

Tuyaux  
3de Bachelor Fysica

WINAK

Januari  
2011

# Inhoudsopgave

<b>Inleiding</b>	<b>2</b>
<b>1 Veldentheorie</b>	<b>3</b>
1.1 Het vak, het examen	3
1.2 Oefeningen	3
1.2.1 Januari 2007	3
1.2.2 Januari 2008	4
1.2.3 Augustus 2008	4
1.2.4 Januari 2009	4
1.2.4.1 Groep A	4
1.2.4.2 Groep B	5
1.2.5 Januari 2010	5
<b>2 Economie</b>	<b>6</b>
2.1 Januari 2007	6
<b>3 Numerieke methoden</b>	<b>7</b>
3.1 Theorie	7
3.1.1 Januari 2008	7
3.1.2 Januari 2009	7
<b>4 Experimentele technieken</b>	<b>11</b>
4.1 Het vak, het examen	11
4.2 Theorie	11
4.2.1 Januari 2009	11
4.2.1.1 Groep A	11
4.2.1.2 Groep A	12
4.2.2 Januari 2010	12
4.2.2.1 Groep A	12
4.2.2.2 Groep B	13
<b>5 Vastestoffysica</b>	<b>14</b>
5.1 Theorie	14
5.1.1 Januari 2009	14
5.1.2 Januari 2010	14
5.2 Oefeningen	15
5.2.1 Januari 2009	15
5.2.2 Januari 2010	15

<b>6</b>	<b>Statistische Fysica</b>	<b>16</b>
6.1	Het vak, het examen . . . . .	16
6.2	Theorie . . . . .	16
6.2.1	Januari 2009 . . . . .	16
6.2.2	januari 2010 . . . . .	17
6.3	Oefeningen . . . . .	18
6.3.1	Januari 2010 . . . . .	18
<b>7</b>	<b>Subatomaire fysica</b>	<b>19</b>
7.1	Theorie . . . . .	19
7.1.1	Juni 2007 . . . . .	19
7.1.2	Juni 2010 . . . . .	19
7.2	oefeningen . . . . .	19
7.2.1	Juni 2007 . . . . .	19
7.2.2	Juni 2010 . . . . .	20
	<b>Dankwoordje</b>	<b>21</b>

# Inleiding

Jullie weten ondertussen hoe alles verloopt, vandaar deze korte inleiding. Het is de derde keer nog maar dat er een tuyaux voor de derde bachelor is, maar ik hoop toch dat deze verzameling vragen van jullie kan helpen in deze lastige examenperiode! Als jullie daarenboven nog zo vriendelijk willen zijn om de examenvragen van deze reeks bij te houden en mij eens te bezorgen, zijn jullie opvolgers jullie heel dankbaar en kan deze tuyaux uitgebreid en veel vollediger gemaakt worden!

Veel succes!

Deze versie is geprint op 21 november 2010.

*Julie*

*WINAK mentor Fysica 2010-2011*

# Hoofdstuk 1

## Veldentheorie

### 1.1 Het vak, het examen

De theorievragen zijn al zolang we weten dezelfde: vertel alles over Greense functies dat je weet, ofwel alles over Fouriertransformaties. Meestal krijgt de ene groep de eerste vraag, en de andere groep de tweede. Het kan echter ook zijn, zoals vorig jaar, dat beide groepen bv. Greense functies als vraag krijgen. Deze vragen worden mondeling besproken na een schriftelijke voorbereiding, waarbij er dan enkele bijvragen gesteld worden.

### 1.2 Oefeningen

#### 1.2.1 Januari 2007

1. Beschouw de volgende vergelijking:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1.1)$$

met randvoorwaarden:

$$u(x, 0) = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -2xe^{-x^2} = \frac{de^{-x^2}}{dx} \quad (1.3)$$

Vind de oplossing  $u = u(x, t)$  door de vergelijking en randvoorwaarden naar het Fourierdomein te transformeren.

2. Beschouw een diffusieproces in een vloeistof. Het proces wordt gekarakteriseerd door een diffusieconstante  $k$  en loopt binnen een sfeer met straal  $a$ . De rand van de sfeer wordt constant op concentratie  $c = 0$  gehouden. Op  $t = 0$  is er een concentratie  $c = c_0$  in een bol met straal  $b$  gecentreerd in de oorsprong van de sfeer, en 0 overal anders.
  - Vind een uitdrukking voor de  $c$  binnen de sfeer in functie van ruimte en tijd.
  - Reken expliciet na dat de oplossingen van het R-probleem orthogonaal zijn
  - Schets het verloop van  $c$  in functie van de tijd, wat is  $c(t \rightarrow \infty)$ ?
3. Beschouw twee concentrische ringen (straal  $a$  en  $b$ ). De binnenste heeft als totale lading  $-q$  en de buitenste  $q$ . Bereken (benaderend) de potentiaal van het geheel.  
Tip: Schrijf de landingsdichtheid in cilindercoördinaten en gebruik de quadrupoolbenadering.

### 1.2.2 Januari 2008

1. Bereken de Fourier getransformeerde van volgende 2-dimensionale functie

$$f(x, y) = e^{\frac{-(x^2+y^2)}{a^2}} \quad (1.4)$$

2. Als de functie  $f = f(x)$  reëel is, bewijs dan:

- $\hat{f}(\omega)$  is hermitisch
- $P_f(\omega) \equiv \hat{f}\hat{f}^*$  is hermitisch rond 0.

