Inleiding groepentheorie

Inleiding groepentheorie	
Richting	Fysica
Jaar	3BFYS

Bespreking

Vanaf het jaar 2019-2020 wordt dit vak gegeven door prof. Eelbode en in de derde bachelor

Puntenverdeling

Het schriftelijk examen staat op 20 en je eindpunt voor het vak is het punt dat je op je examen haalt

Examenvragen

Academiejaar 2022-2023 1ste zit

Prof. David Eelbode

:

If people do not believe that mathematics is simple,
it is only because they do not realize how complicated life is.
(John von Neumann)

Naam:

Examen Inleiding Groepentheorie Theorie (Z1) - 16 Januari 2023

Vraag 1:

(i) Geef de definitie van een normale deelgroep N van een groep G en toon aan dat het centrum $Z(G)$ van een groep altijd normaal is. /1

(ii) **Waar/Vals:** er bestaat voor elk natuurlijk getal $n \geq 1$ een (eindige) groep met exact n elementen. /1

Vraag 2:

(i) Definieer de zogenaamde breedtesferen B_c van de groep SU(2) en toon aan dat deze invariant blijven onder de toevoeging (de 'omgekeerde inclusie' hoef je niet aan te tonen). /2

(ii) Gebruik een gepaste methode om uit de definitie voor de groep SU(2) af te leiden wat de definitie is van de bijhorende Lie-algebra $\mathfrak{su}(2)$. Je mag daarbij gebruik maken van het feit dat $\det(e^M) = e^{\mathrm{tr}(M)}$. Geef ook de algemene vorm van een element M in deze Lie-algebra (matrixgedaante). /2

(iii) Geef de definitie van de maximale torus van de groep SU(2). Kan je het verband leggen tussen deze groep en het element in $\mathfrak{sl}(2)$ dat we gebruiken om representaties te diagonaliseren? /1

Vraag 3:

(i) Leg kort uit wat de metriek is die we kunnen gebruiken in de Lie-groep GL(m), en gebruik die dan om te verklaren dat deze groep niet compact kan zijn. /1,5

(ii) Toon aan (met een criterium naar keuze, dat je niet hoeft te bewijzen) dat de groep O(m) gesloten is. Wat betekent dit dan, dat die groep gesloten is? /1,5

Vraag 4:

Stel dat V en W twee representaties definiëren voor een Lie-groep G (met acties ρ_V en ρ_W) en dat $\varphi : V \to W$ een lineaire afbeelding is waarvoor $\rho_W \circ \varphi = \varphi \circ \rho_V$. Toon dan aan dat de kern van die lineaire afbeelding een invariante deelruimte is van V onder de actie van G. /2

Vraag 5:

(i) Geef de definitie van de actie van een Lie-groep G op het tensorproduct van 2 representaties (ρ_V, V) en (ρ_W, W). Gebruik dit om de actie van de bijhorende Lie-algebra op dat product af te leiden. /2

(ii) Leid de actie af van het element $Y \in \mathfrak{sl}(2)$ op een veelterm $P(z, w)$ in twee complexe variabelen. /2

(iii) Stel dat ik een deeltje met spin $s = \frac{1}{2}$ (fysische conventie) ga doen botsen met een deeltje met spin $s \geq 1$ (dus het spingetal s is in deze gewoon een parameter). Geef om te beginnen de representatie (in wiskundige conventie) die deze deeltjes zal beschrijven: een grafische weergave die duidelijk maakt wat de dimensie is, en hoe de matrices X, Y en $H \in \mathfrak{sl}(2)$ inwerken is hier voldoende als antwoord. /1

(iv) Bereken dan ook de spin van de deeltjes die uit die botsing zullen komen, door de representaties vast te leggen (i.e. bepaal de relevante tensorproducten die de representaties voortbrengen, en toon aan dat die aan de gepaste eigenschappen voldoen). /3

1

Academiejaar 2019-2020

Prof. David Eelbode

1.
    1. Geef de definitie van een normale deelgroep NN van een groep GG, en leg dan ook uit hoe je dit concept kan gebruiken om de quotiëntgroep van een groep GG in te voeren. /1
    2. Gebruik een gepast criterium om aan te tonen (vermeld het criterium, je hoeft het niet te bewijzen) dat SL(mm) een normale deelgroep is van GL(mm). Welke quotiëntgroep van GL(mm) kan je met deze deelgroep bekomen? /1

2.

