

Inleiding Vaste Stoffysica

 tuyaux.winak.be/index.php/Inleiding_Vaste_Stoffysica

Vaste stoffysica

Jaar 3BFYS

Keuzevak Keuzevakken

Bespreking

theorie: gesloten boek, oefeningen: open boek.

Puntenverdeling

65% theorie, 35% oefeningen. Minimum van 8/20 op theorie, anders telt enkel het theoriegedeelte mee voor het eindcijfer.

Examenvragen

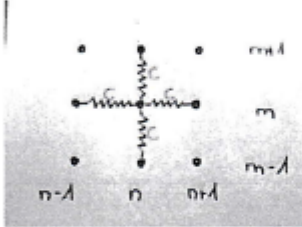
Academiejaar 2022-2023 1^{ste} zit

Inleiding tot de vastestoffysica 1

Theorie

:

1. (12 pt) Beschouw een vierkant kristalrooster met roosterconstante a en één atoom in de eenheidscel. De positie van de atomen wordt weergegeven door $\vec{R} = n a \vec{e}_x + m a \vec{e}_y$, waarbij (n, m) gehele getallen zijn (zie figuur). Een atoom ondervindt enkel krachten (met krachtsconstante C) t.g.v. zijn naaste naburen. Onderstel periodische randvoorwaarden. De verplaatsing van atoom (n, m) in de z -richting wordt gegeven door $u(n, m) = A e^{i(\vec{K} \cdot \vec{R} - \omega t)}$ met $\vec{K} = K_x \vec{e}_x + K_y \vec{e}_y + K_z \vec{e}_z$.



- Geef de bewegingsvergelijking voor dit rooster.
 - Bereken de dispersierelatie $\omega = \omega(\vec{K})$.
 - Geef expliciet de dispersie voor $\vec{K} \parallel [100]$ en $\vec{K} \parallel [110]$. Druk ω uit in functie van $K = |\vec{K}|$.
 - Bereken de geluidssnelheid voor beide richtingen. Wat kan je zeggen over de relatieve grootte van beide snelheden t.o.v. elkaar?
2. (10 pt) Beschouw een ionair kristal AB met N ionen waarbij de ionen een lading $\pm q$ dragen en α de Madelungconstante is (uitgedrukt in functie van de naaste nabuur afstand R).
- Geef de roosterenergie van het kristal indien de repulsie beschreven wordt door een energieterm $\frac{D}{r_{ij}^{12}}$ met $D > 0$ en r_{ij} de afstand tussen ionen i en j .
Je mag de repulsieve interactie beperken tot de naaste naburen (coördinatiegetal z).
 - Bepaal de evenwichtswaarde R_0 van de naaste nabuuraafstand.
 - Toon aan dat de grondtoestandsenergie gegeven wordt door:
- $$U_0 = -\frac{N\alpha q^2}{2R_0} \left(1 - \frac{1}{12}\right)$$
3. (10 pt) Een elektron beweegt in een één-dimensionaal kristal met roosterconstante a en de potentiële energie wordt beschreven door $U(x) = 2U \cos(2\pi x/a)$.
- Toon aan dat aan de rand van de 1^{ste} Brillouin zone een bandkloof ontstaat en bepaal deze bandkloof.
 - Stel $U < 0$ en bepaal de golfvecties voor een golfvector aan de rand van de 1^{ste} Brillouin zone.
 - Leid de corresponderende ladingsverdelingen af en maak een tekening. Vergelijk dit resultaat met dit voor een volledig vrij elektron.

4. (4 pt) a. Wat is het verschil tussen een intrinsieke en een extrinsieke halfgeleider?
b. Leg uit hoe men experimenteel de bandkloof van een (intrinsieke) halfgeleider kan bepalen. Geef hier voor 2 methodes (geen afleiding).
c. Wat is het verschil tussen een directe en een indirecte bandkloof?

Academiejaar 2020-2021 1^{ste} zit

Inleiding tot de vastestoffysica 1

Beschouw een keten van atomen met massa m . De krachtsconstanten tussen de atomen zijn afwisselend C_1 en C_2 .

- Bepaal de dispersierelatie $\omega(k)$.
- Teken de dispersierelatie.
- Wat is de groepssnelheid die bij deze dispersierelatie hoort?
 - Geef het Einstein model voor de bijdrage van de warmtecapaciteit van de fononen. Leg duidelijk uit in welk geval dit zich herleidt naar de wet van Dulong-Petit.
 - Wat betekent de bandmassa? Kan deze negatief zijn? Zo ja, wat zou dit betekenen?
 - Een relativistisch Fermi gas met $\epsilon = \hbar^2 k^2 / 2m$ waarbij $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ zit in een omgeving met $T = 0$ K.
- Wat is de "Density of States"?
- Bereken de druk van het gas.
- Als $U = \alpha V \lambda^{-3}$, bepaal dan de constanten. (Dit zijn allemaal getallen).

Wat zegt het Bloch theorema? Wat geeft het Bloch theorema als we in plaats van de vector k , de vector $k + G$ gebruiken, met G een reciproke roostervector.

