

Inleiding tot Analytische Mechanica

 tuyaux.winak.be/index.php/Inleiding_tot_Analytische_Mechanica

Inleiding tot Analytische Mechanica

Richting	<u>Wiskunde</u>
----------	-----------------

Jaar	<u>1BWIS</u>
------	--------------

Vak

Theorie

Professor Wouters geeft de theorie. Hij neigt heel snel te gaan en onderstelt dat de leerlingen al veel kennis hebben over (bijvoorbeeld) partiële differentiaalvergelijkingen en partiële Taylorexpanaties, kegelsneden, tensoren en andere meetkundige of analytische begrippen. Gelukkig is de cursus nog vrij duidelijk en uitgewerkt en staat de professor open voor vragen van leerlingen, zowel over de fysica als over de te kennen wiskunde erachter.

Oefeningen

Worden gegeven door Maarten (weet de achternaam niet precies). Zijn zowat de vaagste oefeningen die je ooit zult krijgen. Probeer u niet te laten ontmoedigen door het feit dat je zelfs de opgave niet begrijpt; dat doet niemand. Stel voldoende vragen indien nodig en blijf proberen, uiteindelijk komt het wel een beetje tot op zekere hoogte. Hou ook zeker de oplossingen die Maarten aan het bord geeft goed bij.

Exameninfo

Examenvragen

Academiejaar 2013 - 2014

1ste zit

Theorie

Prof. Michiel Wouters

1. Bespreek het behoud van energie aan de hand van symmetrie in het *Lagrangiaanse formalisme* van de klassieke mechanica.

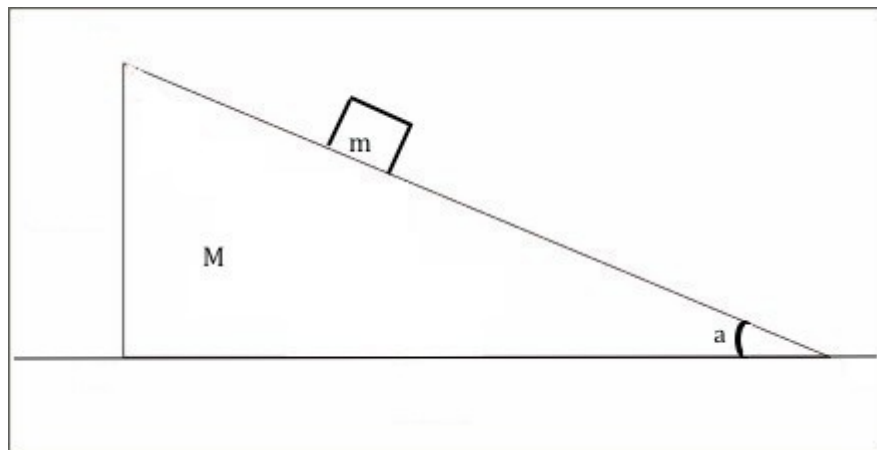
2. Het deeltjesprobleem:

- Toon de perkenwet aan.
- Stel de effectieve potentiaal voor de radiale beweging op. Maak een schets en bespreek de verschillende soorten banen. (Je moet geen analytische uitdrukking voor de banen afleiden.)

3. Stel de *Hamiltoniaan* en de *Hamilton Bewegingsvergelijkingen* op, vertrekkend van het *Lagrangiaanse formalisme*.

Praktijk

1. Bepaal de geodeten (krommes met de kortste afstand) op een bol met straal a . Je mag de uitdrukking laten staan als een integraal.
2. Een blok met massa M kan wrijvingsloos bewegen op een horizontale rechte. Een andere massa m bevindt zich op de schuine zijde van deze blok en kan hierover wrijvingsloos bewegen (zie tekening). Neem aan dat de massa m zich ten allen tijde op de schuine rechte bevindt. Het hele systeem ondervindt zwaartekracht. Bereken de snelheid van de beide blokken door gebruik te maken van de *Euler-Lagrange* bewegingsvergelijkingen. Is er een behouden grootheid? Zo ja, dewelke?



3. Een deeltje met massa m beweegt in het zwaarteveld langs de spiraal $z=k\theta$, $R=R_0$, met k een constante en z de hoogte van het deeltje in verticale richting. Zoek de *Hamiltoniaan* van het systeem. Schrijf de *Hamilton Bewegingsvergelijking* neer en los ze op. Wat is de versnelling van het deeltje in de z -richting als $R \rightarrow 0$?

