Kansrekening en Statistiek

tuyaux.winak.be/index.php/Kansrekening_en_Statistiek

Kansrekening en Statistiek	
Richting	Fysica
Jaar	2BFYS

Bespreking

Dit vak wordt sinds 2012 gegeven door Sandra Van Aert. Het vak wordt samengegeven met de bio-ingenieurs maar deze heb wel een apart examen. Prof. Van Aert geeft ook een voorbeeldexamen mee, een theorie examen en een practicum examen

Puntenverdeling

Examen (70%70%):

- Theorie 35%35%
- Oefeningen 35%35%

Taak parameterschatten (20%20%):

- Schriftelijke taak 10%10%
- Mondelinge verdeling tijdens de examenperiode 10%10%

Tussentijdse test (10%10%):

- Theorie 5%5%
- Oefeningen 5%5%

Examenvragen

Academiejaar 2018-2019 1ste zit

Prof. Sandra Van Aert

Theorie

Vraag 1: meerkeuzevragen

- Gegeven vier empirische, cumulatieve verdelingsfuncties. Welke stelt de data uit een uniforme verdeling voor?

- Gegeven het volgende:
  FX(x)=⎡⎣⎢0x−−√1x≤00≤x≤1x≥1

  FX(x)={0x≤0x0≤x≤11x≥1

  De verwachte waarde van XX ligt het dichtst bij
  - 1/31/3
  - 2/32/3
  - 1/21/2
  - 11
  - 1/51/5
  - 2/52/5
- Gegeven de rij 15,18,20,21,23,24,27,28,3615,18,20,21,23,24,27,28,36. Hoeveel getallen zijn er minstens nodig om de mediaan met meer dan 22 te veranderen?
  - 11
  - 22
  - 33
  - 44
  - 55
  - 66
- X1...X20X1...X20 zijn onafhankelijke, continue kansvariabelen met
  fX(x)={2x/θ200≤x≤θelders

  fX(x)={2x/θ20≤x≤θ0elders

  θ>0θ>0 is onbekend. Stel dat T=a(X1+...+X20)T=a(X1+...+X20) een schatter voor θθ is. Voor welke aa is TT een zuivere schatter voor θθ?
  - 1/401/40
  - 1/201/20
  - 3/203/20
  - 1/101/10
  - 15/4015/40
  - 3/403/40
- De correlatie tussen de kans voor XX en YY is −0,5−0,5, var(X)=var(Y)=4var(X)=var(Y)=4. Wat is de variantie van X+YX+Y?
  - 2,52,5
  - 3,53,5
  - 66
  - 44
  - 55

  - 33

<u>Vraag 2</u>
Gegeven
π1=14(θ+2),π2=14θ,π3=14(1−θ),π4=14(1−θ)π1=14(θ+2),π2=14θ,π3=14(1−θ),π4=14(1−θ)

met $0<\theta<10<\theta<1$ en

$N1 \sim bin(n,\pi1)$

$$N1 \sim bin(n,\pi1)$$

$N2 \sim bin(n,\pi2)$

$$N2 \sim bin(n,\pi2)$$

Beschouw twee schatters:
$T1=4nN1-2$

$$T1=4nN1-2$$

$T2=4nN2$

$$T2=4nN2$$

.

- Zijn $T1T1$ en $T2T2$ zuiver?
- Wat is de variantie van $T1T1$ en $T2T2$?

- Welke is de beste schatter? Motiveer.

Vraag 3
$x1...xnx1...xn$ zijn onafhankelijke trekkingen uit een Poissonverdeling met parameter $\lambda\lambda$.

- Leid de meest aannemelijke schatter voor $\lambda\lambda$ af.

- Leid de CRLBCRLB voor zuivere schatting van $\lambda\lambda$ af.

Vraag 4
Beschouw een linkseenzijdige toets op de populatievariantie.

- Formuleer de te toetsen hypothese.
- Schets de kansdichtheden onder beide hypothesen. Duid de kans op een type I en II fout, het onderscheidingsvermogen, het aanvaardings- en het verwerpingsgebied aan. Licht de begrippen toe en geef bij elk onderdeel van de figuur een woordje uitleg.

- Leid een uitdrukking af voor de kritieke waarde bij significantieniveau $\alpha\alpha$.