Inleiding tot de vastestoffysica 2

- Geef de definitie van de spannings- en rektensor. Wat betekenen de diagonaal- en de niet-diagonaalcomponenten van de rektensor?
 - Hoe verandert de elektronendichtheid in een N-type halfgeleider als we via een stationaire stroom elektronen toevoegen? Door welke grootheden wordt de karakteristieke lengte van de afbouw bepaald?
 - Beschouw een $S = 1$ deeltje, met concentratie N .
- Wat is de magnetisatie?
 - Bepaal de magnetisatie als $\mu_B B \gg k_B T$, ook wanneer $\mu_B B \ll k_B T$.
 - Wat is de susceptibiliteit voor $\mu_B B \ll k_B T$?
 - Teken de susceptibiliteit in functie van de temperatuur.

Polaritonen zijn een gevolg van een foton-fonon koppeling.

- Welke fotonen koppelen met welke fononen?
- Bepaal de dispersierelatie wanneer $K=0$.
- Teken de dispersierelatie. Wat zou er gebeuren als er geen foton-fonon koppeling was?

Academiejahr 2019-2020 1^{ste} zit

Inleiding tot de vastestoffysica 1

Vraag 1 (7pt)

- Bepaal de fonon toestandsdichtheid voor een 2-dimensionaal kristal (bv. grafeen) in de Debye benadering.
- Bereken de bijdrage van de fononen tot de energie van het kristal.
- Leid een uitdrukking af voor de bijdrage van de fononen tot de soortelijke warmtecapaciteit van het kristal.
- Toon aan dat $\lim_{T \rightarrow 0} C_V(T) T a = b$ met a en b constanten. Bepaal de constante a .

Vraag 2 (3pt)

- Definieer de spannings-, de rektensor ("stress" en "strain" tensor) en de elastische constanten (benoem ook de gebruikte grootheden).
- In welke situatie herleidt de roosterdynamica zich tot de elasticiteitstheorie?

Vraag 3 (7pt)

Bereken de totale energie U bij $T=0K$ voor een één-dimensionaal (vrij) elektrongas met N elektronen:

$$U_N = A \epsilon_F^\alpha$$

$$U_N = A \epsilon_F \alpha$$

Bepaal de constanten A en α (ϵ_F is de Fermi energie).

Vraag 4 (2pt)

Zijn de Bloch functies eigenfuncties van de impulsoperator? Waarom wel, waarom niet?

Vraag 5 (6pt)

- Bereken de concentratie aan ladingsdragers voor intrinsieke niet-onteerde halfgeleider.
- Leid hieruit een uitdrukking af voor het "Fermi" niveau.
- Ter informatie: de toestandsdichtheid van het Fermi gas wordt gegeven door $D(\epsilon) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m\hbar^2}{3} \right)^{3/2} \epsilon^{-1/2}$, waarbij m de massa van de elektronen is en V het volume van het kristal.

Inleiding tot de vastestoffysica 2

Vraag 1 (5pt)

Bescouw een elektromagnetische golf $E(t) = E_0 e^{i(kx - \omega t)}$ die invalt op een metaal volgens een bepaalde richting (welke we de x -as zouden kunnen noemen). De elektronen van het metaal kunnen als vrij worden beschouwd en oscilleren onder invloed van het E -veld. De elektronen ondervinden echter ook een wrijvingskracht

$F = -m\gamma dx/dt$, waarbij m de massa van de elektronen is en γ een constante (>0) en x de verplaatsing van de elektronen.

- Bepaal de polarisatie van het elektrongas rekening houdend met de demping.
- Bepaal de dielektrische functie $\epsilon(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega)$ en druk deze uit in ω, ω_p, γ , waarbij ω_p de plasmafrequentie is van het ongedempte elektronengas.
- Wat is het gevolg van een complexe $\epsilon(\omega)$ voor de voortplanting van de golf in het metaal.

Vraag 2 (6pt)

Toon aan dat de conductie-elektronen in een metaal een paramagnetische bijdrage hebben wanneer het metaal in een extern magneetveld wordt geplaatst. Bereken hiervoor de magnetisatie en de susceptibiliteit bij lage temperaturen $k_B T \ll \epsilon_F$. Je mag veronderstellen dat de DOS gekend is.

Vraag 3 (2pt)

Leg uit wat Peierls instabiliteit is.

Vraag 4 (4pt)

Bereken het potentiaalverschil tussen het N en P gebied in een NP junctie. Voor de concentratie aan elektronen en holten kan je gebruiken (met de gebruikelijke notaties)

$$n = N_C e^{(\mu - E_C)/k_B T}; N_C = 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$n = N_C e^{(\mu - E_C)/k_B T}; N_C = 2 \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$p = N_V e^{(E_V - \mu)/k_B T}; N_V = 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$p = N_V e^{(E_V - \mu)/k_B T}; N_V = 2 \left(\frac{m_h k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$$

Druk het potentiaalverschil uit in functie van concentratie aan donoren NDND en acceptoren NANA en NC,NVNC,NV.

