

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО
Факультет программной инженерии и компьютерной техники
Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа

Часть 2
Вариант 102

Студент:
Казарин Андрей Максимович
Р3108

Преподаватель:
Поляков Владимир Иванович

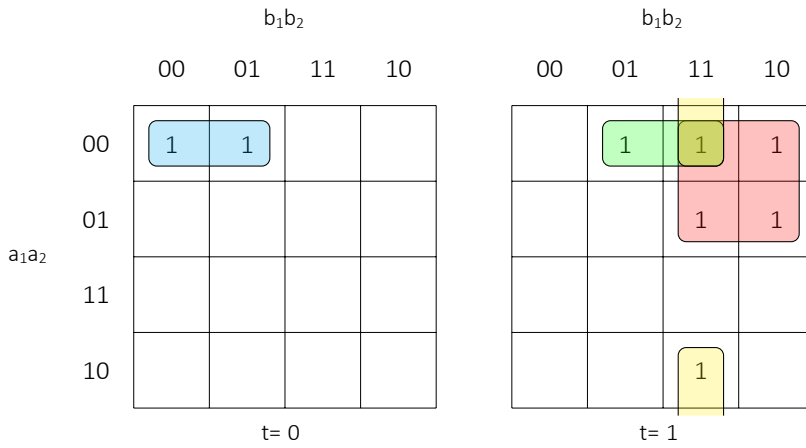
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = A - 2$ (C и A по 4 бита) при $t = 0$ и $C = A - B$ (A и B по 2 бита) при $t = 1$. При заеме устанавливается бит e .

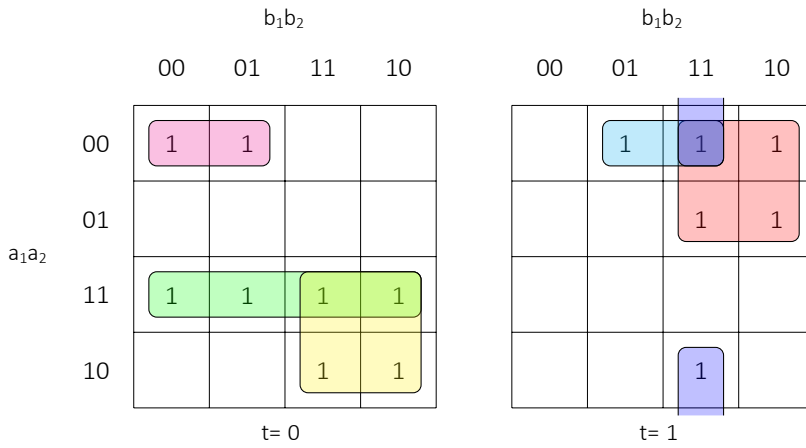
Таблица истинности

№	t	a ₁	a ₂	b ₁	b ₂	e	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
6	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
7	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
8	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
9	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
10	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0
11	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
12	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
13	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1
14	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0
15	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
16	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1
18	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0
19	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1
20	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1
21	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
22	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
23	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
24	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
25	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1
26	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
28	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
29	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
30	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1
31	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0

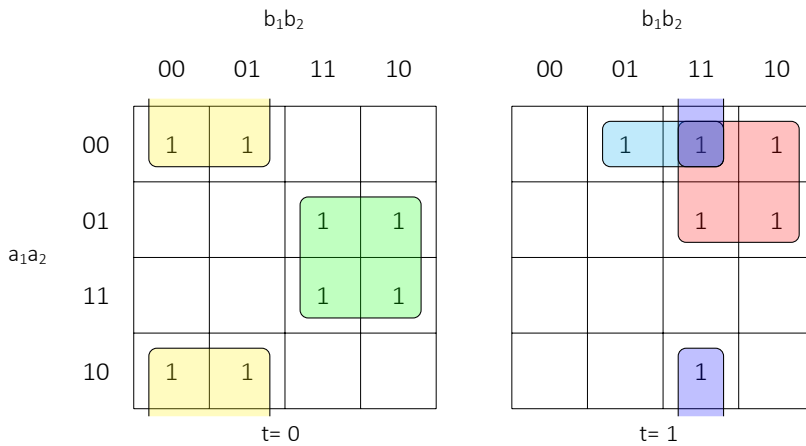
Минимизация булевых функций на картах Карно