Vraag 5

- Leid het BIBI $(1-\alpha)\times100\%(1-\alpha)\times100\%$ af voor het populatiegemiddelde van normaal verdeelde gegevens met gekende $\sigma2\sigma2$.

- Toon aan dat $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$ t-verdeeld is met gemiddelde $\overline{X}$, populatiegemiddelde μ en grootte van de steekproef n.

- Leid het BI $(1-\alpha)\times 100\%$ af voor het populatiegemiddelde van normaal verdeelde gegevens met onbekende σ^2.

Vraag 6

- Bewijs:
$$E(SSA)=(g-1)\sigma^2+\sum_{i=1}^{g} n_i(\mu_i-\mu)^2 \text{ met } \mu=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{g} n_i\mu_i$$

  Hint: Toon eerst aan dat $SSA=\sum_{i=1}^{g} n_i\overline{X}_i^2-n\overline{X}^2$
- Welke veronderstelling heb je in deze afleiding gemaakt?

Academiejaar 2015-2016 1ste zit

Theorie

1. Multiple Choice vragen (5 stuks)

Academiejaar 2014-2015 1ste zit

Theorie

1. Multiple Choice vragen (5 stuks)
    1. Van een aselecte steekproef van 10 waxinelichtjes van firma A heeft men bepaald hoeveel branduren ze hadden. Idem bij firma B. Welke toets is geschikt om na te gaan of er een systematisch verschil is in aantal branduren tussen A en B als men verder geen aannames maakt?
        - T-toets
        - F-toets
        - Wilcoxon rangsom
        - Wilcoxon rangteken
    2. Beschouw de reeks 1 2 2 3 3 4 5 5 5 6. We vervangen nu de 5 door een 3. Wat verandert er?
        - De modus
        - Interkwartielbreedte
        - Spreidingsbreedte
        - Een combinatie van de vorige
    3. Gegeven de cov(X,Y)=3, de cov(X,aY+4) is dan
        - 3a
        - 3a+4
        - 3a+16
        - 3|a|
    4. Het aantal mensen dat aankomt bij een postkantoor in een tijdspanne van 1 uur is Poisson verdeelt met λ=2. Wat is de kans dat er minstens 1 iemand aankomt tussen 12.30 en 13.00? (niet zeker van de mogelijke antwoorden volgens mij was het 1-exp(-1) de rest is erbij gefantaseerd)
        - exp(-1)
        - 1-exp(-1)
        - exp(-2)
        - 1-exp(-2)
    5. Meerkeuze over bepalen van ratio, interval, nominaal of ordinaal.
2. Leg stap voor stap uit hoe u, vertrekkende van de Bernouilli kansverdeling, de binomiale kansverdeling kunt afleiden. Zorg hierbij dat u elk onderdeel van d binomiale kansverdeling goed uitlegt.
3. In een enkelvoudige variantie-analyse wordt er gebruik gemaakt van de tussenkwadraatsom (SSA). Bewijs dat de verwachte waarde van SSA gelijk is aan $E[SSA]=(g-1)\sigma^2+\sum_{i=1}^{g} n_i(\mu_i-\mu)^2$

    $$E[SSA]=(g-1)\sigma^2+\sum_{i=1}^{g} n_i(\mu_i-\mu)^2$$

    Met $\mu=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{g} n_i\mu_i$ $\mu=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{g} n_i\mu_i$

    Hint: toon eerst aan dat $SSA=\sum_{i=1}^{g} n_i\bar{X}_i^2-n\bar{X}^2$ $SSA=\sum_{i=1}^{g} n_i\bar{X}_i^2-n\bar{X}^2$

    Welke veronderstellingen heb je in deze afleiding gemaakt?

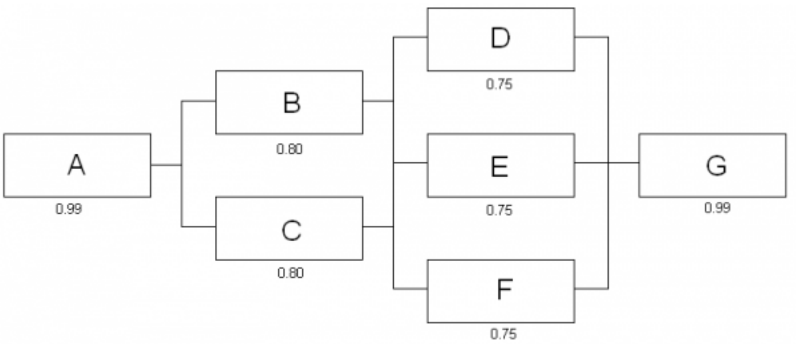
4. Geef de grafiek voor een links eenzijdige toets voor de populatievariantie en leg adhv deze grafiek de volgende begrippen uit:
    1. Kans op type I fout
    2. Kans op type II fout
    3. Ondescheidingsvermogen
    4. Aanvaardingsgebied
    5. Verwerpingsgebied

