

# Présentation mi-projet : Contrôle de la trajectoire d'une voiture de course

---

*Étudiant* : Léon JUBIN-HUERNE

*Cours* : SYS802 : Commandes avancées

*Professeur* : David Bensoussan

1 novembre 2022

# Sommaire

---

1. Introduction
  1. Contexte
  2. Stratégie autonome
  3. Problématique de contrôle de trajectoire
2. Présentation du modèle
3. Méthode de contrôle
  1. Méthode géométrique : Pure Pursuite
  2. Méthode boîte noir : PID
4. Schémas-bloc
5. Simulation Matlab

# 1.1. Contexte : Formule ÉTS - voiture autonome

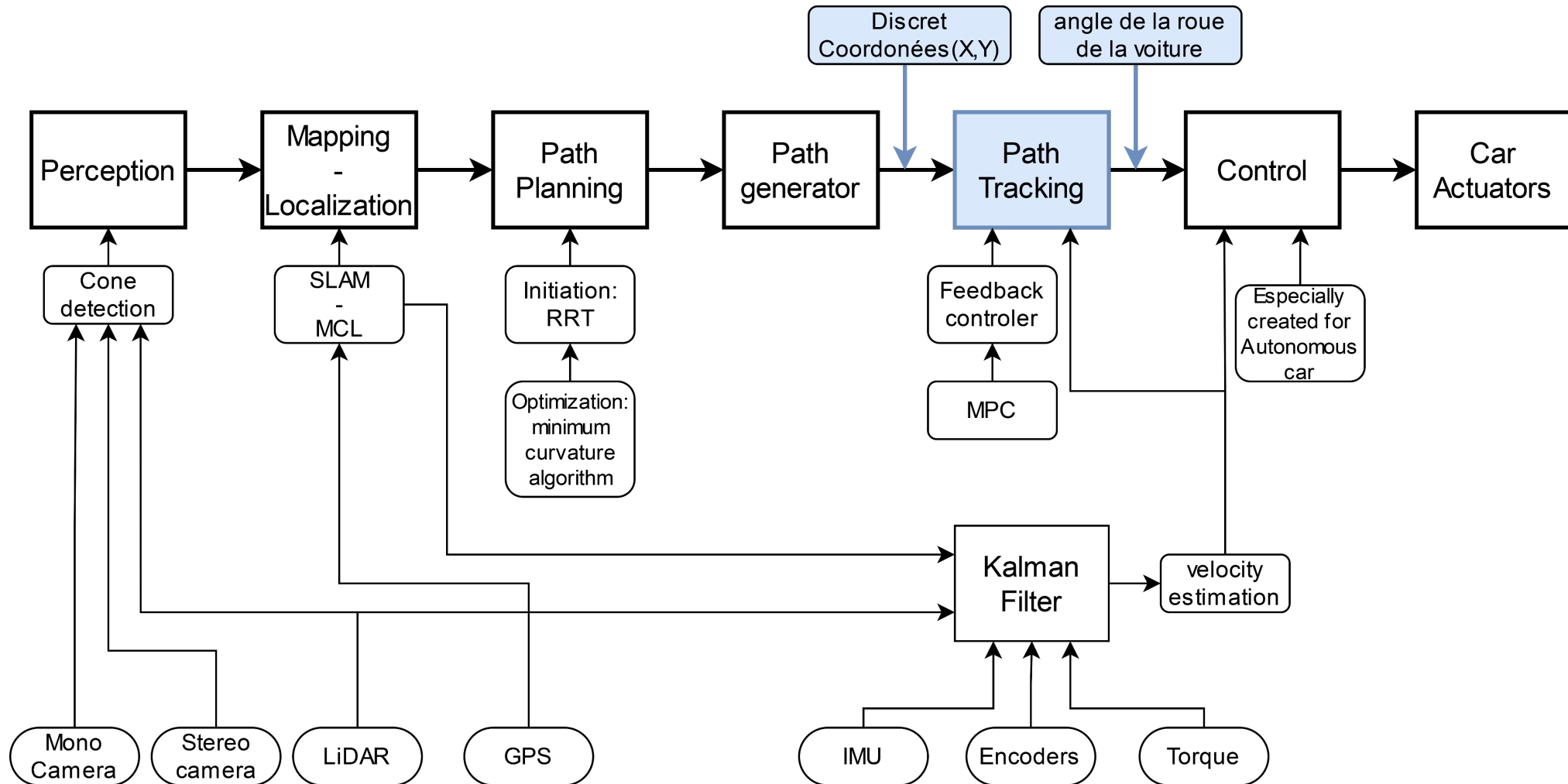


Formule ETS à Toronto Shoot-Out  
Voiture vainqueur



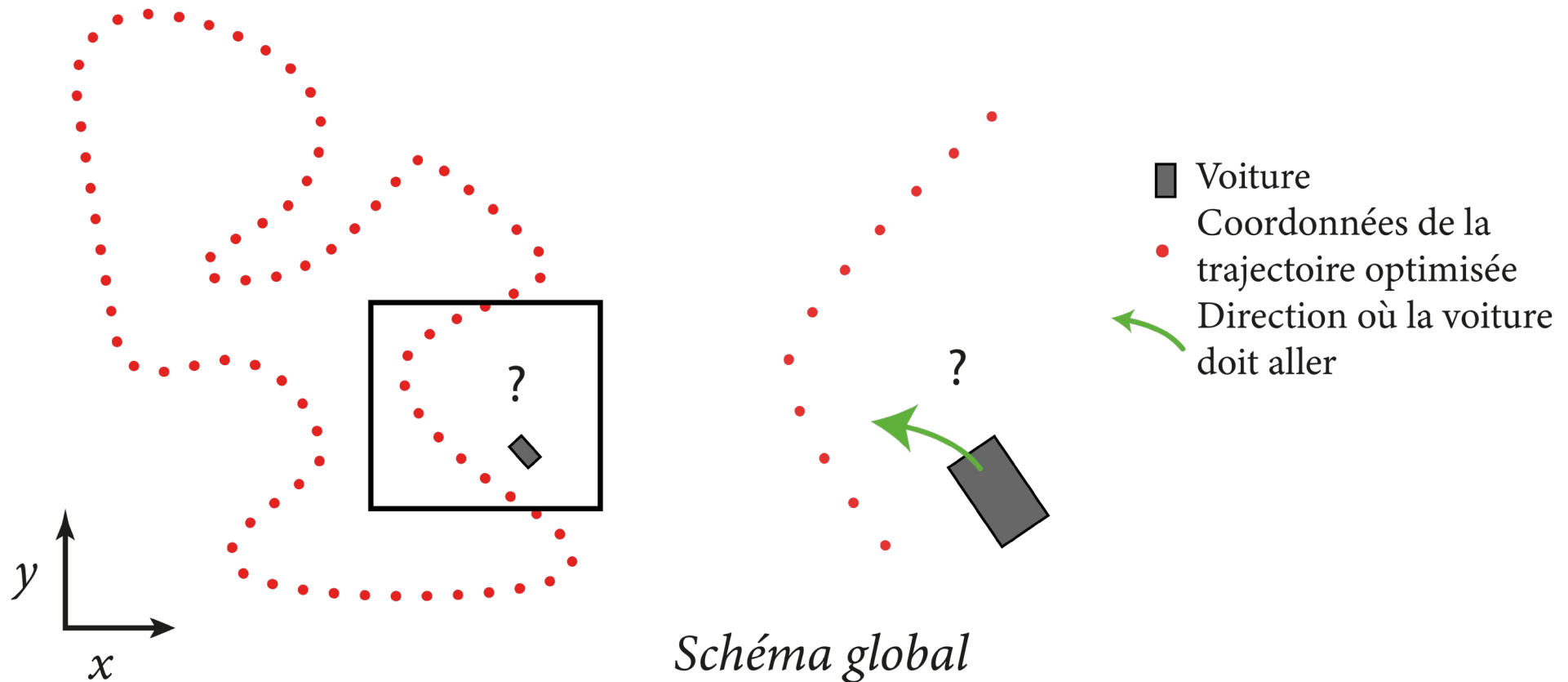
Formule UAS Munich autonome  
Épreuve de Skidpad