3. Beschouw een holle kubische geleider (zijde  $a$ ). Het bovenvlak en 1 zijvlak staan op constante potentiaal  $V$ . De andere zijden zijn geaard. Vind een uitdrukking voor de potentiaal binnen de kubus (in functie van  $V$  en  $a$ ).

4. beschouw de ladingsverdeling gegeven in bolcoördinaten:

$$\rho(\vec{r}) = \frac{-e}{64\pi} \cdot e^{-r} r^2 \sin^2 \theta \quad (1.5)$$

Bereken de totale lading  $Q$ , dipoolmoment  $\vec{d}$  en het elektrisch veld  $\vec{E}$  van deze ladingsverdeling op volgende manier:

- gebruik:  $\int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt = \Gamma(x) = (x-1)!$
- schrijf  $\rho$  in functie van bolfuncties
- bewijs dat slechts 2 multipoolmomenten verschillen van 0
- bereken de potentiaal  $\phi$
- bereken het elektrisch veld  $\vec{E}$

### 1.2.3 Augustus 2008

1. Beschouw een cirkelvormig membraan (straal 1) vastgehouden aan de rand. Bespreek de mogelijke trillingswijze als de beginsnelheid nul is en het beginprofiel gegeven.

- Welke zijn de eigenwaarde- en restproblemen,
- Schrijf de oplossing  $\Psi$  in reeksvorm
- geef uitdrukking voor de ontwikkelingscoëfficiënten.

2. Bereken benaderend (in twee dimensies) de potentiaal van een vlakke ellipsvormige geleider met dikte  $d$ . De ellips heeft halve assen  $a$  en  $b$  (buitenafmetingen) en homogene ladingsdichtheid  $\rho$ .

### 1.2.4 Januari 2009

#### 1.2.4.1 Groep A

1. Zoek de oplossingen van de onderstaande differentiaalvergelijking met de methode van Fröbenius.

$$xy'' + 2y' + xy = 0, y = y(x)$$

2. Bepaal de potentiaal binnen en buiten een bol (straal  $a$ ), waarvan het oppervlak een potentiaal  $\sin^2 \theta \cos 2\phi$  heeft.

- Welke zijn de eigenwaarde- en restproblemen?
  - Schrijf de oplossing  $\Psi(r, \theta, \phi)$  in reeksvorm.
  - Geef de uitdrukking voor de ontwikkelingscoëfficiënten.
3. Beschouw 2 concentrische ringen (straal  $a$  en  $b$ ). De binnenste heeft als totale lading  $-q$ , de buitenste  $q$ . Veronderstel een homogene ladingsverdeling.
- Bepaal mono-, di- en quadripoolmoment.
  - Bepaal de potentiaal  $\phi$ .
  - Bepaal het elektrisch veld  $\vec{E}$ .

#### 1.2.4.2 Groep B

1. Zoek de oplossingen van de onderstaande differentiaalvergelijking met de methode van Fröbenius.

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0, y = y(x)$$

2. Bepaal de potentiaal tussen twee concentrische sferen met straal  $a$  en  $b$  ( $a < b$ ). De potentiaal op de sferen is gegeven door:

$$\frac{\partial \Psi(a, \theta, \phi)}{\partial r} = W$$

$$\Psi(b, \theta, \phi) = T \cos \theta$$

- Welke zijn de eigenwaarde- en restproblemen?
  - Schrijf de oplossing  $\Psi(r, \theta, \phi)$  in reeksvorm.
  - Geef de uitdrukking voor de ontwikkelingscoëfficiënten.
3. Beschouw een ring met straal  $a$ . De bovenste helft heeft als totale lading  $+q$ , de onderste  $-q$ . Veronderstel een homogene ladingsverdeling.
- Bepaal mono-, di- en quadripoolmoment.
  - Bepaal de potentiaal  $\phi$ .

#### 1.2.5 Januari 2010

1. Zoek de oplossing van de onderstaande differentiaalvergelijking met de methode van Fröbenius.

$$x(xy')' - m^2 y = 0, y = y(x)$$

2. Beschouw een bol met straal  $a$ , waarvan het oppervlak de potentiaal  $\cos(\theta)[\sin(\theta) \cos(\varphi) + 1]$  heeft.
- (a) Bepaal de potentiaal binnen en buiten de bol.
  - (b) Als er zich twee puntladingen met elk een lading  $q$  binnen de bol bevinden, op coördinaat  $(\rho, \theta, \varphi) = (b_1, 0, 0)$  en  $(b_2, 0, 0)$ , wat is dan de elektrische interactie tussen deze puntladingen en de bol?
3. Beschouw 2 concentrische ringen (straal  $a$  en  $b$ ). De binnenste heeft als totale lading  $-q$ , de buitenste  $q$ . Veronderstel een homogene ladingsdichtheid.
- (a) Bepaal momo-, di- en quadrupoolmoment.
  - (b) Bepaal de potentiaal  $\varphi$ .
  - (c) Bepaal het elektrisch veld  $\vec{E}$ .

# Hoofdstuk 2

## Economie

Voor deze vragen wil ik Demetris en dan voornamelijk Caroline en Celine bedanken. In ruil voor hun vrijgevigheid zou ik iedereen willen vragen om zeker van dit examen iets bij te houden, dan hebben zij er de komende jaren ook iets aan!