    Leg ook kort uit wat deze begrippen zijn, zodat duidelijk is dat je de begrippen beheerst.

    Bereken ook de kritieke waarde c voor een significantieniveau α.

Oefeningen

1. In een experiment wordt een reeks waarnemingen w_n, n=1, ..., N gedaan. De verwachtingswaarden van de w_n liggen op een rechte lijn door de oorsprong en worden beschreven door αxnαxn met α>0α>0 en xn>0xn>0 waarin αα een onbekende parameter is terwijl de meetpunten x_n, n=1, ..., N exact bekend zijn. De waarnemingen zijn telresultaten, zijn onderling onafhankelijk en hebben een Poisson verdeling.
    1. Leid een uitdrukking af voor de meest aannemelijke schatter van αα.
    2. Leid een uitdrukking af van de ondergrens van Cramér en Rao voor schatting van αα. Geef een uitdrukking in functie van αα en de x_n.
2. Iets met het bepalen van een 98 % betrouwbaarheidsinterval + (extra deelvraag) hoeveel steekproeven moeten er minstens genomen worden zodat de breedte van het interval (nog steeds 98%) kleiner wordt dan een bepaald getal. #*



3. De remafstanden X en Y van 2 auto’s zijn onafhankelijk en normaal verdeeld. Bij 50 km/h zijn de gemiddelden en varianties respectievelijk (μ=27 m, σ^2=35m²) en (μ=37 m, σ^2=65m²). Twee automobilisten rijden met 50 km/h naar elkaar toe op een baan met 1 rijvak en zien elkaar maar van op 70m afstand. Bereken de waarschijnlijkheid dat ze niet botsen.

4. In een notenfabriek worden blikken van 500 noten verpakt. Elk blik bestaat uit een mix van verschillende noten. De ingestelde verdeling zou gelijk moeten zijn aan 5-2-2-1 voor pindanoten-cashewnoten-nognoten-walnoten. Men wil controleren of deze verhoudingen worden nageleefd door de machine, en opent een willekeurig blik van 500 noten. De aantallen die men vindt zijn 269-112-74-45. Voer een test uit bij significantieniveau van 0,05 om te controleren of dit aan de ingestelde verdeling voldoet.
5. Een ambtenaar van mileugezondheid verdenkt een fabriek ervan afval te lozen in een rivier. Dit zou als gevolg hebben dat de zuurstofgehaltes in het water dalen. De ambtenaar voert 15 onafhankelijke steekproeven uit, zowel stroomopwaarts van de fabriek als stroomafwaarts. De gegevens staan op Blackboard (niet mee kunnen kopiëren). Voer een test uit bij significantieniveau van 0,05 of de ambtenaar's vermoeden correct is.

Academiejaar 2012-2013 2de zit

Theorie

1. Multiple Choice vragen (5 stuks)
    1. Ieder jaar wordt een temperatuursmaximum gemeten in °C (c). Neem aan dat dit maximum c normaal verdeeld is met verwachtingswaarde 31,3 en standaarddeviatie 1,9. De samenhang van de temperatuur in graden Celsius en graden Fahrenheit is f=32+1,8c. De varantie van het maximum van de tempereatuur in graden Fahrenheit wordt gegeven door
        - $(32+1{,}8c+1{,}9)^2$
        - 1,8.1,9
        - $1{,}8.1{,}9^2$
        - $1{,}8^2.1{,}9^2$
    2. Men heeft 4 grootheden: Temperatuur in Kelvin, Tijd in seconden op een CD, een vraag met als mogelijke antwoorden {juist,fout,misschien}, een enquete met als mogelijke antwoorden {zeer slecht, slecht, matig, goed, zeer goed}. Zijn deze respectievelijk
        - ratio, interval, ordinaal, ordinaal
        - ratio, ratio, nominaal, ordinaal
        - ratio, ratio, ordinaal, interval
        - interval, ratio, nominaal, nominaal
2. Voor een lukrake steekproef van n waarnemingen uit een populatie met verwachte waarde μμ en met variantie σ2σ2

geldt dat zowel het steekproefgemiddelde als de steekproefvariantie zuivere schatters zijn van het populatiegemiddelde en de populatievariantie, respectievelijk. Bewijs beide stellingen.