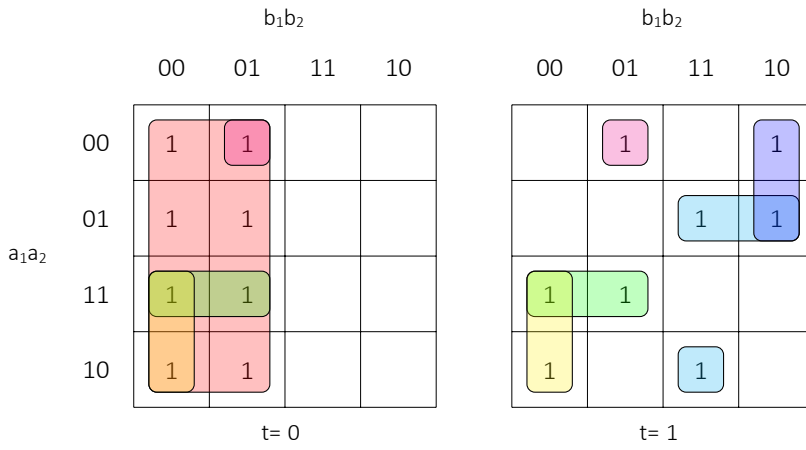
$$e = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \quad (S_Q = 19)$$



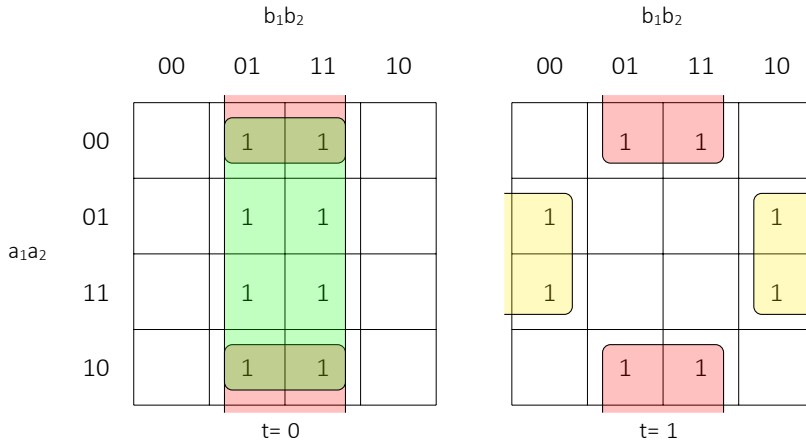
$$c_1 = \overline{a_1} b_1 t \vee a_1 a_2 \overline{t} \vee a_1 b_1 \overline{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \quad (S_Q = 27)$$



$$c_2 = \overline{a_1} b_1 t \vee a_2 b_1 \overline{t} \vee \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_1} \overline{a_2} b_2 t \vee \overline{a_2} b_1 b_2 t \quad (S_Q = 22)$$



$$c_3 = \bar{b}_1 \bar{t} \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 \bar{t} \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 t \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 t \quad (S_Q = 32)$$



$$c_4 = \bar{a}_2 b_2 \vee b_2 \bar{t} \vee a_2 \bar{b}_2 t \quad (S_Q = 10)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} e = \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} & (S_Q^e = 19) \\ c_1 = \bar{a}_1 b_1 t \vee a_1 a_2 \bar{t} \vee a_1 b_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} & (S_Q^{c_1} = 27) \\ c_2 = \bar{a}_1 b_1 t \vee a_2 b_1 \bar{t} \vee \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 b_2 t \vee \bar{a}_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_2} = 22) \\ c_3 = \bar{b}_1 \bar{t} \vee a_1 a_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 t \vee \bar{a}_1 b_1 \bar{b}_2 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 32) \\ c_4 = \bar{a}_2 b_2 \vee b_2 \bar{t} \vee a_2 \bar{b}_2 t & (S_Q^{c_4} = 10) \end{cases} \quad (S_Q = 110)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} e = \bar{a}_2 b_2 t (b_1 \vee \bar{a}_1) \vee \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} & (S_Q^e = 16) \\ c_1 = \bar{a}_2 b_2 t (b_1 \vee \bar{a}_1) \vee a_1 \bar{t} (a_2 \vee b_1) \vee \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} & (S_Q^{c_1} = 22) \\ c_2 = \bar{a}_2 b_2 t (b_1 \vee \bar{a}_1) \vee a_2 b_1 \bar{t} \vee \bar{a}_1 b_1 t \vee \bar{a}_2 \bar{b}_1 \bar{t} & (S_Q^{c_2} = 19) \\ c_3 = \bar{b}_1 \bar{t} \vee (a_2 \vee \bar{b}_2) (a_1 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 b_1 t) \vee \bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 \bar{a}_2 b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 26) \\ c_4 = b_2 (\bar{a}_2 \vee \bar{t}) \vee a_2 \bar{b}_2 t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases} \quad (S_Q = 92)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$e = \overline{a_2} b_2 t (b_1 \vee \overline{a_1}) \vee \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t}$$

