

Hydrodynamica - Encyclopedia Academia

 tuyaux.winak.be/index.php/Hydrodynamica

Hydrodynamica

Hydrodynamica

Jaar 3BFYS

Keuzevak Keuzevakken

Bespreking

Je krijgt bij het examen alle formules (continuïteits vergelijking, impulsvergelijking, Energie vergelijking volledig voor visceuze en niet visceuze stromen), ook de definitie van snelheidspotential en stroomfunctie, hoe die eruit zien voor de 4 elementaire stromingen die gezien werden.

Puntenverdeling

Je wordt beoordeeld op basis van een schriftelijk examen.

Examenvragen

Academiejaar 2022-2023 1^{ste} zit

Prof. Bart Partoens

Vragen



Examen juni 2023

1. a) Beschouw tweedimensionale, niet-samendrukbare, niet-viskeuze stroming, beschreven door de snelheidspotentiaal $\varphi(r, \theta)$ en door de stroomfunctie $\psi(r, \theta)$, met r en θ poolcoördinaten. Geef een uitdrukking voor de snelheidscomponenten v_r en v_θ in functie van φ en ψ . Hierbij kan je gebruikmaken van de uitdrukkingen voor de gradient, divergentie en rotatie in cilindercoördinaten:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{e}_r & r\vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & rA_\theta & A_z \end{vmatrix}$$

- b) Beschouw nu dergelijke stroming beschreven door de snelheidspotentiaal $\varphi = (r^2 + Br^{-2}) \cos(2\theta)$.
- Toon aan dat dit inderdaad een geldige snelheidspotentiaal is (je kan bovenstaande uitdrukkingen gebruiken).
 - Indien ze bestaat, bepaal de corresponderende stroomfunctie ψ .
 - Bepaal B opdat deze snelheidspotentiaal een stroming over een cilinder beschrijft met straal R .
 - Schets voor dit geval ook een aantal stroomlijnen.

2. a) Het snelheidsveld van niet-visceuze, niet-samendrukbare stroming over een cilinder met straal R wordt gegeven door

$$v_r = \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) v_\infty \cos \theta$$

$$v_\theta = -\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) v_\infty \sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

met Γ de circulatie van de stroming. Bepaal de liftkracht op de cilinder.

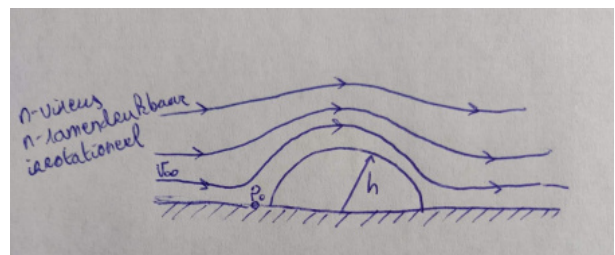
- b) Is de wet van Bernoulli geldig om de liftkracht te berekenen voor stroming rond een vliegtuigvleugel (zoals bv. gedaan werd in bovenstaande vraag a)?
 - c) De weglengte van de bovenkant van een vleugel is 5% langer dan de weglengte van de onderkant. Tijdens een vlucht, is de snelheid dan boven de vleugel 1) ook 5% groter dan aan de onderkant, of 2) minder dan 5%, of 3) meer dan 5% groter? Motiveer je antwoord.
3. Hoe creëer je een schokgolf in een convergerende-divergerende buis?
4. Enkele korte vragen waarop ik een bondig antwoord verwacht. **Motiveer** wel je antwoord.
- a) Waarom wordt er geen stroomfunctie gedefinieerd voor drie-dimensionale stroming?
 - b) Tot welke snelheid is $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ een goede aanname voor het snelheidsveld van een stroming?
 - c) Geef de definitie (meer dan enkel een wiskundige uitdrukking) van de totale enthalpie.
 - d) Blijft de totale temperatuur constant over een schokgolf?
5. Beschouw een oneindig lange holle cilinder met straal R , met in het centrum ervan een oneindig lange staaf met straal R_0 . In de cilinder bevindt zich een visceuze en niet-samendrukbare vloeistof. De staaf wordt vooruit getrokken langs zijn as (dus in de z -richting) met een constante snelheid U_0 .
- a) Bepaal het snelheidsprofiel van de volledig ontwikkelde stroming van deze vloeistof.
 - b) Bepaal de kracht (per eenheid van lengte van de staaf) om de staaf vooruit te trekken met de opgegeven snelheid.

