Talen en Automaten

Talen en Automaten

Richting	Informatica,Wiskunde
Jaar	1BINF

Bespreking

De examens vallen in de helft van het semester, in de tweede helft moet je enkel aan je project werken.

Theorie

De theorie van dit vak wordt opnieuw gedoceerd door Els Laenens en het leermateriaal bestaat uit een handboek en een cursustekst. Dit boek is niet van de eenvoudigsten en is vrij droge lectuur, maar als je wat oplet in de lessen en een beetje meewerkt dan krijg je hem wel gestudeerd. Het theoretisch examen bestaat uit vrij eenvoudige vragen die letterlijk in het boek staan. Let er wel op dat je de inductiebewijzen kunt reproduceren, deze zijn normaal gezien relatief triviaal, en dat je het pumping lemma begrijpt. In eerste zit 2008 waren er meerdere studenten die te weinig tijd hadden om het examen af te leggen. Let dus ook op dat je niet te veel treuzelt tijdens het examen.

Tegenwoordig gaat theorie gepaard met pal-sessies. Hierin zal je in kleine groepjes theorema's die je op voorhand moest leren uitleggen en opstellen terwijl je pal-partner het film, hierdoor moet je deze theorema's niet meer kennen voor het examen! Als je een pal moment mist is dit geen nood, Els zorgt ervoor dat je ze kan inhalen. Maar doe wel je best om ze nooit te missen want dat is het makkelijkste.

Sinds het Academiejaar 2012-2013 wordt alle theorie in het eerste deel van het semester gegeven. Het theorie examen wordt in het midden van het semester gegeven.

Oefeningen

Het oefening deel is heel simpel vanaf dat je alle algoritmes begrijpt, hierin moet je enkele kleine automaten volgens algoritmes uit de cursus omzetten. Deze algoritmes moet je ook kennen voor de taak tot een goed einde te brengen.

Project

Sinds het academiejaar 2012-2013 wordt de praktijk door een andere assistent (Tom Hofkens) gegeven. Dit is een toffe enthousiasteling die (in tegenstelling tot zijn voorganger) best wel vriendelijk is. Er is veel veranderd op het gebied van de praktijk: In het eerste deel van het semester worden alle studenten in groepjes onderverdeeld en krijgen als opdracht een oefeningensessie te leiden. Concreet komt dit neer op het overlopen van de oplossingen (en werkwijze) van een bepaalde oefeningenreeks voor de klas.

In het tweede deel van het semester is er een project dat in groepsverband moet worden gerealiseerd. Dit moet je presenteren alsook worden er enkele vragen over je implementatie gevraagd.

Voor het individuele deel van het project moet je een of meerdere algoritmes uit de curses naar keuze implementeren, als je meerdere of moeilijkere algoritmes implementeert kan je meer punten krijgen.

Puntenverdeling

Theorie: 5/20, Oefeningen: 5/20, Individueel deel project, 5/20, Groepsdeel Project, 5/20.

Examenvragen

Academiejaar 2019 - 2020 - 1ste zittijd

Opmerking: Wegens de quarantaineperiode kon men een vrijstelling halen voor het theorie examen als de PAL-clips goed waren. Het oefening examen werd vervangen door een taak, namelijk het TFA implementeren (zowel tfa-min als tfa-eq).

Individueel Project

Hieronder kan je per algoritme de inputs terugvinden die je moest inlezen op de individuele verdediging.

input-ssc1.json

input-ssc2.json

input-mssc1.json

input-mssc2.json

input-re1.txt

input-re2.txt

input-product-or1.json

input-product-or2.json

input-product-and1.json

input-product-and2.json

Theorie

Als je de PAL-clips goed had gedaan kreeg je een vrijstelling voor het theorie examen. Anders moest je onderstaand examen meedoen:

1. Leg uit: 5-tupel voor dfa, epsylon-nfa , mssc
2. Geef het Pumping Lemma en bewijs
3. Leg uit: TFA en bewijs

Oefeningen

Hieronder kan je de inputs terugvinden voor de TFA.

input-tfa1.json

input-tfa2.json

input-tfaeq1.json

input-tfaeq2.json

Academiejaar 2018 - 2019 - 2de zittijd

De exacte vragen voor dit examen zijn niet onthouden, wel deels. Het is sowieso aangeraden om het eerste zit examen ook te bekijken.

