Logica - Encyclopedia Academia

tuyaux.winak.be/index.php/Logica

Logica	
Richting	Wiskunde
Jaar	1BWIS

Bespreking

Dit vak wordt door velen als het gemakkelijkste vak van het eerste semester. Dat is het ook mits je fris en monter in de les zit en een beetje logisch kan nadenken. Normaal is er voor de theorie ook een handboek in het Engels maar dit wordt zelden gebruikt. Het is wel leuk om bepaalde bewijzen in na te lezen. Laenens stelt ook de vraag om een portfolio bij te houden van alle oefeningen, extra oefeningen en eventueel eigen inbreng. Ik raad dit ten zeerste aan. Ik heb het zelf gemaakt en het maakte het leren voor het examen alleen maar makkelijker. Maar dit is optioneel.

Theorie

Professor Laenens' lessen kunnen soms slaapverwekkend zijn omdat ze een Powerpoint-manier heeft van lesgeven. Maar de stof op zich is zeer interessant en nuttig om bij andere vakken te gebruiken. Een goede basis theorie logica is immers noodzakelijk voor de oefeningen en vakken zoals metrische ruimten en diffrentiaalrekening. Het handboek is zeer leuk als naslagwerk of voor de geinteresseerden om niet-geziene hoofdstukken te lezen.

Oefeningen

De oefeningen worden gegeven door Tom Vroegrijk, dezelfde assistent als bij Calculus. De korte beschrijving van Tom vind je dus daar terug. De oefeningen van dit vak zijn helemaal niet moeilijk dus maak je geen zorgen.

Puntenverdeling en examen

Professor Laenens laat 3 punten meetellen voor het portfolio als je dit wenst te maken (en dus een reden meer om er toch voor te kiezen). Er is in het begin van het jaar ook een klein testje op 2 punten om de basislogica direct te testen. Mist een kleine inspanning is een 2 gemakkelijk te halen. De rest van de punten staan op het examen. Laenens wil wel dat je voor elk deeltje minstens 40 % haalt anders ben je zowiezo gebuisd (ook al ben je er in totaal door). het examen theorie en oefeningen is ook nog maar net gesplitst.

Theorie

Het theorie-examen is zeer wisselvallig en kan vanalles zijn. Als bepaalde stellingen een naam hebben, is er een grote kans dat die gevraagd zullen worden. Meestal moet je een stelling aanvullen en daarna bewijzen of een concept uitleggen. Ook een veel gevraagde vraag is: "Zoek de fout in een kort bewijsje". Meestal ligt de fout voor de hand en moet je goed beargumenteren waarom het fout is. Dit examen is schriftelijk.

Oefeningen

Het oefeningen-examen is redelijk veel maar helemaal niet moeilijk. Je mag voor dit examen je Engelse handboek gebruiken en dat is handig voor enkele bewijsjes die je zelf moet maken.

Examenvragen

Academiejaar 2014 - 2015

2de zit

Theorie

1. Geef de definitie van een equivalentierelatie en voer de reële getallen in aan de hand van bepaalde equivalentieklassen van rationale getallen.
2. Wat is het paradox van Russel? En hoe kan je het omzeilen?

3. Gegeven een verzameling AA van axioma's in de propositielogica. Definieer de noties semantisch en syntactisch gevolg uit AA.
4. Leg uit: het lemma van Zorn.