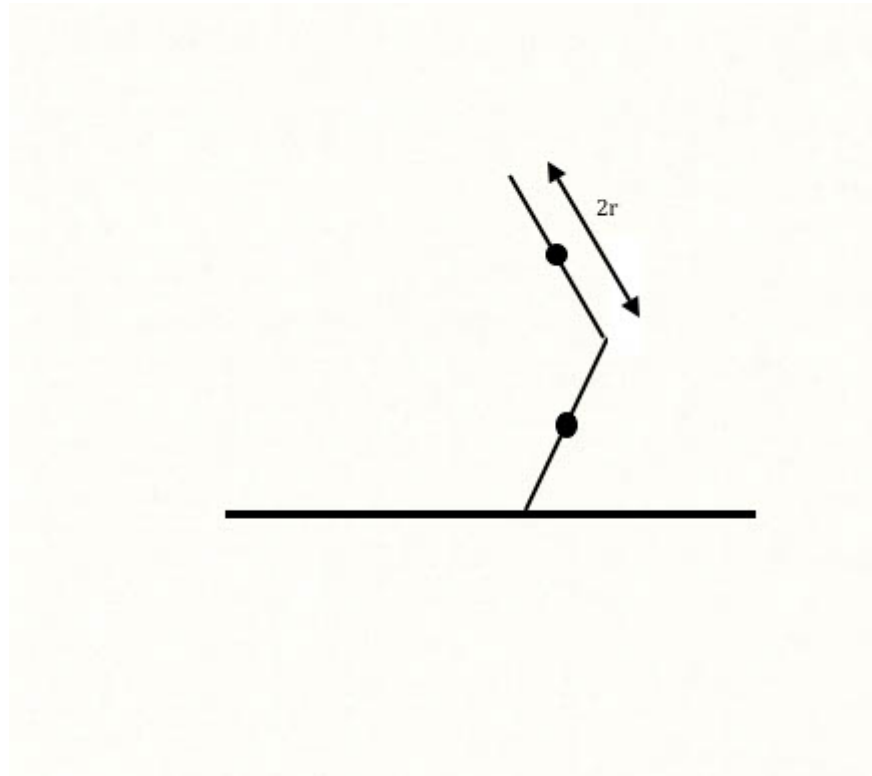
2de zit

Theorie

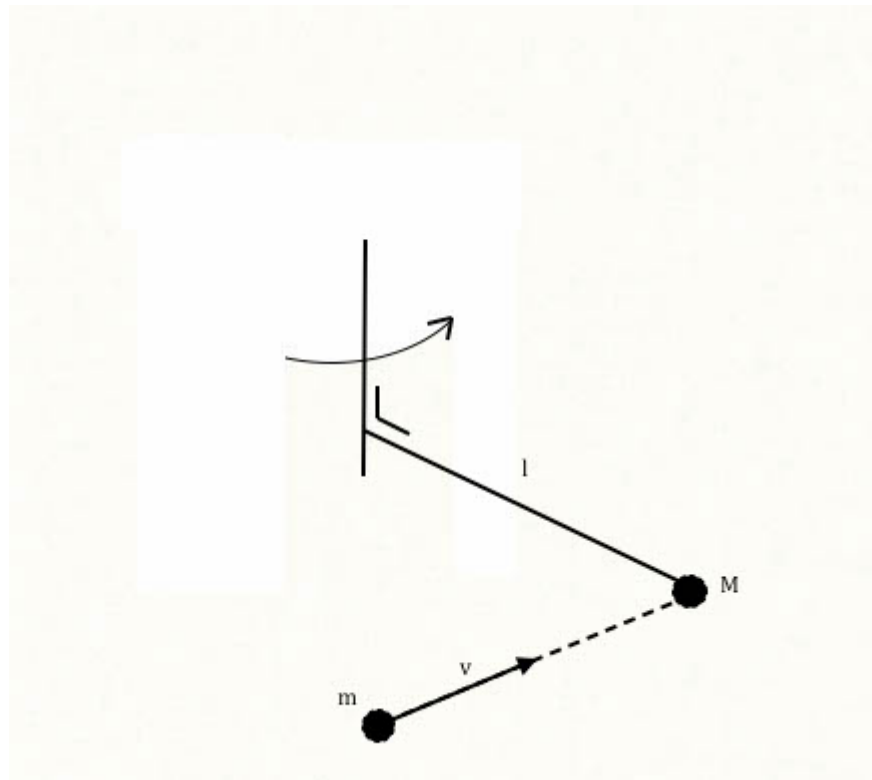
1. Leid het behoud van impulsmoment af uit de isotropie van de ruimte.
2. Bespreek beweging in 1 dimensie.
3. Bespreek mechanische gelijkvormigheid en leid hieruit de derde wet van Kepler af.

