

# Klassieke veldentheorie

---

 [tuyaux.winak.be/index.php/Klassieke\\_veldentheorie](http://tuyaux.winak.be/index.php/Klassieke_veldentheorie)

## Klassieke veldentheorie

---

---

Jaar	<u>3BFYS</u>
------	--------------

---

Keuzevak	<u>Keuzevakken</u>
----------	--------------------

## Bespreking

---

Dit vak volgt op inleiding klassieke veldentheorie, sinds 2010 zit het gedeelte fourrier in de cursus inleiding klassieke velden. Hierdoor wordt greense functie bijna een zekerheid bij de theorie.

## Puntenverdeling

---

10 punten op de theorie en 10 op de oefeningen

## Examenvragen

---

**Academiejaar 2022-2023 1<sup>ste</sup> zit**

---

# Klassieke Veldentheorie

## Theorie

### 1. Sturm-Liouvilleoperator

- Bespreek de Sturm-Liouvilleoperator en toon aan dat deze Hermitisch is.
- Wat weet je over de eigenwaarden van deze operator?
- Wat weet je over de eigenvectoren van deze operator?

### 2. Greense functiemethode

- Wat is een Greense functie?
- Leid de Greense functiemethode af om het inhomogene potentiaalprobleem op te lossen.
- Bespreek de beeldpuntmethode.

### 3. Elektromagnetische golven

- Zoek oplossingen voor de homogene golfvergelijkingen. Bespreek de vlakke monochromatische elektromagnetische golven.
- Leid de voorwaarden af waarop deze elektromagnetische golven voldoen aan de Maxwellvergelijkingen.

## Oefeningen

### 1. Los volgende differentiaalvergelijking op met de methode van Frobenius:

$$2xy'' + (x+1)y' + y = 0$$

De oplossing in termen van een reeksontwikkeling is voldoende. (3 punten)

### 2. Beschouw een bol met de waarde van de potentiaal op de schil gegeven door:

$$1 + \cos \theta + \sin^2 \theta \cos 2\phi$$

- Geef de potentiaal binnen en buiten de bol.
- We plaatsen concentrisch in de eerste bol een tweede bol met kleinere straal  $b$  en homogene ladingsdichtheid  $\rho_c$ . Wat is de interactie-energie tussen de twee bollen? (3 punten)

### 3. Beschouw twee oneindig geaarde vlakken, loodrecht op elkaar. Het eerste vlak is gedefinieerd door $x = 0$ en het tweede vlak door $y = 0$ . Er bevindt zich een lading $q$ in het tweede kwadrant op coördinaten $(-a, b)$ . Bepaal het elektrisch veld in de vier kwadranten met de beeldpuntmethode. (3 punten)

### 4. Het elektrisch veld van een elektromagnetische golf is gegeven door:

$$\vec{E}(z) = E_0 \left( (1+i)\vec{e}_x + i\vec{e}_y \right) e^{-ikz}$$

Wat kan je zeggen over de polarisatie? (1 punt)

## Academiejaar 2019-2020 1<sup>ste</sup> zit

## Theorie

## 1. De Greense functie methode

1. Wat is de Greense functie, en waarvoor dient deze?
2. Leid de Greense functie methode af om het inhomogene potentiaalprobleem op te lossen voor alle soorten randvoorwaarden.
3. Bespreek de beeldpuntmethode om Greense functies te berekenen, geef ook een voorbeeld.
4. Schets hoe je de Greense functiemethode gebruikt om diffractie van licht te beschrijven. Beschrijf enkel de stappen die gebruik maken van de Greense functiemethode en de beeldpuntmethode. Verdere uitwerking hoeft niet.

## 2. Elektromagnetische golven

1. Transformeer de Maxwell vergelijkingen in de vrije ruimte (zonder brontermen), tot homogene golfvergelijkingen voor het elektrische en het magnetische veld.
2. Los deze elektromagnetische homogene golfvergelijkingen op. Beschrijf de vlakke monochromatische elektromagnetische golven.
3. Leid de voorwaarden af waarop deze elektromagnetische golven voldoen aan de Maxwell vergelijkingen.
4. Doe hetzelfde voor een homogeen en isotroop medium.