Oefeningen

1. n∈N:f:Nn→N:(a1,...,an)↦∏ni=1ain∈N:f:Nn→N:(a1,...,an)↦∏i=1nai
    - Is (a1,...,an)∼(b1,...,bn)⇔f(a)=f(b)(a1,...,an)∼(b1,...,bn)⇔f(a)=f(b) een equivalentierelatie?
    - Is (a1,...,an)≤(b1,...,bn)⇔f(a)≤f(b)(a1,...,an)≤(b1,...,bn)⇔f(a)≤f(b) een partiële orderelatie?
2. Definieer CC als de verzameling van reële getallen tussen 0 en 1 zonder 9 in hun decimale ontwikkeling. Toon aan dat CC equipotent is met het eenheidsinterval [0,1][0,1].
3. Stel (P,≤)(P,≤) poset. Een keten in P is een verzameling {p=(pi)i∈N|i≤j⇒pi≤pj}{p=(pi)i∈N|i≤j⇒pi≤pj}. De lengte l(p)l(p) van zo'n keten PP is het aantal elementen in {pi|i∈N}{pi|i∈N}.
    - Toon aan dat de verzameling C(p)C(p) van ketens partieel maar niet totaal geordend wordt door p=q⇔l(p)≤l(q)p=q⇔l(p)≤l(q)
    - Toon aan dat elke p∈Pp∈P bevat is in een keten met maximale lengte.
4. Logisch connenctief
    - Waarheidstabel opstellen
    - Adequaat?

Academiejaar 2013 - 2014

1ste zit

Theorie

1. Bewijs dat elke waarheidsfunctie gegenereerd kan worden door een beweringsvorm die enkel ∧,∨,¬∧,∨,¬ bevat.
2. Bewijs volgende eigenschap
   Γ⊢C⇔∃

   $$Γ⊢C⇔∃$$

   eindige deelverzameling Δ⊆Γ:Δ⊢CΔ⊆Γ:Δ⊢C
3. Bewijs volgende eigenschap
   ⊢MB

   $$⊢MB$$

   en ⊢MB⇒C⊢MB⇒C, dan ⊢MC⊢MC
4. Wanneer zijn we in de logica
    - bewijs van existentiële kwantor,
    - bewijs van universele kwantor,
    - gebruik van existentiële kwantor,
    - gebruik van universele kwantor,

tegengekomen? (Geef naam van de regel) Geef ook de definitie of eigenschap en het bewijs.

1. Geef zelf een interpretatie aan volgende term en geef het resultaat s∗(t)s∗(t) met s=(s1,s2,…)s=(s1,s2,…). t=f22(f13(x5),f21(a3,a4))t=f22(f31(x5),f12(a3,a4))

Oefeningen

1. Wat is de waarheidstabel van ∘∘, als de volgende beweringsvormen tautologiën zijn:
    - (A⇔¬B)⇒¬(A∘B)(A⇔¬B)⇒¬(A∘B)
    - ¬((A∘B)∧B)¬((A∘B)∧B)
    - (¬A∧¬(A∘B))⇒B(¬A∧¬(A∘B))⇒B

1. L+L+ wordt verkregen door in LL axioma 3 te vervangen door (A⇒B)⇒(¬B⇒¬A)(A⇒B)⇒(¬B⇒¬A). Toon aan dat een zin P een stelling is in L+L+ als en slechts als het een stelling is in L. Je mag gebruik maken van het deductietheorema in L+L+ en ⊢(¬A⇒A)⇒A⊢(¬A⇒A)⇒A is een stelling in L+L+
2. Bewijs dat volgende zin niet logically valid is
   ∀x∀y:((∀z:P(x,f(y,z)))⇒P(x,y))

   $$∀x∀y:((∀z:P(x,f(y,z)))⇒P(x,y))$$

3. Toon de volgende stelling aan in het axiomasysteem K. Je mag gebruik maken van de regel E4, regel C en het deductietheorema. ⊢(∃x(P(x)⇒¬Q(x)))⇒((∀y:Q(y))⇒∃z:¬P(z))⊢(∃x(P(x)⇒¬Q(x)))⇒((∀y:Q(y))⇒∃z:¬P(z))