   1. Definieer 'de toegevoegde klassen van de groep SU(2)' en toon vervolgens aan dat deze altijd een deelverzameling zijn van de zogenaamde breedtesferen (verklaar dit concept eerst ook)./2
   2. Leg het verband uit tussen de maximale torus TT voor de Lie-groep SU(2) en de Cartan-deelalgebra voor de bijhorende Lie-algebra su(2)su(2). We hebben deze laatste algebra niet expliciet in de cursus ingevoerd, maar het feit dat je de Cartan-algebra voor slsl(2) kent, kan hier van pas komen. /1

3.

   1. Verklaar volgende bewering (door alle concepten toe te lichten): de Lie-groep SO(3) is compact, samenhangend maar niet enkelvoudig samenhangend en heeft dimensie 3. /2
   2. Er wordt soms wel een in de volksmond gezegd dat 'SU(2) de wortel is uit SO(3)'. Formuleer de stelling die deze folkloristische bewering correct uitdrukt (zonder bewijs) en bepaal vervolgens 'de vierkantswortels' uit volgende matrix R:=⎛⎝⎜⎜⎜100012−3√203√212⎞⎠⎟⎟⎟∈SO(3)

      R:=(100012320−3212)∈SO(3)

      Welke elementen w±∈SU(2)w±∈SU(2) zijn dat? Controleer je antwoord, door deze 'wortels' te laten inwerken op een element (x,y,z)T∈R(x,y,z)T∈R, via de gepaste actie. /2

4.

   1. Toon aan dat eindig-dimensionale representaties voor compacte Lie-groepen altijd kunnen geschreven worden als een directe som van irreducibele representaties voor die groep. /2
   2. Definieer eerst de reguliere representatie van SU(2) op veeltermen (met veranderlijken in C2C2), en gebruik dit dan om de afgeleide regulier actie van de matrix iσx=(0ii0)∈su(2)

      iσx=(0ii0)∈su(2)

      op een veelterm P(z,w)P(z,w) te bepalen. /2

5.
    1. Stel dat $V2V2$ de irreducibele representatie voor $sl(2)sl(2)$ voorstelt van dimensie 2. Reken dan expliciet uit hoe het tensorproduct $V2\otimes V2V2\otimes V2$ zal ontbinden in irreducibele stukken. Realiseer met andere woorden de aanwezige puzzelstukken $Va\subset V2\otimes V2Va\subset V2\otimes V2$ (met aa een gepaste dimensie) in termen van de basisvectoren $v+$ en $v-$ voor $V2v+$ en $v-$ voor $V2$ (je mag alles laten staan als tensorproducten, maar geef vooral goed aan wie in welk stuk zit). /2
    2. Toon eerst aan dat als $D\in C3x3D\in C3x3$ een diagonaalmatrix is en $M\in C3x3M\in C3x3$ een willekeurige andere matrix, dat de elementen van de matrix $[D,M][D,M]$ dan gegeven worden door de getallen $[D,M]ab=(da-db)mab[D,M]ab=(da-db)mab$. Gebruik dit vervolgens om een basis te geven voor $sl(3)sl(3)$ die diagonaal is onder de actie van een geschikte Cartan-algebra. Leg daarbij uit wat de rol is van de duale $h*h*$ van die Cartan-algebra. /3
    3. Stel dat $v\lambda\in Vv\lambda\in V$ een vector is in een irreducibele representatie voor $sl(3)sl(3)$ met eigenwaarde $\lambda\in h*\lambda\in h*$. De actie wordt hierbij voorgesteld als $\rho:sl(3)\to End(V)$

       $$\rho:sl(3)\to End(V)$$

       Stel nu dat $X\alpha\in sl(3)X\alpha\in sl(3)$ gelabeld wordt door de eigenwaarde $\alpha\in h*\alpha\in h*$. Als ik nu beweer dat $\rho(X\alpha)[v\lambda]\rho(X\alpha)[v\lambda]$ ook een eigenvector is voor de actie van hh, wat is dan die eigenwaarde en toon dit expliciet aan. /2