### 2.1 Januari 2007

THEORIE: schriftelijk (prof Dhaese),

- Multiple choice: 50 vragen (juist = 1, fout of opengelaten = 0)
- Open vragen: 5 vragen, 10 punten per vraag

Opmerking : Blijkbaar hebben jullie nu wel een andere cursus aangezien jullie ons boek niet moesten aankopen, maar waarschijnlijk komt de leerstof wel goed overeen.

1. Verklaar waarom de kruiselasticiteit naar complementaire goederen negatief is en naar substitutiegoederen positief.
2. Verklaar de verschuivingen van de budgetlijn bij een verandering in budget en bij een prijsverandering van een goed.
3. Verklaar aan de hand van gemiddelde vaste kost, prijs en gemiddelde variabele kost de situatie waarbij een bedrijf
  - (a) economische winst maakt
  - (b) economisch verlies leidt
4. Wat zijn de mogelijkheden van de Nationale Bank van België om de hoeveelheid geld in omloop te beïnvloeden? Welke acties kan de Nationale Bank van België uitvoeren als men de hoeveelheid geld wilt laten toenemen?
5. Wat kan de overheid allemaal doen om een snelle economische groei te bevorderen?



## Hoofdstuk 3

# Numerieke methoden

### 3.1 Theorie

#### 3.1.1 Januari 2008

1. Bedenk een functie waarvoor de convergentiesnelheid  $r$  voor de bepaling van een nulpunt met de methode van Newton gegeven wordt door  $r = 3$ .
2. Een andere methode voor het oplossen van de advection vergelijking

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -c \cdot \frac{\partial a}{\partial x} \quad (3.1)$$

is het 'leap-frog' schema

$$a_j^{n+1} = a_j^{n-1} - \frac{c \cdot \tau}{h} (a_{j+1}^n - a_{j-1}^n) \quad (3.2)$$

Voer von Neumann stabiliteitsanalyse uit. Wanneer is deze methode stabiel?

3. Bepaal de coëfficiënten  $A_0, A_1$  en  $x_1$  zodat de kwadratuurformule

$$I(f) = \int_{-1}^1 f(x) dx = A_0 f(-1) + A_1 f(x_1) \quad (3.3)$$

minstens precisie 2 heeft.

4. (a) Wat is het verschil tussen de begrippen *gevoeligheid* en *stabiliteit*.  
(b) Toon aan dat de gevoeligheid van het oplossen van een lineair stelsel  $Ax=b$  bepaald wordt door het conditiegetal van matrix  $A$ .

#### 3.1.2 Januari 2009

1. De regel van Simpson gebruikt een kwadratische interpolerende polynoom  $P_2(x)$  om het integrandum te benaderen:

$$I(f) = \int_a^b f(x) dx \approx S_2 = \int_a^b P_2(x) dx$$

De keuze van de interpolatiepunten  $x_1, x_2$  en  $x_3$  in het interval  $[a, b]$  bepaalt mee het resultaat. Met de conventie  $x_1 = a, x_2 = (a + b)/2 = c$  (middenpunt) en  $x_3 = b$ , vinden we m.b.v. Lagrange interpolatie:

$$\begin{aligned}
S_2 &= \int_a^b P_2(x) dx = f(a) \int_a^b \frac{(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} dx \\
&+ f(c) \int_a^b \frac{(x-a)(x-b)}{(c-a)(c-b)} dx + f(b) \int_a^b \frac{(x-a)(x-c)}{(b-a)(b-c)} dx \\
&= \frac{1}{3} h [f(a) + 4f(c) + f(b)].
\end{aligned}$$

Het subscript bij S k.o.m. het aantal deelintervallen van lengte  $h$ .

Voor de fout bij polynomiale interpolatie van een functie  $f(x)$  in het interval  $[a, b]$  door ene polynoom  $P_{n-1}(x)$  van graad  $n-1$  door de  $n$  punten  $x_i \in [a, b]$  geldt dat voor elke  $x \in [a, b]$  er een  $c \in [a, b]$  waarvoor geldt:

$$f(x) - P_{n-1}(x) = \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{n-1})(x-x_n)}{n!} f^{(n)}(c).$$

Toon hiermee aan dat de precisie van de regel van Simpson 3 is, ondanks het feit dat men gebruik maakt van een kwadratische interpolerende polynoom.

2. Wanneer resulteert een fix-point iteratie in kubische convergentie?
3. Een methode om de advection vergelijking

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -c \frac{\partial a}{\partial x}$$

op te lossen is de methode van Lax:

$$a_j^{n+1} = \frac{1}{2}(a_{j+1}^n + a_{j-1}^n) - \frac{c\tau}{2h}(a_{j+1}^n - a_{j-1}^n),$$

met  $\tau$  de tijdstap en  $h$  de afstand tussen de twee gridpunten.

Voer een von Neumann stabiliteitsanalyse uit. Wanneer is deze methode stabiel?

4. Onderstel dat je een lineair stel  $Ax = b$  hebt opgelost op een computer met machine-precisie  $\epsilon_{machine} = 10^{-8}$ . De relatieve fout in de bekomen oplossing  $\tilde{x}$  is

$$\frac{\|x - \tilde{x}\|}{\|\tilde{x}\|} = 10^{-3}$$

voor gegeven  $A$  en  $b$ .

Onderstel nu dat je hetzelfde probleem oplost op een computer met machine-precisie  $\epsilon_{machine} = 10^{-16}$ . Schat de nieuwe relatieve fout in de oplossing af.

