Kwantumveldentheorie

Kwantumveldentheorie

Richting	Fysica
Jaar	MFYS

Bespreking

Door het jaar heen worden er testjes gegeven op Blackboard om de leerstof bij te houden. Het is vooral belangrijk om te begrijpen wat er allemaal gebeurt. Op het examen krijg je 3 praktijk vragen (waar je lang mee kan bezig zijn, prof. Tempere voorziet broodjes tijdens de middag) en 1 vraag over QED van prof. Sevrin, die meestal heel simpel is. Voor het theorie gedeelte moet je een vraag uit de zak halen en krijg je 20 minuten de tijd om daarover een 'les' voor te bereiden. Je moet het onderwerp dan uit leggen aan prof. Tempere aan het bord, alsof jij de les geeft. Tijdens het examen mag je de cursus gebruiken.

Puntenverdeling

De helft van de punten staat op de testjes door het jaar, de rest op het examen.

Examenvragen

Academiejaar 2017-2018 1ste zit

Classical field theory
Consider the following Lagrangian density for the complex scalar field ϕϕ

L=∂μϕ∗∂μϕ−m2|ϕ|2−1M2|∂μ∂μϕ|2L=∂μϕ∗∂μϕ−m2|ϕ|2−1M2|∂μ∂μϕ|2,

with mm and MM constants.

1. Derive the equations of motion from this Lagrangian
2. Is the Lagrangian invariant under a global U(1)U(1) symmetry? If so, what is the Noether current for this transformation?
3. Calculate the Euclidean action

Masive scalar quantum electrodynamics
The Lagrangian for a complex scalar field ϕϕ with local UU(1) symmetry (thus introducing a real vector field AμAμ is given by

L=(Dμϕ)∗Dμϕ−m2|ϕ|2−14FμνFμν+M22AμAμL=(Dμϕ)∗Dμϕ−m2|ϕ|2−14FμνFμν+M22AμAμ,

where a mass term for AμAμ was added for convergence reasons and

Dμ=∂μ−iqAμDμ=∂μ−iqAμ,

where q is a small parameter.

1. Introduce correct source terms to calculate the vacuum expectation value Z(q)/Z(0)Z(q)/Z(0) up to decond order in the interaction parameter qq. You will have to go to Fourrier space to compute the corrections.
2. What are the Feynman rules for this system? The free propagators for ϕϕ and AμAμ are given in the course notes, so there is no need to rederive them here.
3. Draw all Feynamn diagrams that contribute to the vacuum expectation value from (1)
4. Draw all conected Feynman diagrams for the expectation value ⟨AμAv⟩⟨AμAv⟩ up to order q2q2.

Quantum electrodynamics

1. What is the essential problem with combining quantum mechanics and special relativity?
2. Why is the process e−+e−→γe−+e−→γ not physical,while e−+e−→γ+γe−+e−→γ+γ is physical?

Academiejaar 2014-2015 1^{ste} zit

1. **Klassieke velden.** Beschouw de volgende Lagrangiaan
L=∑i=12(ψ∗iiℏ∂tψi−12∂xψ∗i∂xψi−m22|ψi|2)−g1|ψ1|4−g2|ψ2|4
L=∑i=12(ψi∗iℏ∂tψi−12∂xψi∗∂xψi−m22|ψi|2)−g1|ψ1|4−g2|ψ2|4

   voor een bosonisch veld in 1+1 dimensies. Herschrijf deze Lagrangiaan in termen van ψ†=(ψ∗1,ψ∗2)ψ†=(ψ1∗,ψ2∗) en zijn Hermitisch toegevoegde. Bespreek de continue symmetrieën van deze veldentheorie. (i) In het bijzonder, is deze theorie translatie invariant? (ii) Is deze theorie Lorentz invariant? (iii) Heeft deze veldentheorie globale U(1) en/of SU(2) invariantie voor alle waarden van (m,g1,g2)(m,g1,g2)? Bereken de Noetherstroom indien dit het geval is.

2. **Statistische fysica.** Beschouw een bosonische statistische veldentheorie met een toestandssom
Z=∫Dϕexp(−SE[ϕ])
Z=∫Dϕexp(−SE[ϕ])

   en een Euclidische actie
SE[ϕ]=1β∑n∫dk(2π)3ϕ∗(k,n)(−iωn+k2+m22)ϕ(k,n).
SE[ϕ]=1β∑n∫dk(2π)3ϕ∗(k,n)(−iωn+k2+m22)ϕ(k,n).

   (i) Toon aan dat bovenstaande actie de Euclidische actie is voor de Lagrangiaan uit oefening 1 wanneer we g1=g2=0g1=g2=0 stellen. (ii) Bereken de verwachte waarde G(k′,n′;k,n)=<ϕ∗(k′,n′)ϕ(k,n)>G(k′,n′;k,n)=<ϕ∗(k′,n′)ϕ(k,n)>. (iii) Beargumenteer de link met de propagator in de geassocieerde kwantumveldentheorie. (iv) Bereken de matsubara som
f(k)=1β∑nG(k,n;k,n)
f(k)=1β∑nG(k,n;k,n)

   en bespreek het resultaat.