Academiejaar 2015-2016

Tussentijdse test

Test oktober

Theorie

1. (3 pt) Definieer volgende begrippen nauwkeurig: ¨
    1. Een equivalentie relatie op een verzameling V .
    2. De alternerende groep $AnAn$.
    3. De quotient groep $G^{-}=G/NG^{-}=G/N$.
2. (4 pt) Toon aan dat twee permutaties $\sigma,\tau\in Sn\sigma,\tau\in Sn$ geconjugeerd zijn als en slecht als ze dezelfde cycle-lengten hebben.
3. (3 pt) Geef alle echte normaaldelers van $S4S4$. Hint: gebruik het resultaat van de vorige vraag en merk op dat in $S4S4$ er
    1. 1 element is van cycle-lengten 1 + 1 + 1 + 1.
    2. 6 elementen zijn van cycle-lengten 2 + 1 + 1.
    3. 8 elementen zijn van cycle-lengten 3 + 1.
    4. 3 elementen zijn van cycle-lengten 2 + 2.
    5. 6 elementen zijn van cycle-lengte 4.

Oefeningen

1. (3 pt) Zij $a=(1,5,2,6,3)(7,8,9)(2,4,9,3)(1,5,2,7)(1,3,8,4)\in S9a=(1,5,2,6,3)(7,8,9)(2,4,9,3)(1,5,2,7)(1,3,8,4)\in S9$.
    1. Is a een even of oneven permutatie?
    2. Bepaal de orde van a.
    3. Hoeveel elementen zitten er in de conjugatieklasse van a?
2. (2 pt) Toon aan dat iedere groep van orde 4 abels is.
3. (2 pt) Zij $G=a1,...,anG=a1,...,an$ een eindige abelse groep van orde n. Stel $c=a1...anc=a1...an$ het product van alle elementen in G. Toon aan dat $c2=eGc2=eG$.
4. (3 pt) Stel dat de elementen a, b in een groep G voldoen aan de gelijkheid $aba-1=b2aba-1=b2$, met $b\neq eGb\neq eG$.
    1. Toon aan dat $a5ba-5=b32a5ba-5=b32$.
    2. Stel dat de orde van a gelijk is aan 5, wat is dan de orde van b?

Test december

Theorie

1. (3 ptn) Definieer nauwkeurig volgende begrippen: ¨
    1. de actie van een groep G op een verzameling V .
    2. de stabilisator deelgroep.
    3. de fix-punt verzameling.
2. (3 ptn) Formuleer en bewijs de stelling van Burnside (de orbit tel stelling).
3. (2 ptn) Als G een eindige rotatie groep is en V is de verzameling van alle polen van rotaties in G. Waarom zijn de stabilisator groepen voor de actie van G op V steeds cyclische groepen?
4. (2 ptn) Wat is de rotatie symmetrie groep van de figuur verkregen door twee even grote dodecahedra te plakken over een gemeenschappelijk zijvlak? Wat wordt deze groep als de twee dodecahedra niet even groot zijn?

Oefeningen

1. (2 ptn) Stel dat je een groep H gegeven krijgt waarvan je weet dat H een echte deelgroep is van een groep van orde 68 en H niet abels is. Wat kan je besluiten over de orde van H?
2. (3 ptn) Zij G een groep zodat voor alle $x,y\in Gx,y\in G$ geldt dat $x(xy)n=xnyn(xy)n=xnyn$ We definieren de deelverzamelingen
   $Gn=\{g\in G|gn=e\}$