Theorie

1. vul de tabel aan:

A=(Q,Σ,δ,s,F)A=(Q,Σ,δ,s,F)	DFA A	NFA A	ϵϵ-NFA A
δδ:			
^δδ:			
^δδ(p, ϵϵ)			
^ δδ (p, xa)			
L(A)			

1. A=(Q,Σ,δ,s,F)A=(Q,Σ,δ,s,F) wordt omgevormd naar D=(Qd,Σd,Dd,sd,Fd)D=(Qd,Σd,Dd,sd,Fd), vul de tabel aan.

Omgezet adhv:	SSC	MSSC	TFA
Qd			
ΣΣ d			

Dd
sd
Fd

1. Q = {p, δδ, f }, ΣΣ = {u, r, l}. verzin een DFA, NFA, e-NFA en teken hun transitietabel.
2. Vul de tabel aan

Stel T is een taal	def	T = {}	T = {ϵϵ}	T = {a}, a ∈Σ∈Σ
T0T0				
T1T1				
Ti,i≥2Ti,i≥2				
T∗T∗				

1. Pas SSC toe. (exacte vraag niet onthouden)
2. Zijn alle endstates altijd equivalent? (ofzoiets)
3. Bewijs dat de doorsnede van reguliere talen ook regulier is. Bewijs ook alle theoremas die je hiervoor gebruikt.

Oefeningen

1. Neem een unie en daarvan het complement. (exacte vraag niet onthouden)
2. Pas het pumping lemma toe op volgende taal: {0k12k|k≥10k12k|k≥1}
3. Maak voor de gegeven automaat een regex.
4. Verwijder een state uit een automaat.

Academiejaar 2018 - 2019 - 1ste zittijd

Individueel Project

Hieronder kan je per algoritme de inputs terugvinden die je moest inlezen op de individuele verdediging.

input-mssc1.json

input-mssc2.json

input-productand1.json

input-productand2.json

input-productor1.json

input-productor2.json

input-re1.json

input-re2.json

input-ssc1.json

input-ssc2.json

input-state1.json

input-state2.json

input-tfa1.json

input-tfa2.json

input-tfaeq1.json

input-tfaeq2.json

input-tfaeq3.json

input-tfaeq4.json

Theorie

1. vul de tabel aan:

A=(Q,Σ,δ,s,F)A=(Q,Σ,δ,s,F)	DFA A	NFA A	ϵϵ-NFA A
δδ:			
^δδ:			
^δδ(p, ϵϵ)			
^ δδ (p, xa)			
L(A)			

2. A=(Q,Σ,δ,s,F)A=(Q,Σ,δ,s,F) wordt omgevormd naar D=(Qd,Σd,Dd,sd,Fd)D=(Qd,Σd,Dd,sd,Fd), vul de tabel aan.

Omgezet adhv:	**SSC**	**MSSC**	**TFA**
Qd			
ΣΣ d			
Dd			
sd			
Fd			

3. Q = {p, δδ, f }, ΣΣ = {u, r, l}. verzin een DFA, NFA, e-NFA en teken hun transitietabel.
4. Vul de tabel aan

Stel T is een taal	**def**	**T = {}**	**T = {ϵϵ}**	**T = {a}, a ∈Σ∈Σ**
T0T0				
T1T1				
Ti,i≥2Ti,i≥2				
T∗T∗				

5.
    - Geef de verschillen en gelijkenissen tussen een definitie en een bewijs via inductie
    - We moeten een eigenschap bewijzen voor n ≤≤ k. Wat moet er in volgende delen aangetoond worden?
6. Bewijs exponential blowup (NFA -> DFA)

Uit de volgende vragen moet je er 3 kiezen om in te vullen

1.
    - Bewijs T = {(01)^K (10)^M met K, M >= 0} is een reguliere taal
    - Wat is er fout aan deze pumping lemma redenering waaruit blijkt dat T niet regulier is? ... w = xyz met x = e, y = 0, z = de rest => xz, xy^2z, ...∉∉ T
2. Leg stap voor stap zo gedetailleerd mogelijk uit hoe je van twee regexen kan aantonen dat deze equivalent zijn.
3. Geef een tegenvoorbeeld: TFA werkt niet voor NFA's (zonder dus eerst om te zetten naar DFA)
4. Bewijs of geef een tegenvoorbeeld: (R+S)* = R* + S*
5. L is een reguliere taal => L^R is een reguliere taal. Bewijs via inductie.