Academiejahr 2021-2022 1^{ste} zit

Prof. Bart Partoens

1. // a) bereken de lift (afleiding in cursus)// b) mag je Bernoulli toepassen om de lift op een vliegtuigvleugel te berekenen?// c) vraag met kleiner, gelijk aan en groter dan 5%// 2. Hoe creëer je een schokgolf in een convergerende divergerende buis?// 3. 4 kleine vraagjes, bondig antwoord maar gemotiveerd!!! (zie figuur hieronder) a) waarom 2D en

niet 3D?// b) geef de defenitie van de totale enthalpie (niet de wiskundige definitie)// c) blijft de totale temperatuur constant over een schokgolf?// d) wanneer mag je een fluidum niet samendrukbaar beschouwen?// 4. Beschouw een luchstroom over een heuvel met hoogte h . De atmosfeerdruk aan de grond is P_0 . De snelheid van de lucht ver van de heuvel loopt gelijk met de x -as en is v (oneindig). Zie de tekening. Ook nog gegeven: de laplace //vergelijking in poolcoordinaten, determinant om een rotor van een vectorveld te berekenen, vergelijking om de divergentie te berekenen, vergelijking om de gradient te berekenen: allemaal in poolcoordinaten.// a) Beschouw potentiaalstroming. De stroomfunctie $\psi(r, \theta)$ wordt gegeven door/// $\psi = f(r)/\sin(\theta)$ // Bepaal de differentiaalvergelijking voor $f(r)$ // b) Los de differentiaalvergelijking voor $f(r)$ op en bepaal de integratieconstanten.// c) bepaal het snelheidsveld// d) wat is de luchtdruk op de top van de berg?// 5. Een cilinder met straal R draait rond zijn as met snelheid ω in een niet samendrukbare visceuze omgeving. Ver van de cilinder is de vloeistof in rust. Bepaal het snelheidsveld.//



exvr

Academiejaar 2018-2019 1^{ste} zit

Prof. Bart Partoens

1.

1. Beschouw tweedimensionale, niet-samendrukbare, niet-viskeuze stroming, beschreven door de stroomfunctie $\psi(r, \theta)$ met r en θ poolcoördinaten. Geef een uitdrukking voor de snelheidscomponenten v_r en v_θ in functie van θ . Hierbij kan je gebruikmaken van de uitdrukking voor de rotatie van een vectorveld in cilindercoördinaten

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial A_\theta}{\partial r} - \theta \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{r} \left(r \frac{\partial A_\theta}{\partial r} - \theta \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right) \vec{e}_z$$

2. Beschouw nu dergelijke stroming in een hoek (zie figuur), beschreven door de stroomfunctie $\psi = 2r^2 \sin(2\theta)$.

1. Bereken het snelheidsveld, en maak een schets van de stroming door de stroomlijnen te tekenen.
2. Indien mogelijk, bepaal dan ook de snelheidspotential
3. Indien de statische druk in punt A (op afstand L van de oorsprong) gegeven door p_A , wat is dan de statische druk in punt B (op afstand L van de oorsprong)?

2. Geef de fysische interpretatie van de rotor van het snelheidsveld.

3.

1. Geef de definitie van de totale enthalpie
2. Geef de definitie van de totale druk
3. Voor een calorisch perfect gas gelden de isentropische relaties

$$p_2 p_1 = (T_2 T_1)^\alpha = (p_2 p_1)^\beta$$

$$p_2 p_1 = (T_2 T_1)^\alpha = (p_2 p_1)^\beta$$

Bepaal α en β .

4. Hoe verandert de totale druk over een schokgolf?
4. Hoe creëer je een schokgolf in een convergerende-divergerende schokgolf?
5. Beschouw een oneindig lange holle cilinder met straal R , met in het centrum ervan een oneindig lange staaf met straal R_0 . In de cilinder bevindt zich een visceuze en niet-samendrukbare vloeistof. De staaf wordt vooruit getrokken langs zijn as (dus in de z -richting) met een constante snelheid U_0 .

