

# Discrete wiskunde (Wiskunde)

---

 [tuyaux.winak.be/index.php/Discrete\\_wiskunde\\_\(Wiskunde\)](http://tuyaux.winak.be/index.php/Discrete_wiskunde_(Wiskunde))

## Discrete wiskunde

---

Richting Wiskunde

Jaar 1BWIS

## Bespreking

---

Dit vak wordt in de eerste bachelor gegeven door professor Symens. Het zal gaan over combinatoriek, genererende functies en grafentheorie. Hij geeft zowel de theorie- als de oefeningenlessen. Hij legt alles heel goed uit dus het is zeker aangeraden naar zijn lessen te gaan. Hij laat tijdens de oefeningenlessen ook bijna altijd de leerlingen de oefeningen aan het bord maken, zodat je er zeker niet met je duimen zit te draaien. Voor elk hoofdstuk dat er gegeven wordt (dit zijn er waarschijnlijk 3) krijg je een taak mee. Deze taken staan niet op punten, maar zijn zeker een goede oefening en er wordt wel verwacht dat je ze maakt. Er is ook een heel goede cursus voor dit vak, waar alles goed in uitgelegd staat met voorbeelden. Op het examen worden theorie en oefeningen tegelijk afgelegd. Er worden iets meer oefeningen dan theorie gevraagd. Er worden bewijzen gevraagd, leer deze dus. Leer ook zeker het lijstje genererende functies uit je hoofd. Voor de rest is het vooral belangrijk dat je de geziene leerstof in de oefeningen kan toepassen. Als je grondig gestudeerd hebt voor dit examen is het zeker haalbaar.

## Examenvragen

---

### Juni 2020

---

1.
  1. Op hoeveel verschillende manieren kan je drie witte torens op een 5x5 schaakbord zetten zodat die elkaar niet kunnen slaan?
  2. Op hoeveel verschillende manieren kan je mm torens op een 8x8 schaakbord zetten zodat die elkaar niet kunnen slaan?
2. Formuleer het binomium van Newton en bewijs het via inductie.
3. Geef een bewijs via een combinatorisch argument van de volgende eigenschap:  
$$\sum_{k=m}^n \binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} 2^{n-m}$$
4. Wat is de (korte vorm van de) genererende functie van de rij van kwadraten van natuurlijke getallen? Zoek dit door gebruik te maken van de formules van genererende functies die je al kent.

5. Gegeven de rij  $(x_n)_{n \geq 1}$  met als recursief voorschrift

$$x_0 = 2, x_n = 3x_{n-1} - 1 \text{ als } n \geq 1$$

1. Bepaal via genererende functies een gesloten formule voor de algemene term van deze rij.
2. Geef ook de genererende van de rij  $(s_n)_{n \geq 1}$  van de partieelsommen  $s_n = \sum_{k=0}^n x_k$  en bepaal hiervoor de algemene term.

## Juni 2019

---

Media:Discrete wiskunde-18191.pdf

## Juni 2017

---

1. Geef het binomium van Newton en bewijs het via inductie.
2. Gebruik een combinatorisch argument om aan te tonen dat (met  $p, q, n \in \mathbb{N}, p, q \leq n$ )
$$\binom{n}{p} \binom{n}{q} = \sum_{k=0}^{\min(p,q)} \binom{n}{k} \binom{n-k}{p-k} \binom{n-k}{q-k}$$
3. Op een huwelijk zijn er 30 gasten en 3 tafels van 10 personen. Op hoeveel manieren kunnen we hen in 3 groepen van 10 splitsen zodat Jos niet bij Janne aan tafel zit en Luc niet bij Louise aan tafel zit? (De volgorde van de groepen maakt dus niet uit, de plaats aan tafel ook niet.)
4. We willen onze boodschappenmand vullen met  $n$  stukken fruit, te kiezen uit appels, peren, appelsienen en kiwi's. Op hoeveel manieren kan ik mijn mand vullen onder de volgende voorwaarden? (Los dit, met bewijs, op voor algemene  $n$ .)
  - Het aantal appels in de mand moet even zijn.
  - Het aantal peren in de mand moet een vijfvoud zijn.
  - Er mogen maximum 4 appelsienen in de mand zitten.
  - Er mag maximum 1 kiwi in de mand zitten.
5. Bepaal een gesloten vorm voor de genererende functie  $\sum_{k=0}^{\infty} k^2 x^k$  door onder andere gebruik te maken van  $1(1-x)^3$ .
6. Gebruik genererende functies om een gesloten formule te vinden voor  $a_n$ , waarbij  $a_n$  gegeven wordt door het recursief voorschrift  $a_0 = 0, a_1 = 3, a_n = 4a_{n-2} + 3n^2 + 4$ 
$$a_0 = 0, a_1 = 3, a_n = 4a_{n-2} + 3n^2 + 4$$
voor  $n \geq 2$ . Gebruik hiervoor het resultaat uit de vorige oefening.
7. Toon aan dat als  $G = (V, E)$  een graaf is met  $n = |V| \geq 3$  zo dat voor elke twee vertices  $u$  en  $v$  die niet verbonden zijn met een edge geldt dat  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$ , dat dan  $G$  een Hamiltoncykel toelaat. (Hint: geef een variant van een bewijs dat we in de klas gezien hebben.)

8. Bij een welbepaald convex veelvlak komt er in elk hoekpunt twee driehoeken en twee vijfhoeken samen. Bepaal, door gebruik te maken van de formule van Euler, hoeveel ribben, hoeveel hoekpunten, hoeveel driehoeken en hoeveel vijfhoeken dit veelvlak heeft.

Categorieën:

- Wiskunde
- 1BWIS