## 1.2. Stratégie autonome

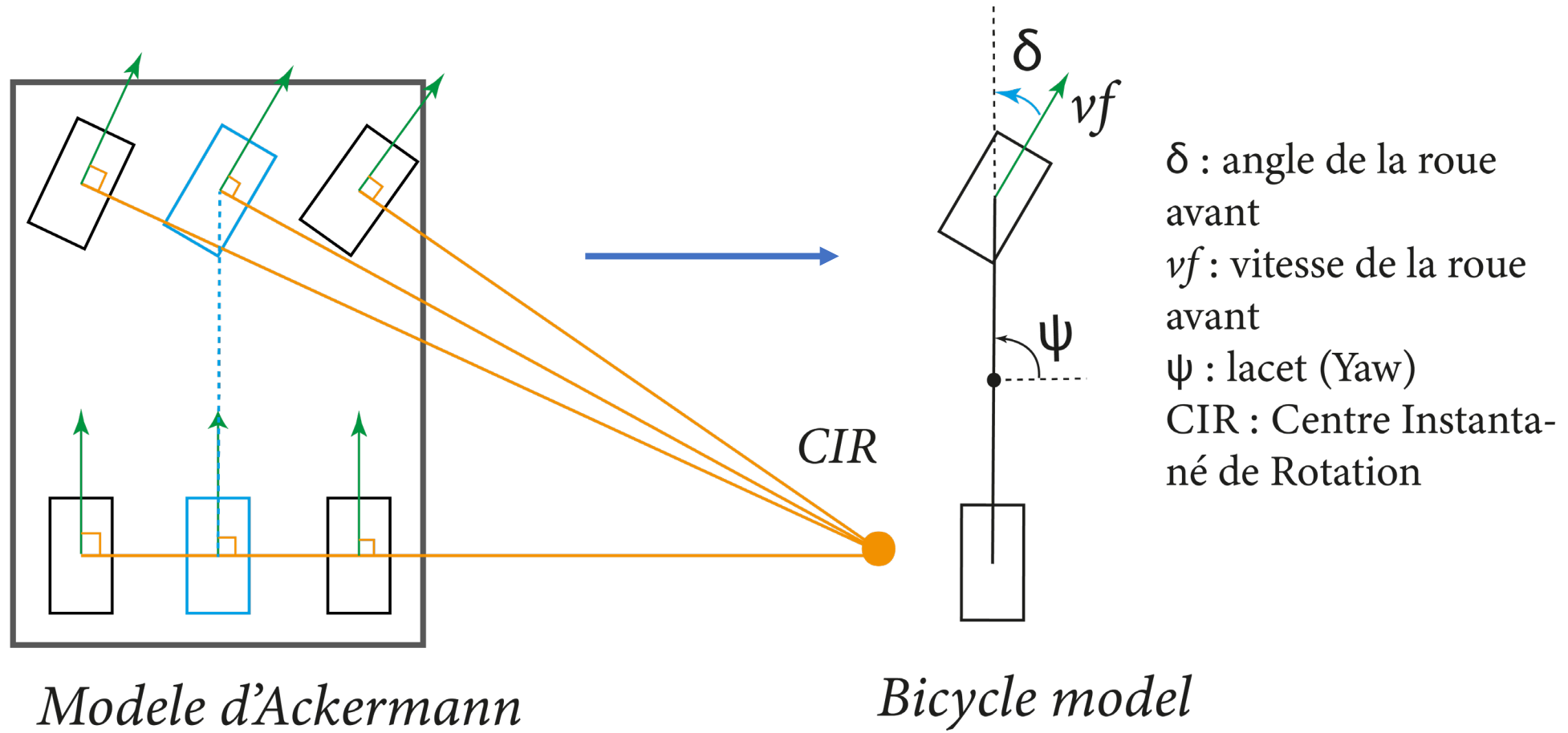


## 1.3. Problématique : Schéma global

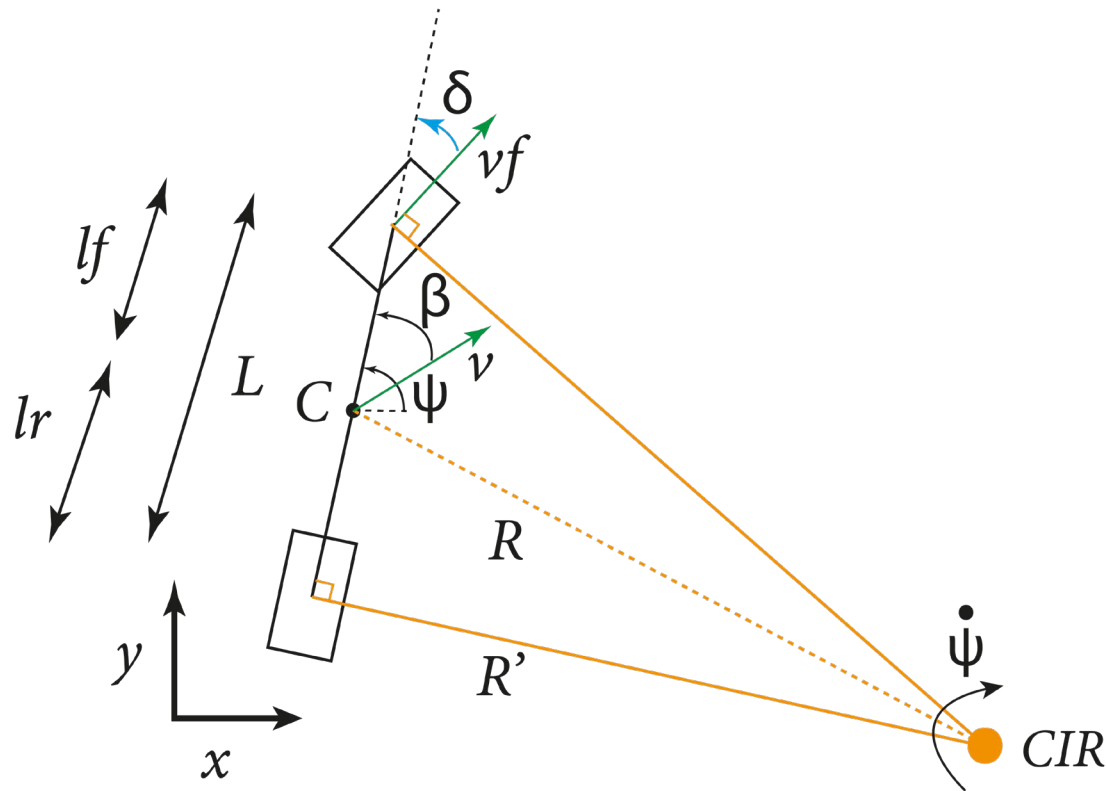
On cherche à trouver une commande pour faire le suivie d'une trajectoire dans le cadre d'une voiture de course autour d'un circuit.



## 2. Présentation du modèle : bicycle model



## 2. Cinématique du bicycle model - Schéma



*Bicycle model en cinématique*

$\delta$  : angle de la roue avant

$v$  : vitesse du véhicule

$v_f$  : vitesse de la roue avant

$\psi$  : lacet (Yaw)

$\dot{\psi}$  : vitesse de rotation

$\beta$  : slip angle

C : centre de gravité

$L$  : distance inter roue

$(l_f + l_r = L)$

$l_f$  : distance avec le C et la roue avant

$l_r$  : distance avec le C et la roue arrière

$R$  : distance en C et le CIR

$R'$  : distance entre la roue arrière et le CIR

CIR : Centre Instantané de Rotation

## 2. Cinématique du bicycle model – Équations

Bicycle model temporel :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos(\psi + \beta) \\ \dot{y} = v \cdot \sin(\psi + \beta) \\ \dot{\psi} = \frac{v}{l_r + l_f} \cdot \cos \beta \cdot \tan \delta \end{cases} \quad \text{avec } \beta = \arctan\left(\frac{l_r}{l_r + l_f} \cdot \tan \delta\right) \quad \text{Pas linéaire !}$$

Petit angle

Bicycle model temporel simplifié :