Oefeningen

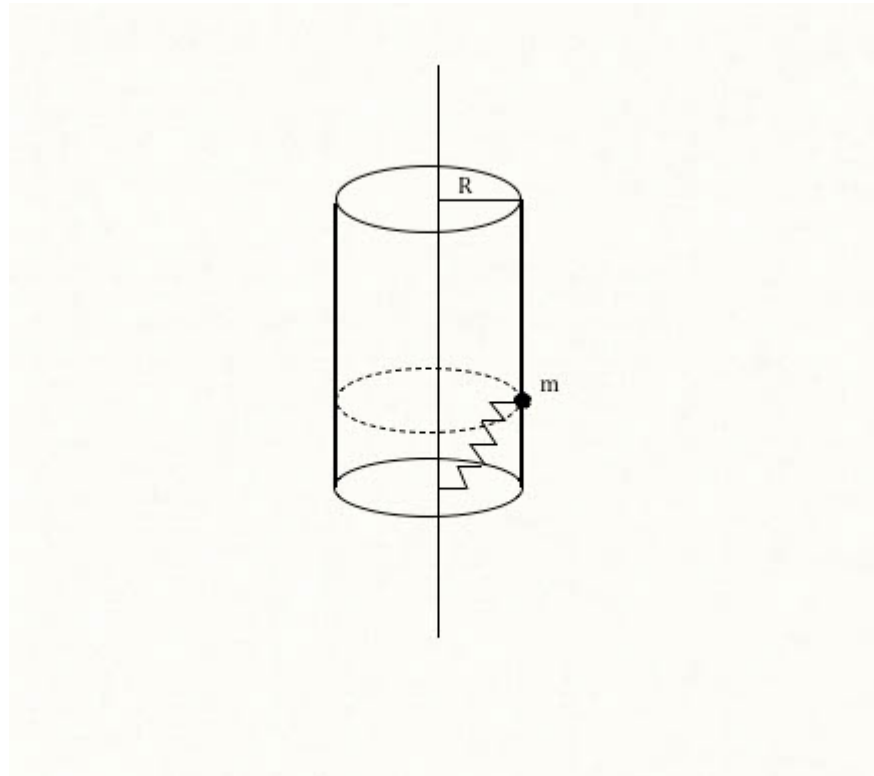
1. Twee massaloze staven met elk lengte $2r$ zijn aan elkaar vastgemaakt aan de uiteinden. Op elke staaf zit in het midden een gefixeerd massapunt met massa m . De onderste staaf staat op de grond, de tweede staaf staat boven de onderste. Nu wordt de onderste staaf verticaal gehouden en de bovenste onder een hoek ϵ gehouden t.o.v. de verticaal. Op $t=0$ worden de staafjes losgelaten. Wat zijn de hoekversnellingen op $t=0$? Stel de *Lagrangiaan* op en los de *Euler-Lagrange bewegingsvergelijkingen* op. Eens de je de *Lagrangiaan* hebt, mag je $\sin(x) \sim x, \cos(x) \sim 1 - \frac{x^2}{2}$ gebruiken om enkel termen tot kwadratische orde in de vrijheidsgraden over te houden.



2. Een massaloze staaf met lengte l heeft op het einde een puntmassa met massa M . De staaf is opgehangen aan een verticale as waarrond rotatie mogelijk is. Een kogel met massa m en snelheid v wordt loodrecht en perfect op het einde af van de staaf (zodat hij de puntmassa raakt) afgevuurd waardoor de staaf begint te roteren. Wat is de rotatiesnelheid na impact van de kogel? Veronderstel dat de kogel zich in de puntmassa boort (er is dus geen terugstoot of de kogel vliegt er niet door).



3. Beschouw een deeltje met massa m dat op een cilinderwand van een oneindig lange cilinder met straal R kan bewegen. Het deeltje is ook aan de oorsprong vastgemaakt met een veer met krachtsconstante k . Zwaartekracht mag je negeren. Zoek de *Lagrangiaan* van het systeem. Vind de *Hamiltoniaan* en los de *Hamilton bewegingsvergelijking* op. Is er een behouden grootheid? Zo ja, dewelke?



Categorieën:

- Wiskunde
- 1BWIS