## Oefeningen

---

1. Los volgende differentiaalvergelijking op met de methode van Frobenius  $2xy'' + (x+1)y' + y = 0$ . De oplossing in termen van een reeksontwikkeling is voldoende.
2. Beschouw een bol met straal  $a$ , waarvan de potentiaal op het oppervlak gegeven is door  $\psi(r=a, \theta, \phi) = \sin\theta \cos\phi + \cos\theta + 1$ .
  1. Bepaal de potentiaal binnen en buiten de bol.
  2. Stel dat er zich een 2<sup>de</sup> bol concentrisch binnenin de eerste bol bevindt, met kleinere straal  $b$  en homogene ladingsverdeling  $\rho_C$  (volle bol). Wat is dan de interactie-energie tussen de 2 bollen?
3. Beschouw 2 oneindige geaarde vlakken, loodrecht op elkaar, waar het 1<sup>ste</sup> vlak gedefiniëerd is door  $x=0$  en het 2<sup>de</sup> door  $y=0$  in een carthesisch coördinatensysteem. Er bevindt zich een lading  $q$  in het eerste kwadrant, op coördinaten  $(a,b)$ . Bepaal het elektrisch veld overal met de methode van de beeldpunten.
4. Het elektrisch veld van een elektromagnetische golf is gegeven door  $\vec{E} = E_0[(1+i)\vec{e}_x + (1-i)\vec{e}_y]e^{ikz}e^{-i\omega t}$ . Wat kan je zeggen over de polarisatie?

## Academiejaar 2018-2019 2<sup>de</sup> zit

---

### Theorie

---

## 1. De Greense functie methode

1. Wat is een Greense functie, en waarvoor dient deze?
2. Leid de Greense functie af om inhomogene veldproblemen op te lossen.
3. Bespreek manieren om Greense functies te berekenen, en geef voorbeelden.

## 2. Elektromagnetische golven

1. Los de elektromagnetische homogene golfvergelijkingen op. Beschrijf de vlakke monochromatische elektromagnetische golven.
2. Leid de voorwaarden af opdat elektromagnetische golven voldoen aan de Maxwell vergelijkingen.

## Oefeningen

---

### 1. Gegeven is de volgende differentiaalvergelijking (4 ptn.).

$$4x^2y'' - 4x^2y' + (1-2x)y = 0, y = y(x)$$

$$4x^2y'' - 4x^2y' + (1-2x)y = 0, y = y(x)$$

1. Onderzoek de regulariteit met het theorema van Fuchs
  2. Zoek een oplossing met de methode van Frobenius
2. Beschouw een bol met straal  $a$ , waarvan het oppervlak de potentiaal  $\sin^2(\theta)\cos(2\phi) + 1$  heeft. (5 ptn.)
1. Bepaal de potentiaal binnen en buiten de bol.
  2. Stel dat er zich een homogene bolschil-vormige lading binnen in de bol bevindt met straal  $b < a$ ,  $\rho(r, \theta, \phi) = q_4 \pi b^2 \delta(r-b)$ . Wat is de elektrische interactie tussen deze ladingsverdeling en de bol?
3. Het elektrisch veld van een elektromagnetische golf is gegeven door
- $$\vec{E} = E_0(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)e^{ikz}$$

$$\vec{E} = E_0(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)e^{ikz}$$

Wat kan je zeggen over de polarisatie? (1 pt.)

## Academiejaar 2018-2019 1<sup>ste</sup> zit

---

## Oefeningen

---

### 1. Gegeven is de volgende differentiaalvergelijking (4 ptn.).

$$x^2y'' - xy' + (1-x)y = 0$$

$$x^2y'' - xy' + (1-x)y = 0$$

1. Onderzoek de regulariteit met het theorema van Fuchs
  2. Zoek een oplossing met de methode van Frobenius
2. Beschouw een bol met straal  $a$ , waarvan het oppervlak de potentiaal  $\sin^2(\theta)\cos(2\phi)$  heeft. (5 ptn.)
1. Bepaal de potentiaal binnen en buiten de bol.
  2. Stel dat er zich een homogene bolschil-vormige lading binnen in de bol bevindt met straal  $b < a$ ,  $\rho(r, \theta, \phi) = q_4 \pi b^2 \delta(r-b)$ . Wat is de elektrische interactie tussen deze ladingsverdeling en de bol?