   $$Gn=\{g\in G|gn=e\}$$

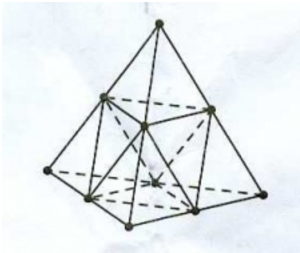
   en

   $Gn=\{gn|g\in G\}$

   $$Gn=\{gn|g\in G\}$$

    1. Toon aan dat Gn en Gn normaaldelers zijn van G.
    2. Bewijs dat $G/Gn\cong GnG/Gn\cong Gn$

3. Elk zijvlak van een tetraeder wordt opgedeeld in 4 gelijke driehoekjes, zoals in de figuur.
    1. (1 pt) Wat is de symmetriegroep van deze figuur? Verklaar.
    2. (2 ptn) Op hoeveel verschillende manieren kan je de 16 driehoekjes kleuren op rotatie-symmetrie na indien je n kleuren ter beschikking hebt?
    3. (2 ptn) Op hoeveel verschillende manieren kan je de 16 driehoekjes kleuren op rotatie-symmetrie na indien je 6 driehoekjes rood kleurt en 10 geel?



Academiejaar 2013-2014

Tussentijdse test

Test oktober

Theorie

1. Definiëer volgende begrippen nauwkeurig
    - ¨deelgroep H van een groep G
    - Groepmorfisme ϕϕ: G →→
    - Normaaldeler H van een groep G
    - Quotiënt-groep G/H
2. Formuleer de stelling van Cayley. Wat is het belang van deze stelling?
3. Neem H={(),(1,2)(3,4),(1,3)(2,4),(1,4)(2,3)}H={(),(1,2)(3,4),(1,3)(2,4),(1,4)(2,3)},
    - Toon aan dat H een normaaldeler is van S_4
    - Toon aan dat H een normaaldeler is van A_4
    - Met welke groep is A_4/H isomorf?

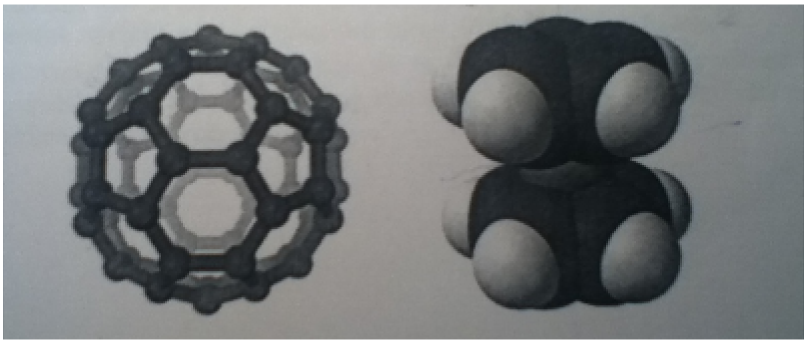
Oefeningen

1. Noem H de verzameling van alle permutaties van 6 objecten (dus deelverzameling van S_6)die twee of meer objecten invariant laten. Wat is dan het aantal elementen van H? Is H een deelgroep van S_6
2. Hoeveel verschillende equivalentierelaties bestaan er op de verzameling \{1, 2, 3\}?
3. Hoeveel deelgroepen heeft de cyclische groep C_{20}?
4. Goed of fout? bewijs of geef een tegenvoorbeeld.
    - Elke cyclische groep is Abels.
    - in een groep G is de orde van abab steeds gelijk aan de orde van baba

Test december

Theorie

1. Definiëer volgende begrippen nauwkeurig
    - De actie van een groep G op een verzameling X
    - De orbit O(x)O(x) van x∈Xx∈X
    - De fixpunt verzameling xgxg van g∈Gg∈G
    - De stabilisator deelgroep stab(x)stab(x) van x∈Xx∈X
2. Formuleer en bewijs de orbit telstelling.
3. Geef de classificatie van alle eindige rotatie groepen in R3R3. Wat is de rotatie symmetrie groep van Buckminsterfullerene (links) en Ruthenocene (rechts)?