Praktijk

Tenzij anders vermeld, moet je bij iedere oefening het transitiediagram als antwoord geven. Een transitietabel volstaat dus niet.

1. Geef een transitiediagram voor L1 U L2
2. maak een e-NFA voor 01(0+2)*1
3. Bewijs (adhv pumping lemma): L = {x^4^k | k >= 0} is geen reguliere taal.
4. Pas het TFA toe op onderstaande transitietabel, laat de resulterende TFA-tabel staan en teken het vereenvoudigde transitiediagram.

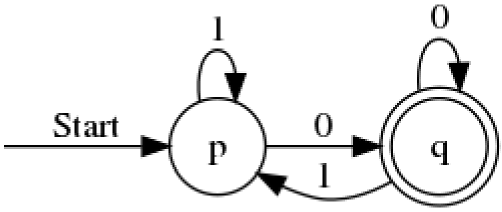
	0	**1**
-> *A	B	D
B	C	B
***C**	C	B
***D**	E	B
E	E	B

5. Elimineer b in L2
6. Maak een regex voor L3

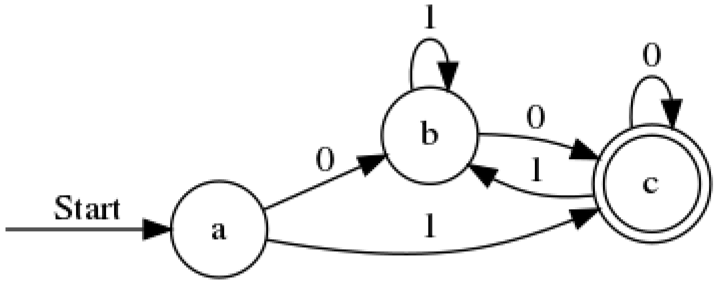
7. Geef het transitiediagram voor het complement van deze automaat

	0	1
-> *A	B	{}
B	A	D
C	A	B
D	A	C

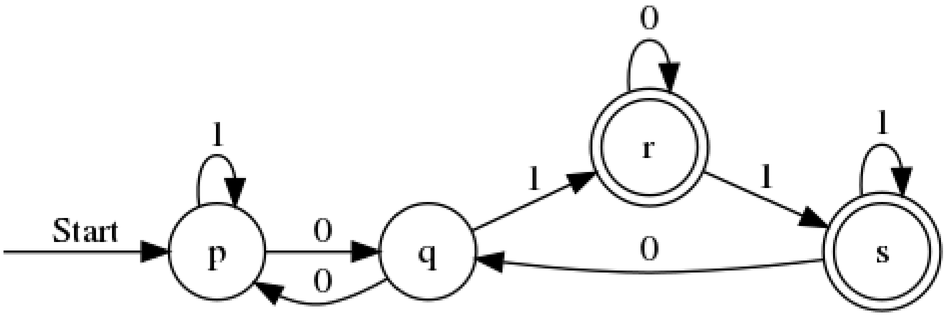
L1:



L2:



L3:



Academiejaar 2016 - 2017 - 2de zittijd

Theorie

1. Geef de wiskundige definitie van een reguliere expressie.
2. Geef de volledige modified subset construction.
3. Wat is het verband tussen een eindige automaat en een reguliere expressie?

4. Bewijs R+RS∗=RS∗R+RS∗=RS∗ met RR en SS regexen.
5. Bewijs dat na TFA je de minimale automaat hebt.
6. Wat is het verband tussen het aantal staten van een NFA en het aantal staten van de equivalente DFA geconstrueerd met de subset constructie?

Academiejaar 2012 - 2013 - 1ste zittijd (herkansing)

Theorie

1. Geef de definitie van een alfabet ∑
2. Geef de wiskundige definitie voor een eindige automaat die de string ww accepteert.
3. Wat is een reguliere taal?
4. Geef de voordelen van een ε-nfa, wat zijn de nadelen?
5. Wat is lazy evaluation?
6. Wat is het verband tussen een eindige automaat en een reguliere expressie?
7. Bewijs R+RS∗=RS∗R+RS∗=RS∗ met RR en SS regexen.
8. Bewijs dat de unie van 2 reguliere talen terug een reguliere taal is.
9. Wat is het verband tussen het aantal staten van een NFA en het aantal staten van de equivalente DFA geconstrueerd met de subset constructie?
10. Leg aan de hand van een illustratie de state elimination technique uit.
11. Geef en bewijs het pumping lemma.

