Performantie Analyse van Telecomsystemen

tuyaux.winak.be/index.php/Performantie_Analyse_van_Telecomsystemen

Introduction to Performance Modeling

Richting	Informatica
Jaar	MINF

Examenvragen

Academiejaar 2011-2012

Open boek 1e zittijd

1. **Bernoulli and Poisson process (2):** Indicate whether the Poisson process is a suitable process to model:
    1. The time epochs at which hand-overs take place in a wireless network.
    2. The time epochs at which a packet is sent by a single TCP source.
    3. The time epochs at which packets are sent by a large number of TCP sources sharing a single link.
    4. The time epochs at which emails arrive in your mailbox.
2. **Branching processes (2):** Give an example of a single-type branching process such that the extinction probability is equal to p, for any $0 < p < 1$.
3. **Branching processes (3):** Construct a branching process to model the coordinated splitting tree algorithm (CSTA). Whenever n users collide in the CSTA, they are allowed to exchange information such that they splot into n groups each consisting of a single user. Collisions still occur on the channel as colliding users get no information with respect to the arrival times of the new users. Explain how we can determine the maximum stable throughput by mean of this branching process.
4. **Markov Chains (3):** Give an example of a Markov chain that is
    1. Irreducible, positive recurrent with period $d = 3$.
    2. Irreducible, transient, with period $d = 2$.

    Explain in detail why your examples meet the above requirements.
5. **Markov chains (4):** Assume we have 2 machines to process jobs. Machine i needs to process kiki jobs and the processing time of a job on machine i is exponential with mean 1/μi1/μi, respectively, for i = 1 and 2. How can we determine the probability that machine 1 finishes its k1k1 jobs before machine 2 finishes its k2k2 jobs (use a Markov chain)? Assume that as soon as one machine finishes its work, it also starts to process pending jobs from the other machine (if any). How can we determine the mean time until all the k1+k2k1+k2 jobs are completed?

6. **Processor sharing queue (3):** Assume jobs arrive according to a Poisson process with rate λ at a single server. A job requires an exponential amount of work with mean 1/μ;. All the jobs in the queue share the single server, meaning a job is server at rate μ/n whenever there are n jobs in the queue. Set up a Markov chain to determine the number of jobs in the queue (at arrival or departure times). Determine the condition of positive recurrence and give an explicit expresiion for the steady state probabilities. Give an expression for the queue length distribution at arrival times only. Do you recognize the latter expresiion from an earlier course?
7. **Bianchi model (3):** Assume we use the simple ALOHA scheme to retransmit a packet instead of the binary exponential back-off algorithm with the additional requirement that a packet can be retransmitted at most $m > 0$ times. Discuss the changes required to the Bianchi model to determine the saturation throughput. How does m influence the saturation throughput?

Open boek 2e zittijd

---

1. **Bernoulli and Poisson process (2):** Indicate whether either the Bernoulli or Poisson process is a suitable process to model:
    1. The Time epochs at which search queries are performed at `www.google.be`.
    2. The days of the year during which it rains in Antwerp city.
2. **Bernoulli and Poisson process (2):** Consider a (RAID) system consisting of 80 hard disk drives. Assume that the lifetime of a disk has an exponential distribution with a mean of 1200 days. If a disk fails it is immediately replaced by another new disk. On average how many disks need replacement per month? Explain your answer using the properties of the exponential distribution and the Poisson process.
3. **Branching processes (3):** Give an example of a multi-type branching process with expectation matrix M, such that *&ro;(M)* > 1 while the probability of extinction of qi0qi0 = 1 for some type i0i0.
4. **Branching processes (2):** Assume a virus is inserted in a large corporate network via a single computer. Further assume that each infected machine attempts to affect 10 other uninfected machines (on average), while the probability that an infection succeeds is 0.0975. How many machines will get infected on average? Explain your answer using the properties of a branching process.
5. **Markov chains (3):** Give an example of a Markov chain with
    1. a finite number of states and at least 1 transient states,
    2. n states that is irreducible with period i for any n∈N0n∈N0 and i∈{1,…,n}i∈{1,…,n}.

    Explain in detail why your examples meet the above requirements.
6. **Markov chains (2):** Check whether the following infinite state Markov chains are transient or positive-recurrent:
    1. an irreducible Markov china with pi,0pi,0 = 1/100 for all j∈Sj∈S
    2. a birth-death Markov chain with pi=0.9e−i/100pi=0.9e−i/100.

    Explain your answer.