1. Een bepaalde kansvariabele heeft als verdeling
   fX(x)=A·e−λx

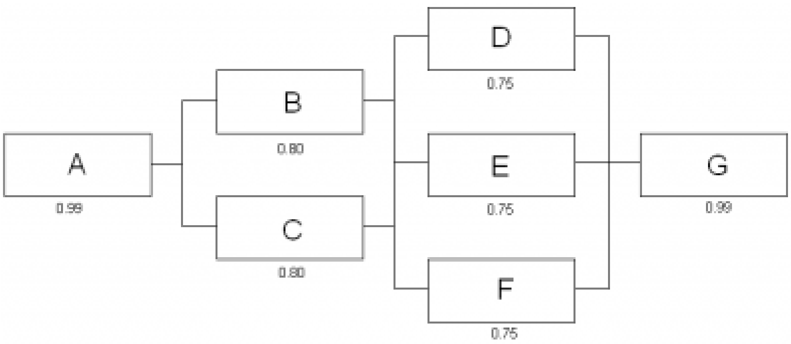
   $$fX(x)=A·e−λx$$

    1. Bepaal A
    2. Geef de verwachtingswaarde
    3. Geef de cumulatieve verdelingsfunctie
2. Geef de grafiek voor een links eenzijdige Z-toets voor een populatiegemiddelde en leg adhv deze grafiek de volgende begrippen uit:
    1. Kans op type I fout
    2. Kans op type II fout
    3. Ondescheidingsvermogen
    4. Aanvaardingsgebied
    5. Verwerpingsgebied

   Leg ook kort uit wat deze begrippen zijn, zodat duidelijk is dat je de begrippen beheerst.

Oefeningen

1. In een experiment wordt een reeks waarnemingen w_n, n=1, ..., N gedaan. De verwachtingswaarden van de w_n liggen op een rechte lijn door de oorsprong en worden beschreven door αxnαxn met α>0α>0 en xn>0xn>0 waarin αα een onbekende parameter is terwijl de meetpunten x_n, n=1, ..., N exact bekend zijn. De waarnemingen zijn telresultaten, zijn onderling onafhankelijk en hebben een Poisson verdeling.
    1. Leid een uitdrukking af voor de meest aannemelijke schatter van αα.
    2. Leid een uitdrukking af van de ondergrens van Cramér en Rao voor schatting van αα. Geef een uitdrukking in functie van αα en de x_n.
2. Zie tekening. Een circuit bestaat uit verschillende weerstanden waarbij de kansen staan dat ze werken. Als de kansen onafhankelijk zijn van elkaar, wat is dan de kans dat het systeem werkt?



3. Multiple choice vragen (3 stuks)
    1. In een groep echtparen is de man gemiddeld 7 cm groter dan de vrouw. De variantie in lengte is voor mannen en vrouwen respectievelijk 81 en 64. De correlatie tussen de lengte van man en vrouw is 0.6. Wat is de variantie op het verschil in lengte tussen man en vrouw?
        - 20
        - 60
        - 100
        - 140
    2. Ste X is een discrete kansvariabele met uitkomsten {0,1,2,...,19,20}. De cumulatieve verdelingsfunctie is:
    3. (XFX(X)==80.2590.41100.59110.75120.87130.94)

        (X=8910111213FX(X)=0.250.410.590.750.870.94)

        Wat is de waarde van P(10<X≤12)P(10<X≤12)?