2de zit

Theorie

1.
    - Geef de definitie van een instantie van een wf.
    - Bewijs dat elke wf BB van KK dat een instantie is van een tautologie, een theorema van KK is.
    - Waar/hoe past men deze stelling toe?
2. Hoe ga je te werk als je wilt bewijzen dat een eigenschap geldt voor elk theorema van een theorie?
3. Geef de definitie van een bewijs uit een verzameling ΓΓ van wfs voor een wf CC.
    Wanneer je in een bewijs een constante dd zou schrijven op de plaats van een variabele, wanneer blijft het bewijs dan geldig?
4. Beschouw het volgende correcte bewijs voor ⊢(∀x)(B⇒C)⇒((∃x)B⇒(∃x)C)⊢(∀x)(B⇒C)⇒((∃x)B⇒(∃x)C), schrijf achter elke stap hoe je deze bekomt:
    - (1) (∀x)(B⇒C)(∀x)(B⇒C)
    - (2) (∃x)B(∃x)B
    - (3) ¬(∀x)¬B¬(∀x)¬B
    - (4) ¬(∀x)¬B⇒(¬(∃x)C⇒¬(∀x)¬B)¬(∀x)¬B⇒(¬(∃x)C⇒¬(∀x)¬B)
    - (5) ¬(∃x)C⇒¬(∀x)¬B¬(∃x)C⇒¬(∀x)¬B
    - (6) (¬(∃x)C⇒¬(∀x)¬B)⇒((¬(∃x)C⇒(∀x)¬B)⇒(∃x)C)(¬(∃x)C⇒¬(∀x)¬B)⇒((¬(∃x)C⇒(∀x)¬B)⇒(∃x)C)
    - (7) (¬(∃x)C⇒(∀x)¬B)⇒(∃x)C(¬(∃x)C⇒(∀x)¬B)⇒(∃x)C
    - (8) ¬(∃x)C¬(∃x)C
    - (9) (∀x)¬C(∀x)¬C
    - (10) ¬C¬C
    - (11) (¬¬B⇒¬C)⇒((¬¬B⇒C)⇒¬B)(¬¬B⇒¬C)⇒((¬¬B⇒C)⇒¬B)
    - (12) ¬C⇒(¬¬B⇒¬C)¬C⇒(¬¬B⇒¬C)
    - (13) ¬¬B⇒¬C¬¬B⇒¬C
    - (14) (¬¬B⇒C)⇒¬B(¬¬B⇒C)⇒¬B
    - (15) B⇒CB⇒C
    - (16) ¬¬B⇒C¬¬B⇒C
    - (17) ¬B¬B
    - (18) (∀x)¬B(∀x)¬B
    - (19) (∀x)(B⇒C),(∃x)B,¬(∃x)C⊢(∀x)¬B(∀x)(B⇒C),(∃x)B,¬(∃x)C⊢(∀x)¬B
    - (20) (∀x)(B⇒C),(∃x)B⊢¬(∃x)C⇒(∀x)¬B(∀x)(B⇒C),(∃x)B⊢¬(∃x)C⇒(∀x)¬B
    - (21) (∀x)(B⇒C),(∃x)B⊢(∃x)C(∀x)(B⇒C),(∃x)B⊢(∃x)C
    - (22) (∀x)(B⇒C)⊢(∃x)B⇒¬(∃x)C(∀x)(B⇒C)⊢(∃x)B⇒¬(∃x)C
    - (23) ⊢(∀x)(B⇒C)⇒((∃x)B⇒¬(∃x)C)⊢(∀x)(B⇒C)⇒((∃x)B⇒¬(∃x)C)

Oefeningen

1. Geef de *conjunctive normal form* van ¬(¬P∨Q)∨(R⇒¬S)¬(¬P∨Q)∨(R⇒¬S)
2. Deze oefening bevatte twee logische uitdrukkingen waar je dan moest aangeven welke variabele vrij of gebonden waren.
3. Bewijs de volgende uitspraak ⊢(B⇒¬C)⇒((¬A⇒B)⇒(¬A⇒C)⇒A)⊢(B⇒¬C)⇒((¬A⇒B)⇒(¬A⇒C)⇒A)
    Je mag gebruik maken van het deductietheorema, de axioma's van LL en het feit dat ¬¬A⊢A¬¬A⊢A.
4. Bewijs dat de volgende uitdrukkingen compatibel zijn:
    - ∀x∀y:¬P(x,y,x)∀x∀y:¬P(x,y,x)
    - ∀x∃z∀y:P(x,y,z)∀x∃z∀y:P(x,y,z)
5. Bewijs de volgende uitdrukking (∀x):(¬Q(x)⇒P(x))⊢(∃x:¬P(x))⇒(∃x:Q(x))(∀x):(¬Q(x)⇒P(x))⊢(∃x:¬P(x))⇒(∃x:Q(x))
    Je mag gebruik maken van de axiomaschema's van KK, het deductietheorema, regel CC en regel E4E4.