Bijlage: Blad met de polynomen en tabel met alle constanten

18

## APPENDIX

## Legendre funkties en Bolfunkties

## E.1. LEGENDRE POLYNOMEN

$$P_0(x) = 1$$

$$P_2(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_3(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$$

## E.2. GEASSOCIEERDE LEGENDRE FUNKTIES

$$P_1^1(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$P_1^{-1}(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}$$

$$P_2^1(x) = 3x\sqrt{1-x^2}$$

$$P_2^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x\sqrt{1-x^2}$$

$$P_2^2(x) = 3 - 3x^2$$

$$P_2^{-2}(x) = \frac{1}{8}(1-x^2)$$

## Table of Values

Quantity	Symbol	Value	CGS	SI
Velocity of light	$c$	2.997925	$10^{10}$ cm s <sup>-1</sup>	$10^8$ m s <sup>-1</sup>
Proton charge	$e$	1.60219	—	$10^{-19}$ C
		4.80325	$10^{-10}$ esu	—
Planck's constant	$h$	6.62620	$10^{-27}$ erg s	$10^{-34}$ J s
	$\hbar = h/2\pi$	1.05459	$10^{-27}$ erg s	$10^{-34}$ J s
Avogadro's number	$N$	$6.02217 \times 10^{23}$ mol <sup>-1</sup>	—	—
Atomic mass unit	amu	1.66053	$10^{-24}$ g	$10^{-27}$ kg
Electron rest mass	$m$	9.10956	$10^{-28}$ g	$10^{-31}$ kg
Proton rest mass	$M_p$	1.67261	$10^{-24}$ g	$10^{-27}$ kg
Proton mass/electron mass	$M_p/m$	1836.1	—	—
Reciprocal fine structure constant $\hbar c/e^2$	$1/\alpha$	137.036	—	—
Electron radius $e^2/mc^2$	$r_e$	2.81794	$10^{-13}$ cm	$10^{-15}$ m
Electron Compton wavelength $\hbar/mc$	$\lambda_e$	3.86159	$10^{-11}$ cm	$10^{-13}$ m
Bohr radius $\hbar^2/me^2$	$r_0$	5.29177	$10^{-9}$ cm	$10^{-11}$ m
Bohr magneton $e\hbar/2mc$	$\mu_B$	9.27410	$10^{-21}$ erg G <sup>-1</sup>	$10^{-24}$ J T <sup>-1</sup>
Rydberg constant $me^4/2\hbar^2$	$R_\infty$ or Ry	2.17991	$10^{-11}$ erg	$10^{-18}$ J
		13.6058 eV		
1 electron volt	eV	1.60219	$10^{-12}$ erg	$10^{-19}$ J
	eV/ $\hbar$	$2.41797 \times 10^{14}$ Hz	—	—
	eV/ $\hbar c$	8.06546	$10^3$ cm <sup>-1</sup>	$10^5$ m <sup>-1</sup>
	eV/ $k_B$	$1.16048 \times 10^4$ K	—	—
Boltzmann constant	$k_B$	1.38062	$10^{-16}$ erg K <sup>-1</sup>	$10^{-23}$ J K <sup>-1</sup>
Permittivity of free space	$\epsilon_0$	—	1	$10^7/4\pi c^2$
Permeability of free space	$\mu_0$	—	1	$4\pi \times 10^{-7}$

Source: B. N. Taylor, W. H. Parker, and D. N. Langenberg, Rev. Mod. Phys. 41, 375 (1969). See also E. R. Cohen and B. N. Taylor, Journal of Physical and Chemical Reference Data 2(4), 663 (1973).

## Hoofdstuk 4

# Experimentele technieken

### 4.1 Het vak, het examen

Omdat sinds vorig jaar het vak is opgesplitst in 2 delen (letterlijk, en goed voor ons!), is voor de eerste semester slechts de helft van deze tuyaux van 2009 van toepassing.

### 4.2 Theorie

#### 4.2.1 Januari 2009

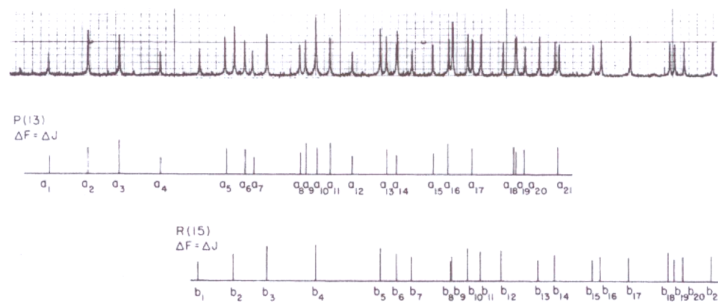
##### 4.2.1.1 Groep A

DEEL I (E. Goovaerts; enkel schriftelijk)

1. Bespreek 2 types van analoog-digitaal convertoren (ADC's) en hun respectievelijke voor- en nadelen.
2. Beschrijf de werking van de diffusiepomp en getterpomp, en wat is hun toepassingsgebied als vacuümpompen.

