

# Theoretische mechanica

---

 [tuyaux.winak.be/index.php/Theoretische\\_mechanica](http://tuyaux.winak.be/index.php/Theoretische_mechanica)

## Theoretische mechanica

---

Richting     Wiskunde

Jaar             2BWIS, 3BWIS

## Bespreking

---

### Theorie

---

De cursus kan tamelijk lijvig overkomen, maar als je door het jaar je cursus een beetje hebt bijgehouden en aanwezig was tijdens de les, is hij minder ambetant dan hij lijkt. Merk op dat aanwezig zijn tijdens de theorieles heel erg aan te raden is, want de cursus geeft niet alle uitwerkingen volledig weer, waardoor sommige resultaten een beetje magic lijken als je de uitwerking niet bij de hand hebt. Professor David vindt het zeer belangrijk dat je weet waar alles vandaan komt, dus zorg ervoor dat niets je voorkomt als magisch. Verder heb je voor dit vak 1 keer per week 2 uur les. Na enkele weken komt hij pas echt op gang, dus laat je zeker niet ontmoedigen door de misschien saaie eerste weken.

### Oefeningen

---

De oefeningen zijn vanaf week 1 zeer uitdagend (Ze worden gegeven door professor David zelf) (tot quasi onmogelijk -zeker als je geen medestudenten hebt waarmee je kan overleggen- ). Dus komt het er meestal op neer dat je blijft proberen tot hij het voordoet en dan denk je: "Ja inderdaad, zo moet het! Natuurlijk!". Geloof me dat ga je vaak voor hebben. Je moet echter geen schrik hebben, op het examen vraagt hij type-oefeningen zoals ze in de oefeningenlessen gezien zijn. Dus in tegenstelling tot sommige andere vakken is het oefeningenexamen minder stressvol, eens je de oefeningen uit de les begrijpt. Daarentegen verwacht hij wel dat je ordelijk en gestructureerd werkt. Hij probeert je de gewoonte te laten kweken om je notaties in een legende vooraan je oefening te zetten.

## Examenvragen

---

### Januari 2012

---

### Theorie

---

1. Leid de functie van Lagrange voor een vrij massapunt af, vertrekkend van de wiskundige vertolking van de Newtoniaanse symmetrieën:
  - $\sum n \partial L / \partial \vec{r} = 0$   $\sum n \partial L / \partial \vec{r} \rightarrow n = 0$
  - $\sum n (\vec{r} \times \partial L / \partial \vec{r} + \vec{v} \times \partial L / \partial \vec{v}) = 0$   $\sum n (\vec{r} \rightarrow n \times \partial L / \partial \vec{r} + \vec{v} \rightarrow n \times \partial L / \partial \vec{v}) = 0$
  - $\partial L / \partial t = 0$   $\partial L / \partial t = 0$
2. Beantwoord naar keuze een van volgende vragen:
  - Leid de bewegingsvergelijkingen voor een mechanisch stelsel met (mogelijk niet-holonome) bindingen af.
  - Stel de kinetische-energie functie op voor een star lichaam en leid de zogenaamde vergelijkingen van Euler af; bij dit laatste is het niet nodig de componenten van het uitwendig moment te expliciteren.
3. Wat zijn canonische transformaties en hoe worden ze gegenereerd?

## Oefeningen

---

1. Beschouw een afgesloten stelsel gevormd door 3 massapunten met dezelfde massa die interageren via identieke veren met verwaarloosbare massa. De massapunten liggen op een driehoek (elk ervan interageert met de andere twee). Stel de Lagrangiaan op en toon dat het viriaaltheorema strikt voldaan is voor dit stelsel.
2. Een massapunt kan enkel bewegen langs een omwentelingsparaboloïde met verticale as in het zwaarteveld:
  - stel de Lagrangiaan op, rekening houdend met de bindingsvoorwaarden
  - gebruik de constanten der beweging om zoveel mogelijk kwalitatieve informatie over de beweging van dit massapunt af te leiden
3. Gegeven een probleem met 1 vrijheidsgraad, beschreven door de canonisch toegevoegde grootheden (q,p), met Hamiltoniaan  $H = 12(p^2 q^4 + (\ln 2 p q)^2)$  zoek een canonische transformatie die deze Hamiltoniaan omzet in de standaardvorm voor een harmonische oscillator  $H' = 12(P^2 + Q^2)$ 