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cdot \cos(\psi) \\ \dot{y} = v \cdot \sin(\psi) \\ \dot{\psi} = \frac{v}{L} \cdot \delta \end{cases} \quad \longrightarrow$$

Pas linéaire !

### Modèle de la voiture

Développement limité ordre 1  
 Passage en z  
 Bicycle model discret linéarisé :

$$\begin{cases} x(z) = \frac{T_e \cdot v}{1 - z^{-1}} \\ y(z) = \frac{T_e \cdot v \cdot \psi(z)}{1 - z^{-1}} \\ \psi(z) = \frac{T_e \cdot v}{L(1 - z^{-1})} \cdot \delta(z) \end{cases}$$

Linéaire !



# Cinématique du bicycle model - Jacobien

J'ai les matrices du jacobien, ce n'est pas concluant pour l'instant :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v \sin(\psi(t)) & 0 \\ 0 & 0 & v \cos(\psi(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & -v \psi(t) & 0 \\ 0 & 0 & v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v}{L} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ainsi, grâce au jacobien on trouve que  $\dot{X}$  :

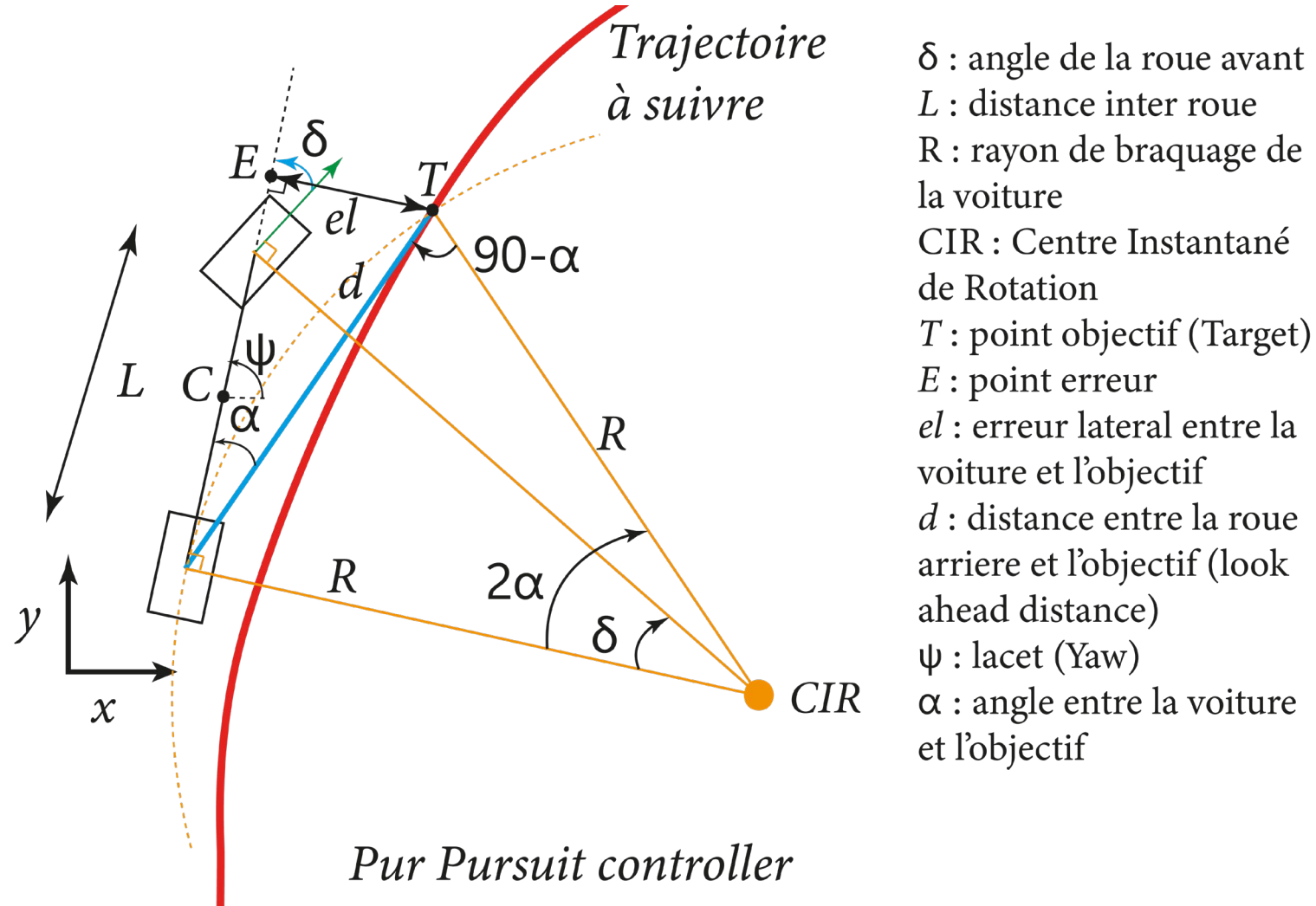
$$\dot{X} = \dot{X}_0 + \Delta \dot{X} = \begin{pmatrix} x_0 & x_0 & x_0 - \Delta x \cdot v \sin(\psi) & x_0 \\ y_0 & y_0 & y_0 + \Delta y \cdot v \cos(\psi) & y_0 \\ \psi_0 + \frac{\Delta \delta \cdot v}{L} & \psi_0 + \frac{\Delta \delta \cdot v}{L} & \psi_0 + \frac{\Delta \delta \cdot v}{L} & \psi_0 + \frac{\Delta \delta \cdot v}{L} + \frac{\Delta \psi \cdot v}{L} \\ \delta_0 & \delta_0 & \delta_0 & \delta_0 \end{pmatrix}$$