Academiejaar 2011 - 2012 - 1ste zittijd

Theorie

1. Geef en bewijs de equivalentie tussen DFA's en NFA's. Geef ook de constructies.
2. Stel dat (V,T,S,R)(V,T,S,R) een grammatica is. Leg uit wat elke component van dit viertupel voorstelt. Geef de definitie van een reguliere grammatica. Wat is het verband tussen grammatica's en eindige automaten (zonder bewijs)?
3. We kunnen op een eenvoudige manier gelijkheden tussen algemene reguliere expressies (dit zijn reguliere expressies met variabelen) bewijzen. Leg uit welke stappen hiervoor nodig zijn.
4. Het gegeven bewijs van theorema 4.11 is onvolledig (zie boek, theorema over de operatie Reverse en zijn geslotenheid). Welke 2 gevallen moeten verder nog bewezen worden? Geef voor 1 van deze gevallen het bewijs.

Praktijk

1. Beschouw de reguliere taal L=L((0+1)∗1(0+01))L=L((0+1)∗1(0+01)) en de reguliere taal M=L(A)M=L(A) met automaat AA gegeven door onderstaande tabel.

	0	**1**
→P	P	Q
Q	R	Q
***R**	P	S
***S**	R	Q

Zijn de talen LL en MM gelijk? Zo ja, toon dit aan met de geziene constructiealgoritmes. Zo neen, geef een tegenvoorbeeld.

2. Beschouw de taal L gegeven door onderstaande transitietabel.

	0	**1**
→*P	P	Q
Q	P	R
***R**	R	S
S	R	P

Geef een reguliere expessie voor het omgekeerde van deze taal (LRLR), en maak hierbij gebruik van de geziene constructiealgoritmes.

3. Beschouw de taal LL bestaande uit de verzameling van strings over het alfabet 1,2,31,2,3 waarvan de som van de elementen deelbaar is door 6 (bv. 33123. Is deze taal regulier? Motiveer je antwoord.

Academiejaar 2010 - 2011 - 1ste zittijd

Theorie

1. Gegeven theorema 2.22 (op papier), bekijkt de only if: "We need to show that $L(D)=L(E)L(D)=L(E)$, and we do so by showing that the extended transition functions of E and D are the same. Formally: We show $\delta\hat{}E(q0,\epsilon)=\delta\hat{}D(qD,\epsilon)\delta\hat{}E(q0,\epsilon)=\delta\hat{}D(qD,\epsilon)$ by induction on the length of w. Toon aan dat dit volstaat.
    1. Geef de constructie van D uit E
    2. Bewijs dat if $\delta\hat{}E(q0,\epsilon)=\delta\hat{}D(qD,\epsilon)\rightarrow L(D)=L(E)\delta\hat{}E(q0,\epsilon)=\delta\hat{}D(qD,\epsilon)\rightarrow L(D)=L(E)$
2. Leg de toepassingen van het Table Filling Algoritme uit
3. Reguliere expressies
    1. Geef de definitie van een reguliere expressie
    2. Bewijs dat $\forall\forall$ reguliere expressie E
       $\exists$

       $\exists$

       een automaat A
       $L(A)=L(E)$

       $L(A)=L(E)$

    3. Hoe heet deze bewijsvorm?
4. Geef de formele definities van de transitiefunctie $\delta\delta$ bij een DFA, een NFA en een $\epsilon\epsilon$-NFA.

Praktijk

1.

	0	**1**
-> q0	q0	q1
q1		q2
q2*	q0	q1

- Stel een regex op voor het complement van deze automaat, met gebruik makend van de geziene technieken.
- Stel hh homomorfisme van $\{a,b,c\}\Rightarrow\{0,1\}\{a,b,c\}\Rightarrow\{0,1\}$ met $h(a)=01h(a)=01$,$h(b)=0h(b)=0$,$h(c)=10h(c)=10$, geef een DFA voor $h{-}1(L)h{-}1(L)$.