DEEL II (W. Wenseleers; schriftelijk + mondeling)

1. Hoe kan men ongepolariseerd licht omzetten in circulair gepolariseerd licht? Bespreek de verschillende praktische realisaties.
2. De figuur (bovenste curve) toont een experimenteel spectrum uit de literatuur van  $^{127}\text{I}_2$  - moleculen in de buurt van 514.5 nm, bekomen door middel van laserspectroscopie met een  $\text{Ar}^+$  - laser aan een moleculaire bundel. De horizontale (frequentie-)schaal bedraagt 15 MHz per schaalverdeling (kleinste vierkantjes), en de typische lijnbreedte van de afzonderlijke overgangen bedraagt (in deze meting) 650kHz. Wanneer men daarentegen het spectrum zou meten van dezelfde moleculen in de gasfase (dus NIET in een moleculaire bundel) bij kamertemperatuur en zeer lage druk, welke resolutie zou men dan kunnen verwachten, m.a.w. hoe zal het spectrum eruit zien (welke lijnen zijn te onderscheiden)? Bespreek ook het dominante mechanisme zelf dat in het laatste geval de resolutie bepaalt.



Figuur 4.1: figuur 1

#### 4.2.1.2 Groep A

DEEL I (E. Goovaerts; enkel schriftelijk)

1. Wat is een multi-channel averager (MCA) en hoe wordt hiermee de meetnauwkeurigheid verhoogd? Hoe verbetert de signaal/ruis-verhouding typisch bij de accumulatie van digitale signalen (telgebeurtenissen)?
2. Beschrijf de werking van manometers voor vacuümtoepassingen van de types Pirani en Penning, en wat is hun toepassingsgebied.

DEEL II (W. Wenseleers; schriftelijk + mondeling)

1. Leg het begrip "Brewster-hoek" uit (inclusief afleiding). Waarvoor is dit verschijnsel nuttig?
2. (a) Leg kort de werking van een traliespectrometer uit (teken de precieze opstelling).  
(b) Je beschikt over een spectrometer voor zichtbaar licht met een 5 cm groot rooster met 150 lijnen/mm, en een brandpuntsafstand van 250 mm. Bepaal de theoretisch optimaal haalbare resolutie van deze spectrometer, en schat hoe breed de ingangsspleet ongeveer mag zijn om deze theoretische limiet te kunnen benaderen. (Veronderstel hierbij dat je de eerste orde diffractie gebruikt.)

#### 4.2.2 Januari 2010

Prof. E. Goovaerts

##### 4.2.2.1 Groep A

1. Nemen we aan dat in een meting van een analoog signaal de thermische ruis dominant is (verwaarloos andere ruis en storingen), hoeveel zal deze dan onderdrukt worden indien we:
  - van een nauwe elektronische band-doorlaatfilter de frequentieband met een factor 3 verkleinen?
  - de temperatuur verlagen van kamertemperatuur tot 50K?
  - de centrale frequentie van de filter verplaatsen van 100kHz naar 500kHz?

Hierbij worden telkens de overige parameters onveranderd gelaten. Wat gebeurt er in deze gevallen indien de  $1/f$  ruis dominant is?

2. We houden een preparaat in een badcryostaat in vloeibaar helium ondergedompeld bij 4.2K. Indien er door de meting een dissipatie van 30mW op het preparaat wordt veroorzaakt, hoeveel He-vloeistof zal dan minimaal per uur verdampen? Hoeveel He-gas zal daarbij vrijkomen?

#### 4.2.2.2 Groep B

1. Bij een meting van kernvervalen worden in het spectrum twee scherpe banden gevonden met een totale intensiteit van ongeveer 250 tellen/s in de ene en 1300 tellen/s in de tweede band. Hoelang zal de meting minimaal duren die ons een waarde voor de verhouding van deze intensiteiten in de twee banden oplevert met een relatieve fout kleiner dan 1%? (Enkel met de statistische fout op ongecorreleerde tellen rekening houden.)
2. Combineren we een rotatiepomp met een turbopomp in een pompstel om hoogvacuum te bereiken tot  $\sim 2 \times 10^{-5}$  mbar, en stellen we hierbij dat een druk tussen beide pompen ontstaat van  $\sim 3 \times 10^{-2}$  mbar. Indien de pompsnelheid van de turbopomp  $S_{HV} = 500$  liters/s bedraagt, wat is dan de minimaal benodigde pompsnelheid  $S_{VV}$  (in  $m^3/uur$ ) van de voorvacuümpomp?

# Hoofdstuk 5

## Vastestoffysica

### 5.1 Theorie

#### 5.1.1 Januari 2009

1. Zijn de Bloch functies eigenfuncties van (a) de impulsoperator, (b) de translatieoperator? Bewijs je bewering.
2. (a) Bereken de elektronentoestandsdichtheid van een 3-dimensionaal vrij elektronengas.  
(b) Gebruik deze uitdrukking om de elektronenconcentratie in de conductieband te bepalen van een niet-ontaaarde halfgeleider.  
(c) Bereken de chemische potentiaal (het "Fermi-niveau") voor een intrinsieke halfgeleider als functie van de temperatuur.
3. Definieer het "fonon" begrip en les het verband met concepten uit de klassieke mechanica.
4. Zoek de plasmonfrequentie van een metaal (bulk materiaal). Voor welke frequenties is het transparant? Leg dit uit.

