Algebraïsche Topologie

Algebraïsche Topologie	
Richting	Wiskunde
Jaar	MWIS

Januari 2015 - 2016

1. Formuleer de stelling van Seifert - Van Kampen en geef de grote lijnenvan het bewijs. Gebruik de stelling om de fundamentele groep van een oppervlak van genus g te bepalen.
2. Definieer $\pi_n(X)$ en toon aan voor $n\geq 2$ dat deze Abels zijn. Definieer $\pi_n(X,A)$ en geef het resultaat van de lange exacte rij. Bewijs de exactheid in een plek naar keuze.
3. Stel $V_{k,n}$ de ruimte met als elementen verzamelingen van k orthonormale vectoren in $\mathbb{R}^n$ in de oorsprong. Toon aan dat deze een natuurlijke topologie draagt. Bewijs dat er een lokaal triviale bundel $p:V_{k,n}\to S^{n-1}$ bestaat met fibre $V_{k-1,n-1}$. Gebruik dan de exacte rij van de bundel om te bepalen dat de minimale s zodat $\pi_s(V_{k,n})\neq 0$ gelijk is aan $n-k$.

   Opmerking: De topologie uit de laatste vraag werd uiteindelijk gewoon gegeven en wordt geïnduceerd door $V_{k,n}$ te bekijken als een deel van $(S^{n-1})^k$. Bovendien was het al goed indien je toonde dat $\pi_s(V_{k,n})=0$ als $s<n-k$, de laatste bewering is voor zeer hoge punten.

Januari 2016 - 2017

1.
   - Define homotopy equivalent maps.
   - Define homotopy equivalent topological spaces.
   - Define the fundamental group $\pi_1(X,x_0)$ of a topological space X based at a point x_0. Show that this definition is correct.
   - Show that $\mathbb{R}^n$ is homotopy equivalent to a point. ($n\geq 1$)
2. Compute the fundamental group of a circle $\pi_1(S^1,x_0)$. Deduce the Bauer fixed point theorem. (Both with proof.)
3. Formulate the Seifert-Van Kampen for fundamental groups (without proof). Use this theorem to compute
   - $\pi_1(S^1\vee S^1)$
   - $\pi_1(S^2)$
   - $\pi_1(S^2\vee S^2)$

Categorieën:

- Wiskunde
- MWIS