Lineaire Algebra - Encyclopedia Academia

tuyaux.winak.be/index.php/Lineaire_Algebra

Lineaire Algebra (Informatica)

Richting	Informatica
Jaar	2BINF

Bespreking

Dit vak bestond vroeger uit 2 delen: numerieke algebra en lineaire algebra. Sinds het academiejaar 2008 - 2009 zijn deze vakken gesplitst. De vragen zijn dus ook uit elkaar gehaald, maar het kan geen kwaad om bij het andere deel te kijken of daar nog relevante informatie staat.

Theorie

Sinds academiejaar 2019-2020 wordt dit vak gegeven door professor Alain Verschoren en Francesco als assistent. Op het examen zullen er enkel oefeningen komen, dus theorie is enkel te kennen om ze toe te kunnen passen in de oefeningen.

Professor van Steen voorziet zijn eigen cursus voor dit vak, die volledig dekt wat je zou moeten kennen voor het examen. Zijn lessen volgen deze cursus dan ook volledig en dienen vooral voor het verduidelijken ervan. Het handigste hieraan zijn zijn voorbeelden die op het bord gemaakt worden. Zorg ervoor dat je zelf dergelijke voorbeelden kunt verzinnen om aan te tonen dat je de volledige inhoud van het vak begrijpt.

Praktijk

De praktijk van dit vak bestaat uit oefensessies die de theorie inoefenen. Een aanrader om bij te wonen. Alle oefeningen worden klassikaal verbeterd zodat je jezelf kunt toetsen aan wat er van je verwacht wordt.

Examen

Sinds academiejaar 2019-2020 bestaat het examen enkel uit een schriftelijk gedeelte. Hierin komen enkel oefeningen voor.

Voor 2019-2020

Het examen bestaat gewoonlijk uit een mondeling gedeelte waarop theorie gevraagd wordt en een schriftelijk gedeelte om de oefeningen af te leggen.

Tijdens het mondeling gedeelte moet je in groep in een lokaal zitten. Er zijn een aantal vragen die voor de hele groep hetzelfde zijn en een aantal individuele vragen. Elke keer je een vraag af hebt moet je dit te merken geven aan de prof zodat die bij je langs komt en je ondervraagt. De nadruk ligt op formele nauwkeurigheid en inhoud. Zorg er dus voor dat je alles exact kunt noteren en in de juiste volgorde. Denk dus letterlijk als een compiler: je kan geen variabelen gebruiken voor ze gedeclareerd zijn, wees nauwkeurig in je definities, verwaarloos geen enkele voorwaarde. Het is normaal dat de prof blijft doorvragen tot het je wat moeilijker gaat, zo probeert hij te peilen in hoeverre je de leerstof beheerst. De essentie van de cursus ligt in het hoofdstuk Lineaire Afbeeldingen. Verwacht je dus sowieso aan basisveranderingen.

Puntenverdeling

Theorie: 0%, Praktijk: 100%

Examenvragen

Academiejaar 2019-2020 (eerste zittijd)

Media:INF_LA_Exam_2020_01_20.pdf

Waarschuwing: Vanaf hier werd het examen gegeven door een andere professor

Academiejaar 2018-2019 (tweede zittijd)

Theorie

1. (2pt) Definitie van basis van RnRn (volledig). Formuleer de stelling van de QR-factorizatie.
2. (2pt) Definitie van lineaire afbeelding. Formuleer de dimensiestelling nauwkeurig en geef de definitie van voorkomende termen.
3. (3pt) Wat is eigenwaarde van een matrix A? Bewijs dat elke n x n matrix met n verschillende eigenwaarden gediagonaliseerd kan worden.
4. (3pt) Wat is een Markov matrix? Hoe wordt Markov gebruikt in PageRank?

Oefeningen

1. (3pt) ∀t∈R:Mt=⌈⌊|11110t3tt⌉⌋|∀t∈R:Mt=[11310t1tt]
    1. Geef alle t zodat MtMt omkeerbaar is
    2. Bepaal M−1tMt−1

2. (3pt) Gegeven
   e1=⎡⎣⎢111⎤⎦⎥,e2=⎡⎣⎢645⎤⎦⎥,e3=⎡⎣⎢123⎤⎦⎥

   e1=[111],e2=[645],e3=[123]

   1. Toon aan dat e1,e2,e3e1,e2,e3 lineair onafhankelijke deelverzamelingen zijn van R3R3
   2. Geef de orthonomale basis voor R3R3 door Gram-Schmidt prosedure toe te passen op e1,e2,e3e1,e2,e3.
3. (4pt) Gegeven
   A=⎡⎣⎢311242335⎤⎦⎥

   A=[323143125]

   1. Bepaal de eigenwaarden en eigenruimten van A
   2. Toon dat A diagonaliseerbaar is door een 3x3 matrix S te geven zodat S−1ASS−1AS diagonaliseerbaar is.