Oefeningen

1. We beschouwen D6=⟨r,s|r6=1,s2=1,sr=r5s⟩D6=⟨r,s|r6=1,s2=1,sr=r5s⟩ en noem H de deelgroep ⟨r2⟩={1,r2,r4}⟨r2⟩={1,r2,r4}. Toon aan dat H een normaaldeler is van D6D6, beschrijf alle nevenklassen van H in D6D6 en leidt hieruit af wat de quotiëntgroep D6/HD6/H is.
2. Noteer R∗R∗ voor de groep (R\0,.)(R\0,.). Hoe kan je de groep C2C2 zien als een normaaldeler van R∗R∗? Toon bovendien aan dat R∗/C2R∗/C2 isomorf is met R,+R,+.
3. Een cuboctaëder bekom je als je van een kubus hoekjes afsnijdt , zodat je als resultaat een halfregelmatig veelvlak verkrijgt met 8 gelijkzijdige driehoeken en 6 vierkanten, allen met dezelfde zijde z, zoals in de figuur
    <insert image>
    1. Wat is de rotatiesymmetriegroep van de cuboctaëder? Beargumenteer kort
    2. In Jef zijn spelletjesdoos zit er 1 metalen cuboctaëder, 8 congruente houten tetraëders, elk met één magnetisch zijvlak en 6 congruente houten piramides met een magnetisch vierkant grondvlak. De magnetische vlakken passen precies op de zijvlakken van de cuboctaëder (en blijven hieraan kleven, de driehoeken op de driehoekige zijvlakken, de vierkanten op de vierkante zijvlakken). Hoeveel verschillende objecten kan Jef maken als hij op de zijvlakken van zijn metalen cuboctaëder veelvlakken uit zijn doos kleeft. (Hij kan dus 0 tot en met 14 veelvlakken aan zijn kubus kleven.)

Academiejaar 2012-2013

Tussentijdse test 1

Theorie

1. Definiëer:
    - De alternerende groep AnAn
    - De orde van een groep G
    - De orde van een element g van een groep
    - Een groepsmorfisme f:G→Hf:G→H
    - De quotiënt-groep G/HG/H
2. Formuleer en bewijs de stelling van Cayley.
3. Formuleer en bewijs de stelling van Lagrange.

Oefeningen

1. Bekijk een willekeurige groep G en een willekeurig vast getal n. Toon aan dat H een deelgroep is van G:
   H={g∈G|g=an voor zekere a∈G}
   H={g∈G|g=an voor zekere a∈G}

2. We bekijken de groep
   G={A=(a0bc)|a,b,c∈{0,1,2} en det(A)=1}
   G={A=(ab0c)|a,b,c∈{0,1,2} en det(A)=1}

   De bewerking van G is de (gekende) matrixvermenigvuldiging, waarbij elke entry moodulo 3 wordt berekend (zodat het resultaat steeds 0,1 of 2 is). Ook bij het berekenen van de determinant rekenen we modulo 3. Toon aan dat G een cyclische groep is. (Geef hierbij ook aan met welke cyclische groep deze groep overeen komt.)

3. Gegeven een groepsmorfisme ϕ:Z,+→S8ϕ:Z,+→S8 waarvoor geldt dat ϕ(1)=(1,2,3)(8,3,4,5,6,2)ϕ(1)=(1,2,3)(8,3,4,5,6,2).
    1. Bepaal ϕ(3)ϕ(3)
    2. Bepaal Ker(ϕϕ)

Tussentijdse test 2

Theorie

1. Definiëer volgende termen en illustreer ze op het eenvoudige voorbeeld van de actie van de cyclische groep G=C2G=C2 voortgebracht door de spiegeling langs de middelloodlijn door het tophoekpunt van een gelijkzijdige driehoek op de verzameling X van alle hoekpunten van de driehoek.
    1. Orbit
    2. Stabilizator deelgroep
    3. Fix-punt verzameling

2. Laat g een centraal element zijn van de groep G en p een priemdeler van de orde van G, toon aan dat het aantal elementen x∈Gx∈G zodat xp=gxp=g een veelvoud is van p. Hint: toon aan dat er een actie is van de cyclische groep Cp=<σ|σp=e>Cp=<σ|σp=e> op de verzameling
   X={(g1,...,gp)∈Gp|g1.....gp=g}