## 2. Dynamique du bicycle model - Équations

---

À FAIRE

### 3.1. Méthode géométrique : Pure Pursuit - Schéma



$\delta$  : angle de la roue avant  
 $L$  : distance inter roue  
 $R$  : rayon de braquage de la voiture  
CIR : Centre Instantané de Rotation  
 $T$  : point objectif (Target)  
 $E$  : point erreur  
 $el$  : erreur lateral entre la voiture et l'objectif  
 $d$  : distance entre la roue arriere et l'objectif (look ahead distance)  
 $\psi$  : lacet (Yaw)  
 $\alpha$  : angle entre la voiture et l'objectif

### Pur Pursuit controller

## 3.1. Méthode géométrique : Pure Pursuit - Équations

$$d(E, T) = e_l = \sqrt{\left[x_T - x_C + \left(\frac{L}{2} - d\right) \sin(\psi)\right]^2 + \left[y_T - y_C + \left(d - \frac{L}{2}\right) \cos(\psi)\right]^2}$$

Pas linéaire !

Contrôleur

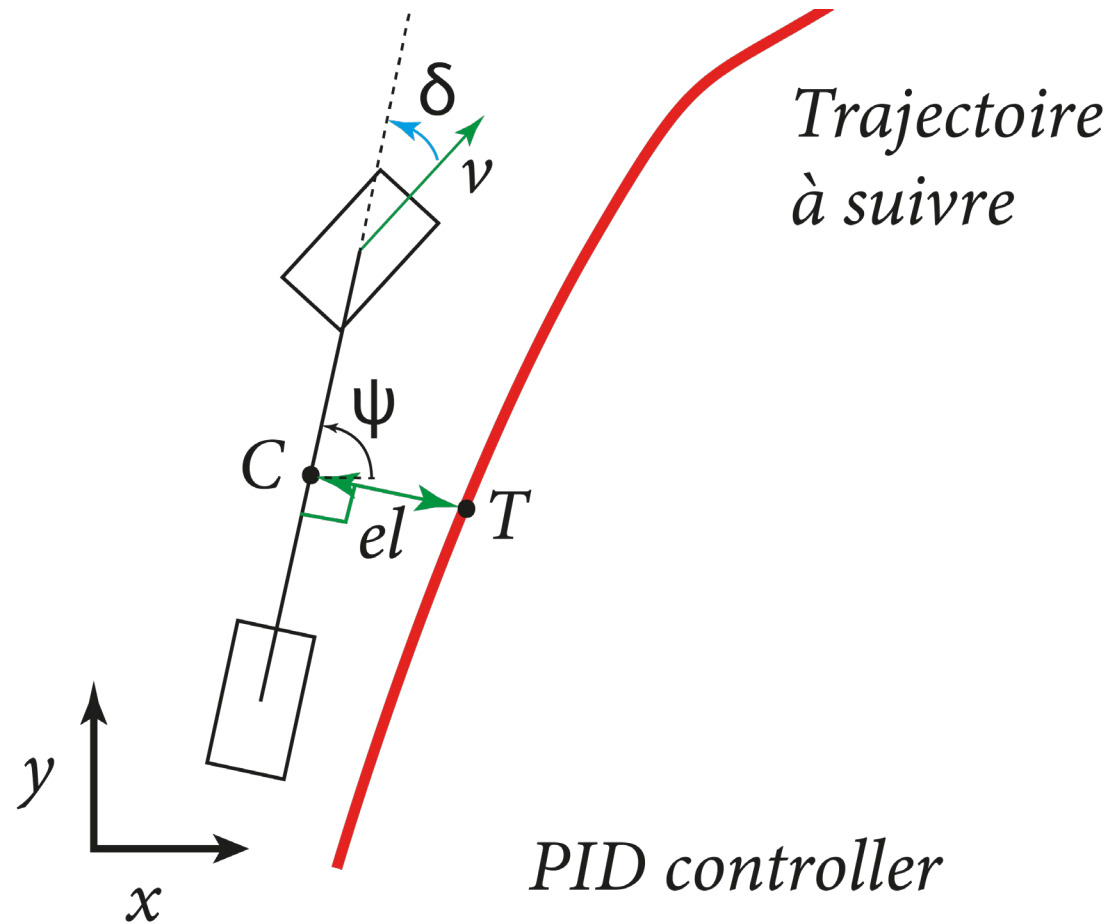
$$\delta = \frac{2L}{d^2} \cdot e_l$$

Développement limité ordre 1  
Passage en z

Différentiel – Calcul de l'erreur

$$e_l(z) = x_g(z) - z^{-1} \cdot x_c(z) + y_g(z) - z^{-1} \cdot y_c(z) + z^{-1} \cdot \left(\frac{L}{2} - d\right) \cdot \psi(z) - \left(0.5 + \frac{L}{2} - d\right)$$

## 3.2 Méthode boîte noire : PID - Schéma



$\delta$  : angle de la roue avant  
 $v$  : vitesse du véhicule  
 $C$  : Centre de gravité  
 $e$  : distance entre  $C$  et la trajectoire à suivre  
 $\psi$  : lacet (Yaw)  
 $T$  : point objectif (Target)