Academiejaar 2010 - 2011 1ste zit

Propositie logica

1. Wat kan je zeggen over volgende statement forms? Welke is logisch geimpliceerd door een andere, welke zijn logisch equivalent, welke zijn logisch tegengestelde?
    - (a)(A∨(B∧¬C))⇒(B∨¬A)(a)(A∨(B∧¬C))⇒(B∨¬A)
    - (b)¬A(b)¬A
    - (c)(A∨(B∧¬C))∧(¬B∧A)(c)(A∨(B∧¬C))∧(¬B∧A)
    - (d)¬B∧A(d)¬B∧A

2. Als je weet dat $(A\Leftrightarrow C)(A\Leftrightarrow C)$ en $(C\wedge D)(C\wedge D)$ vals zijn en dat $(A\vee D)(A\vee D)$ waar is, wat weet je dan over $(\neg B\wedge C)\vee((C\Rightarrow D)\wedge(D\Rightarrow A))$
$$(\neg B\wedge C)\vee((C\Rightarrow D)\wedge(D\Rightarrow A))$$
3. Zet het volgende om in symbolen en ga na of de conclusie logisch geimpliceerd is (zonder gebruik te maken van waarheidstabellen): Als de prijzen van de drank blijven zoals ze zijn, dan zal er minder gedronken worden of zullen de studenten blut zijn. Als de studenten blut zijn, zullen ze zelf drank gaan brouwen. Als ze zelf drank brouwen en de prijzen van de drank blijven zoals ze zijn, dan zullen de studenten niet blut zijn. Bijgevolg zal er niet minder gedronken worden.
4. Bewijs $\vdash(A\Rightarrow(B\Rightarrow C))\Leftrightarrow(B\Rightarrow(A\Rightarrow C))\vdash(A\Rightarrow(B\Rightarrow C))\Leftrightarrow(B\Rightarrow(A\Rightarrow C))$ zonder gebruik te maken van waarheidstabellen.

Quantificatie theorie

1. Wanneer zijn volgende uitspraken waar?
    - (a) Het domein is de rationale getallen. $A21(x,y)A12(x,y)$ staat voor $x=yx=y$, $f21(x,y)=x+yf12(x,y)=x+y$ en $f22(x,y)=x\cdot yf22(x,y)=x\cdot y$. De gebruikte constanten zijn $a1=0a1=0$ en $a2=1a2=1$. De uitspraak is $A21(f21(x,y),a1)\wedge A21(f22(x,y),x2)$
    $$A12(f12(x,y),a1)\wedge A12(f22(x,y),x2)$$
    - (b) Alles net hetzelfde als in (a) enkel de uitspraak $A21(f21(x,y),a1)\Rightarrow A21(f22(x,y),x2)$
    $$A12(f12(x,y),a1)\Rightarrow A12(f22(x,y),x2)$$
    - (c) Alles net hetzelfde als in (a) zelfs de uitspraak maar $A21(x,y)=x\leq yA12(x,y)=x\leq y$
2. Is de volgende uitspraak logisch geldig of niet? Zo nee, is ze satisfiable? $(\forall x)(\forall y)(A11(x)\wedge A11(y)\Rightarrow\neg A11(f21(x,y)))(\forall x)(\forall y)(A11(x)\wedge A11(y)\Rightarrow\neg A11(f12(x,y)))$
3. Bewijs:
    - $(a)\vdash((\forall x)U(x)\Rightarrow((\forall y)(W(y)\Rightarrow\neg R(x,y))))(a)\vdash((\forall x)U(x)\Rightarrow((\forall y)(W(y)\Rightarrow\neg R(x,y))))$ $\wedge(\forall x)(U(x)\Rightarrow(\forall y)(S(y)\Rightarrow R(x,y))))\Rightarrow((\exists x)(U(x)\wedge W(x))\Rightarrow(\exists y)\neg S(y))\wedge(\forall x)(U(x)\Rightarrow(\forall y)(S(y)\Rightarrow R(x,y))))\Rightarrow((\exists x)$ $(U(x)\wedge W(x))\Rightarrow(\exists y)\neg S(y))$
    - $(b)\vdash(\forall x)(B(x)\vee C(x))\Rightarrow((\forall x)\neg C(x)\Rightarrow(\forall x)B(x))(b)\vdash(\forall x)(B(x)\vee C(x))\Rightarrow((\forall x)\neg C(x)\Rightarrow(\forall x)B(x))$
4. Is volgend bewijs correct? Zo nee, waar loop het mis? (geef alle mogelijke fouten)
    - $1)(\exists x)(\forall y)(\exists z)(A(x,y)\wedge A(y,z))Hyp1)(\exists x)(\forall y)(\exists z)(A(x,y)\wedge A(y,z))Hyp$
    - $2)(\exists x)(\forall y)(A(x,y)\wedge A(y,d))1,RuleC2)(\exists x)(\forall y)(A(x,y)\wedge A(y,d))1,RuleC$
    - $3)(\exists x)(A(x,d)\wedge A(d,d))2,RuleA43)(\exists x)(A(x,d)\wedge A(d,d))2,RuleA4$
    - $4)A(d,d)\wedge A(d,d)3,RuleC4)A(d,d)\wedge A(d,d)3,RuleC$
    - $5)A(d,d)4,\wedge eliminatie5)A(d,d)4,\wedge eliminatie$
    - $6)(\forall z)A(z,z)5,Gen6)(\forall z)A(z,z)5,Gen$
    - $7)1\vdash C61-67)1\vdash C61-6$
    - $8)1\vdash 67,2.108)1\vdash 67,2.10$
    - $9)\vdash 1\Rightarrow 68,2.69)\vdash 1\Rightarrow 68,2.6$