#### 5.1.2 Januari 2010

1. Zijn de elektron-Bloch functies eigenfuncties van de (a) impulsoperator van een elektron, (b) de translatieoperator? Bewijs je bewering.
2. (a) Leg uit wat men verstaat onder de Debye benadering voor het berekenen van de fonon toestandsdichtheid (DOS).  
(b) Bereken de fonon DOS voor een 3D kristal in de Debye benadering.  
(c) Geef duidelijk de betekenis aan van de Debye frequentie i.e. waarom wordt ze ingevoerd?  
(d) Wat betekent de Debye benadering voor het fononenspectrum van een kristal?  
(e) Is de Debye benadering beter of slechter bij hogere dan bij lagere temperaturen?  
(f) Wat wordt de DOS in het Einstein model voor het trillingsspectrum van een kristal?
3. Definieer het "fonon"begrip en leg het verband met concepten uit de klassieke mechanica i.h.b. voor de energie van een fonon.



4. Bewijs dat voor  $T \rightarrow 0K$  de soortelijke warmtecapaciteit van het vrije elektronengas in 3D evenredig is met de temperatuur ( $C_V \propto T$ ).

## 5.2 Oefeningen

### 5.2.1 Januari 2009

- (a) We beschouwen de grenslaag  $z = 0$  tussen 2 metalen "1" ( $z < 0$ ) en "2" ( $z > 0$ ) met elk een plasmafrequentie  $\omega_{p1}$  en  $\omega_{p2}$ . Onderstel dat de diëlektrische functie voor beide metalen gegeven wordt door die van het vrije elektronengas. Toon dan aan dat de "oppervlakte-plasma-oscillaties" geassocieerd met de interface  $z = 0$  de volgende frequentie hebben:

$$\omega = \left[ \frac{1}{2}(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) \right]^{1/2}$$

- (b) Beschouw het ultra-relativistische elektronengas in 2 dimensies:

$$\epsilon = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \approx pc = \hbar ck; k = |\vec{k}|$$

Bereken de toestandsdichtheid  $D(\epsilon)$  en bewijs dat:

$$\frac{U}{N} = \alpha \epsilon_F^\beta$$

waarbij  $\alpha$  en  $\beta$  coëfficiënten zijn.  $U$  stelt de totale energie voor bij  $T = 0$  K en  $N$  het totaal aantal elektronen. Bepaal  $\alpha$  en  $\beta$ .

### 5.2.2 Januari 2010

- (a) Bewijs dat voor de fononbijdrage tot de soortelijke warmtecapaciteit van een 2D rooster geldt dat:  $C_V(T \rightarrow 0) \rightarrow \alpha T^\beta$ . Bepaal de coëfficiënt  $\beta$   $\alpha$  is temperatuursonafhankelijk).
- (b) Beschouw een ultra-relativistisch elektronengas in 3D:

$$\epsilon = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \approx pc = \hbar ck; k = |\vec{k}|. \quad (5.1)$$

waarbij  $c$  de lichtsnelheid is.

- (a) Bereken de toestandsdichtheid  $D(\epsilon)$ .

- (b) Bewijs dat voor de soortelijke warmte  $C_V$  voor  $N$  elektronen geldt dan:

$$\frac{C_V}{N} = \frac{1}{3} \frac{(3\pi^2)^{3/2}}{(\hbar c)^\alpha} \left( \frac{V}{N} \right)^\beta T^\gamma \quad (5.2)$$

waarbij  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$  coëfficiënten zijn en  $V$  het volume is. Bepaal  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$ .

## Hoofdstuk 6

# Statistische Fysica

### 6.1 Het vak, het examen

Dit vak wordt gegeven door Prof. J. Tempere. Vorig jaar kon er gekozen worden tussen een taak of een oefenexamen in tegenstelling tot de jaren ervoor waarin men geen oefenexamen had, maar enkel de mogelijkheid tot een taak (met mondelinge bespreking). De oefeningen waren vrij eenvoudig (het niveau van in de lessen) en waren dus wel een aanrader als je tijdens het jaar niet zoveel tijd in een taak wou steken.

### 6.2 Theorie

#### 6.2.1 Januari 2009

- (a) Het woordenboekje: Geef een korte definitie (max. een vijftal regels) van elk van de onderstaande termen alsof je een stukje voor een woordenboek of encyclopedie schrijft.
- Bose-Einsteincondensatie
  - chemische potentiaal
  - ensemble
  - ergodiciteit
  - Fermi temperatuur
  - microcanonisch
  - postulaat van Boltzmann
  - thermodynamische potentiaal
  - toestandssom
  - toestandsvergelijking
- (b) Leid Gibbs' uitdrukking van voor de grootcanonische verdeling en bereken hieruit de vrije energie en de interne energie van een open subsysteem met gemiddeld  $N$  deeltjes.
- (c) Wat is de rol van de golflengte van de Broglie als je moet onderzoeken of een systeem kwanummechanisch is of klassiek? Kan je deze grootte altijd gebruiken om te beslissen of een systeem kwantummechanisch of klassiek is?