## 3.2 Méthode boîte noire : PID - Équations

### Contrôleur

Le PID en z :

$$\delta(z) = K_p \cdot e(z) + K_i \cdot \frac{T_e \cdot z}{z - 1} + K_d \cdot \frac{z - 1}{T_e \cdot z}$$

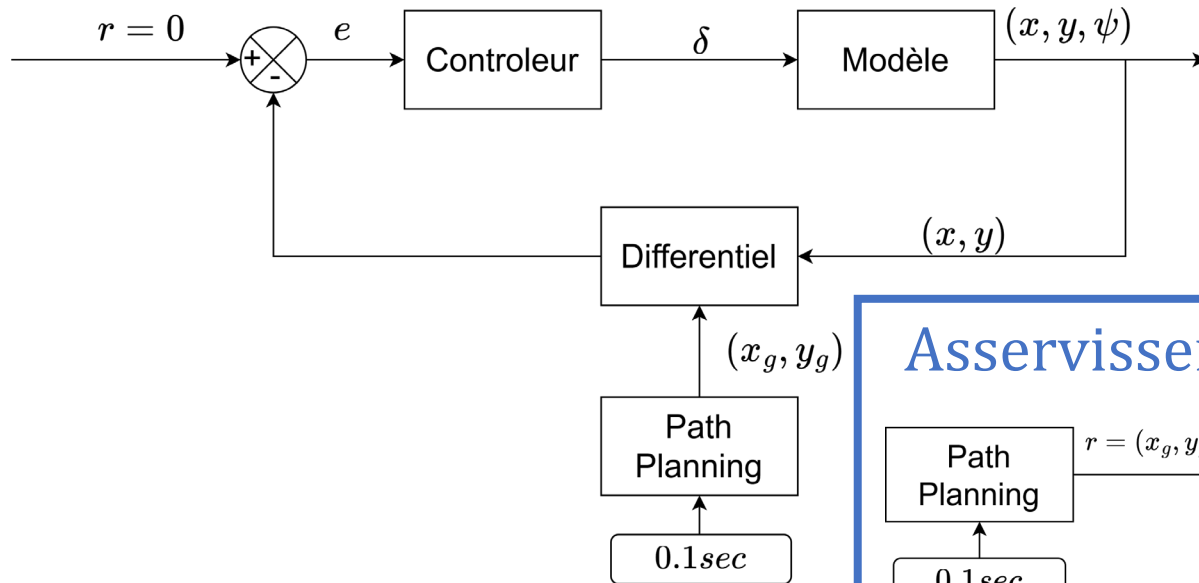
### Différentiel – Calcule de l'erreur

$$d(T(k), C(k)) = e_l(k) = \sqrt{(x_T(k) - x_C(k - 1))^2 + (y_T(k) - y_C(k - 1))^2}$$

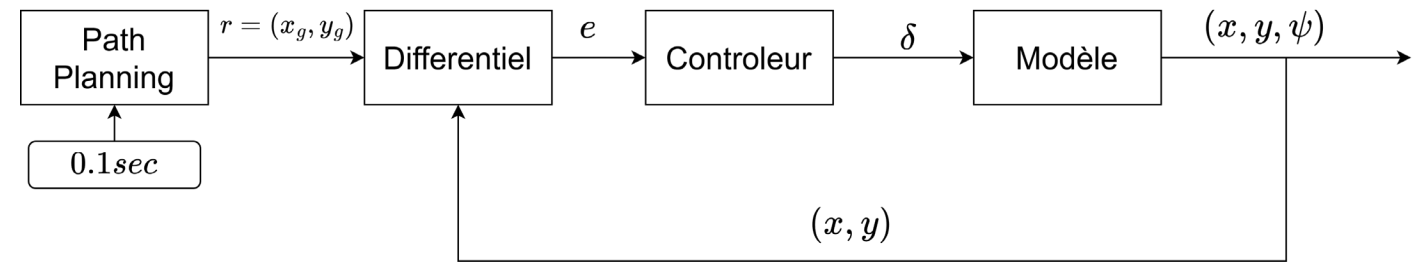
Pas linéaire ! => À FAIRE : linéarisation (DL1) et passage en Z

