Devoir #1 (7%)

À faire par équipe de 2 MAX et à remettre en UN seul fichier PDF au plus tard le 21 octobre à 23h55

Problème #1 (15 points):

Soit le système décrit par l'équation de différence suivante :

$y(k+3) - 3y(k+2) - 13y(k+1) + 15y(k) = u(k)$

Les conditions initiales sont : $y(0) = 0, y(1) = -1, y(2) = 2$

a) (5 points) Trouver la fonction de transfert $G(z)$ de ce système.
b) (10 points) Résoudre l'équation de différence lorsque l'entrée $u(k)$ est un échelon.

Problème #2 (10 points):

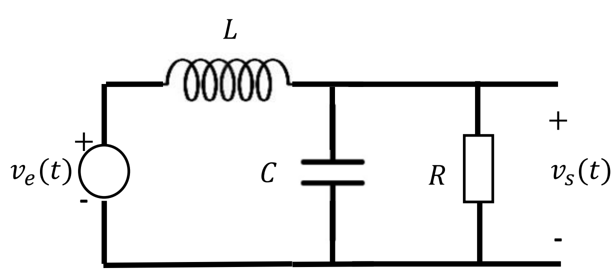
Soit le système décrit par la transformée en s suivante:

$$G(s) = \frac{(5s-4)}{(s-1)(s-0.5)}$$

a) (5 points) Déduire la fonction de transfert de la boucle fermée à retour unitaire $T(s)$.
b) (5 points) Calculer l'équation différentielle régissant le système en boucle fermée.

Problème #3 (20 points):

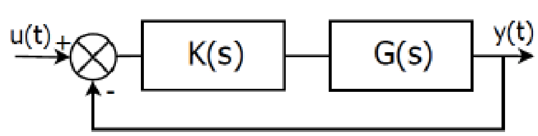
Soit le système décrit par le circuit électrique suivant:



a) (10 points) Modéliser le système en utilisant préférablement la méthode de Lagrange.
b) (5 points) Donner la représentation d'état du système avec comme sortie $v_s(t)$.
c) (5 points) Déduire la représentation d'état discrète pour un pas d'échantillonnage $T = 0.1s$.

Problème #4 (35 points):

Soit le système décrit par le schéma bloc suivant :



Avec :
$$K(s) = K_p + \frac{K_i}{s}, G(s) = \frac{1}{(s+1)}$$

a) (5 points) Déterminer les gains K_p et K_i qui stabilisent le système en boucle fermée en utilisant le critère de Routh-Hurwitz.
b) (10 points) Déterminer les gains K_p et K_i pour obtenir des pôles à -5 et -10. Améliorer ces gains en faisant varier K_p et K_i sur GeoGebra de façon à obtenir une meilleure réponse temporelle (utiliser le programme GeoGebra temporel disponible dans Moodle).
c) (5 points) Tracer les diagrammes de Bode, de Nyquist et de Nichols. Vérifier sur chacun d'eux la marge de gain et la marge de phase.
d) (5 points) Vérifier la stabilité en utilisant le critère de Nyquist.
e) (10 points) Représenter ce système de rétroaction par des variables d'état. Étudier sa stabilité (valeurs propres négatives).

Problème #5 (20 points):

Soit un système représenté par la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{Ke^{-1.5s}}{(2s+1)(0.7s+1)(s^2+40s+1600)}$$

a) (5 points) Calculer le gain statique de $G(s)$.
b) (10 points) Calculer la fonction de transfert discrète en utilisant un pas d'échantillonnage T approprié. Utiliser le théorème d'échantillonnage.
c) (5 points) Trouver les valeurs de K qui stabiliseront le système en boucle fermée et qui diminueront l'erreur statique (libre de choisir la méthode).