$$H' = 12(P^2 + Q^2)$$

## Januari 2013

---

### Theorie

---

1. Schrijf een samenvatting van de argumenten die we gebruikt hebben bij het opstellen van de Lagrangiaan voor een afgesloten stelsel, vertrekkend van de grondbeginselen.
2. Beantwoord naar keuze een van volgende vragen:
  - Leid de bewegingsvergelijkingen voor een mechanisch stelsel met (mogelijk niet-holonome) bindingen af.
  - Stel de kinetische-energie functie op voor een star lichaam en leid de zogenaamde vergelijkingen van Euler af; bij dit laatste is het niet nodig de componenten van het uitwendig moment te expliciteren.
3. Leid de vergelijking van Hamilton-Jacobi af en leg uit wat haar oplossing betekent.

## Oefeningen

---

1. Een massapunt kan enkel bewegen langs een omwentelingsparaboloïde met verticale as in het zwaarteveld:
  - stel de Lagrangiaan op, rekening houdend met de bindingsvoorwaarden
  - gebruik de constanten der beweging om zoveel mogelijk kwalitatieve informatie over de beweging van dit massapunt af te leiden
2. Beschouw een fysische sferische slinger (een star lichaam met een vast punt in een zwaarteveld)
  - Stel de effectieve Lagrangiaan op
  - Transformeer dit in de Hamiltoniaan en schrijf de canonische vergelijkingen uit
  - Wat zijn de constanten der beweging
3. Gegeven is volgende Hamiltoniaan  
 $H = p^2(1q^2 - 1) + 1 - q^2$

$$H = p^2(1q^2 - 1) + 1 - q^2$$

zet deze om naar de standaardvorm voor een harmonische oscillator

$$H' = 12(P^2 + Q^2) \quad H' = 12(P^2 + Q^2)$$

## Januari 2014

---

### Theorie

---

1. Schrijf een samenvatting van de argumenten die we gebruiken hebben bij het opstellen van de bewegingsvergelijkingen voor een afgesloten stelsel, beginnend bij de grondbeginselen. Je hoeft geen berekeningen te geven.
2. Beantwoord naar keuze een van volgende vragen:
  - Leid de bewegingsvergelijkingen voor een mechanisch stelsel met (mogelijk niet-holonome) bindingen af.
  - Stel de kinetische-energie functie op voor een star lichaam en leid de zogenaamde vergelijkingen van Euler af; bij dit laatste is het niet nodig de componenten van het uitwendig moment te expliciteren.
3. Leg uit wat een Legendre transformatie is en pas ze toe om de vergelijkingen van Hamilton te bekomen. (Legendre ook bewijzen).

## Oefeningen

---

1. Beschouw een afgesloten stelsel gevormd door 3 massapunten met dezelfde massa die interageren via identieke veren met verwaarloosbare massa. De massapunten liggen op een driehoek. Stel de Lagrangiaan op voor de relatieve beweging en toon dat het viriaaltheorema strikt voldaan is voor dit stelsel.
2. Beschouw een mathematische sferische slinger in het zwaarteveld.
  - Geef de Lagrangiaan en pas de behoudswetten toe.
  - Leid op deze manier zo veel mogelijk informatie over de beweging af zonder de bewegingsvergelijkingen expliciet te berekenen.

3. Gegeven de Hamiltoniaan

$$H = 18((\ln(qp))^2 + p^2 q^2)$$

$$H = 18((\ln(qp))^2 + p^2 q^2)$$

. Zoek een canonische transformatie die deze omzet in de Hamiltoniaan voor een harmonische oscillator  $H' = 12(P^2 + Q^2)$

Categorieën:

- Wiskunde
- 2BWIS
- 3BWIS