1. Bepaal het snelheidsprofiel van de volledig ontwikkelde stroming van deze vloeistof
2. Bepaal de kracht (per eenheid van lengte van de staaf) om de staaf vooruit te trekken met de opgegeven snelheid.

6.

1. Het snelheidsveld van niet-visceuze, niet-samendrukbare stroming over een cilinder met straal R wordt gegeven door

$$v_r = (1 - R^2 r^2) v_\infty \cos(\theta)$$

$$v_r = (1 - R^2 r^2) v_\infty \cos(\theta)$$

$$v_\theta = -(1 + R^2 r^2) v_\infty \sin(\theta) - \Gamma / 2\pi r$$

$$v_\theta = -(1 + R^2 r^2) v_\infty \sin(\theta) - \Gamma / 2\pi r$$

met Γ de circulatie van de stroming. Bepaal de liftkracht op de cilinder.

2. De weglengte van de bovenkant van een vleugel is 5% langer dan de weglengte van de onderkant. Tijdens een vlucht, is de snelheid dan boven de vleugel 1) ook 5% groter aan de onderkant of 2) minder dan 5% of 3) meer dan 5% groter? Motiveer je antwoord.

Figuur

Academiejahr 2012-2013 2^{de} zit

1. Geef de fysische interpretatie van de rotor van het snelheidsveld.
2. Je mag steeds uitgaan van een calorisch perfect gas.
 1. Wat is de totale druk?
 2. Hoe verandert de totale druk over een schokgolf?
 3. Hoe verandert de druk over een schokgolf?
 4. Toon aan dat de totale druk constant is in isentropische stroming.

3. Beschouw de (volledig ontwikkelde) niet-samendrukbare viskeuze stroming tussen twee coaxiale cilinders met stralen R_1 en R_2 ($R_1 > R_2$). Er wordt geen drukgradient aangelegd, maar beide cilinders roteren. De buitenste cilinder met straal R_1 roteert in wijzerzin met een angulaire snelheid Ω_1 , en de binnenste cilinder met straal R_2 roteert in tegenwijzerzin met een angulaire snelheid Ω_2 .
 1. Bereken het snelheidsveld.
 2. Bepaal de stagnatiepunten.
 3. Bereken het drukverschil tussen de oppervlakken van beide cilinders.
4. Beschouw volgende functie $\phi = xy + x^2 - y^2$.
 1. Is dit een geldige snelheidspotentiaal functie? En indien ja, wat voor stroming wordt hierdoor beschreven?
 2. Als ze bestaat, leid dan de stroomfunctie $\psi(x,y)$ af voor deze stroming.
 3. Bepaal de vergelijking voor de stroomlijn door het punt $(x,y) = (2,1)$.
5. Beschouw niet-viscouse, niet-samendrukbare, irrotationale stroming over een cilinder met een vaste straal.
 1. Onderstel eerst "non-lifting" stroming over deze cilinder. Als je de beginsnelheid ver van de cilinder verdubbelt, veranderen dan de stroomlijnen?
 2. Veranderen de stroomlijnen bij "lifting" stroming over deze cilinder, als de circulatie constant blijft?
6. De weglengte van de bovenkant van een vleugel is 5% langer dan de weglengte van de onderkant. Tijdens een vlucht, is de snelheid dan boven de vleugels 1) ook 5% groter dan aan de onderkant, of 2) minder dan 5%, of 3) meer dan 5% groter
7. Bepaal de uitdrukking voor de geluidssnelheid.

Academiejaar 2012-2013 1^{ste} zit

1. Leid de Navier-Stokes vergelijking af voor een infinitesimaal vloeistofelement, meebewegend met de stroming.
2. Je mag steeds uitgaan van een calorisch perfect gas:
 1. Wat is de totale druk?
 2. Hoe verandert de totale druk over een schokgolf?
 3. Hoe verandert de druk over een schokgolf?
 4. Toon aan dat de totale druk constant is in isentropische stroming
3. Beschouw de (volledig ontwikkelde) niet-samendrukbare viskeuze stroming tussen twee coaxiale cilinders (een coaxiale buis) met stralen R_1 en R_2 ($R_1 > R_2$). Er wordt een drukverschil aangelegd over de buis.
 1. Bereken het snelheidsveld.
 2. Bereken het debiet
 3. Bepaal ook het limietgeval $R_1 \rightarrow R_2$
4. Het snelheidsveld van een twee-dimensionale niet-samendrukbare stroming wordt gegeven door de snelheidscomponenten

$$v_x = 2V(xL - yL) \quad v_y = -2VyL \quad v_x = 2V(xL - yL) \quad v_y = -2VyL$$
 met V en L constanten. Als ze bestaan, bepaal de stroomfunctie en snelheidspotentiaal functie.