2. Gegeven de epsilon NFA

	E	A	B	C
-> p	{q}	{q, s}		
Q	{r}		{p}	
R			{q}	{t}
S	{t}			
T*	{r}	{s}		{t, r}

   - Maak een DFA voor deze automaat, en gebruik de geziene technieken.
   - Minimaliseer deze via het table filling algoritme.

3. Gegeven 2 talen L1L1 en L2L2, voorgesteld door respectievelijk A1A1 en A2A2:

	0	1
-> A	B	D
B	B	C
C	D	A
D*	A	B

	0	1
-> P*	R	Q
Q	R	P
R*	R	S
S	S	S

   Stel nu de automaat L/ML/M op volgens productconstructie.

Academiejaar 2010 - 2011 - Gepersonaliseerd examen

Een studente uit de Wiskunde kreeg dit jaar een gepersonaliseerd examen aangezien haar rooster overlapte met andere vakken.

Theorie

1. Stel dat DD een DFA is die uit een NFA NN geconstrueerd is door toepassing van de subset constructie. Bewijs dat dan L(D)=L(N)L(D)=L(N). Geef dit bewijs in alle detail, goed geconstrueerd en met verantwoording van elke in het bewijs.
2.
    1. Toon aan dat het inverse pumping lemma uit het pumping lemma verkregen wordt door contrapositie, d.i. (H⇒C)⇔(¬C⇒¬H)(H⇒C)⇔(¬C⇒¬H). Je kan volgende eigenschappen gebruiken ¬(A⇒B)⇔A∧B¬(A⇒B)⇔A∧B, ¬(A∧B∧C∧D)⇔(A∧B∧C)⇔∧D¬(A∧B∧C∧D)⇔(A∧B∧C)⇔∧D.
    2. Wat kunnen we over de taal {xnyn|n≥1}{xnyn|n≥1} bewijzen met het inverse pumping lemma? Toon aan.
3. Zijn alle accepttoestanden equivalent volgens het table-filling algoritme? Zo ja, bewijs. Zo neen, geef een tegenvoorbeeld.
4. Geef de volledige formele definitie van de 'extended transition function' (uitgebreide transitiefunctie) van een ϵϵ-NFA.

Praktijk

1. Construeer een DFA die de doorsnede van de reguliere talen gegeven door de reguliere expressies 01∗0(1+0)∗01∗0(1+0)∗ en (0+1)∗1(0+1)∗0(0+1)∗1(0+1)∗0 definieert. Gebruik product constructie. Is deze DFA minimaal? Indien niet, minimaliseer de DFA dan met behulp van het table-filling algoritme.
2. Beschouw de taal L={0n1n0n|10≤n≤100}L={0n1n0n|10≤n≤100}. Is deze taal regulier? Motiveer je antwoord.

Academiejaar 2008 - 2009 - 1ste zittijd

Theorie

1. Geef de definitie van een reguliere expressie.
2. Hoe kun je aantonen dat een eigenschap EE geldt voor alle reguliere expressies?
3. Geef het pumping lemmma en geef schematisch weer hoe je het gebruikt om te bewijzen dat een taal niet regulier is. Hoe noemt deze bewijstechniek?
4. L={On1n|n≥1}L={On1n|n≥1} Bewijs dat deze taal niet regulier is.
5. Gegeven Theorema 2.22 (op kopie). In het only-if gedeelte staat dat als de uitgebreide transitiefuncties hetzelfde zijn, L(D)=L(E)L(D)=L(E). Bewijs dat dit inderdaad voldoende is.
6. In het if-gedeelte van theorema 2.22 staat alleen de constructie van een ϵϵ-NFA uit een DFA. Wat moet dan nog worden bewezen? Bewijs dit.

Praktijk

De automaat en de NFA is niet toegevoegd maar het gaat om de vraagstelling.

1. Gegeven volgende automaat (met 0 en 1 als alfabet):
    1. Zet om naar reguliere expressie.
    2. Bereken h−1h−1 met h(a)=01h(a)=01 en h(b)=10h(b)=10 en zet om naar reguliere expressie
2. Gegeven deze NFA en epsilon-NFA: controleer ofdat ze dezelfde taal beschrijven d.m.v. table filling.