Academiejaar 2018-2019 1^{ste} zit

Theorie

Vraag 1 (5pt)

Toon aan dat de spanning in een punt van een continu medium volledig bepaald is wanneer de spanningsvectoren in drie onderling loodrechte vlakken door het punt gekend zijn. Introduceer hierbij de spanningstensor. Je mag volumekrachten verwaarlozen.

Vraag 2 (3pt)

- Wat is het klassieke analogon van een fonon?
- Hoe kan men experimenteel nagaan dat het fononconcept geen "onzin" is?
- Gegeven een tweedimensionaal kristal met drie atomen in de primitieve eenheidscel. Hoeveel akoestische en optische takken zijn er?

Vraag 3 (6pt)

Beschouw een materiaal met NN gelokaliseerde elektronen met spin $1/2$ per volume-eenheid (orbitaal impulsmoment $L=0$).

- Geef de mogelijke energietoestanden van een elektron wanneer een extern magneteveld wordt aangelegd.
- Bereken demagnetisatie van het materiaal als functie van de temperatuur.
- Bereken de susceptibiliteit.
- Geef de uitdrukking voor de magnetisatie en de susceptibiliteit in de limiet dat $\mu_B B \ll k_B T$.
- Teken de magnetisatie als functie van $\mu_B B/k_B T$.
- Welk type magnetisme hebben we hier en waarom?

Vraag 4 (6pt)

Een transversale, elektromagnetische golf $\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}$ plant zich voort in de xx -richting en valt in op een metaal met diëlektrische functie $\epsilon(\vec{K}, \omega)$.

- Bepaal de dispersierelatie voor deze golf.
- Onderstel dat de elektronen van het metaal een gas van vrije deeltjes vormen met plasmafrequentie ω_p . Geef dan een uitdrukking voor de dispersierelatie en maak een tekening.

- Toon aan dat voor frequenties $\omega < \omega_p$ de golf gedempt wordt. Maak hiervoor gebruik van de complexe brekingsindex.

Oefeningen

Vraag 1 (7pt)

Beschouw een metaal met een concentratie n aan vrije elektronen, waarbij de elektronen als klassieke deeltjes mogen beschouwd worden. In de z -richting wordt een constant magneetveld aangelegd. De elektronen ondergaan ook botsingen met gemiddelde botsingstijd τ . Een transversale elektromagnetische golf $\vec{E} = E_0 e^{i(kz - \omega t)}$ plant zich voort in de z -richting met $\vec{k} = k \vec{e}_z$. Voor de wet van Ohm in het xy -vlak kan men schrijven $J_i = \sum_j \sigma_{ij} E_j$ met $i, j = x, y$.

- Toon aan dat, indien $\omega \gg \omega_c (= eB/mc)$ en $\omega \gg 1/\tau$, $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = i\omega p/4\pi$ en $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \omega_c p/4\pi$ waarbij ω_p de plasmafrequentie is.
- Toon aan dat de dispersierelatie voor deze transversale golf gegeven wordt door:

$$c^2 k^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \pm \omega_c \omega_p$$

$$c^2 k^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \pm \omega_c \omega_p$$

Hint: Maak gebruik van het verband tussen de tensoren σ_{ij} en ϵ_{ij} :

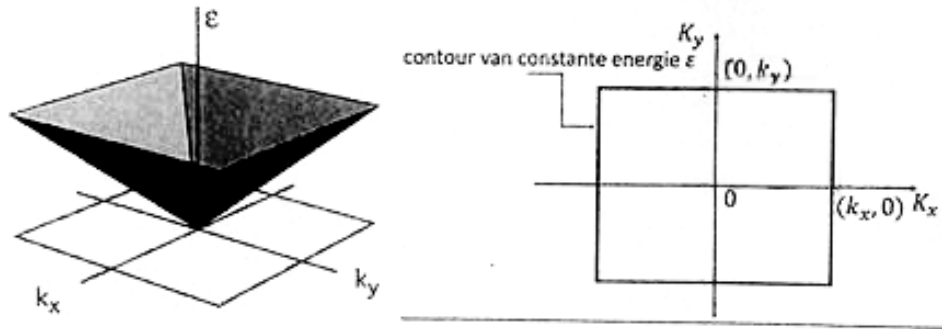
$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + i4\pi\omega\sigma_{ij}$$

$$\epsilon_{ij} = \delta_{ij} + i4\pi\omega\sigma_{ij}$$

waarbij δ_{ij} de Kronecker delta is.

Vraag 2 (8pt)

Voor een tweedimensionaal metaal heeft de energie de vorm van een omgekeerde pyramide zoals weergegeven in de linkerfiguur $\epsilon = \epsilon(k_x, k_y)$, waarbij k_x en k_y de componenten zijn van de golfvector \vec{k} . De energie hangt dus niet enkel af van $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ maar van k_x en k_y afzonderlijk. Het metaal heeft afmetingen L in beide richtingen en we gebruiken nog steeds periodische randvoorwaarden om het metaal te beschrijven. We hebben langs de k_x -richting $\epsilon(k_x, 0) = \gamma k_x$ en analoog $\epsilon(0, k_y) = \gamma k_y$, waarbij γ een gegeven constante is. De contouren van de constante energie vormen een vierkant in de reciproke ruimte zoals weergegeven in de rechterfiguur.