7. **Erlang-C model (4):** Assume we wish to generalize the Erlang C formula by incorporating customer impatience in the system. Assume customers have an exponential amount of patience while waiting with mean $1/\theta$. Construct a Markov chain by observing the system at the following time epochs: arrivals, call completions, customer abandonments. There is no need to derive an expression for the steady state of this Markov chain. When is this Markov chain positive recurrent?
8. **Bianchi model (2):** Does the saturation throughput of an 802.11 network depend on the variance of the packet length distribution if we use Bianchi model to determine the saturation throughput? Answer this question for both the basic and RTS/CTS mode of operation.

Academiejaar 2008 - 2009 - 1ste zittijd

Oefeningen

1. **BERNOULLI EN POISSON PROCESS**: Geef aan of volgende processen goed kunnen worden gemodeleerd door een Bernoulli of Poisson process:

    1. tijdstippen waarop handovers plaats vinden in een draadloos netwerk
    2. data pakketten die deel uitmaken van een TCP connectie
    3. requests die aankomen in een HTTP server
    4. requests die aankomen in een DNS server
    5. aankomstijden van je emails

    Rangschik deze van meer naar minder Poisson (Partiële orde).

2. **BERNOULLI EN POISSON PROCESS**: Beschouw een Poisson process met parameter $\lambda\lambda$. Stel dat we een Bernoulli process definiëren met sloten van lengte $1/(\lambda k)1/(\lambda k)$ en parameter pp. Voor welke waarde van pp heeft het Bernoulli process dezelfde arrival rate als het Poisson process? Wanneer vormt dit Bernoulli process een goede benadering voor het Poisson proces (bv. kleine kk, grote kk, even kk, etc)? Als we het Poisson process uit het Erlang loss model vervangen door dit Bernoulli process, wat verwacht je dan dat er met de loss rate gebeurt (in functie van kk)?

3. **MARKOV KETENS**: Geef een voorbeeld van een Markov keten met 10 toestanden die periode drie heeft.

4. **MARKOV KETENS**: Stel dat $x \geq 0x \geq 0$ en $y \geq 0y \geq 0$ twee invariante vectoren zijn van een transitie matrix PP, met xx geen veelvoud van yy, wat voor Markov keten kan er dan nog met PP overeenstemmen?

5. **MARKOV KETENS**: Beschouw een webpage die 110 fotos bevat en stel dat er 10≤k≤10010≤k≤100 kunnen worden opgeslagen in een cache. Stel verder dat 10 van deze foto’s 10 maal zo populair zijn als de overige 100. Wanneer een foto wordt opgevraagd die niet in de cache aanwezig is, dan vervangt deze een willekeurige andere foto in de cache. Een opgevraagde foto is één van de 10 populaire met kans pp en een minder populaire met kans 1−p1−p.

    1. Wat is de waarde van pp?

    2. Stel een Markov keten op met 11 toestanden die toelaat de kans ppop−inppop−in te berekenen dat de 10 populaire foto’s in de cache zitten

    3. Geef een expliciete uitdrukking voor ppop−inppop−in

6. **ERLANG B FORMULE**: Stel dat een telecomoperator zijn klanten opdeelt in premium en regular klanten en de regel hanteert dat wanneer CpCp of meer van de CC lijnen bezet zijn bij het initiëren van een telefoon gesprek, dan worden nog enkel calls van premium klanten aanvaard. Pas de Markov keten aan om dit gedrag te modeleren, je hoeft geen uitdrukking van de steady state op te stellen. Hoe bereken je nu de loss kansen (formules zijn niet nodig).

7. **BIANCHI MODEL**: Stel dat de maximale window size 8 maal groter is dan de minimale window size. In de cursus kan een pakket een onbeperkt aantal maal herstuurd worden, stel dat we dit aantal wensen te beperken tot 16, hoe moeten we de Markov keten dan aanpassen (zonder in detail te treden)?

8. **OPTICAL SWITCHING**: Stel dat we bij elke output poort over een set van W/2W/2 converters beschikken (met WW het aantal uitgaande golflengtes per output poort). Stel dat de kk-de converter, voor k=1k=1 tot W/2W/2, enkel bursts van golflengte 2k2k naar 2k−12k−1 kan omzetten en omgekeerd (ipv full wavelength conversion). Hoe berekenen we dan de loss rate?

Academiejaar 2007 - 2008 - 1ste zittijd

Oefeningen

1. **BERNOULLI EN POISSON PROCESS**: Geef aan of volgende processen goed kunnen worden gemodeleerd door een Bernoulli of Poisson process:

    1. aankomstprocess van een video applicatie

    2. data gegenereerd door een webbrowser

    3. tijdstippen waarop GSM gesprekken starten

    4. noodoproepen naar het nummer 112

2. **BERNOULLI EN POISSON PROCESS**: Deze oefening bestaat uit 3 delen:

    1. Toon aan dat de som van twee exponentieel verdeelde random variabelen niet exponentieel verdeel is (wat zou het gemiddelde moeten zijn?).