Academiejaar 2019-2019 (eerste zittijd)

Media:Examen_LA_januari_2019.pdf

Academiejaar 2017-2018 (tweede zittijd)

Theorie & Oefeningen

Media:Examen-LA-2e-zit.pdf

Academiejaar 2017 - 2018 (eerste zittijd)

Theorie & Oefeningen

Media:LineaireAlgebra20172018zit1.pdf

Academiejaar 2016 - 2017 (tweede zittijd)

Theorie & Oefeningen

Media:LinAlg1617zit2.pdf

Academiejaar 2016 - 2017 (eerste zittijd)

Theorie & Oefeningen

Media:Linalg1617v1.pdf

Academiejaar 2015 - 2016

Theorie

Dit jaar gaf Joris Mestdagh op voorhand de mogelijke vragen. Mauris Van Hauwe heeft toen de vragen zo goed mogelijk beantwoord en in LaTeX gezet, bedankt Mauris! Opmerking: Oplossingen zijn niet gegarandeerd juist en er werd op het examen doorgevraagd!

- Media:Linalg1516v2.pdf
- enkel de vragen: Media:vragenlinalg1516.pdf

Academiejaar 2013 - 2014 - 1de zittijd

Theorie (groep A)

1. Lineair Afhankelijk / Lineair Onafhankelijk
    1. Definieer het begrip "lineair afhankelijk" voor een eindige deelverzameling van een vectorruimte V.
    2. Zij u,v∈Vu,v∈V
        1. {u}{u} L.A. of L.O.? Bewijs.
        2. {u,v}{u,v} L.A. of L.O.? Bewijs. (maak onderscheid tussen 0∈{u,v}0∈{u,v} en 0 ∉ {u,v}0∉{u,v})
2. Lineaire afbeeldingen
    1. "Matrixvoorstelling van een lineaire afbeelding". Leg uit.
    2. Hoe te gebruiken bij berekening van het beeld van een vector?
3. Zij A∈M(n,n)(R)A∈M(n,n)(R)
    1. Definieer de karakteristieke veelterm.
    2. T.B. : equivalente matrices hebben dezelfde karakteristieke veelterm.
    3. Verband tussen eigenwaarden en eigenvectoren.
4. Als 1 van bovenstaande oefeningen mislukte, kreeg je een willekeurige vraag indien er tijd resteerde. 1 van de vragen was o.a. :
    1. Geef en bewijs de uitbreidingsstelling.

Academiejaar 2012 - 2013 - 1e zittijd

Theorie

Praktijk

1. Bereken met een methode naar keuze de nulruimte van de matrix ⎡⎣⎢1−21−141−70−21⎤⎦⎥[1−1−7−24011−21]
2. Beschouw de vectoren v1 = ⎡⎣⎢222⎤⎦⎥[222] en v2 = ⎡⎣⎢10−1⎤⎦⎥[10−1]. Geef een vector v3 die loodrecht staat op v1 en v2 en herleid v1,v2,v3v1,v2,v3 tot een orthonormale basis.
3. Beschouw de lineaire functie f:R3→R3f:R3→R3 waarvoor f(⎡⎣⎢1−11⎤⎦⎥)=⎡⎣⎢23−1⎤⎦⎥,f(⎡⎣⎢−111⎤⎦⎥)=⎡⎣⎢451⎤⎦⎥f([1−11])=[23−1],f([−111])=[451],f(⎡⎣⎢123⎤⎦⎥)=⎡⎣⎢141412⎤⎦⎥,f([123])=[141412]. Vindt een lineaire functie g:R3→R3g:R3→R3 waarvoor geldt g∘f(x)=xg∘f(x)=x voor alle x.