3. **Feynman diagrammen.** Net zoals een Lagrangiaan, vatten een set van Feynmanregels de elementaire eigenschappen van een kwantumveldentheorie samen. In figuur 1 staan de Feynmanregels samengevat voor een fictieve kwantumveldentheorie bestaan uit twee velden ψ en ϕ, respectievelijk beschreven door de propagatoren G en D. (i) Beschouw de diagrammen in figuur 2. Welke diagrammen zijn correct en welke niet? Duid alle fouten aan op figuur 2. (ii) Bereken de bijdrage tot de propagator D voor een correct diagram naar keuze uit figuur 2. (iii) Alle diagrammen in figuur 2 zijn correcties op de D propagator. Construeer de laagste orde correctie in β op G.
4. **QED.** Beschouw Bhabha verstrooiing $e^+e^-\to e^+e^-$ en geef de Feynman diagrammen die dit proces in leidende orde beschrijven. Beschouw nu paarproductie $e^+e^-\to \mu^+\mu^-$ of $e^+e^-\to \tau^+\tau^-$ en geef nu het diagram of de diagrammen die dit proces in leidende orde beschrijft of beschrijven. Leg het verschil uit.

Bestand:QFT2015.pdf

Theorie

Hier worden een aantal theorievragen geplaatst, iedereen krijgt een verschillende vraag (die je zelf uit de zak kan trekken).

- Wat zijn Matsubara sommaties en hoe worden ze gebruikt in de kwantumveldentheorie.
- Wat is een (lokale) ijksymmetrie? Leg uit met behulp van een voorbeeld. Wat zijn ijktheorieën in de kwantumveldentheorie?
- Wat zijn Feynmandiagrammen en wat hebben ze te maken met kwantumveldentheorie?
- Wat zijn de consequenties van een bepaalde symmetrie in een kwantumveldentheorie?
- Wat is Wick decompositie? Wanneer is het geldig en wanneer niet? Wat is het nut in de kwantumveldentheorie?

Academiejaar 2013-2014 1^{ste} zit

1. **Klassieke velden.** Beschouw de volgende Lagrangiaan

$$L=\sum_{n=1}^{2}\left(\psi_n^* i\partial_t\psi_n-\frac{1}{2}\nabla\psi_n^*\cdot\nabla\psi_n-\frac{m^2}{2}|\psi_n|^2\right)-J\left(\psi_1^* i\partial_x\psi_2-\psi_1 i\partial_x\psi_2^*\right)$$

$$L=\sum_{n=1}^{2}\left(\psi_n^* i\partial_t\psi_n-\frac{1}{2}\nabla\psi_n^*\cdot\nabla\psi_n-\frac{m^2}{2}|\psi_n|^2\right)-J\left(\psi_1^* i\partial_x\psi_2-\psi_1 i\partial_x\psi_2^*\right)$$

   voor een bosonisch veld in 1+2 dimensies. Herschrijf deze Lagrangiaan in termen van $\psi^\dagger=(\psi_1^*,\psi_2^*)$ en zijn hermitisch toegevoegde. Bespreek de continue symmetrieën van deze veldentheorie. (i) In het bijzonder, is deze theorie translatie/rotatie invariant? (ii) Heeft deze veldentheorie globale U(1) en/of SU(2) invariantie? Bereken de Noetherstroom indien dit het geval is.

2. **Storingsrekening.** Beschouw de volgende Lagrangiaan voor een scalair bosonisch veld

$$L=\frac{1}{2}\partial_\mu\phi^*(x)\partial^\mu\phi(x)-\frac{1}{2}(m^2+V(x))|\phi(x)|^2$$

$$L=\frac{1}{2}\partial_\mu\phi^*(x)\partial^\mu\phi(x)-\frac{1}{2}(m^2+V(x))|\phi(x)|^2$$

   (i) Bereken het effect van $V(x)$ op de propagator, in reciproke ruimte, tot op de laagst relevante orde in de sterkte van V. (ii) Hoe veralgemeen je dit resultaat naar hogere orde?

3. **Vrije energie.** Bereken de vrije energie van een scalair bosonisch veld met volgende Lagrangiaan

$$L=\psi^*(i\partial_t-\nabla^2-\alpha\nabla^4-m^2)\psi$$

$$L=\psi^*(i\partial_t-\nabla^2-\alpha\nabla^4-m^2)\psi$$

   Bespreek het gedrag bij lage temperatuur voor $\alpha=m^{-2}$.

4. **QED.** Waarom is e++e−→γe++e−→γ geen fysisch proces terwijl e++e−→γγe++e−→γγ wel fysisch is? Geef de Feynman diagrammen die dit laatste proces in leidende orde beschrijven.