    2. Stel dat we een Poisson stroom opsplitsen door de pakketten om de beurt naar links en rechts te sturen (de linkse stroom bestaat dus uit pakket 1, 3, 5, etc.). Zijn deze twee stromen (de linkse en de rechtse) dan opnieuw Poisson?

    3. We doen hetzelfde experiment als hierboven, maar nu sturen we een pakket links (of rechts) met een kans 1/2. Zijn deze twee stromen (de linkse en de rechtse) dan opnieuw Poisson?

3. **RENEWAL PROCESSEN**: Gebruik de vier stappen van het Key Renewal theorema om een uitdrukking op te stellen voor $P[A(t)+W(t)\geq y]P[A(t)+W(t)\geq y]$ (zie ook oef 6 in de cursus).

4. **RENEWAL PROCESSEN**: Beschouw een Markov keten met toestandsruimte SS die we bekomen door een systeem op tijdstippen $t=0,1,2,3t=0,1,2,3$, etc. te bekijken. Stel dat we deze Markov keten nu enkel op de tijdstippen observeren wanneer deze zich in een bepaalde toestand $s\in Ss\in S$ bevindt (bv. $s=1s=1$). Verkrijgen we dan een renewal process? Zo nee, waarom niet, zo ja, geef de verdeling van de interarrival times $InIn$.

5. **MARKOV KETENS**: Geef een voorbeeld van een Markov keten die:

    1. Irreducibel

    2. Irreducibel en transient

    3. Irreducibel, transient en periodisch met $d\geq 2d\geq 2$

    4. Irreducibel, transient en periodisch met $d\geq 3d\geq 3$

    Merk op, als je een bepaald item correct beantwoordt, dan heb je ook onmiddellijk al de bovenstaande items beantwoord.

6. **MARKOV KETENS**: Beschouw twee irreducibele Markov ketens $\{Xn,n\geq 0\}\{Xn,n\geq 0\}$ en $\{Ym,m\geq 0\}\{Ym,m\geq 0\}$ met dezelfde eindige toestandsruimte SS, die onafhankelijk zijn van elkaar (dj., $XnXn$ en $YmYm$ zijn, onafhankelijk voor alle n,mn,m).

    1. Argumenteer dat $\{(Xn,Yn),n\geq 0\}\{(Xn,Yn),n\geq 0\}$ eveneens een Markov keten is met toestandsruimte $S\times SS\times S$ en geef de transitiekansen.

    2. Is $\{(Xn,Yn),n\geq 0\}\{(Xn,Yn),n\geq 0\}$ irreducibel?

    3. Wat is de periode van $\{(Xn,Yn),n\geq 0\}\{(Xn,Yn),n\geq 0\}$ als $\{Xn,n\geq 0\}\{Xn,n\geq 0\}$ periode $dXdX$ heeft en $\{Ym,m\geq 0\}\{Ym,m\geq 0\}$ periode $dYdY$?

    4. Stel dat $\{Xn,n\geq 0\}\{Xn,n\geq 0\}$ en $\{Ym,m\geq 0\}\{Ym,m\geq 0\}$ een invariante distributie $\pi X\pi X$ en $\pi Y\pi Y$ hebben, wat is dan de invariante distributie van $\{(Xn,Yn),n\geq 0\}\{(Xn,Yn),n\geq 0\}$?

    5. Indien we een bepaalde positief recurrente Markov keten twee maal simuleren, hoe vaak mogen we dan verwachten dat beide simulatie runs zich in dezelfde toestand zullen bevinden?

7. **ERLANG C FORMULE**: Stel dat we de Erlang C formule wensen te veralgemenen door ook het ongeduld van wachtende klanten in rekening te brengen. We veronderstellen dat de hoeveelheid geduld van een wachtende klant exponentieel verdeel is met gemiddelde $1/\theta 1/\theta$. We construeren een Markov keten met dezelfde toestandsruimte als bij de Erlang C formule, maar observeren de keten nu niet enkel op aankomst en service completion tijdstippen, maar eveneens op de tijdstippen waarop wachtende klanten hun geduld verliezen en inhaken. Kortom, wanneer er één of meer wachtende klanten zijn, dan zijn er drie mogelijkheden voor de volgende gebeurtenis: een aankomst $(\lambda)(\lambda)$, een service completion $(\mu)(\mu)$ of een klant die zijn geduld verliest $(\theta)(\theta)$.

    1. Geef de transitiematrix voor dit systeem, je moet de invariante vector niet bepalen

    2. Wanneer is deze Markov keten positief recurrent (gebruik Pakes)?