3. Het elektrisch veld van een elektromagnetische golf is gegeven door

$$\vec{E} = E_0((1+i)\vec{e}_x + (1-i)\vec{e}_y)e^{ikz}$$

$$\vec{E} = E_0((1+i)e^{-\rightarrow x} + (1-i)e^{-\rightarrow y})e^{ikz}$$

Wat kan je zeggen over de polarisatie? (1 pt.)

## Academiejaar 2017-2018 1<sup>ste</sup> zit

---

### Oefeningen

---

1. Zoek de oplossing van onderstaande differentiaalvergelijking met de methode van Frobenius.

$$4x^2y'' - 4x^2y' + (1-2x)y = 0, y = y(x).$$

$$4x^2y'' - 4x^2y' + (1-2x)y = 0, y = y(x).$$

2. Beschouw een bol met straal  $a$ , waarvan het oppervlak de potentiaal  $\sin^2(\theta)\cos(2\phi) + 1$  heeft.

1. Bepaal de potentiaal binnen en buiten de bol.

2. Stel dat er zich een homogene bolschilvormige lading binnenin de bol bevindt met straal  $b < a$ :  $\rho(r, \theta, \phi) = q_4 \pi b^2 \delta(r-b)$ . Wat is de elektrische interactie-energie tussen deze ladingsverdeling en de bol?

3. Het elektrisch veld van een elektromagnetische golf is gegeven door

$$\vec{E} = E_0(\vec{e}_x - i\vec{e}_y)e^{ikz}.$$

$$\vec{E} = E_0(e^{-\rightarrow x} - ie^{-\rightarrow y})e^{ikz}.$$

Wat kan je zeggen over de polarisatie?

4. Beschouw een oneindig, geaard vlak op  $z=0$ . Er bevindt zich in de bovenste helft van de ruimte ( $z > 0$ ) een lading  $q$  op plaats  $\vec{r}'$ .

1. Bepaal het elektrisch veld in de gehele ruimte.

2. Bonusvraag: Stel dat het vlak in een potentiaal  $V_0$ , bepaal dan het elektrisch veld in de gehele ruimte. Interpreteer dit resultaat.

## Academiejaar 2016-2017 1<sup>ste</sup> zit

---

### Theorie

---

1. De Greense functie methode

1. Leid de Greense functie methode af.

2. Bespreek manieren om Greense functies te berekenen, en geef voorbeelden.

3. Schets hoe de Greense functie methode kan gebruikt worden om diffractie van licht te beschrijven.

1. Elektromagnetisme

1. Los de Maxwell vergelijkingen op in de vrije ruimte.

2. Leid de voorwaarden af opdat Elektromagnetische golven voldoen aan de Maxwell vergelijkingen.

## Oefeningen

---

1. Los volgende DV met Frobenius op  $2xy''+(x+1)y'+y=0, y=y(x)$   $2xy''+(x+1)y'+y=0, y=y(x)$ , het is voldoende om het in reeksvom op te schrijven
2. Beschouw een bolschil met straal  $a$  en ladingsverdeling  $\cos(\theta)+\sin(\theta)\cos(\phi)+1=\Psi(\rho=a,\theta,\phi)\cos(\theta)+\sin(\theta)\cos(\phi)+1=\Psi(\rho=a,\theta,\phi)$ 
  - Geef de potentiaal binnen en buiten de bol
  - In de schil brengen we concentrisch een homogeen geladen bol met straal  $b$  aan met homogene ladingsdichtheid  $\rho$   
Geef de interactieenergie van de bol en schil
3. Beschouw twee oneindig geaarde vlakken, loodrecht op elkaar, waar het eerste vlak gedefinieerd is door  $x=0$  en het tweede door  $y=0$  in een cartesisch coördinaten stelsel. Er bevindt zich een lading  $q$  in het eerste quadrant op coördinaten  $(a,b)$ . Bepaal het elektrisch veld overal met de methode van de beeldpunten.
4. Beschouw E-veld in het xy-vlak  
 $\vec{E} = E_0[(1+i)\vec{e}_x + (1-i)\vec{e}_y]e^{ikz}$   
 $E \rightarrow = E_0[(1+i)e^{-\rightarrow x} + (1-i)e^{-\rightarrow y}]e^{ikz}$

, wat kan je zeggen over de polarisatie

## Academiejahr 2015-2016 1<sup>ste</sup> zit

---

### Theorie

---

Hoe pakken we niet-homogene veldproblemen aan? Geef de methode + los hiermee de Maxwell vergelijkingen op.