- (d) Denkvraag over fluctuaties en respons: we hebben in de cursus een link gelegd tussen fluctuaties in de energie van een subsysteem en de soortelijke warmte. Deze link kan ook geformuleerd worden voor andere extensieve grootheden, zoals de magnetisatie. Beschouw een subsysteem waarin de deeltjes kunnen gemagnetiseerd worden door een magnetisch inductieveld met veldsterkte  $\vec{B}$ . De energie zal een magnetische bijdrage hebben zodat de energie van het subsysteem kan geschreven worden als  $E_s^{\text{total}} = E_s - M_s \cdot B$  waarin  $M_s$  de grootte van de magnetisatie van het subsysteem is (parallel aan het inductieveld). Het subsysteem kan energie en magnetisatie uitwisselen met het reservoir maar geen deeltjes, zodat de Gibbs toestandssom gegeven is door

$$Z = \sum_{E_s, M_s} e^{-\beta(E_s - M_s \cdot B)} \quad (6.1)$$

Geef een uitdrukking voor de gemiddelde magnetisatie  $M = \langle M_s \rangle$ . Zoek dan het verband tussen deze magnetische susceptibiliteit  $= -\partial M / \partial B$  en de fluctuaties van de magnetisatie, dit wil zeggen de standaarddeviatie van  $M_s$ .

- (e) Bonus: (a) Wat is de link tussen wanorde en entropie? (b) We bekijken 1 bit aan informatie. Als je de informatie niet hebt kan die bit 1 of 0 zijn, met gelijke kans:  $p_0 = 1/2, p_1 = 1/2$ . Als je de informatie wel hebt, dan is de toestand van die bit bv. zeker 1:  $p_0 = 0, p_1 = 1$ . Wat is het verschil in Shannon entropie tussen wel en geen informatie voor 1 bit data? Hoeveel entropie is er nodig om 1 megabyte aan informatie in stand te houden?

### 6.2.2 januari 2010

- (a) Het woordenboekje: Geef een korte definitie (max. een vijftal regels) van elk van de onderstaande termen alsof je een stukje voor een woordenboek of encyclopedie schrijft.
- Bose-Einsteincondensaat
  - chemische potentiaal
  - ensemble
  - ergodiciteit
  - Fermi temperatuur
  - open subsysteem
  - postulaat van Boltzmann
  - niet-extensieve thermodynamica
  - toestandssom
  - toestandsvergelijking
- (b) Dit is een denkvraag over de ensembletheorie van Gibbs.
- (a) Volg Gibbs' redenering voor de groot-canonische verdeling, maar pas het toe op een subsysteem dat energie en volume kan uitwisselen met een reservoir, maar geen deeltjes, en beantwoord de vraag: Wat is de kans  $P(E_s, V_s)$  dat het subsysteem een gegeven energie  $E_s$  en gegeven volume  $V_s$  heeft?
- (b) Zoek de toestandssom  $\tilde{Z}$  die met deze nieuwe Gibbsverdeling  $P(E_s, V_s)$  overeenkomt. Toon aan dat onze gewoonlijke link met de interne energie nu niet langer de interne energie  $U$  geeft, maar de enthalpie  $H$ ; met andere woorden, bewijs:

$$H = k_B T^2 \frac{\partial \ln \tilde{Z}}{\partial T} \quad (6.2)$$

- (c) Dit is ten slotte een vraag over kwantumstatistiek.
- Geef een afleiding voor de Bose-Einsteinverdeling en de Fermi-Diracverdeling, en haal hieruit uitdrukkingen voor de vrije energie van deze systemen.
  - Toon aan dat je bij hoge temperatuur terug de Boltzmannverdeling vindt.
  - Hoe laag moet de temperatuur zijn opdat je kwantumstatistiek nodig hebt?

## 6.3 Oefeningen

### 6.3.1 Januari 2010

- (a) Beschouw onderscheidbare deeltjes met 2 mogelijke toestanden,  $j = 1, 2$  met energie  $\epsilon_j$  zodat  $\epsilon_1 = a$  en  $\epsilon_2 = -a$ . Stel de toestandssom op. Bereken hieruit de vrije energie, en bereken uit deze vrije energie de entropie. Wat is de kans  $p_j$  dat een deeltje zich in toestand  $j$  bevindt? Bereken hieruit de Shannon entropie via  $S = -k_B \sum_j p_j \ln p_j$ . Komt deze entropie overeen met de entropie die je uit het eerste deel van de vraag vond?
- (b) Akoestische fononen hebben een energiedispersie  $\epsilon_k = \hbar s k$  met  $s$  de geluidssnelheid in het materiaal en  $k$  de lengte van golfvector  $\vec{k}$ . Bereken eerst de overeenkomstige toestandsdichtheid in 3D (voor  $V = L^3$ ). Bereken in 3D de soortelijke warmte per deeltje van de akoestische fononen. Hoe schaalde deze met de temperatuur? Hoe schaalde dan de totale soortelijke warmte van het akoestisch fonogas met de temperatuur? Hulpformule:

$$\int_0^\infty \frac{x^{\alpha-1}}{e^x - 1} dx = \Gamma(\alpha)\zeta(\alpha) \quad (6.3)$$

- (c) Beschouw een biomolecule als subsysteem dat energie  $E_s$  kan uitwisselen met het reservoir en dat uitgerekt kan worden tot een lengte  $x_s$  als je met een kracht  $F$  aan de uiteinden trekt. De interne energie van het subsysteem is dan gegeven door  $U = E_s - Fx_s$ . Aan de hand van argumenten la Gibbs vind je voor de kans dat de biomolecule een energie  $E_s$  heeft en een uitrekking  $x_s$  heeft, evenredig is aan

$$P(E_s, x_s) \propto e^{-\beta(E_s - Fx_s)} \quad (6.4)$$

met  $\beta = 1/(k_B T)$  de temperatuur. De uitrekking  $x_s$  van de molecule is een fluctuerende grootheid. Zoek het verband tussen de variantie van  $x_s$  en de elasticiteitsmodulus van het molecuul, gedefinieerd als de respons van de uitrekking op de kracht:  $Y = \frac{\partial \langle x_s \rangle}{\partial F}$ .