        - 0.28
        - 0.46
        - 0.12
        - 1.62
    4. Een machine die zakjes vult is opnieuw ingesteld. Men wenst nu het gemiddeld gewicht (μμ) van de gevulde zakjes te schatten en neemt daarom een enkelvoudige aselecte steekproef van 100 zakjes en bepaalt het gemiddelde gewicht. Aangenomen mag worden dat het gemiddelde van een zakje normaal verdeeld is met onbekende μμ en bekende σσ = 2,5 g. Op basis van gevonden steekproefgemiddelde van 124,5 g wordt verondersteld dat μμ tussen 124,1 en 124,9 zal liggen. De betrouwbaarheid van deze uitspraak ligt het dichtst bij
        - 0,5
        - 0,8
        - 0,9
        - 0,99
    5. Hoeveel breder zou het geconstrueerde betrouwbaarheidsinterval zijn geworden indien men slechts 25 zakjes had gewogen in plaats van 100?
        - 1 maal
        - 2 maal
        - 4 maal
        - 8 maal
4. Een ambtenaar van mileugezondheid verdenkt een fabriek ervan afval te lozen in een rivier. Dit zou als gevolg hebben dat de zuurstofgehaltes in het water dalen. De ambtenaar voert 15 onafhankelijke steekproeven uit, zowel stroomopwaarts van de fabriek als stroomafwaarts. De gegevens staan op Blackboard (niet mee kunnen kopiëren). Voer een test uit bij significantieniveau van 0,05 of de ambtenaar's vermoeden correct is.

5. In een notenfabriek worden blikken van 500 noten verpakt. Elk blik bestaat uit een mix van verschillende noten. De ingestelde verdeling zou gelijk moeten zijn aan 5-2-2-1 voor pindanoten-cashewnoten-nognoten-walnoten. Men wil controleren of deze verhoudingen worden nageleefd door de machine, en opent een willekeurig blik van 500 noten. De aantallen die men vindt zijn 269-112-74-45. Voer een test uit bij significantieniveau van 0,05 om te controleren of dit aan de ingestelde verdeling voldoet.

Academiejaar 2012-2013 1ste zit

Theorie

1. Multiple choice
    1. Een getal dat ons vertelt hoeveel standaarddeviaties een waarde boven of onder het gemiddelde ligt noemt men een
        - kwantiel
        - percentiel
        - variatiecoëfficiënt
        - gestandaardiseerde kansvariabele
    2. Ieder jaar wordt een temperatuursmaximum gemeten in °C (c). Neem aan dat dit maximum c normaal verdeeld is met verwachtingswaarde 31,3 en standaarddeviatie 1,9. De samenhang van de temperatuur in graden Celsius en graden Fahrenheit is f=32+1,8c. De varantie van het maximum van de tempereatuur in graden Fahrenheit wordt gegeven door
        - $(32+1,8c+1,9)^2$
        - $1,8.1,9$
        - $1,8.1,9^2$
        - $1,8^2.1,9^2$
    3. *Stelling 1:* Het onderscheidend vermogen van een toets wordt groter als de steekproefgrootte toeneemt. *Stelling 2:* Het betrouwbaarheidsinterval voor een populatiegemiddelde wordt kleiner als de steekproefgrootte toeneemt.
        - 1 en 2 zijn juist
        - 1 en 2 zijn fout
        - 1 is juist, 2 is fout
        - 1 is fout, 2 is juist
    4. Van een aselecte steekproef van 10 waxinelichtjes van firma A heeft men bepaald hoeveel branduren ze hadden. Idem bij firma B. Welke toets is geschikt om na te gaan of er een systematisch verschil is in aantal branduren tussen A en B als men verder geen aannames maakt?
        - T-toets
        - F-toets
        - Wilcoxon rangsom
        - Wilcoxon rangteken
    5. Op 100 aselect gekozen boerderijen is het aantal kippen vastgesteld. Van de 100 uitkomsten wordt het gemiddelde bepaald, dat kan worden opgevat als een kansvariabele. Welk type kansverdeling komt als eerste in aanmerking om de kansverdeling van dat gemiddelde te beschrijven?
        - binomiale verdeling
        - uniforme verdeling
        - normale verdeling
        - Poissonverdeling

2. In een enkelvoudige variantie-analyse wordt er gebruik gemaakt van de tussenkwadraatsom (SSA). Bewijs dat de verwachte waarde van SSA gelijk is aan E[SSA]=(g−1)σ2+∑i=1gni(μi−μ)2

   E[SSA]=(g−1)σ2+∑i=1gni(μi−μ)2

   Met μ=1n∑i=1gniμiμ=1n∑i=1gniμi

   Hint: toon eerst aan dat SSA=∑i=1gniX¯2i−nX¯2SSA=∑i=1gniX¯i2−nX¯2

   Welke veronderstellingen heb je in deze afleiding gemaakt?