Academiejaar 2007 - 2008 1ste zit

Propositielogica

1. Zijn de volgende statements logisch equivalent? Of welke wordt logisch geimpliceerd door de andere?
    - (a)
        - $(i)((P\Leftrightarrow Q)\Rightarrow R)\wedge((\neg R\Leftrightarrow Q)\Rightarrow\neg P)(i)((P\Leftrightarrow Q)\Rightarrow R)\wedge((\neg R\Leftrightarrow Q)\Rightarrow\neg P)$
        - $(ii)(Q\wedge(P\Rightarrow R))\vee(\neg Q\wedge(P\Leftrightarrow\neg R))(ii)(Q\wedge(P\Rightarrow R))\vee(\neg Q\wedge(P\Leftrightarrow\neg R))$
    - (b)
        - $(i)C\Rightarrow B(i)C\Rightarrow B$
        - $(ii)(A\wedge B)\vee(\neg A\wedge\neg C)(ii)(A\wedge B)\vee(\neg A\wedge\neg C)$
        - $(iii)(B\wedge(C\Rightarrow(A\wedge C))\vee(\neg B\wedge(C\Rightarrow\neg A))(iii)(B\wedge(C\Rightarrow(A\wedge C))\vee(\neg B\wedge(C\Rightarrow\neg A))$
2. Als je weet dat $(A\Rightarrow B)(A\Rightarrow B)$ vals is en dat $(B\vee C)(B\vee C)$ waar is, wat weet je dan over het volgende $((B\Leftrightarrow D)\wedge(A\vee B))\Rightarrow\neg D$
$$((B\Leftrightarrow D)\wedge(A\vee B))\Rightarrow\neg D$$

3. Zet het volgende om in symbolen en ga na of de conclusie logisch geimpliceerd is (zonder gebruik te maken van waarheidstabellen): Als Jan Steven vorige nacht niet ontmoette, dan is Steven de moordenaar of Jan liegt. Als Steven niet de moordenaar is, dan ontmoette Jan Steven niet en gebeurde de moord om middernacht. Als de moord na middernacht plaatsvond, dan is Steven de moordenaar of Jan liegt. Dus Steven is de moordenaar.
4. Bewijs
   $\vdash((P\Rightarrow B)\Rightarrow P)\Rightarrow P)$

$$\vdash((P\Rightarrow B)\Rightarrow P)\Rightarrow P)$$

   zonder gebruik te maken van waarheidstabellen.