   X={(g1,...,gp)∈Gp|g1.....gp=g}

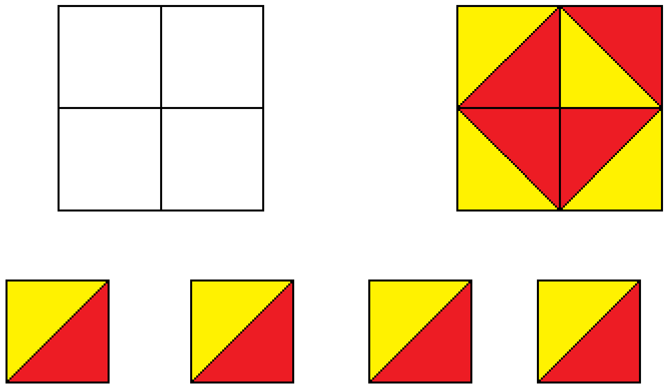
   gegeven is door σ.(g1,g2,...,gp)=(g2,...,gp,g1)σ.(g1,g2,...,gp)=(g2,...,gp,g1). Waar gebruik je dat g een centraal element is?

3. Hoeveel identieke tetrahedra moet je minimaal aan elkaar plakken langs een gemeenschappelijk zijvlak vooraleer de rotatie-symmetrie groep van de bekomen figuren triviaal wordt? En wat zijn de rotatie-symmetrie groepen van de tussenliggende figuren?

Oefeningen

1. Veronderstel dat H een deelgroep is van G en dat a en b elementen zijn van G zodat aH=HbaH=Hb. Toon aan dat aH=HaaH=Ha.
2. Toon aan dat C/ZC/Z isomorf is met C∗C∗. (Hierbij is CC een optellingsgroep en C∗C∗ de vermenigvuldigingsgroep van alle niet nulle elementen.)

3. Op een 2 x 2 bord zoals hieronder willen we 4 tegeltjes leggen zoals hieronder weergegeven. Hoeveel verschillende figuren kunnen er dan ontstaan? (bij wijze van voorbeeld is er al een figuur gegeven.) We veronderstellen dat figuren hetzelfde zijn als we ze kunnen draaien of spiegelen in elkaar.
    1. Als de 4 tegeltjes identiek zijn



    1. Als 3 tegeltjes identiek zijn en het vierde in andere kleuren is.

Groepen2012-2013-6b.png

Examen 1ste zit

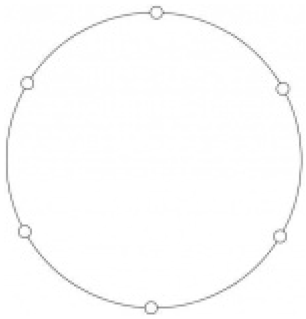
Theorie

1. Definities:
    - Orde van een element en van een deeltgroep van G
    - Quotientgroep met H normaaldeler van G
    - actie van een groep G op een verzameling X
2. Formuleer en bewijs de orbit-tel stelling
3. Schets de belangrijkste stappen in de classificatie van eindige rotatiegroepen in R3R3

Oefeningen

1. Van welke n∈N0n∈N0 heeft AnAn een element dat een n-cycle is (cycle met orde n)? Toon aan!

2. Een armband met 6 parels in 2 kleuren (wit/zwart). Hoeveel verschillende armbanden zijn er mogelijk, op spiegelingen en rotaties na?



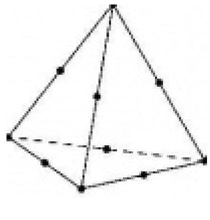
3. Toon aan dat als in een groep GG voor a,b∈Ga,b∈G geldt dat a·ba·b orde n heeft, geldt dat b·ab·a ook orde n heeft

Academiejaar 2011-2012

Tussentijdse test

Versie 1:

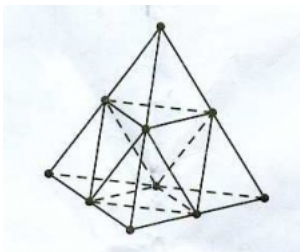
1. Defineer volgende begrippen:
    - Actie van een groep G op een eindige verzameling X
    - De stabilizator deelgroep Gx=StabG(x)Gx=StabG(x) van een element x∈Xx∈X
    - De orbit van een element x∈Xx∈X
2. Formuleer de orbit-telstelling en bewijs dat de actie van een eindige rotatiegroep G op de verzameling X van zijn polen tenhoogste drie orbits heeft
3. Bepaal de eindige rotatie symmetrie-groep van een balk met zijden van lengte 1,1 en 3

