, 用线段树或树状数组均可实现。

时间复杂度 $O(m \log n)$ 。