Quantificatie theorie

1.
   - (a) Het domein is de natuurlijke getallen, $A21(x,y)A12(x,y)$ staat voor $x=yx=y$, $f21(x,y)=x\cdot yf12(x,y)=x\cdot y$ en $f22(x,y)=x+yf22(x,y)=x+y$. De gebruikte constanten zijn
     $a1=3,a2=9$

$$a1=3,a2=9$$

     . De uitspraak is
     $A21(x3,a1)\Rightarrow A21(f21(f22(x1,x2),x3),9)$

$$A12(x3,a1)\Rightarrow A12(f12(f22(x1,x2),x3),9)$$

   - (b) Het domein is alle deelverzamelingen van RR , $A21(x,y)A12(x,y)$ staat voor $x\subseteq y,f21(x,y)=x\cap y,f22(x,y)=x\cup y.x\subseteq y,f12(x,y)=x\cap y,f22(x,y)=x\cup y$. De uitspraak is
     $(\forall x1)(\forall x2)(A21(f21(x1,x2),x1)\wedge A21(x1,f22(x1,x2))\wedge A21(x1,f22(x1,x2))\wedge A21(x1,f22(x1,x2))\vee A21(x2,f22(x1,x2))$

$$(\forall x1)(\forall x2)$$
$$(A12(f12(x1,x2),x1)\wedge A12(x1,f22(x1,x2))\wedge A12(x1,f22(x1,x2))\wedge A12(x1,f22(x1,x2))\vee A12(x2,f22(x1,x2))$$

2. Is de volgende uitspraak logisch geldig? Zo nee, geef een interpretatie waarin dit duidelijk is.

$[(\forall x)(\forall y)(A21(x,y)\Rightarrow A21(y,x))\wedge(\forall x)(\forall y)(\forall z)(A21(x,y)\wedge A21(y,z)\Rightarrow A21(x,z))]\Rightarrow(\forall x)A21(x,x)[(\forall x)(\forall y)(A12(x,y)\Rightarrow A12(y,x))\wedge(\forall x)(\forall y)(\forall z)(A12(x,y)\wedge A12(y,z)\Rightarrow A12(x,z))]\Rightarrow(\forall x)A12(x,x)$

1. Bewijs:
   - (a)$\vdash(((\forall x)A11(x)\Rightarrow A21(x))\wedge(\neg(\forall x)(A31(x)\Rightarrow A21(x)))\Rightarrow(\neg(\forall x)(A31(x)\Rightarrow A11(x))))$
     (a)$\vdash(((\forall x)A11(x)\Rightarrow A12(x))\wedge(\neg(\forall x)(A13(x)\Rightarrow A12(x)))\Rightarrow(\neg(\forall x)(A13(x)\Rightarrow A11(x))))$
   - (b)$\vdash(\forall x)(B\vee C)\Rightarrow((\forall x)B\vee(\exists x)C)(b)\vdash(\forall x)(B\vee C)\Rightarrow((\forall x)B\vee(\exists x)C)$
2. Is het volgende bewijs correct? Zo nee, waar loopt het mis? (geef alle mogelijke fouten)
   - 1)$(\forall x)(\exists y)P(x,y)$Hyp1)$(\forall x)(\exists y)P(x,y)$Hyp
   - 2)$(\forall x)P(x,d)$1,RuleC2)$(\forall x)P(x,d)$1,RuleC
   - 3)$P(d,d)$2,RuleA43)$P(d,d)$2,RuleA4
   - 4)$(\forall x)P(x,x)$3,Gen4)$(\forall x)P(x,x)$3,Gen
   - 5)$(\forall x)(\exists y)P(x,y)\vdash(\forall x)P(x,x)$1−4,2.6,2.105)$(\forall x)(\exists y)P(x,y)\vdash(\forall x)P(x,x)$1−4,2.6,2.10