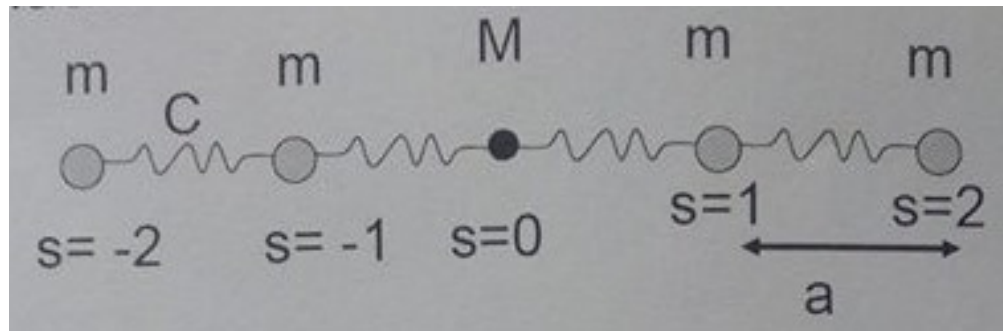
- Wat is de oppervlakte in de reciproke ruimte voor één k -punt?
- Bereken de toestandsdichtheid van het elektronengas $D(\epsilon)D(\epsilon)$.
Hint: Maak gebruik van de viertallige symmetrie en voer de berekening uit op basis van het eerste kwadrant (wat is de oppervlakte van het eerste kwadrant?).
- Indien het metaal N elektronen bevat, bereken dan de Fermi-energie ϵ_F .
- Bereken de totale energie U bij $T=0$ K: $U_N = a \epsilon_F^3$ bij $T=0$ K: $U_N = a \epsilon_F^3$. Bepaal de (numerieke) coëfficiënten a en b .

Academiejaar 2017-2018 2^{de} zit

Oefeningen

• Vraag 1 (6 pt)

Beschouw een lineaire keten van atomen met massa m , behalve in de oorsprong zit een atoom met massa $M < m$. De atomen zijn verbonden door veren met krachtconstante C en a is de roosterconstante.



Beschouw nu de volgende oplossing voor de verplaatsing u_s van het atoom op positie s

$$u_s = u e^{-k|s|a - i\omega t}$$

$$u_s = u e^{-k|s|a - i\omega t}$$

Zoek nu de mogelijke waarden voor ω en k . Weerhoud enkel de oplossing waarvoor k niet nul is. k zal uiteindelijk complex zijn, maar dat is op zich geen probleem zolang het reële gedeelte > 0 is.

Hints:

- Schrijf de bewegingsvergelijking op voor het atoom op $s=0$ en voor een atoom met $s \neq 0$
- Gebruik de substitutie $x = e^{-kax} = e^{-ka}$
- Maak gebruik van de eigenschap dat voor een negatief getal $-A$ (met $A > 0$), geldt

$$\ln(-A) = i\pi + \ln A$$

$$\ln(-A) = i\pi + \ln A$$

• Vraag 2 (4 pt)

Beschouw het 2-dimensionale ultra-relativistische elektronengas met energie eigenwaarden $\epsilon = \hbar c k$ (c is de lichtsnelheid). Toon aan dat voor de totale energie U bij $T=0$ geldt

$$U/N = \alpha \epsilon_F \beta$$

$$U/N = \alpha \epsilon_F \beta$$

met N het aantal elektronen en ϵ_F de Fermi-energie. Bepaal de constanten α en β .

Academiejahr 2017-2018 1^{ste} zit

Theorie

Vraag 1 (10 pt)

- Stel de Hamiltoniaan op die het para- en diamagnetisme van atomen beschrijft. Geef duidelijk aan welke term verantwoordelijk is voor welk type magnetisme.
- Leid hieruit de daimagnetische susceptibiliteit af voor een monoatomair kristal bestaande uit "closed shell" atomen.

Hint: Gebruik als jij de vectorpotentiaal $\vec{A} = (-12yB, 12xB, 0)$ $\vec{A} \rightarrow (-12yB, 12xB, 0)$, waarbij $\vec{B} \rightarrow$ het magneetveld is.

- Vraag 2 (8 pt)

- Leid de algemene vorm af van de golffunctie van een elektron in een periodische potentiaal.
- Zijn deze golffuncties eigenfuncties van de impulsoperator? Bewijs je bewering.

- Vraag 3 (6 pt)

- Leid de dispersierelatie af voor elektromagnetische golven die invallen op een metaal. Je mag het metaal als een vrij elektronengas beschouwen met plasmafrequentie ω_p en een optische diëlektrische constante $\epsilon(\omega)$.
- Welke frequenties kunnen zich ongehinderd doorheen het metaal voortplanten en met welke snelheid? Welke niet?
- Maak een tekening van de dispersierelatie.