# Schéma – bloc : régulation ou asservissement ?

## Régulation

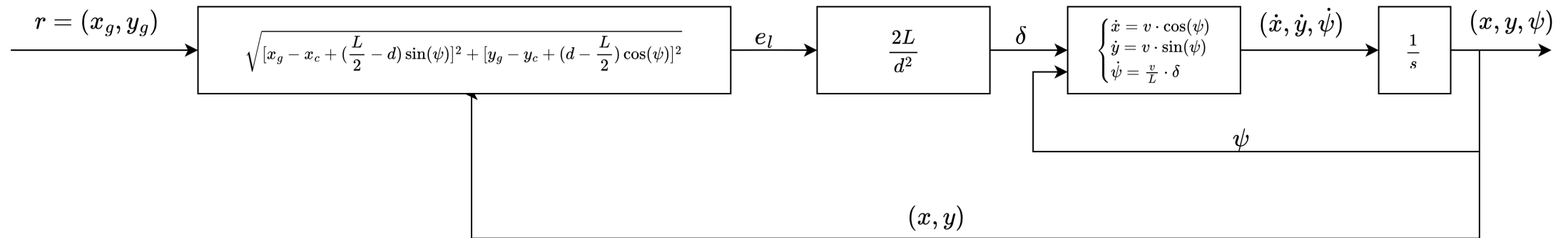


## Asservissement

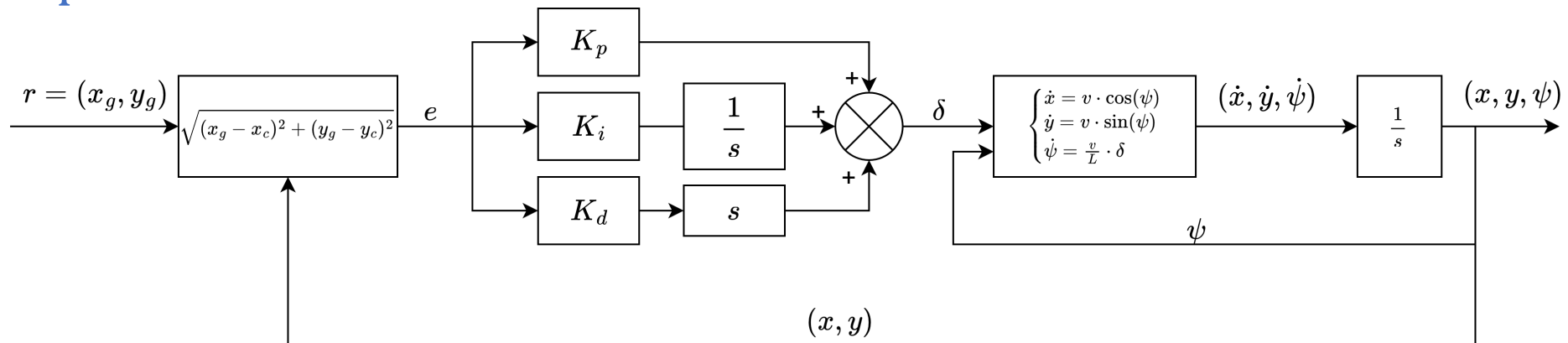


# Schéma – bloc : Pure Pursuite / PID

## Pure Pursuite temporel

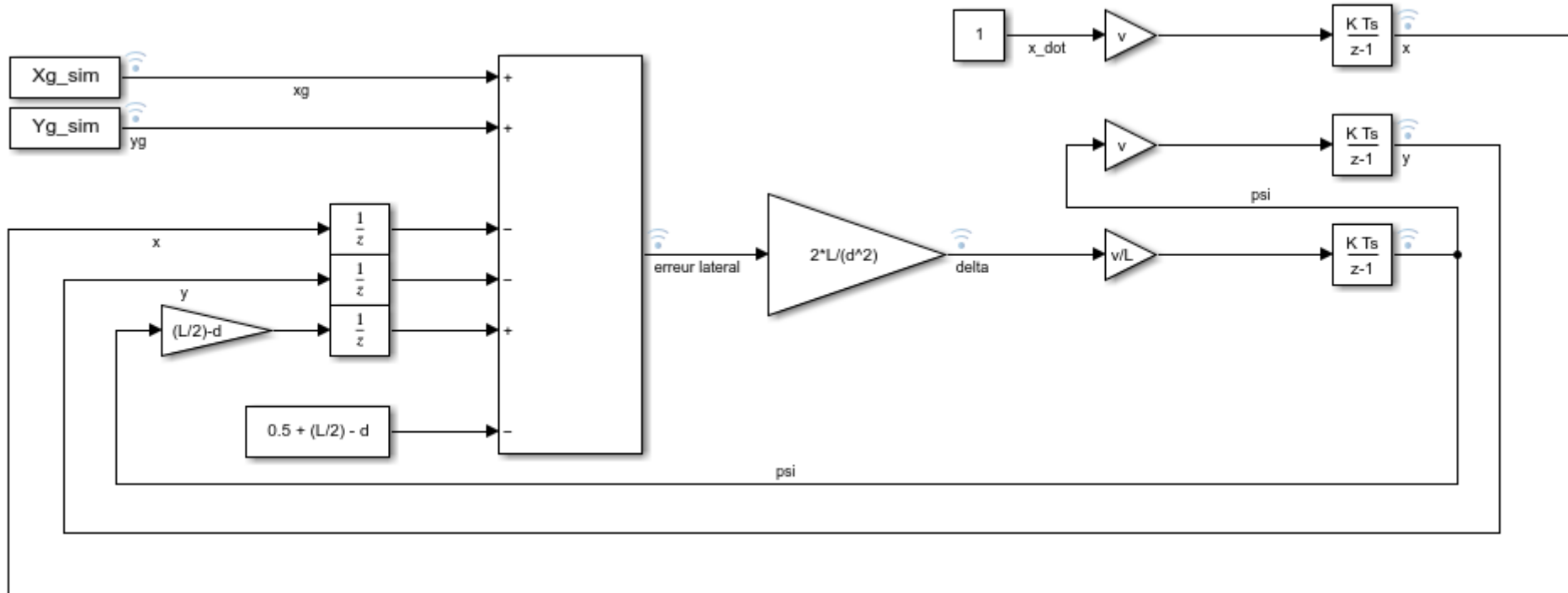


## PID temporel





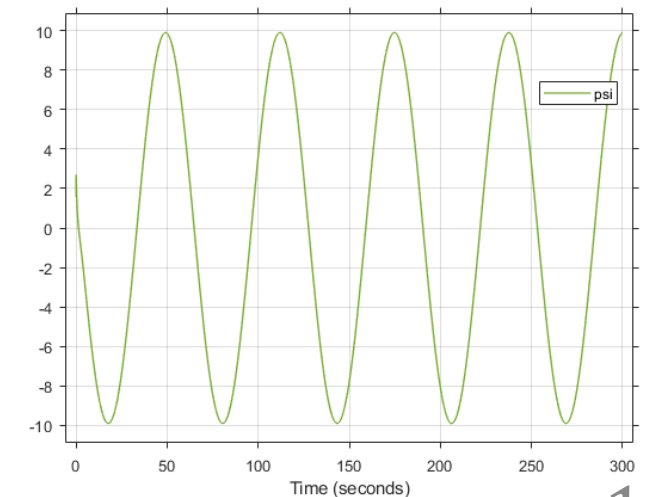
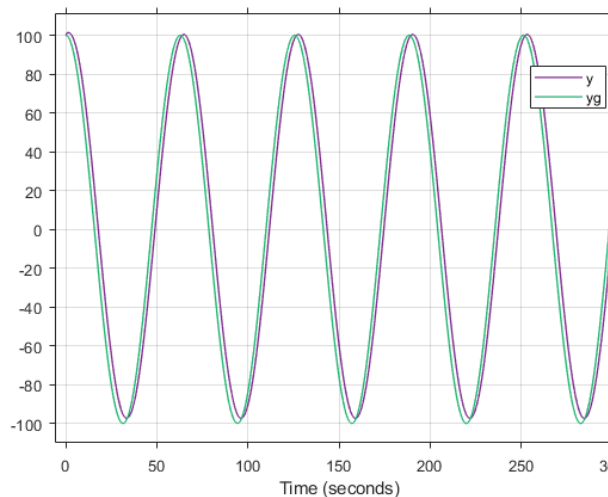