### Oefeningen

---

## Academiejahr 2014-2015 1<sup>ste</sup> zit

---

### Theorie

---

Geef alles dat je weet van Greense functies

- definitie
- Hoe moet je ze maken
- Hoe los je er een probleem mee op
- minstens 1 uitgewerkt voorbeeld uit elektromagnetisme, waar hebben we Greense functies zoal voor gebruikt in het elektromagnetisme?

### Oefeningen

---

1. Los volgende DV met Frobenius op  $2xy''+(x+1)y'+y=0, y=y(x)$   $2xy''+(x+1)y'+y=0, y=y(x)$ , het is voldoende om het in reeksvom op te schrijven

2. Beschouw een bolschil met straal  $a$  en ladingsverdeling  $\cos(\theta) + \sin(\theta)\cos(\phi) + 1 = \Psi(\rho=a, \theta, \phi)$ 
  - Geef de potentiaal binnen en buiten de bol
  - In de schil brengen we concentrisch een homogeen geladen bol met straal  $b$  aan met homogene ladingsdichtheid  $\rho$   
Geef de interactieenergie van de bol en schil
3. Beschouw een bol met in de bovenste helft de homogene ladingsverdeling  $\rho$  en in de onderste helft  $-\rho$ 
  - bereken expliciet mono-, di- en quadrupoolmoment.
  - Kon je verwachten dat er enkele 0 gingen zijn? zoja, waarom?
4. Beschouw E-veld in het xy-vlak  

$$\vec{E} = E_0[(1+i)\vec{e}_x + (1-i)\vec{e}_y]e^{ikz}$$

$$E \rightarrow = E_0[(1+i)e^{-\rightarrow x} + (1-i)e^{-\rightarrow y}]e^{ikz}$$

, wat kan je zeggen over de polarisatie

## Academiejahr 2013-2014 2<sup>e</sup> zit

---

### Theorie

---

Over Greense functies.

- Bespreek de methode
- Beeldpuntmethode en Eigenfuncties
- Diffractie oplossen
- Maxwell-vergelijkingen oplossen

### Oefeningen

---

1. Los volgende DV met Frobenius op  $2xy(x)'' + 2y(x)' + y(x) = 0$   $2xy(x)'' + 2y(x)' + y(x) = 0$ , het is voldoende om het in reeksvorm op te schrijven.
2. Beschouw een bolschil met straal  $a$  waarvan de oppervlakte potentiaal gegeven is door  $\sin^2(\theta) + \cos(2\phi)\sin^2(\theta) + \cos(2\phi)$ .
  - Geef de potentiaal binnen en buiten de bol
  - Stel dat er een homogene bolschil-vormige lading zich binnen de bol bevindt met straal  $b < a$  en ladingsdichtheid  $\rho(r, \theta, \phi) = q/4\pi b^2 \delta(r-b)$ . Wat is de elektrostatische interactie-energie tussen deze ladingsverdeling en de bol?
3. Beschouw een ring in een vlak met straal  $a$ . De bovenste helft van de ring heeft een totale lading  $q$ . De onderste helft heeft een totale lading  $-q$ . Veronderstel een homogene ladingsdichtheid.
  - Bereken het mono-, di- en quadrupoolmoment.
  - Bepaal de potentiaal  $\phi$
  - Bepaal het elektrisch veld  $\vec{E}$

## Academiejahr 2013-2014 1<sup>ste</sup> zit

---

## Theorie

---

Geef alles dat je weet van Greense functies

- definitie
- Hoe moet je ze maken
- Hoe los je er een probleem mee op
- minstens 1 uitgewerkt voorbeeld uit elektromagnetisme, waar hebben we Greense functies zoal voor gebruikt in het elektromagnetisme?