- Vraag 4 (4 pt)

Beschouw een halfgeleider NP junctie. Bereken het potentiaalverschil V tussen beide gebieden. De concentratie aan elektronen en holten in een homogene halfgeleider wordt respectievelijk gegeven door $n = N_C e^{(\mu - E_C)/k_B T}$; $p = N_V e^{(E_V - \mu)/k_B T}$ met de gebruikelijke notaties. Verder is de concentratie aan donoren en acceptoren gegeven in het N- en P-gebied nl. N_D en N_A . Druk V uit in functie van N_D en N_A en de concentratie aan intrinsieke ladingsdragers.

Oefeningen

- Vraag 1 (7 pt)

De tweedimensionale golven aan het oppervlak van een vloeistof (grenslaag tussen vloeistof en gas) kunnen beschreven worden door de harmonische normaaltrillingen welke kwantummechanisch beschreven worden door elementaire excitaties, "ripplonen" genaamd, welke bosonen zijn. De dispersierelatie van deze elementaire excitaties wordt gegeven door $\epsilon = \hbar\omega = \frac{\hbar k^3}{2}$ met $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Elke normaaltrilling heeft één polarisatierichting (loodrecht op oppervlak). Beschouw een rechthoekig stukje van een vloeistofoppervlak met afmetingen $L_x L_y$ en gebruik periodische randvoorwaarden.

- Geef de mogelijke waarden voor k_x en k_y .
- Bereken de ripplon-toestandsdichtheid $D(\epsilon)$ als functie van de energie en het oppervlak $A = L_x L_y$. Maak een schets van het resultaat.
- Bepaal de ripplon bijdrage tot de soortelijke warmtecapaciteit bij constant oppervlak A , $C_A(T)$.
- Beschouw $\lim_{T \rightarrow 0} C_A(T) T^4 = \alpha$. Bepaal de constanten a en α (probeer geen integralen uit te rekenen).

- Vraag 2 (6 pt)

Infraroodstraling (IR) valt loodrecht in op een metaaloppervlak. Het metaal kan beschouwd worden als een vrij elektronengas met $\epsilon = 1 + \frac{4\pi\omega_0^2}{\omega^2}$, met de gebruikelijke notaties. Voor IR-straling geldt $\epsilon \approx \frac{4\pi\omega_0^2}{\omega^2}$ omdat $\omega_0 \gg \omega$.

- Toon aan dat de reflectantie R kan geschreven worden als $R = \frac{(n-1)^2 + K^2}{(n+1)^2 + K^2}$.
- Voor $\omega_0 \gg \omega$ geldt dat $n \approx K \gg 1$. Toon aan dat $R \approx 1 - \frac{2}{n}$.
- Toon aan dat $R \approx 1 - \frac{2\omega\pi\sigma_0}{c}$.

Alle gebruikte grootheden werden tijdens de les geïntroduceerd.

Academiejaar 2013-2014 1^{ste} zit

Theorie

1. (2 pt) Hoe kan men bij lage temperaturen experimenteel bepalen of men te maken heeft met een metaal of een isolator door de soortelijke warmte te meten?
2. (6 pt) Druk het intrinsieke potentiaalverschil in een NP junctie uit in functie van de concentratie aan donoren en acceptoren in respectievelijk het N en P gebied. Ter herinnering: in een niet-onteerde halfgeleider wordt de concentratie aan elektronen gegeven door:

$$n = N_C e^{\mu - E_F / k_B T}; N_C = 2 \left(\frac{m k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

$$n = N_C e^{\mu - E_F / k_B T}; N_C = 2 \left(\frac{m k_B T}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$
3. (6 pt) Definieer de spanningsvector in een materiaal en bewijs dat de spanningsvector een lineaire transformatie is van de normaal op het oppervlak.

4. (6 pt)
1. Bepaal $\epsilon(\omega)$ voor het vrij elektronengas.
 2. Bepaal en bespreek de dispersierelatie $\omega = \omega(K)$ voor de elektromagnetische golven die zich voortplanten in een metaal. Beschouw de elektronen als "vrij".
 3. Maak een tekening van de dispersierelatie.

Oefeningen

1. (10 pt)
1. Bereken de bijdrage van de fononen tot de thermische energie en de soortelijke warmtecapaciteit van grafeen (i.e. een 2-dimensionaal rooster) in de Debye benadering.
 2. Bepaal de Debye frequentie.
 3. Bepaal de soortelijke warmtecapaciteit voor $T \gg \theta_D$.
 4. Bepaal de exponent α in $CV \sim T^\alpha$ voor $T \rightarrow 0$.
2. (10 pt) Beschouw een twee-dimensionale niet-onteerde halfgeleider. Je mag de elektronen en holten als "vrij" beschouwen.
1. Bereken de concentratie aan elektronen als functie van de temperatuur.
 2. Bereken of geef (naar analogie met (1)) de concentratie aan holten.
 3. Bereken de chemische potentiaal voor een intrinsieke halfgeleider.