3. Les stap voor stap uit hoe u, vertrekkende van de Bernouilli kansverdeling, de binomiale kansverdeling kunt afleiden. Zorg hierbij dat u elk onderdeel van d binomiale kansverdeling goed uitlegt.
4. Geef de grafiek voor een links eenzijdige Z-toets voor een populatiegemiddelde en leg adhv deze grafiek de volgende begrippen uit:
   1. Kans op type I fout
   2. Kans op type II fout
   3. Ondescheidingsvermogen
   4. Aanvaardingsgebied
   5. Verwerpingsgebied

   Leg ook kort uit wat deze begrippen zijn, zodat duidelijk is dat je de begrippen beheerst.

Bio-ingenieurs

1. Geef de grafiek voor een links eenzijdige Z-toets voor een populatiegemiddelde en leg adhv deze grafiek de volgende begrippen uit:
   1. Kans op type I fout
   2. Kans op type II fout
   3. Ondescheidingsvermogen
   4. Aanvaardingsgebied
   5. Verwerpingsgebied

   Leg ook kort uit wat deze begrippen zijn, zodat duidelijk is dat je de begrippen beheerst.

2. Bewijs dat voor een populatiegemiddelde met populatievariantie geldt dat het steekproefgemiddelde en steekproefvariantie zuivere schatters zijn voor deze twee begrippen.
3. Functie f(x)=Ae−λx voor x≥0 anders f(x)=0f(x)=Ae−λx voor x≥0 anders f(x)=0
   1. bepalen A
   2. berekenen verwachtingswaarde (E(x) dus)
   3. berekenen van cummulatieve functie

4. Meerkeuzevragen:
    1. Een getal dat ons vertelt hoeveel standaarddeviaties een waarde boven of onder het gemiddelde ligt noemt men een
        1. kwantiel
        2. percentiel
        3. variatiecoëfficiënt
        4. gestandaardiseerde kansvariabele
    2. Bij lineaire regressie, welke stelling is juist:
        1. als xm dichter bij gem x ligt wordt het onnauwkeuriger
        2. als xm dichter bij gem x ligt dan wordt het predictie interval kleiner
        3. xm heeft geen invloed op de grootte van het predictieinterval
        4. als je minder metingen doet wordt het predictie interval kleiner
    3. Iets over dat je 100 boerderijen bezoekt en het aantal kippen meet en daar het gemiddelde van berekent, wat voor verdeling volgt dit gemiddelde dan
        1. Poisson
        2. Continu
        3. Normaal
        4. Binomiaal
    4. Stelling 1: als je meer metingen doet, wordt je onderscheidingsvermogen groter

Stelling 2: als je meer metingen doet wordt het betrouwbaarheidsinterval kleiner

    1.
        1. Stelling 1 en 2 zijn juist
        2. Stelling 1 en 2 zijn fout
        3. Stelling 1 is juist, stelling 2 is fout
        4. Stelling 1 is fout, stelling 2 is juist

Oefeningen

1. In een experiment wordt een reeks waarnemingen w_n, n=1, ..., N gedaan. De verwachtingswaarden van de w_n liggen op een rechte lijn door de oorsprong en worden beschreven door αxnαxn met α>0α>0 en xn>0xn>0 waarin αα een onbekende parameter is terwijl de meetpunten x_n, n=1, ..., N exact bekend zijn. De waarnemingen zijn telresultaten, zijn onderling onafhankelijk en hebben een Poisson verdeling.
    1. Leid een uitdrukking af voor de meest aannemelijke schatter van αα.
    2. Leid een uitdrukking af van de ondergrens van Cramér en Rao voor schatting van αα. Geef een uitdrukking in functie van αα en de x_n.

2. De stroomsnelheid van water door een buis is bepaald op 7,7 m/s. De werkelijke stroomsnelheid X is normaal verdeeld met gemiddelde waarde 7,6 m/s en variantie 0,0016 $(m/s)^2$. De metingen van de stroomsnelheid bevatten een fout Y met gemiddelde waarde 0 en variantie 0,0009. Deze fout is normaal verdeeld en onafhankelijk van de stroomsterkte.
    1. Bepaal de waarschijnlijkheid dat 1 enkele meting een waarde oplevert die groter is dan 7,7.
    2. Bepaal de waarschijnlijkheid dat het rekenkundig gemiddelde van 3 verschillende metingen op 3 verschillende tijdstippen groter is dan 7,7.