## Oefeningen

---

1. Los volgende DV met Frobenius op  $2xy'' + (x+1)y' + y = 0, y = y(x)$   $2xy'' + (x+1)y' + y = 0, y = y(x)$ , het is voldoende om het in reeksvom op te schrijven
2. Beschouw een bolschil met straal  $a$  en ladingsverdeling  $\cos(\theta) + \sin(\theta)\cos(\phi) + 1 = \Psi(\rho=a, \theta, \phi)$   $\cos(\theta) + \sin(\theta)\cos(\phi) + 1 = \Psi(\rho=a, \theta, \phi)$ 
  - Geef de potentiaal binnen en buiten de bol
  - In de schil brengen we concentrisch een homogeen geladen bol met straal  $b$  aan met homogene ladingsdichtheid  $\rho$   
Geef de interactieenergie van de bol en schil
3. Beschouw een bol met in de bovenste helft de homogene ladingsverdeling  $\rho$  en in de onderste helft  $-\rho$ 
  - bereken expliciet mono-, di- en quadrupoolmoment.
  - Kon je verwachten dat er enkele 0 gingen zijn? zoja, waarom?
4. Beschouw E-veld in het xy-vlak  
 $\vec{E} = E_0[(1+i)\vec{e}_x + (1-i)\vec{e}_y]e^{ikz}$   
 $\vec{E} \rightarrow = E_0[(1+i)e^{-\rightarrow x} + (1-i)e^{-\rightarrow y}]e^{ikz}$

Wat kan je zeggen over de polarisatie

## Academiejahr 2012-2013 1<sup>ste</sup> zit

---

### Theorie

---

Geef alles dat je weet van Greense functies

- definitie
- Hoe moet je ze maken
- Hoe los je er een probleem mee op
- minstens 1 uitgewerkt voorbeeld uit elektromagnetisme

### Oefeningen

---

1. Los volgende DV met Frobenius op  $2xy'' + (x+1)y' + y = 0, y = y(x)$   $2xy'' + (x+1)y' + y = 0, y = y(x)$ , het is voldoende om het in reeksvom op te schrijven



2. Beschouw een bolschil met straal  $a$  en ladingsverdeling  $\cos(\theta) + \sin(\theta)\cos(\phi) + 1 = \Psi(\rho=a, \theta, \phi)$ 
  - Geef de potentiaal binnen en buiten de bol
  - In de schil brengen we concentrisch een homogeen geladen bol met straal  $b$  aan met homogene ladingsdichtheid  $\rho$   
Geef de interactieenergie van de bol en schil
3. Beschouw een bol met in de bovenste helft de homogene ladingsverdeling  $\rho$  en in de onderste helft  $-\rho$ 
  - bereken expliciet mono-, di- en quadrupoolmoment.
  - Kon je verwachten dat er enkele 0 gingen zijn? zoja, waarom?
4. Beschouw E-veld in het xy-vlak  

$$\vec{E} = E_0[(1+i)\vec{e}_x + (1-i)\vec{e}_y]e^{ikz}$$

$$E \rightarrow = E_0[(1+i)e^{-\rightarrow x} + (1-i)e^{-\rightarrow y}]e^{ikz}$$

, wat kan je zeggen over de polarisatie

## Academiejaar 2011-2012 1<sup>ste</sup> zit

---

### Theorie

---

Geef alles dat je weet van Greense functies

- definitie
- Hoe moet je ze maken
- Hoe los je er een probleem mee op
- 1 voorbeeld uit elektromagnetisme

### Oefeningen

---

1. Los volgende DV met Frobenius op  $2xy'' + (x+1)y' + y = 0$   $2xy'' + (x+1)y' + y = 0$  met  $y=y(x)$
2. Beschouw een bolschil met straal  $a$  en ladingsverdeling  $1 + \cos(\theta) + \sin(\theta)\cos(\phi) = \Psi(\rho=a, \theta, \phi)$ 
  - Geef de potentiaal binnen en buiten de bol
  - In de schil brengen we concentrisch een homogeen geladen bol aan met ladingsvolumedichtheid  $\rho$   
Geef de interactieenergie van de bol en schil
3. Beschouw een bol met in de bovenste helft de ladingsverdeling  $\rho$  en in de onderste helft  $-\rho$ 
  - bereken expliciet mono-, di- en quadrupoolmoment.
  - Kon je verwachten dat er enkele 0 gingen zijn? zoja, waarom?
4. Beschouw E-veld in het xy-vlak  

$$\vec{E} = E_0[(1+i)\vec{e}_x + (1-i)\vec{e}_y]e^{ikz}$$

$$E \rightarrow = E_0[(1+i)e^{-\rightarrow x} + (1-i)e^{-\rightarrow y}]e^{ikz}$$

Wat kan je zeggen over de polarisatie