Academiejahr 2012-2013 2^{de} zit

Theorie

1. (2 pt) Bepaal de toestandsdichtheid van het vrije-elektronengas in 3D
- 2.
- (7 pt) Leid een uitdrukking af voor de concentratie aan elektronen en (naar analogie voor) holten in een niet-onteerde halfgeleider door gebruik te maken van de resultaten uit vraag 1. Geef duidelijk aan wat men verstaat onder "niet ontaard"
 - (2pt) Bepaal ook het Fermi-niveau voor een intrinsieke halfgeleider
 - (4 pt) Blijft deze uitdrukking voor het Fermi-niveau geldig bij extrinsieke geleiding? Waarom wel/niet?
3. (5pt) Definieer de rektensor en de spanningstensor. Leid de bewegingsvergelijking af voor een anisotroop materiaal, waarbij een lineair verband ondersteld wordt tussen spanning en vervorming (introduceer hierbij de elastische constanten)
4. (3pt) Voor een kristallijn materiaal geldt dat voor de bijdrage van de roostertrillingen de soortelijke warmte $CV \sim T^3$ voor T gaande naar 0K. We hebben dit aangetoond door gebruik te maken van de Debye benadering.
- Leg bondig uit wat de Debye benadering inhoudt.
 - Geldt deze bijdrage algemeen of enkel in de Debye benadering? Verklaar (geen berekeningen)

oefeningen

- Men heeft een lineaire keten met identieke atomen. De krachten die tussen deze atomen werken zijn afwisselend C_1 , C_2 . C_2 is groter dan C_1 . De afstand tussen de atomen bedraagt $a/2$.
 - Bepaal de dispersierelatie. ω in functie van K
 - Bereken specifiek voor $K=0$, $K=\pi/a$
 - Teken deze dispersierelatie
- Beschouw een elektronengas in een elektrisch veld $E(t)=E_0 e^{-i\omega t}$. De elektronen ondervinden tijdens hun beweging ook een demping

$$m\ddot{x} = -eE(t) - m\gamma \dot{x}$$

$$m\ddot{x} = -eE(t) - m\gamma \dot{x}$$

waarbij m de massa van de elektronen is, γ de dempingsconstante en v de snelheid van de elektronen. Onderstel dat $x(t) \sim e^{-i\omega t}$.

- Bereken het reële en het imaginaire gedeelte van de dielektrische functie $\epsilon(\omega)$ en ga expliciet na wat er gebeurt voor $\omega \rightarrow 0$ en $\omega \rightarrow \infty$.
- Zoek het nulpunt van het reële deel van ϵ .

Academiejahr 2012-2013 1^{ste} zit

Theorie

- (4 punten)
 - Geef de algemene vorm voor elektronen in een kristal (zonder bewijs)
 - Zijn de golf functies invariant voor roostertranslaties? Bewijs
 - Is de ladingsdichtheid invariant voor roostertranslaties? Bewijs
 - Zijn de golf functies eigenfuncties van de impulsoperator? Bewijs
- (6 punten) Toon aan dat voor polaire kristallen men een opsplitsing krijgt tussen de longitudinale en transversale optische fononen bij $K = 0$ tgv. de foton-fonon koppeling. Leidt ook de dielektrische formule hiervoor af. Maak ook een tekening van de dispersierelatie met en zonder deze koppeling.
- (3 punten) Definieer de rektensor (zonder afleiding) en geef wat meer uitleg bij zijn componenten. Bereken de dilatatie voor een (niet-homogeen) elastisch medium.
- (1 punt) Wat zijn, en wat is het verschil tussen normale processen en Umklapp-processen?

Oefeningen

- Uit het boek: oefening 8.4, extra info. Er is een $\epsilon(\omega)$ afhankelijk voor k .
- Uit het boek: Oefening 5.1.b, enigst verschil

$$\omega(K) = \omega_0 - A|K|, \omega < \omega_0, A > 0$$

$$\omega(K \rightarrow) = \omega_0 - A|K \rightarrow|, \omega < \omega_0, A > 0$$
 - Bereken de DOS en teken deze

Academiejahr 2011-2012 2^{de} zit

Theorie

1. Bereken het potentiaalverschil dat optreedt in een NP junctie in thermodynamisch evenwicht in functie van de concentratie aan ladingsdragers. Maak ook een tekening waarop het verloop van het Fermi niveau, de onzuiverheidsniveaus en het potentiaalverschil wordt weergegeven doorheen de junctie. Ter informatie : de concentratie aan elektronen in een niet-onteerde halfgeleider

$$n = N_c e^{-(E_F - E_c)/k_B T}$$

$$n = N_c e^{-(E_F - E_c)/k_B T}$$

met $N_c = 2(m_e k_B T / 2\pi \hbar^2)^{3/2}$, met E_F het Fermi niveau en E_c de bodem van de conductieband.

2.

- Bereken de toestandsdichtheid voor het drie-dimensionale elektronengas.
- Bereken de bijdrage van de elektronen tot de soortelijke warmtecapaciteit van een metaal.
- Ga in het bijzonder het gedrag voor T gaat naar nul
- Wat wordt de soortelijke warmtecapaciteit voor zeer hoge temperaturen

3. Toon aan dat voor polaire kristallen men een opsplitsing krijgt tussen de longitudinale en transversale optische fononen bij $K=0$ tgv. de foton-fonon interactie. Maak ook een tekening van de dispersierelatie.