3. Meerkeuze:
    1. Een vaas bevat 3 zwarte, 3 witte en 3 grijze ballen. Achtereenvolgens worden 3 willekeurige ballen uit de vaas getrokken (zonder teruglegging) en in een doos gestopt. Wat is de kans dat na de trekking de doos precies 2 zwarte ballen en 1 grijze bal bevat?
        1. 9/56
        2. 3/28
        3. 1/3
        4. Geen van bovenstaande
    2. Twee studenten lossen problemen op en leggen hun antwoorden op een tafel. Student A lost 2 keer zoveel vragen op als student B. De kans dat student A een juist antwoord vind is 0,6. De kans dan B een juist antwoord vindt is 0,84. De docent neemt een willekeurige oplossing van de tafel. Gegeven dat het antwoord juist is, wat is de kans dat dat antwoord door student A gevonden werd? Deze kans ligt het dichtst bij:
        1. 0,59
        2. 0,68
        3. 0,33
        4. Er ontbreken gegevens om dit op te lossen.
    3. Een machine die zakjes vult is opnieuw ingesteld. Men wenst nu het gemiddeld gewicht (μμ) van de gevulde zakjes te schatten en neemt daarom een enkelvoudige aselecte steekproef van 100 zakjes en bepaalt het gemiddelde gewicht. Aangenomen mag worden dat het gemiddelde van een zakje normaal verdeeld is met onbekende μμ en bekende σσ = 2,5 g.

        Op basis van gevonden steekproefgemiddelde van 124,5 g wordt verondersteld dat μμ tussen 124,1 en 124,9 zal liggen. De betrouwbaarheid van deze uitspraak ligt het dichtst bij

        1.
            1. 0,5
            2. 0,8
            3. 0,9
            4. 0,99

        Hoeveel breder zou het geconstrueerde betrouwbaarheidsinterval zijn geworden indien men slechts 25 zakjes had gewogen in plaats van 100?

        1.
            1. 1 maal
            2. 2 maal
            3. 4 maal
            4. 8 maal
4. Lange afstandslopers bemerken dat gematigde blootstelling aan ozon de longcapaciteit verhoogt. In een onderzoek naar het effect van ozon op de longcapaciteit worden 12 ratten blootgesteld aan ozon (concentratie 2 ppm) gedurende 30 dagen. De longcapaciteit van de ratten wordt aan het begin van het onderzoek vastgesteld en opnieuw na 30 dagen blootstelling aan ozon. De longcapaciteit (in ml) staan in de volgende tabel:

Rat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Voor	8,7	7,9	8,3	8,4	9,2	9,1	8,2	8,1	8,9	8,2	8,9	7,5
Na	9,4	9,8	9,9	10,3	8,9	8,8	9,8	8,2	9,4	9,9	12,2	9,3

1. Ga na of de longcapaciteit na blootstelling hoger is dan die daarvoor. Voer een volledige toets uit bij significantie niveau van 0,05.

    1. Formuleer de te toetsen hypothese
    2. Met welke toets kan deze vraag het best opgelost worden en waarom?
    3. Is er voldaan aan alle voorwaarden voor de door u gekozen test? Licht uw antwoord toe aan de hand van statistische hypothese toetsen en geef bijhorende p-waarden.
    4. Geef het door u gebruikte MATLAB commando om deelvraag 2 uit te voeren (enkel commando, u hoeft niet de output over te schrijven). Geef
        1. de waarde van de toetsingsgrootheid
        2. een uitdrukking van de p-waarden en
        3. het resultaat van de p-waarde
    5. Wat is uw conclusie?
2. Rutherford en Geiger (1910) telden het aantal αα-deeltjes uitgestraald door een stukje radioactief polonium in 2608 onafhankelijke tijdsintervallen met lengte 7,5 s. De resultaten worden hieronder weergegeven? Ga na of deze 2608 waarnemingen afhankelijk zijn van een Poisson verdeling.

Aantal deeltjes	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Aantal tijdsintervallen	57	203	383	525	532	408	273	139	45	27	10	6

Categorieën:

- Fysica
- 2BFYS