5. Enkele korte vragen men een kort antwoord:

- De wet van Bernoulli mag gebruikt worden om de liftkracht te berekenen. Correct of niet?
- Tot welke snelheid is $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ een goede aanname voor het snelheidsveld van een stroming?
- Waarom vliegt een vliegtuig?
- Wat is de paradox van d'Alembert?

Academiejaar 2011-2012 1^{ste} zit

1. Beschouw de twee-dimensionale niet-samendrukbare en niet-viskeuze stroming over een wand. De opening in de wand kan beschouwd worden als een bron.

Vanop oneindig valt een uniforme stroming in.

- Bepaal het snelheidsveld van deze stroming.
- Bepaal de scheidende stroomlijn en maak een schets ervan.
- Onderstel dat de druk ver van de wand gegeven wordt door $p \propto p^\infty$. Geef een uitdrukking voor de druk langs de wand.

2. Beschouw de (volledig ontwikkelde) niet-samendrukbare viskeuze stroming tussen twee coaxiale cilinders met stralen R_1 en R_2 , die roteren rond hun as met angulaire snelheden Ω_1 en Ω_2 . Er is geen externe drukgradient aangelegd. Bereken het snelheidsveld.

3. Enkele korte vragen met een kort antwoord:

- De totale enthalpie is constant langs een stroomlijn over een isentropische niet-viskeuze samendrukbare stroming. Correct?
- Toon aan dat de totale druk constant blijft in een isentropische niet-viskeuze samendrukbare stroming. (Je mag uitgaan van een calorisch perfect gas.)
- Waarom wordt er geen stroomfunctie gedefinieerd voor drie-dimensionale stroming?
- De weglengte van de bovenkant van een vleugel is 5% langer dan de weglengte van de onderkant. Tijdens een vlucht, is de snelheid dan boven de vleugel 1) ook 5% groter dan aan de onderkant, of 2) minder dan 5% of 3) meer dan 5% groter?
- Hoe ontstaat een schokgolf in een convergerende-divergerende buis?
- Wanneer is $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ een goede aanname voor de snelheidsveld van een stroming?
- Wat is de paradox van d'Alembert?

Academiejaar 2010-2011 1^{ste} zit

1. Een plaat wordt uit een vloeistof getrokken (verticaal naar boven) met constante snelheid v_0 . Een laagje vloeistof van dikte h blijft plakken aan de plaat. Vloeistof is viskeus, laminair, stabiel, niet samendrukbare.

Wat is de gemiddelde snelheid van de vloeistof in het laagje? (Je veronderstelt dus dat de plaat oneindig lang is en je houdt geen rekening met het begin waar de plaat uit de vloeistof komt)

2. Op punt $(-a,0)$ is een bron, op $x=0$ is loodrecht op de x -as (dus langs de y -as) een wand.
- Wat is de snelheidspotential en stroomfunctie dan? (niet samendrukbare, niet viskeuze stroming)
 - Stel dat achter de wand de druk p_0 is, in welke richting is de kracht op de wand dan? Van de bron weg of naar de bron toe?
3. Kleine theorievraagjes waarbij een kort antwoord werd gevraagd.
- Wanneer is $\text{div}(\mathbf{v}) = 0$ een goede benadering voor de stroming?
 - Waarom vliegt een vliegtuig?
 - Volstaat het Reynolds getal om een stroming te karakteriseren?
 - Waarom is de stroomfunctie enkel in 2D gedefinieerd?
 - Kan een irrotationele stroming een angulaire snelheidscomponent hebben?
 - Blijft de totale temperatuur constant over een schokgolf?
 - Wanneer is $\nabla \cdot \vec{v} = 0$ een goede aanname voor de snelheidsveld van een stroming?
 - Viskeuze stroming wordt volledig gekarakteriseerd door het Reynoldsgetal. Correct?
 - Hoe creëer je een schokgolf in een convergerende-divergerende buis?