    Tip van de mentor: Dit is niets meer dan een regelmatige n-hoek(4 in dit geval) ->D4
4. Men wil de hoekpunten en de middens van de ribben van een tetraëder kleuren met twee kleuren. Deze tien punten worden elk rood of blauw gekleurd. Op hoeveel manieren kunnen deze hoekpunten gekleurd worden indien twee kleuringen equivalent zijn als ze in elkaar omgezet kunnen worden via een rotatie
    - Indien je een willekeurig aantal rode en blauwe kan gebruiken.
    - Indien je precies zes blauwe en vier gele moet gebruiken.
    - 

5. De Frobeniusgroep $F=\langle a,b \mid a^3=b^7=1, ba=ab^2\rangle$ heeft 21 elementen van de vorm b^ia^j (met $i\in\{0,..,6\}, j\in\{0,1,2\}$)De conjugatieklassen van F zijn $\{e\},\{b,b^2,b^4\},\{b^3,b^5,b^6\},\{a,ba,b^2a,b^3a,b^4a,b^6a\},\{a^2,ba^2,b^2a^2,b^3a^2,b^4a^2,b^5a^2,b^6a^2\}$. Veronderstel dat N een niet triviale normaaldeler is in G(Dus $N \neq G$, $N \neq \{e\}$.
    - Bepaal N
    - Met welke groep is G/N isomorf?

Versie 2:

1. Defineer volgende begrippen:
    - Actie van een groep G op een eindige verzameling X
    - De stabilizator deelgroep $G_x=Stab_G(x)$ van een element $x\in X$
    - De fixpunt-verzameling X_g van een element $g\in G$
2. Formuleer en bewijs de orbit-tel stelling.
3. Bepaal de eindige rotatie symmetrie-groep van een balk met zijden van lengte 1,1 en 3

    Tip van de mentor: Dit is niets meer dan een regelmatige n-hoek(4 in dit geval) ->D4
4. In een tetraeder is elk zijvlak verdeeld in vier gelijkzijdige driehoeken zoals in de figuur. Men wil deze 16 driehoeken kleuren door elke driehoek blauw of rood te kleuren. Op hoeveel zulke manieren kan deze tetraeder dan gekleurd worden indien twee kleuringen equivalent zijn als ze in elkaar omgezet kunnen worden via een rotatie:
    - Indien je een willekeurig aantal rode en blauwe kan gebruiken
    - Indien je precies 6 blauwe en 10 rode moet gebruiken
    - 
5. Veronderstel dat N een normaaldeler is in G van index n. Toon aan dat voor een willekeurige $g\in G$ geldt dat $g^n\in N$

Academiejaar 2010-2011 2^de zit

Theorie

1. Formuleer en bewijs de orbit-telstelling

2. Toon aan dat twee permutaties in SnSn geconjugeerd zijn als en slechts als ze dezelfde cycle-lengten hebben. Bewijs hieruit dat AnAn een echte normaaldeler is van SnSn
3. Bepaal de rotatie-symmetrie groep van de ruimtelijke figuur die je krijgt door twee identieke dodecaheders aan elkaar te plakken langs een gemeenschappelijk zijvlak. En wat wordt de groep als de ene dodecaheder tweemaal zo groot is als de andere?

Praktijk

1. Gegeven de groep C∗,.C∗,. de complexe getallen zonder 0
    1. Toon aan dat T={z∈C||z|=1}T={z∈C||z|=1} een deelgroep is van C∗C∗. Is dit ook een normaaldeler?
    2. Toon aan dat C/TC/T isomorf is met R+0R0+
2. Van een groep G={a,b,c,d,e,f}G={a,b,c,d,e,f} is de groepstabel (vermenigvuldigingstabel) gegeven. Vul de lege vakjes in.
    abcdefabbdcdbdeacfabcdefabdacbddefbc
3. Elk zijvlak van een kubus wordt opgedeeld in 4 gelijke vierkanten. Dan worden deze 24 vierkanten gekleurd. 4 vierkanten worden rood gekleurd, de andere 20 blauw. Op hoeveel verschillende manieren kunnen we deze kubus zo kleuren, op rotatie van de kubus na?

Categorieën:

- Fysica
- 3BFYS