$$\begin{cases} e = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^e = 16) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = a_2 b_1 \overline{t} \vee \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^{c_2} = 19) \\ c_3 = \overline{b_1} \overline{t} \vee (a_2 \vee \overline{b_2}) (a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} b_1 t) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} b_2 \vee a_1 \overline{a_2} b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 26) \\ c_4 = b_2 (\overline{a_2} \vee \overline{t}) \vee a_2 \overline{b_2} t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases}$$

$$(S_Q = 77)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1)$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = \overline{a_1} b_1 t \vee \overline{a_2} b_2 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_0} = 11) \\ e = \varphi_0 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^e = 6) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 b_1 \overline{t} \vee \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 9) \\ c_3 = \overline{b_1} \overline{t} \vee (a_2 \vee \overline{b_2}) (a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} b_1 t) \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} b_2 \vee a_1 \overline{a_2} b_1 b_2 t & (S_Q^{c_3} = 26) \\ c_4 = b_2 (\overline{a_2} \vee \overline{t}) \vee a_2 \overline{b_2} t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases}$$

$$(S_Q = 68)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = \overline{a_2} b_2, \quad \overline{\varphi_1} = a_2 \vee \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 t (\overline{a_1} \vee b_1) \vee \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 10) \\ e = \varphi_0 \vee \overline{a_1} \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^e = 6) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = \varphi_0 \vee a_2 b_1 \overline{t} \vee \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 9) \\ c_3 = \overline{\varphi_1} (a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} b_1 t) \vee \overline{b_1} \overline{t} \vee \varphi_1 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee \varphi_1 a_1 b_1 t & (S_Q^{c_3} = 22) \\ c_4 = b_2 (\overline{a_2} \vee \overline{t}) \vee a_2 \overline{b_2} t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases}$$

$$(S_Q = 66)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t}$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_1 = \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_1 t (\overline{a_1} \vee b_1) \vee \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_0} = 10) \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_2 \overline{a_1} & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_2 \vee a_2 b_1 \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = \overline{\varphi_1} (a_1 \overline{b_1} \vee \overline{a_1} b_1 t) \vee \overline{b_1} \overline{t} \vee \varphi_1 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee \varphi_1 a_1 b_1 t & (S_Q^{c_3} = 22) \\ c_4 = b_2 (\overline{a_2} \vee \overline{t}) \vee a_2 \overline{b_2} t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{cases}$$

$$(S_Q = 64)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \overline{a_1} b_1 t$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_3 = \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_3} = 3) \\ \varphi_2 = \overline{a_2} \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^{\varphi_2} = 3) \\ \varphi_1 = \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_3 \vee \varphi_1 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_0} = 7) \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_2 \overline{a_1} & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_2 \vee a_2 b_1 \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = \overline{\varphi_1} (\varphi_3 \vee a_1 \overline{b_1}) \vee \overline{b_1} \overline{t} \vee \varphi_1 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee \varphi_1 a_1 b_1 t & (S_Q^{c_3} = 19) \\ c_4 = b_2 (\overline{a_2} \vee \overline{t}) \vee a_2 \overline{b_2} t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{array} \right. (S_Q = 61)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_4 = \overline{b_1} \overline{t}$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_4 = \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ \varphi_3 = \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_3} = 3) \\ \varphi_2 = \varphi_4 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_3 \vee \varphi_1 t (\overline{a_1} \vee b_1) & (S_Q^{\varphi_0} = 7) \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_2 \overline{a_1} & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_2 \vee a_2 b_1 \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = \varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} (\varphi_3 \vee a_1 \overline{b_1}) \vee \varphi_1 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee \varphi_1 a_1 b_1 t & (S_Q^{c_3} = 17) \\ c_4 = b_2 (\overline{a_2} \vee \overline{t}) \vee a_2 \overline{b_2} t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{array} \right. (S_Q = 60)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_5 = a_1 \overline{b_1}, \quad \overline{\varphi_5} = \overline{a_1} \vee b_1$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \varphi_5 = a_1 \overline{b_1} & (S_Q^{\varphi_5} = 2) \\ \varphi_4 = \overline{b_1} \overline{t} & (S_Q^{\varphi_4} = 2) \\ \varphi_3 = \overline{a_1} b_1 t & (S_Q^{\varphi_3} = 3) \\ \varphi_2 = \varphi_4 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_2} = 2) \\ \varphi_1 = \overline{a_2} b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = \varphi_3 \vee \varphi_1 \overline{\varphi_5} t & (S_Q^{\varphi_0} = 5) \\ e = \varphi_0 \vee \varphi_2 \overline{a_1} & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = e \vee a_1 \overline{t} (a_2 \vee b_1) & (S_Q^{c_1} = 7) \\ c_2 = \varphi_0 \vee \varphi_2 \vee a_2 b_1 \overline{t} & (S_Q^{c_2} = 6) \\ c_3 = \varphi_4 \vee \overline{\varphi_1} (\varphi_3 \vee \varphi_5) \vee \varphi_1 \overline{a_1} \overline{b_1} \vee \varphi_1 a_1 b_1 t & (S_Q^{c_3} = 15) \\ c_4 = b_2 (\overline{a_2} \vee \overline{t}) \vee a_2 \overline{b_2} t & (S_Q^{c_4} = 9) \end{array} \right. (S_Q = 59)$$