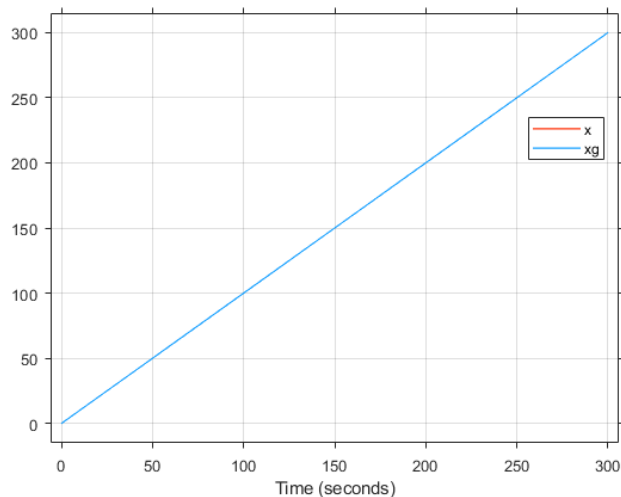
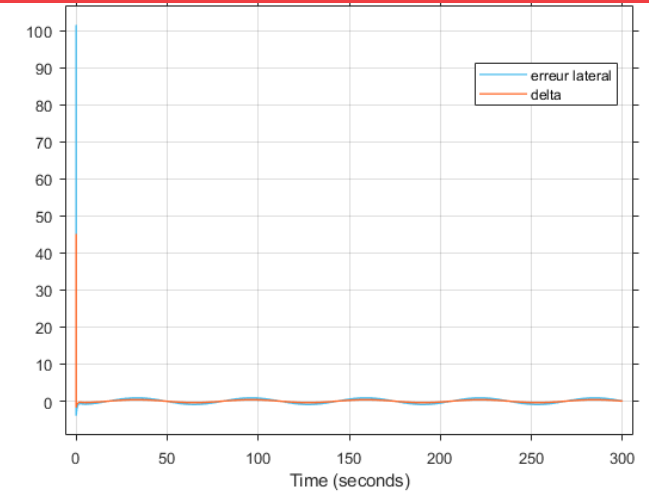
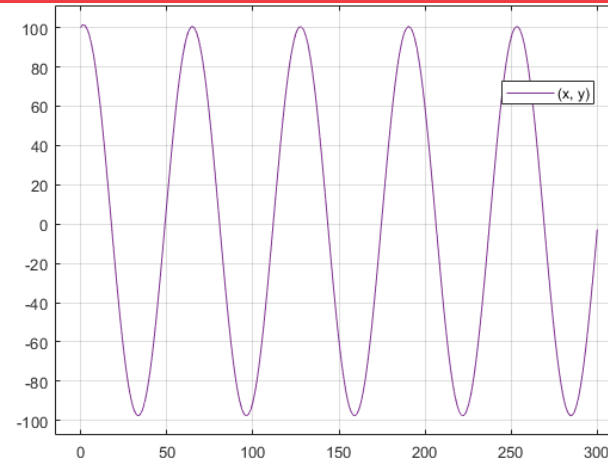
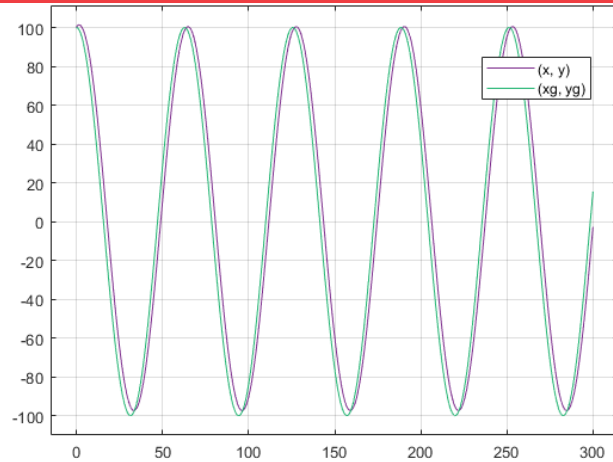
# Simulation Matlab : Simulink Pure Pursuite



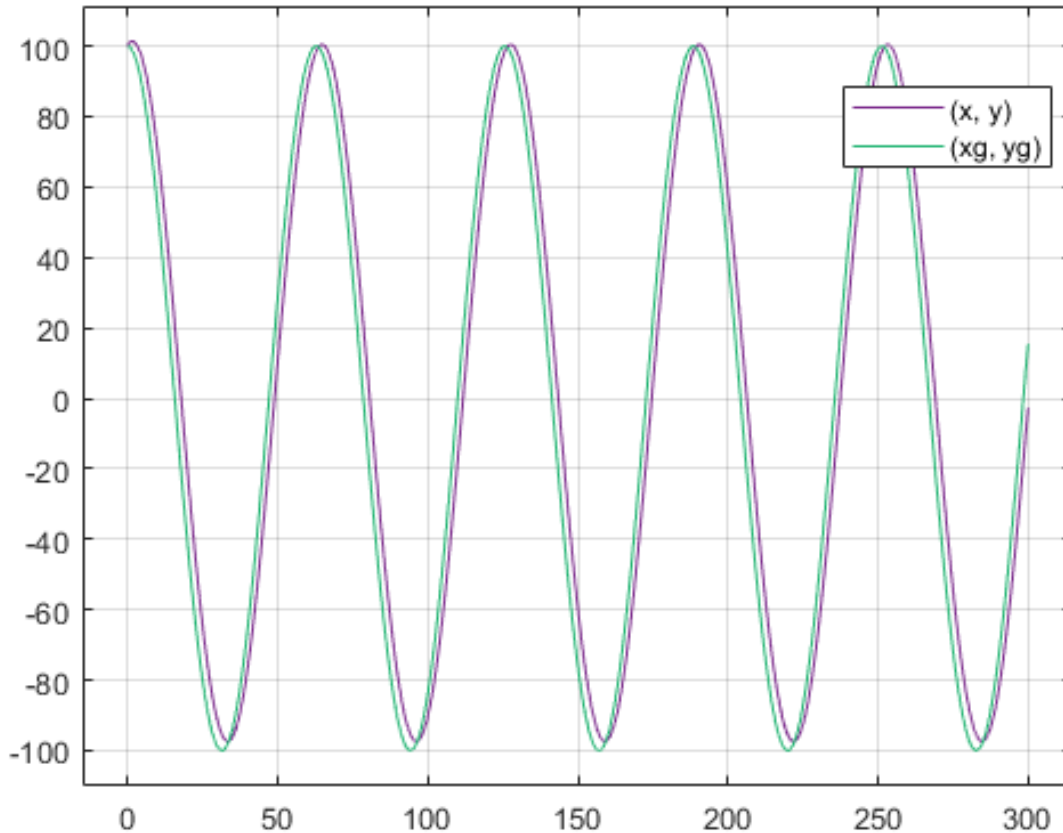
Conditions initiales :

- $d = 3\text{ m}$
- $v = 5\text{ m/s}$
- $L = 2\text{ m}$
- $\Psi = 90^\circ$
- $(x, y) = (0, 0)$