Oefeningen

1. Beschouw een elektronengas in een elektrisch veld $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$. De elektronen ondervinden tijdens hun beweging ook een demping

$$m \dot{a} = -eE(t) - m\gamma v$$

$$m \dot{a} = -eE(t) - m\gamma v$$

waarbij m de massa van de elektronen is, γ de dempingsconstante en v de snelheid van de elektronen. Onderstel dat $x(t) \sim e^{-i\omega t}$.

- Bereken het reële en het imaginaire gedeelte van de diëlektrische functie $\epsilon(\omega)$ en ga expliciet na wat er gebeurt voor $\omega \rightarrow 0$ en $\omega \rightarrow \infty$.
- Zoek het nulpunt van het reële deel van ϵ .

2. Beschouw een 3D ultrarelativistisch elektronengas met N elektronen en eigenwaarden $\epsilon = c\hbar k$

- Bewijs dat de totale energie van het systeem bij $T=0$ kan geschreven worden als $E/N = \alpha \epsilon_F$, bepaal α en β
- Bewijs dat $P/V = \alpha \epsilon_F$, bepaal α , β en γ , P is de druk van het gas en V het volume

Academiejaar 2011-2012 1^{ste} zit

2de versie

Theorie

1.
 - Bewijs het Bloch theorema uitgaande van de Schrödingervergelijking.
 - Toon expliciet aan hoe men tot het begrip bandkloof ("bandgap") komt.
 - Wat verstaat men onder een directe/indirecte bandgap ? Hoe kan men die bandgap bepalen d.m.v. optische technieken en hoe onderscheidt men beide types (welke voorwaarden moeten er voldaan zijn om ze te observeren) ?
2.
 - Wat is de betekenis van de componenten van de rektensor (strain" tensor). Bewijs je bewering voor een (oorspronkelijk) cartesische basis.
 - Leid de bewegingsvergelijking af voor een elastisch materiaal in het kader van de lineaire elasticiteitstheorie (Gebruik de wet van Hooke).
3.
 - Bereken de toestandsdichtheid van een vrij elektronengas.
 - Gebruik dit resultaat om de concentratie aan elektronen en holten voor een niet-onteerde halfgeleider te berekenen.
 - Gebruik dit resultaat om de chemische potentiaal (het Fermi-niveau) van de elektronen te bepalen in een intrinsieke halfgeleider als functie van de temperatuur.
4.
 - Wat is de betekenis van de diëlektrische functie (wat beschrijft ze) ?
 - Bereken in de lange-golflengte limiet voor het elektrische veld de diëlektrische functie van het vrije elektronengas als functie van de frequentie. Introduceer hierbij de plasmafrequentie. Welke conclusies kan je trekken uit $\epsilon(\omega)$ voor de propagatie van elektromagnetische golven in kristallen.
 - Leg uit (zonder formules) wat polaritonen zijn.

oefeningen

1.
 - Bereken de fononenbijdrage tot de soortelijke warmtecapaciteit C_V voor een twee-dimensionaal kristalrooster met twee atomen in de eenheidscel (massa's m_1 en m_2) in de Debye benadering.
 - Toon aan dat $C_V \sim T a$ voor $T \rightarrow 0$ en $C_V \sim T b$ voor $T \rightarrow \infty$. Bepaal de coëfficiënt a .
 - Zoek ook de waarde van C_V voor $T \rightarrow \infty$ i.h.b. bepaal b in $C_V \sim T b$.

2. Beschouw een bol met depolarisatieveld $\vec{E} = -43\pi\vec{P}$ en polarisatie $\vec{P} = -ne\vec{r}$ waarbij n de concentratie aan elektronen is en \vec{r} de gemiddelde uitwijking van de elektronen. De bol bevindt zich verder in een constant magneetveld \vec{B} (gericht langs de z -as).
- Gebruik de 2de wet van Newton om een vergelijking op te stellen voor de plasmonfrequenties.
 - Toon aan dat voor zeer zwakke magneetvelden men de waarde $\omega^2 = \omega_0^2 = 4\pi ne^2/m$ krijgt
 - en voor zeer sterke magneetvelden $\omega = -\omega_c = -eB/mc$ met ω_c de cyclotron frequentie (in cgs eenheden). Beschouw de beweging in het x - y vlak.

Academiejahr 2010-2011 1^{ste} zit

Theorie

1. Formuleer het Bloch theorema
 1. Bewijs je bewering.
 2. Toon expliciet aan hoe men tot het begrip "bandkloof" ("band gap") komt.
 3. Wat verstaat men onder een directe/indirecte bandgap? Hoe kan men die bandgap bepalen d.m.v. optische technieken en hoe onderscheidt men beide types (welke voorwaarde moeten er voldaan zijn om ze te observeren)?
2. Leg uit wat men verstaat onder de Debye benadering voor het berekenen van de fonon toestandsdichtheid (DOS).
 1. Op welk gedeelte van de fonontakken heeft ze betrekking en waarom?
 2. Bereken de fonon DOS voor een drie-dimensionaal kristal in de Debye benadering.
3.
 1. Definieer de spannings- en rektensor (geen afleiding) en geef hun betekenis.
 2. Definieer de Young modulus en de Poisson verhouding van een materiaal en geef hun betekenis.
4.
 1. Wat is een ferroëlektricum?
 2. Bespreek de paraëlektrische - ferroëlektrische fase-overgang voor een tweede orde fase-overgang d.m.v. de Landau theorie. Onderstel dat het kristal inversiesymmetrie bezit. Bereken expliciet de overgangstemperatuur, de temperatuursafhankelijkheid van de polarisatie voor $T < T_C$ en van de dielektrische susceptibiliteit voor $T > T_C$.
 3. Geef grafisch weer hoe de T -afhankelijkheid van de polarisatie verloopt voor $T < T_C$ indien de fase-overgang van de eerste orde zou zijn.