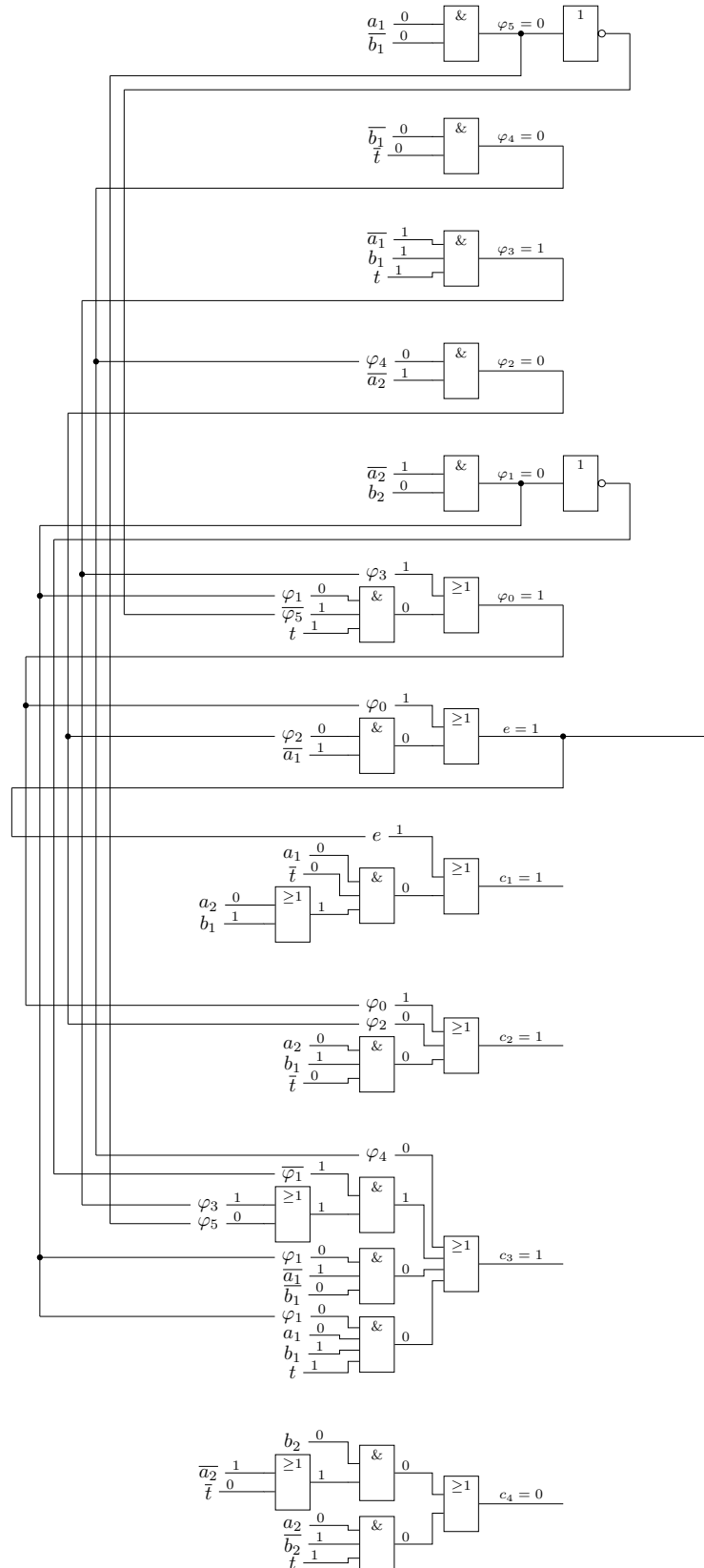
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 0, a_2 = 0, b_1 = 1, b_2 = 0, t = 1$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 1, c_1 = 1, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 0$$



Цена схемы: $S_Q = 59$. Задержка схемы: $T = 6\tau$