Academiejaar 2010-2011 1ste zit

Openboekexamen

1. Hoofdstuk 3. Niet-relativistische kwantumveldentheorie
   Fock-ruimte (4 punten- OEFENING)
   De volgende golffunctie beschrijft twee fermionen in een 1-dimensionele ruimte:
   ψ(q1,q2)=A∑∞m,n=01m!n!√λm+n[ψm(q1)ψn(q2)−ψm(q2)ψn(q1)]ψ(q1,q2)=A∑m,n=0∞1m!n!λm+n[ψm(q1)ψn(q2)−ψm(q2)ψn(q1)]
   de ψn(q)ψn(q) zijn de eigenvectoren van de harmonische oscillator. AA en λλ zijn constanten. Schrijf deze golffunctie in termen van scheppings- en vernietigingsoperatoren.
2. Hoofdstuk 4. De Klein-Gordon-vergelijking
   Feynman-propagator (5 punten)
   De Feynman-propagator van het complexe Klein-Gordon-veld wordt gegeven door
   ΔF(x)=(2π)−4∫d4pe−ipμxμpνpν−m2+iϵΔF(x)=(2π)−4∫d4pe−ipμxμpνpν−m2+iϵ
   Om dit af te leiden wordt gebruik gemaakt van
   −12πi∫CFdp0e−ip0x0p20−ω2p=12ωp[θ(x0)exp(−iωpx0)+θ(−x0)exp(iωpx0)]
   −12πi∫CFdp0e−ip0x0p02−ωp2=12ωp[θ(x0)exp(−iωpx0)+θ(−x0)exp(iωpx0)]
   De contour CFCF loopt iets boven de reële as voor positieve waarden van p0p0, iets onder voor negatieve p0p0. Toon aan dat ΔF(x)ΔF(x) correct is, dit is de overgang van (4.133) naar (4.135).
3. Hoofdstuk 5. De Dirac-vergelijking
   Feynman-propagator voor elektronen (2 punten)
   Maak de overgang van (5.91) naar (5.92)
4. Hoofdstuk 7 Het fotonveld
   Gupta en Bleuler (4 punten)
   Geef in enkele lijnen de essentie weer van de methode van Gupta en Bleuler
5. Hoofdstuk 8. Interagerende kwantumvelden
   (5 punten - OEFENING) Het laatste diagramma van figuur 8.6 beschrijft de annihilatie van twee fotonen, met creatie van een elektron-positron-paar. Schrijf het overeenkomstige matrixelement van de S-matrix uit. Verder uitwerken wordt NIET gevraagd. (Wat gevraagd wordt is het analoge van uitdrukking (1) uit voorbeeld 8.4 - elektron-elektronverstrooiing. Alleen zijn er nu geen twee inkomende elektronen maar twee inkomende fotonen.)

Academiejaar 2009-2010 1ste zit

Openboekexamen

1. Hoofdstuk 4. De Klein-Gordon-vergelijking
    - Hamiltoniaan (4 punten)

      De afleiding van uitdrukking (4.60) voor de Hamiltoniaan (pagina 93) staat niet uitgewerkt in het boek omdat deze analoog is aan de afleiding van (4.35) tot (4.39). Werk deze uit.
    - Feynman-propagator (4 punten)

      De Feynman-propagator van het complexe Klein-Gordon-veld wordt gegeven door
      ΔF(x)=(2π)−4∫d4pe−ipμxμpνpν−m2+iϵΔF(x)=(2π)−4∫d4pe−ipμxμpνpν−m2+iϵ
      Om dit af te leiden wordt gebruik gemaakt van
      −12πi∫CFdp0e−ip0x0p20−ω2p=12ωp[θ(x0)exp(−iωpx0)+θ(−x0)exp(iωpx0)]
      −12πi∫CFdp0e−ip0x0p02−ωp2=12ωp[θ(x0)exp(−iωpx0)+θ(−x0)exp(iωpx0)]
      De contour CFCF loopt iets boven de reële as voor positieve waarden van p0p0, iets onder voor negatieve p0p0. Toon aan dat dit correct is, dit is de overgang van (4.133) naar (4.136).
2. Hoofdstuk 5. De Dirac-vergelijking
    - Hoe wordt $\not{p}$p gedefinieerd? Deze komt voor in sectie 5.4, pagina 133
    - Feynman-propagator voor elektronen (4 punten)

      Maak de overgang van (5.89) naar (5.91)
3. Hoofdstuk 7 Het fotonveld

      Gupta en Bleuler (4 punten)

      Geef in enkele lijnen de essentie weer van de methode van Gupta en Bleuler
4. Hoofdstuk 8. Interagerende kwantumvelden

      Elektron-elektron-verstrooiing(4 punten)

      Leg uit in detail hoe je aan formule 1 van het voorbeeld 8.4 komt.