4.
    1. Diagonaliseer de matrix [908/31][98/301]. Geef de eigenwaarden, eigenvectoren en de basisveranderingsmatrix die je zult gebruiken.
    2. Gegeven drie reele getallen a, b en c (allen verschillend van nul) en drie eigenvectoren v1,v2,v3ϵR3v1,v2,v3ϵR3. Hoe kan je een matrix vinden met deze eigenwaarden en -vectoren?
5. Een Fibonacci-rij is een reele rij (an)nϵN(an)nϵN zodanig dat ai=ai−1+ai−2ai=ai−1+ai−2 voor alle i≥2i≥2. De verzameling FF van alle Fibonacci-rijen vormen een deelverzameling van de RR-vectorruimte van de rijtjes in RR.
    1. Toon aan dat FF ook een deelruimte is.
    2. Geef een basis voor FF.
    3. Bewijs dat als (an)nϵN(an)nϵN een Fibonacci-rij is en als n groter dan 2 is, volgende gelijkheid geldt
       [1110]n[a1a0]=[an+1an]

[1110]n[a1a0]=[an+1an]

Academiejaar 2010 - 2011 - 2de zittijd

Theorie

1. Bewijs
   rang(AB)<=rang(B)

rang(AB)<=rang(B)

2. Zij f:V→Wf:V→W een lineaire afbeelding en V′∈V,W′∈WV′∈V,W′∈W dan f(V′)∈W,f−1(W′)∈Vf(V′)∈W,f−1(W′)∈V. Bewijs dit.
3. Overgangsmatrix
    1. Definiëer de elementen van deze matrix.
    2. Geef het verband met fAfA.
4. Eigenwaarden
    1. Geef de karakteristieke veelterm.
    2. Hoe haal je hieruit de eigenwaarden en bewijs dit.

Praktijk

1. Stel V de ruimte voortgebracht door de vectoren

⎡⎣⎢1−4−332−24−6−7⎤⎦⎥[134−42−6−3−2−7]

Voor welke a,b,c RR zit ⎡⎣⎢abc⎤⎦⎥[abc] in V? Toon aan.

Academiejaar 2010 - 2011 - 1ste zittijd

Theorie

Hieronder staan twee reeksen van vragen die studenten kregen op het mondelinge examen.

1.
    1. Stel $A \in M_{(m,n)}(\mathbb{R})$
        1. Geef de definitie van nulruimte en kolomruimte.
        2. Bewijs
           $N(A)$

           $N(A)$

           is deen deelruimte van ... (zelf invullen)
        3. Bewijs een alternatieve voorstelling van $K(A)$.
    2. Geef en bewijs de uitbreidingsstelling.
    3. Matrixvoorstelling van een Lineaire Afbeelding en verdere uitleg over het commutatieve diagram dat in de cursus staat.
    4. Stel $A \in M_{(m,n)}(\mathbb{R})$
        1. Geef de karakteristieke vergelijking
        2. C is eigenwaarde van A als en slechts als c is een wortel van de karakteristieke vergelijking: Bewijs.
2.
    1.
        1. Definieer Lineair Onafhankelijk/Afhankelijk
        2. $\{u,v\}$ Lineair Afhankelijk als en slechts als ... vul aan en bewijs
    2. Lemma 2.4.8 werd deels gegeven, aanvullen en bewijzen.
    3. Wat is de matrixvoorstelling van een lineaire functie f? Leg uit.
    4. Stel A vierkante matrix.
        1. Wanneer is A diagonaliseerbaar?
        2. A is diagonaliseerbaar als en slechts als er een basis van eigenwaarden voor $\mathbb{R}^n$ is van A.

Praktijk

1. Los volgend stelsel op:
   $\begin{cases} 3x-z=0 \\ x+y-z=-2 \\ 2y-z=10 \end{cases}$
2. Zijn volgende verzamelingen vectorruimten? Bespreek.
    1. $V_n = A \in M_n(\mathbb{R}) \mid \forall j<i : a_{ij}=0$ met de gewone bewerkingen.
    2. $W = f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ met bewerkingen
       $f+g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : n \mapsto f(n)+g(n)$
       $f.g : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+ : n \mapsto f(n)g(n)$
3. Geef M_f en $\dim(Im)$ als je weet dat $f\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ en $f\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$.
4. Geef de eigenwaarden en -vectoren van $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
5. Zij U,V,W k-dim vectorruimten en zij $f : U \to V$ en $g : V \to W$ lineaire afbeeldingen. Bewijs dat $\dim(Ker(g \cdot f)) \leq \dim(Ker(g)) + \dim(Ker(f))$.