Academiejaar 2006 - 2007 1ste zit

Theorie

1. Bepaal of volgende well-formed formula logisch geldig is. Bewijs of geef een tegenvoorbeeld
   (\existstx)$(A1(x)\Rightarrow(\forall y)A1(y))$

(\existstx)$(A1(x)\Rightarrow(\forall y)A1(y))$

2. Wat volgt is een correct bewijs voor ⊢(∀x)(B⇒C)⇒((\existsx)B⇒(\existsx)C)⊢(∀x)(B⇒C)⇒((\existsx)B⇒(\existsx)C). Noteer achter elke afleiding of het om een axioma of hypothese gaat, of hoe de formule een gevolg is van voorgaande formules.
    - (a)(∀x)(B⇒C)(a)(∀x)(B⇒C)
    - (b)(\existsx)B(b)(\existsx)B
    - (c)¬(∀x)¬B(c)¬(∀x)¬B
    - (d)¬(∀x)¬B⇒(¬(\existsx)C⇒¬(∀x)¬B)(d)¬(∀x)¬B⇒(¬(\existsx)C⇒¬(∀x)¬B)
    - (e)(¬(\existsx)C⇒¬(∀x)¬B)(e)(¬(\existsx)C⇒¬(∀x)¬B)
    - (f)(¬(\existsx)C⇒¬(∀x)¬B)⇒((¬(\existsx)C⇒(∀x)¬B)⇒(\existsx)C(f)(¬(\existsx)C⇒¬(∀x)¬B)⇒((¬(\existsx)C⇒(∀x)¬B)⇒(\existsx)C
    - (g)((¬(\existsx)C⇒(∀x)¬B)⇒(\existsx)C(g)((¬(\existsx)C⇒(∀x)¬B)⇒(\existsx)C
    - (h)¬(\existsx)C(h)¬(\existsx)C
    - (i)(∀x)¬C(i)(∀x)¬C
    - (j)¬C(j)¬C
    - (k)(¬¬B⇒¬C)⇒(¬¬B⇒C)⇒¬B(k)(¬¬B⇒¬C)⇒(¬¬B⇒C)⇒¬B
    - (l)¬C⇒(¬¬B⇒¬C)(l)¬C⇒(¬¬B⇒¬C)
    - (m)¬¬B⇒¬C(m)¬¬B⇒¬C
    - (n)(¬¬B⇒C)⇒¬B(n)(¬¬B⇒C)⇒¬B
    - (o)B⇒C(o)B⇒C
    - (p)¬¬B⇒C(p)¬¬B⇒C
    - (q)¬B(q)¬B
    - (r)(∀x)¬B(r)(∀x)¬B
    - (s)(∀x)(B⇒C),(\existsx)B,¬(\existsx)C⊢(∀x)¬B(s)(∀x)(B⇒C),(\existsx)B,¬(\existsx)C⊢(∀x)¬B
    - (t)(∀x)(B⇒C),(\existsx)B⊢¬(\existsx)C⇒(∀x)¬B(t)(∀x)(B⇒C),(\existsx)B⊢¬(\existsx)C⇒(∀x)¬B
    - (u)(∀x)(B⇒C),(\existsx)B⊢(\existsx)C(u)(∀x)(B⇒C),(\existsx)B⊢(\existsx)C
    - (v)(∀x)(B⇒C)⊢(\existsx)B⇒(\existsx)C(v)(∀x)(B⇒C)⊢(\existsx)B⇒(\existsx)C
    - (w)⊢(∀x)(B⇒C)⇒(\existsx)B⇒(\existsx)C(w)⊢(∀x)(B⇒C)⇒(\existsx)B⇒(\existsx)C
3. Beschouw onderstaande uitspraken voor n>2n>2
    - Precies 1 van deze uitspraken is niet waar.
    - Precies 2 van deze uitspraken zijn waar.
    - Precies 3 van deze uitspraken zijn niet waar.
    - Precies 4 van deze uitspraken zijn waar.
    - \vdots
    - Precies n van deze uitspraken zijn {waarnisevennietwaarnisoneven{waarnisevennietwaarnisoneven. Wat kan je besluiten in verband met de waarheid van deze uitspraken? Verklaar je antwoord.

