Lie groepen - Encyclopedia Academia

tuyaux.winak.be/index.php/Lie_groepen

Lie groepen	
Richting	Wiskunde
Jaar	3BWIS

Test december 2016 (Lieven Le Bruyn)

1. Geef de grote stappen (max. 1 blz) die nodig zijn om aan te tonen dat SO3(R)SO3(R) een simpele Lie groep is.
2. Bekijk de volgende deel-groep van GL2(R)GL2(R)
   G={(x0y1)|x>0}

   G={(xy01)|x>0}

   Toon aan dat GG een Lie-groep is. Bepaal de dimensie van GG en ook de Lie-algebra g=T12(G)g=T12(G)
3. Geef de eerste generatie van het standaard model als representatie van GSM=U(1)×SU2×SU3GSM=U(1)×SU2×SU3 en leg uit wat we onder GUT-theorie verstaan.
4. Bekijk de linkse leptonen V=C−1⊗C2⊗CV=C−1⊗C2⊗C en de linkse quarks W=C1/3⊗C2⊗C3W=C1/3⊗C2⊗C3. Stel dat we erin zouden slagen bundels deeltjes van beide families te laten botsen, wat kan je zeggen over de fysische eigenschappen van de families van deeltjes die hiervan het resultaat zouden zijn (het aantal deeltjes in elke familie, de representatie als GSMGSM-representatie en de interpretatie hiervan). Hint: de resulterende families komen overeen met simpele factoren van V⊗WV⊗W en je mag gebruiken dat voor SU(2)SU(2)-representaties wegens Clebsh-Gordan geldt dat C2⊗C2≃C⊕sl2C2⊗C2≃C⊕sl2 (de triviale resp. de adjoint representatie).

Januari 2015 (Boris Shoykhet)

1. Define a Liegroup and a Lie algebra. Discuss , Ad and ad. How do you construct a Lie algebra of a Liegroup? Define the exponential map. Prove that Ad(eX)=ead(X)Ad(eX)=ead(X).
2. Suppose GG is a connected commutative Liegroup. Show that exp(X+Y)=exp(X)exp(Y)exp(X+Y)=exp(X)exp(Y). Show that every connected Abelian Liegroup is isomorphic to S1×⋯×S1×RnS1×⋯×S1×Rn.
3. What is SO3(R)SO3(R)? Is this Liegroup connected? Is it compact? Prove it. How do elements of the Lie algebra so3(R)so3(R) look like? Prove that so3(R)so3(R) is isomorphic to the vectorproduct in RR.