Academiejaar 2009 - 2010 - 1ste zittijd

Praktijk

1. Bespreek onderstaand stelsel:

   $$\begin{cases} x-y-mz=-1 \\ x+my-z=1 \\ mx+y-z=1 \end{cases}$$

2. Reken zo volledig mogelijk uit

   $$\begin{vmatrix} 1 & n & n(n+1) \\ 1 & n+1 & (n+1)(n+2) \\ 1 & n+2 & (n+2)(n+3) \end{vmatrix}$$

3. Geef een orthonormale basis voor de onderstaande deelruimte van $\mathbb{R}^3$:

   $$W:=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x-2y+z=0\}$$

4. Beschouw de lineaire afbeelding

   $$f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3:(x,y,z)\mapsto(x-y,y-z,z-x)$$

   Bepaal de matrix van f (t.o.v. de canonieke basis voor $\mathbb{R}^3$) en leid hieruit de dimensies van de deelruimten $Ker(f)$ en $Im(f)$ af.

5. Bereken de eigenwaarden en de bijbehorende eigenruimten van de matrix A. Geef indien mogelijk een omkeerbare matrix T zodat $T^{-1}AT$ een diagonaalmatrix is, of leg uit waarom zo'n matrix niet bestaat.

   $$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Academiejaar 2008 - 2009 - 1ste zittijd

Theorie

1. Zij v,w vectoren in een vectorruimte V. Wanneer is $\{v\}$ linear afhankelijk of linear onafhankelijk? Bewijs! Wanneer is $\{v,w\}$ lineair afhankelijk? Bewijs! Is ϕ lineair afhankelijk of onafhankelijk? Bewijs!
2. Zij $A\in M_{m,n}$ een matrix. Toon aan dat de nulruimte van A een ruimte is van $\mathbb{R}^n$. Geef een verband tussen $dim(N(A))$ en $dim(K(A))$. Geef een veralgemening van deze formule voor het geval van lineaire afbeeldingen.
3. Als $f:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R}^m$ een lineaire afbeelding is dan bestaat er een matrix $A\in M_{m,n}$ zodat $f=f_A$. Bewijs dit! Hoe ziet $Ker(f_A)$ er uit? Bovendien is $dim(Im(f_A))=rg(A)$. Waarom is dit?
4. Zij $A\in M_{m,n}$ een vierkante matrix. Toon aan dat A diagonaliseerbaar is als en slechts als er een basis voor $\mathbb{R}^n$ bestaat die volledig uit eigenvectoren van A bestaat.

Praktijk

1. Bespreek het onderstaande stelsel:

   $$\begin{cases} (m+1)x+y=1 \\ 2x+my=m \end{cases}$$

2. Goed of fout

   $$W:=\{F\in\mathbb{R}[X] \mid F'(1)=0\}$$

   is een deelruimte van de vectorruimte $\mathbb{R}[X]$ van reële veeltermen. Bewijs je antwoord.
3. Stel $V:=\{F\in\mathbb{R}[X] \mid gr(F)\leq 2\}$, dan is $B=\{X^2,X,1\}$ een basis voor V. Beschouw voor een willekeurige $c\in\mathbb{R}_0$ de lineaire afbeelding

   $$f:V\to\mathbb{R}:F\mapsto F(c)$$

   Voor $\mathbb{R}$ kiezen we de basis $C=\{1\}$

   1. Geef de matrix van f t.o.v. de basissen B en C.

   2. Bepaal de dimensie van $Ker(f)$ en $Im(f)$ en leid daaruit het antwoord af op de vraag: is f surjectief/injectief?

4. In $\mathbb{R}^3$: stel R de rechte door het punt $p=(1,1,1)$ met richtingsvector $w={}^t[-1\ 1\ 0]$

   1. Geef de vergelijking van het vlak π_0, dat de oorsprong o en de rechte R bevat.

   2. Bepaal de loodrechte projectie van het punt $a=(2,0,-5)$ op π_0 en de afstand $d(a,\pi_0)$ van a tot π_0.

5. Bereken de eigenwaarden en de bijbehorende eigenruimten van de matrix A. Geef indien mogelijk een omkeerbare matrix T zodat $T^{-1}AT$ een diagonaalmatrix is, of leg uit waarom zo'n matrix niet bestaat.

   $$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&0&0\\0&0&0&0\\0&0&1&1\end{bmatrix}$$

Academiejaar 2007 - 2008 - 1ste zittijd

Theorie lineaire algebra

1. Zij VV een deelruimte:

    1. Als uu en vv vectoren zijn in VV met $u,v\neq0u,v\neq0$. Hoe kunnen we dan zien of de vectoren lineair afhankelijk zijn? Bewijs!