# Hoofdstuk 7

## Subatomaire fysica

### 7.1 Theorie

#### 7.1.1 Juni 2007

Door Pierre Van Mechelen

- (a) Bespreek  $\alpha$ ,  $\beta$  en  $\gamma$  -verval. Welke reacties zijn dit? Onder welke omstandigheden hebben ze plaats? Wat zijn de belangrijkste karakteristieken?
- (b) Geef een mondelinge synthese van het artikel A triangle that matters.

#### 7.1.2 Juni 2010

Op het theorie examen werd een artikel getoond over een nieuw experiment in CERN, dat men even kon lezen en waarover men daarna enkele vragen kreeg.

### 7.2 oefeningen

#### 7.2.1 Juni 2007

Door Pierre Van Mechelen

- (a) Beschouw de volgende kernen in hun grondtoestand:

$${}^1_5B \quad {}^{13}_6C \quad {}^{13}_7N \quad (7.1)$$

- i. Orden deze kernen volgens stijgende massa
  - ii. Bepaal hun magnetisch dipoolmoment
- (b) Een folie van  ${}^7Li$  met een massa van 0.05g wordt bestraald met thermische neutronen waarbij  ${}^8Li$  gevormd wordt (de werkzame doorsnede voor het invangen van de neutronen bedraagt 37 mb).  ${}^8Li$  ondergaan  $\beta^-$  verval en heeft een halfwaardetijd van 0.85s. Bepaal de activiteit (i.e. het aantal  $\beta$ -vervallen per seconde) bij evenwicht indien de folie met constante flux van  $3 \cdot 10^{12}$  neutronen per seconde, per  $cm^2$  bestraald wordt.

- (c) Stel dat je een analyse wil doen van de productie van zwakke bosonen bij HERA <sup>1</sup>:  $ep \rightarrow eW^\pm X$  en  $ep \rightarrow eZ^0 X$ . Een belangrijk deel van de werkzame doorsnede zal te maken hebben met interacties waarbij een zgn. resolved “foton” interageert met het proton. Hierbij fluctueert een quasi-reëel foton, afkomstig van het elektron, in een quark-antiquark paar en ontwikkelt het een hadronische structuur, lang voor de interactie met het proton.
- De HERA detectors bestaan uit vertex-detectors, sporenkamers, elektromagnetische en hadronische calorimeters en muon-detectors. Welke signatuur zou je gebruiken om de eindtoestand van dergelijke interacties te herkennen?
  - Bepaal de minimale  $x_{Bjorken}$  die bij dit soort reactie bereikt wordt.
  - Maak een ruwe schatting van de verhouding van de werkzame doorsneden voor  $Z^0, W^+$  en  $W^-$  productie. Argumenteer welke benaderingen je hierbij maakt.

### 7.2.2 Juni 2010

- Voorspel de spin-pariteit van de eerst-geëxciteerde toestand van  $^{31}_{14}\text{Si}$ ,  $^{41}_{19}\text{K}$  en  $^{49}_{21}\text{Sc}$ . Verklaar hoe de geobserveerde waarden van resp.  $\frac{1}{2}^+$ ,  $\frac{1}{2}^+$  en  $\frac{3}{2}^+$  tot stand komen.
- Bepaal de reactiesnelheid te wijten aan  $\alpha$  verval voor  $^{80}\text{Kr}$  en  $^{176}\text{Hf}$ . Gebruik hiervoor de volgende atoommassa's:  $^{80}\text{Kr}$  79.9164;  $^{76}\text{Se}$  75.9192;  $^{176}\text{Hf}$  175.9414;  $^{172}\text{Y}$  171.9364;  $^4\text{He}$  4.0026.
- Een  $\pi^-$  bundel valt in op een doelwit en produceert neutrale  $K$  mesonen en  $\Lambda$  hyperonen. Stel dat de  $K$  mesonen een impuls  $p$  hebben van 10 GeV. Wat is de verhouding van  $K_S$  tot  $K_L$  mesonen bij het interactiepunt? Wat is dezelfde verhouding op 10m van het interactiepunt? Hoeveel vervallen naar  $2\pi$  verwacht je op 10m afstand van het interactiepunt indien  $CP$  behouden zou zijn?
- De massa's van de  $b$  en  $c$  quark bedragen resp. 4.3 en 1.3 GeV. Welke verhouding voor hun levensduur verwacht je door enkel rekening te houden met de faseruimte factor? Het blijkt dat de levensduren van  $b$  en  $c$  quarks in de realiteit ongeveer gelijk zijn. Welke andere factoren kunnen dit verklaren? Staaf je antwoord met een numerieke berekening.

---

<sup>1</sup>HERA laat 27.6 GeV elektronen botsen met 920GeV protonen

# Dankwoordje

Met dank aan:

- Alle vorige WINAK mentoren die aan deze tuyaux hun steentje hebben bijgedragen.
- Mijn medementoren Elke en Christophe voor leuke samenwerking.
- Al de mensen die mij hun examenvragen hebben bezorgd en zo deze nieuwe Tuyaux mee hebben mogelijk gemaakt.
- De mensen die me mijn schrijffouten en typfouten vergeven en doormailen naar [julie@winak.be](mailto:julie@winak.be).