Oefeningen

1. Ga voor volgende uitdrukkingen na welke logische gevolg zijn van welke andere uitdrukkingen en welke logisch equivalent zijn. Verklaar je antwoord.
    - (a)(A∧¬C)⇒(C⇔B)(a)(A∧¬C)⇒(C⇔B)
    - (b)(¬B∨(A⇔C))∧(B⊗C)(b)(¬B∨(A⇔C))∧(B⊗C)
    - (c)(¬B⇒C)∧((A↓B)∧¬(C⇔¬A))(c)(¬B⇒C)∧((A↓B)∧¬(C⇔¬A))
    - (d)(B⇒(A⇔C))∨(A⇒B∧(¬C|A))(d)(B⇒(A⇔C))∨(A⇒B∧(¬C|A))
    - (e)A⇒((B∧¬C)⇒((C⇒¬A)⇒(A∨¬(B∧C))))(e)A⇒((B∧¬C)⇒((C⇒¬A)⇒(A∨¬(B∧C))))
    - Met ⊗⊗ het exclusive or connectief.

2. Een behoorlijk domme autodief had, zonder het te weten, de auto van de hoofdcommissaris van de politie gestolen. De politie stelde meteen een onderzoek in en op basis van getuigenverklaringen werden vier verdachtepersonen, die rond de tijd van het misdrijf in de buurt van de auto waren gezien, gearresteerd. Omdat de hoofdcommissaris de zaak hoog opnam, besloot hij de vier verdachten persoonlijk te ondervragen en de gloednieuwe leugendetector van het politiebureau in te zetten. Elke verdachte gaf bij het verhoor drie verklaringen, die hieronder staan:
    - VerdachteA:VerdachteA:
        - 1 Op de middelbare school heb ik bij verdachte C in de klas gezeten.
        - 2 Verdachte B heeft geen rijbewijs.
        - 3 De dief wist niet dat de auto van de hoofdcommissaris was.
    - VerdachteB:VerdachteB:
        - 1 Verdachte C is de schuldige.
        - 2 Verdachte A is onschuldig.
        - 3 Ik heb nog nooit achter het stuur van een auto gezeten.
    - VerdachteC:VerdachteC:
        - 1 Ik heb de verdachte A nog nooit ontmoet voor vandaag.
        - 2 Verdachte B is onschuldig.
        - 3 Verdachte D is de schuldige.
    - VerdachteD:VerdachteD:
        - 1 Verdachte C is onschuldig.
        - 2 Ik heb het niet gedaan.
        - 3 Verdachte A is de schuldige.
    - Met zoveel elkaar tegensprekende verklaringen wist de commissaris het ook niet meer. Tot overmaat van ramp bleek ook dat de leugendetector niet helemaal goed werkte, want het van de 12 verklaringen bleken er maar 4 waar te zijn maar het apparaat zei niet de welke. Wie is de autodief?
3. Bewijs dat de volgende uitdrukkingen theorema's zijn van de propostitielogica, waarbij A,B,CenDA,B,CenD well-formed formulas zijn. Geef bij elke stap een duidelijke verklaring waarom je deze mag toepassen (verwijs naar defintjes, gevolgen).
    - $(a)B\wedge C\Rightarrow B(a)B\wedge C\Rightarrow B$
    - $(b)B\wedge C\Rightarrow C(b)B\wedge C\Rightarrow C$
    - $(c)B\Rightarrow(C\Rightarrow(B\wedge C))(c)B\Rightarrow(C\Rightarrow(B\wedge C))$
    - $(d)(D\Rightarrow C)\Rightarrow((B\wedge\neg C)\Rightarrow\neg D)(d)(D\Rightarrow C)\Rightarrow((B\wedge\neg C)\Rightarrow\neg D)$
    - $(e)((A\wedge B)\Rightarrow C)\Leftrightarrow(A\Rightarrow(B\Rightarrow C)(e)((A\wedge B)\Rightarrow C)\Leftrightarrow(A\Rightarrow(B\Rightarrow C)$