    2. Als $v1,...,vkv1,...,vk$ lineair afhankelijke vectoren zijn in VV met $vi\neq0vi\neq0$ dan bestaat er een index $k>0k>0$ zodat:

        1. $v1,...vk-1v1,...vk-1$ zijn lineair onafhankelijk;

        2. vkvk is een lineaire combinatie vanj $v1,...,vk-1v1,...,vk-1$.

    Bewijs dit!

2. Zij $f:V\to Wf:V\to W$ een afbeelding tussen 2 eindigdimensionale vectorruimten.

    1. Wat betekent “de afbeelding ff is lineair?” (definitie)

    2. Leg uit hoe we de matrixvoorstelling van ff definiëren tegenover zekere basissen die gekozen worden voor VV en WW.

3. Zij AA een vierkante matrix.

    1. Geef de definitie van de karakteristieke veelterm van AA.

    2. Leg uit waarom de eigenwaarde van AA juist de wortels zijn van deze karakteristieke veelterm.

    3. Geef een voorbeeld van een matrix die geen enkele eigenwaarde heeft in RR.

Praktijk lineaire algebra

---

1. Goed of fout

    $W1\cup W2$

    $$W1\cup W2$$

    is een deelruimte van R2R2. Beargumenteer je antwoord. $W1=\{v\in R2|3v1+v2=0\}W2=\{v\in R2|v1-2v2=0\}W1=\{v\in R2|3v1+v2=0\}W2=\{v\in R2|v1-2v2=0\}$

2. Geef een basis voor de kern en het beeld van de onderstaande lineaire afbeelding en ga na of ff injectief/surjectief is.

    f:R5↦R4:v↦M·vM=⎡⎣⎢⎢⎢2−1102−110−12−210−30111−11⎤⎦⎥⎥⎥f:R5↦R4:v↦M·vM=[22−101−1−12−3111−20−100111]

3. Geef een *orthonormale* basis voor $W\subset R4W\subset R4$.

    W=⟨⎡⎣⎢⎢⎢0101⎤⎦⎥⎥⎥,⎡⎣⎢⎢⎢−2301⎤⎦⎥⎥⎥,⎡⎣⎢⎢⎢1115⎤⎦⎥⎥⎥⟩W=⟨[0101],[−2301],[1115]⟩

4. Bereken de eigenwaarden en bijhorende eigenruimten van de matrix AA. Geef zo mogelijk een matrix die AA diagonaliseert of leg uit waarom zo’n matrix niet bestaat.

   A=⎡⎣⎢54−481−4168−11⎤⎦⎥A=[5816418−4−4−11]

5. Stel L:ax+by+c=0L:ax+by+c=0 een rechte in R2R2. Bewijs deze formule:

   d(o,L)=|c|a2+b2√d(o,L)=|c|a2+b2

Academiejaar 2007 - 2008 - 2de zittijd

Praktijk lineaire algebra

1. Goed of fout: elke oneindige deelverzameling van R3R3 is voortbrengend. Beargumenteer je antwoord.

2. Geef een basis voor de kern en het beeld van de onderstaande lineaire afbeelding en ga na of ff injectief/surjectief is.

   f:R5↦R3:v↦M⋅vM=⎡⎣⎢330−9−73128−6−9−56684⎤⎦⎥f:R5↦R3:v↦M⋅vM=[3−912−963−78−5803−664]

3. We werken in R3R3. Wat is de afstand tussen het punt a=(1,1,1)a=(1,1,1) en het vlak ππ door de punten (1,0,0)(1,0,0), (0,1,0)(0,1,0) en (0,0,1)(0,0,1)?