Academiejaar 2007 - 2008 - 1ste zittijd

Theorie

1. Wat zijn de toepassingen van het table-filling algoritme? Geef 3-5 zinnen uitleg.
2. Bewijs dat reguliere expressies omgezet kunnen worden naar ϵϵ-NFA's. Geef ook de tekeningen.
3. Hoe kan je zien of een taal regulier is wanneer deze gegeven is door:
    1. een reguliere expressie?
    2. een DFA?
4. Gegeven het theorema 2.22 (op kopie):
    1. Geef de uitgebreide subsetconstructie.
    2. ...
    3. Bewijs waarom L(E)=L(D)L(E)=L(D) als de uitgereide transitiefuncties gelijk zijn.
    4. Vervolledig het **If**-deel van het bewijs.
5. (Enkel voor zelfstudie) Bewijs dat h(L)h(L) regulier is.
6. (Enkel voor zelfstudie) Bewijs het pumping lemma en leg uit waar het voor gebruikt wordt.

Oefeningen

1. Gegeven zijn een reguliere expressie ((b+c)∗a(b+c)(b+c)a(b+c))∗((b+c)∗a(b+c)(b+c)a(b+c))∗ en een automaat. Gebruik de techniek voor een ϵϵ-NFA om deze om te zetten en vorm een productautomaat. Is deze minimaal? Zo nee, wat is de geminimaliseerde vorm?

2. Gegeven onderstaande automaat (Fig. fig:automaat1 die taal LL beschrijft. Geef een reguliere expressie voor het complement (Σ∗−LΣ∗−L)

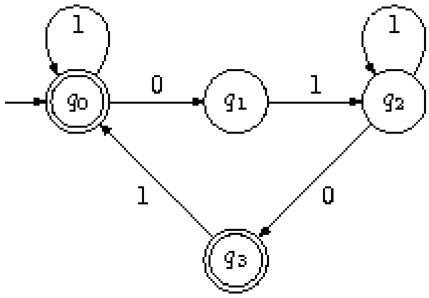
3. (Enkel voor zelfstudie) Is de volgende taal regulier?
L={0n1m02n | 10≤m≤100,n≥m}L=
{0n1m02n|10≤m≤100,n≥m}

4. (Enkel voor zelfstudie) Is de volgende taal regulier? L={L={strings over {1,2,3}{1,2,3} waarvan de som van alle elementen een veelvoud is van 6}}. Voorbeeld

   w=123321

   w=123321

   zit in LL



5. (Enkel voor zelfstudie) Een regex voor de taal LL is (ac∗b)∗ac∗+(ac∗b)∗dd∗(ac∗b)∗ac∗+(ac∗b)∗dd∗. Geef een NFA voor LRLR

Academiejaar 2006 - 2007 - 1ste zittijd

Theorie

1. Definieer:
   - alfabet
   - string
   - reguliere taal
   - NFA, extended transition en taal van een NFA
2. Geef het pumping lemma (+ bewijs), en verklaar aan de hand van het pumping lemma waarom L=1prL=1pr met prpr een priemgetal, geen reguliere taal is.
3. Hoe kunnen we van een reguliere expressie een automaton maken?

Academiejaar 2002 - 2003

Theorie

1. Bewijs dat xnyn:n∈Nxnyn:n∈N niet regulier is.
2. Wat is het verschil in kracht tussen een DFA en een NDFA wat het aanvaarden van talen betreft? Bewijs.

Oefeningen

1. Teken het transitiediagramma van de automaat die de unie van 2 gegeven talen aan-vaardt.

Academiejaar 2001 - 2002

Theorie

1. Bewijs dat er bij eindige automaten geen onderscheid gemaakt moet worden tussen determinische en niet-deterministische eindige automaten.
2. Wat weet je van de taal $\{xn \mid n \in N \cup xn\ yn \mid n \in N\}\{xn|n \in N \cup xnyn|n \in N\}$? Bewijs.

Oefeningen

1. Teken het transitiediagram dat de concatenatie van de talen voor de gegeven automaten aanvaardt.
2. Bewijs dat als L1 en L2 regulier zijn dan ook L1-L2 een reguliere taal is.

Academiejaar 2000 - 2001

Theorie

1. Gegeven een alfabet $\Sigma\Sigma$. De reguliere talen over $\Sigma\Sigma$ zijn precies de talen gerepresenteerd door reguliere expressies over $\Sigma\Sigma$. Bewijs dit.

Oefeningen

1. Teken het transitiediagramma dat de concatenatie van de talen aanvaard door de vol- gende automaten aanvaardt.