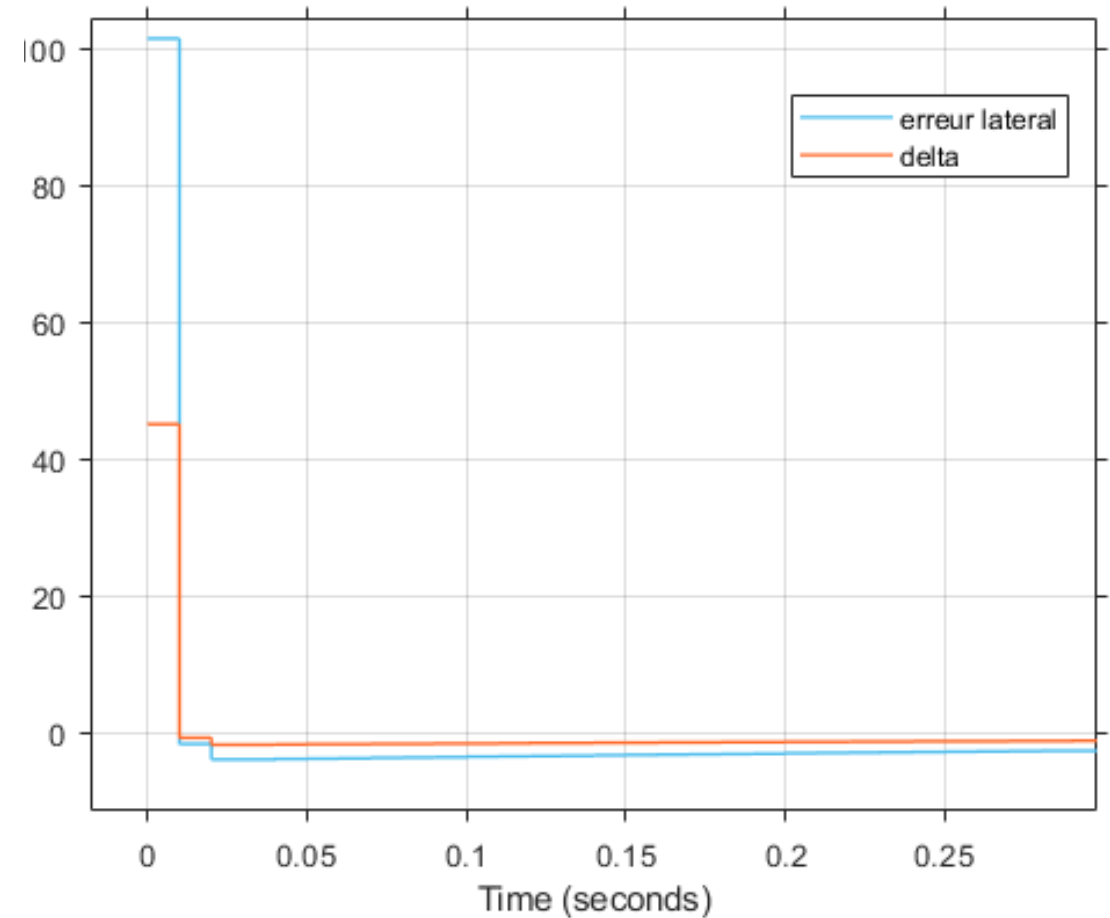
# Simulation Matlab : Résultats globaux



# Simulation Matlab : Résultats détaillés



Référence  $(x_g, y_g)$  – Sortie  $(x, y)$



Erreur latérale – delta (commande du système)

# Simulation Matlab : Simulink PID

---

À FAIRE

# Conclusion

---

- Résultat :
  - On peut voir que la commande linéarisé pour le système cinématique est précise pour le Pure Pursuite (le gap est dû au paramètre  $d$ ) (ça marche à une arnaque près)
- Ce qu'il reste à faire :
  - Avec le modèle cinématique :
    - Comprendre l'arnaque du Pur Pursuite
    - Référence pour le Pure Pursuite plus compliqué (angle droit) et plus représentatif (boucle, circuit (circuit de Toronto / circuit skidpad / circuit endurance Michigan))
    - Pure Pursuite :  $d$  variable ?  $d$  qui dépend de la vitesse ?
    - Faire la même chose pour le PID
    - Faire test du code avec les paramètres choisis avec les fonctions non linéaires
    - Vitesse variable ?
  - Développer la même méthode pour le modèle dynamique

# Merci pour votre attention !

---

## Questions ?

---

*Étudiant* : Léon JUBIN-HUERNE

*Cours* : SYS802 : Commandes avancées

*Professeur* : David Bensoussan

1 novembre 2022

# Références

---

- Ar, K. B. (s.d.). IDENTIFICATION OF LINEAR BICYCLE MODEL OF AN AUTOMOBILE USING EXPERIMENTAL DATA, 9.
- Betz, J., Zheng, H., Liniger, A., Rosolia, U., Karle, P., Behl, M., ... Mangharam, R. (2022). Autonomous Vehicles on the Edge: A Survey on Autonomous Vehicle Racing. *IEEE Open Journal of Intelligent Transportation Systems*, 3, 458-488. <https://doi.org/10.1109/ojits.2022.3181510>
- Chen, Y., Shan, Y., Chen, L., Huang, K., & Cao, D. (2018). Optimization of Pure Pursuit Controller based on PID Controller and Low-pass Filter. Dans *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)* (pp. 3294-3299). Maui, HI : IEEE. <https://doi.org/10.1109/ITSC.2018.8569416>
- Corke, P. (2017). *Robotics, Vision and Control* (Vol. 118). Cham : Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-54413-7>
- De Luca, A., Oriolo, G., & Samson, C. (1998). Feedback control of a nonholonomic car-like robot. Dans J.-P. Laumond (Éd.), *Robot Motion Planning and Control* (Vol. 229, pp. 171-253). Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/BFb0036073>
- Kabzan, J., Valls, M. de la I., Reijgwart, V., Hendriks, H. F. C., Ehmke, C., Prajapat, M., ... Siegwart, R. (2019, 13 mai). AMZ Driverless: The Full Autonomous Racing System. arXiv. Repéré à <http://arxiv.org/abs/1905.05150>
- Paden, B., Cap, M., Yong, S. Z., Yershov, D., & Frazzoli, E. (2016, 25 avril). A Survey of Motion Planning and Control Techniques for Self-driving Urban Vehicles. arXiv. Repéré à <http://arxiv.org/abs/1604.07446>
- Rankin, A. L., Crane III, C. D., & Armstrong II, D. G. (1998). Evaluating a PID, pure pursuit, and weighted steering controller for an autonomous land vehicle. Dans D. W. Gage (Éd.), (pp. 1-12). Communication présentée au Intelligent Systems & Advanced Manufacturing, Pittsburgh, PA. <https://doi.org/10.1117/12.299554>
- Snider, J. M. (2009). *Automatic Steering Methods for Autonomous Automobile Path Tracking*. Robotics Institute Carnegie Mellon University Pittsburgh, Pennsylvania.
- Watzenig, D., & Horn, M. (Éds). (2017). *Automated Driving: Safer and More Efficient Future Driving*. Cham : Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-31895-0>
- Yu, J.-H. (s.d.). IMPLEMENTATION OF PATH TRACKING ALGORITHMS AND TRAJECTORY OPTIMIZATION BASED ON THE EXTENDED KALMAN FILTER.