4. Geef een omkeerbare matrix SS en een diagonaalmatrix DD zodat S−1AS=DS−1AS=D.

   A=⎡⎣⎢00−10−10−100⎤⎦⎥A=[00−10−10−100]

5. Stel a,b∈R3a,b∈R3 verschillend van 0. Bewijs dat er een unieke vector c∈R3c∈R3 bestaat waarvoor geldt

   ∀x∈R3:det(a,b,x)=⟨c,x⟩

   $$∀x∈R3:det(a,b,x)=⟨c,x⟩$$

   . Toon ook aan dat zo’n vector loodrecht staat op aa en bb .

Academiejaar 2006 - 2007

Theorie lineaire algebra

1.
   1. Definieer: lineaire transformatie tussen 2 vectorruimten.
   2. Toon aan dat een lineaire transformatie van RnRn naar RmRm van de vorm F(v→)=Av→F(v→)=Av→ met AA een matrix.
   3. Leg uit hoe we elke lineaire transformatie tussen algemene vectorruimten kunnen beschrijven met behulp van bijzondere lineaire transformaties uit deel (b) van de vraag.

1. Stel A een nxn-matrix:
    1. Stel c een eigenwaarde van A. Definieer de eigenruimte van c. Toon aan dat dit een deelruimte is van R^n.
    2. Stel $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \ldots, \vec{v_n}$ een eigenvector van A met eigenwaarden $c_1, c_2, \ldots, c_n$ met $c_i \neq c_j$ als $i \neq j$. Toon aan dat $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \ldots, \vec{v_n}$ lineair onafhankelijk zijn.
    3. Stel $T: R^n \to R^m$ een lineaire afbeelding met matrix A. Wanneer is $Ker(T)$ een eigenruimte van A (leg uit).
    4. Stel $B \sim A$. Toon aan dat A en B dezelfde eigenwaarden hebben. Hebben ze ook dezelfde eigenvectoren? Leg uit.

Praktijk lineaire algebra

1. Geef alle mogelijke $\delta \in R$ waarvoor de vectoren
   (λλ20)(λ2λ)(0λλ)

   een basis vormen voor R^3.

2. Zoek een reële 4x4-matrix met eigenvectoren
   $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

   met respectievelijke eigenwaarden 0, 0, 2 en -2.

3. Geef de matrix, tegenover van de standaard basis voor R^3, van de loodrechte projectie van een vector in R^3 op de deelruimte $W \subseteq R^3$ (dit is een lineaire afbeelding van R^3 naar R^3)

   $W = < \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} >$

4. Goed of fout De som van twee niet lineaire functies is niet lineair. Geef een bewijsje in het eerste geval en een tegenvoorbeeld in het tweede geval.

Academiejaar 2005 - 2006

Praktijk

1. (a) Toon aan dat f welgedefinieerd en lineair is.
   (b) Geef de matrix van f t.o.v. de geordende basissen $[1 X X^2]$ en $[1]$.
   (c) Geef de dimensie van $Ker(f)$.

2. De matrix A heeft -1 als eigenwaarde.

   Stel V:=R2[X]V:=R2[X] (veeltermen met graad hoogstens 2). We definiëren de volgende functie

   f:V→R:F↦D(D(F))

   f:V→R:F↦D(D(F))

   A=⌈⌊|−31−2−20−24−23⌉⌋|A=[−3−2410−2−2−23]

   1. Bewijs dit.

   2. Bereken de geometrische en algebraïsche multipliciteit van -1.

   3. Volstaat deze kennis om te bepalen of A diagonaliseerbaar is? Motiveer je antwoord.

3. Stel V={f|f:[0,1[→Ris een functie}V={f|f:[0,1[→Ris een functie}. We zeggen dat f∈Vf∈V voldoet aan de eigenschap T (notatie Tf) als en slechts als:

   ∃n∈N0:∃x0,...,xn∈R:(0=x0<x1<...<xn=1en∀i∈{1,...,n}:∃n∈N0:∃x0,...,xn∈R:(0=x0<x1<...<xn=1en∀i∈{1,...,n}:
   ∃ci∈R:∀x∈[xi−1,xi[:f(x)=ci)∃ci∈R:∀x∈[xi−1,xi[:f(x)=ci)

   Stel W={f∈V|Tf}W={f∈V|Tf}.

   1. Beschrijf WW door middel van een typerend voorbeeld.

   2. Is WW een deelruimte van VV? Beargumenteer je antwoord bondig.