Oefeningen

1. Beschouw een lineaire keten van identieke atomen, waarbij de krachtsconstanten tussen de naaste naburen afwisselend C_1 en C_2 zijn (neem $C_2 > C_1$). Noem de naaste nabuur afstand $a/2$.
 1. Zoek de dispersierelatie i.e. zoek een uitdrukking voor ω als functie van de golfvector K .
 2. Zoek expliciet de oplossing $\omega(K)$ voor $K=0$ en $K=\pi/a$.
 3. Maak een schets van de dispersierelatie.
 4. Zoek de snelheid van de geluidsgolven in het kader van de Debye benadering voor dit kristal.
2. Voor een ferro-elektrisch kristal wordt de Lennard-Jones expansie gegeven door de volgende uitdrukking (P is de polarisatie):

$$F = g_0 + 12g_2P^2 + 13g_3P^3 + 14g_4P^4$$

$$F = g_0 + 12g_2P^2 + 13g_3P^3 + 14g_4P^4$$

$$; g_2 = \gamma(T - T_0) \quad ; \gamma > 0 \quad ; g_3 < 0 \quad ; g_4 > 0$$
 1. Zoek de waarde(n) van de polarisatie bij de overgangstemperatuur T_C .
 2. Bepaal ook de overgangstemperatuur van de ferro-para-elektrische fase-overgang.
 3. Is de fase-overgang van 1^{ste} of van 2^{de} orde (en waarom)?

Academiejaar 2009-2010 1^{ste} zit

Theorie

1. Zijn de elektron-Bloch functies eigenfuncties van de (a) impulsoperator van een elektron, (b) de translatieoperator? Bewijs je bewering.
2.
 1. Leg uit wat men verstaat onder de Debye benadering voor het berekenen van de fonon toestandsdichtheid (DOS).
 2. Bereken de fonon DOS voor een 3D kristal in de Debye benadering.
 3. Geef duidelijk de betekenis aan van de Debye frequentie i.e. waarom wordt ze ingevoerd?
 4. Wat betekent de Debye benadering voor het fononenspectrum van een kristal?
 5. Is de Debye benadering beter of slechter bij hogere dan bij lagere temperaturen?
 6. Wat wordt de DOS in het Einstein model voor het trillingsspectrum van een kristal?
3. Definieer het "fonon" begrip en leg het verband met concepten uit de klassieke mechanica i.h.b. voor de energie van een fonon.
4. Bewijs dat voor $T \rightarrow 0$ $K_B T \rightarrow 0$ de soortelijke warmtecapaciteit van het vrije elektronengas in 3D evenredig is met de temperatuur ($C_V \propto T$).

Oefeningen

1. Bewijs dat voor de fononbijdrage tot de soortelijke warmtecapaciteit van een 2D rooster geldt dat

$$C_V(T \rightarrow 0) \rightarrow \alpha T \beta$$

$$C_V(T \rightarrow 0) \rightarrow \alpha T \beta$$

. Bepaal de coëfficiënt β (α is temperatuursonafhankelijk).

2. Beschouw een ultra-relativistisch elektronengas in 3D:

$$\epsilon = (pc)^2 + (mc^2)^2 \rightarrow \sqrt{\epsilon} \approx pc = \hbar ck; k = |\vec{k}|.$$

$$\epsilon = (pc)^2 + (mc^2)^2 \approx pc = \hbar ck; k = |\vec{k}|.$$

waarbij c de lichtsnelheid is.

1. Bereken de toestandsdichtheid $D(\epsilon)$.

2. Bewijs dat voor de soortelijke warmte C_V voor N elektronen geldt dan:

$$C_V N = 13(3\pi^2)^{3/2} (\hbar c)^{-3} (V N)^{3/2} \beta T \gamma k_B$$

$$C_V N = 13(3\pi^2)^{3/2} (\hbar c)^{-3} (V N)^{3/2} \beta T \gamma k_B$$

1. waarbij α , β en γ coëfficiënten zijn en V het volume is. Bepaal α , β en γ .

Academiejahr 2008-2009 1^{ste} zit

Theorie

1. Zijn de Bloch functies eigenfuncties van (a) de impulsoperator, (b) de translatieoperator? Bewijs je bewering.
2.
 1. Bereken de elektronentoestandsdichtheid van een 3-dimensionaal vrij elektronengas.
 2. Gebruik deze uitdrukking om de elektronenconcentratie in de conductieband te bepalen van een niet-ontaaarde halfgeleider.
 3. Bereken de chemische potentiaal (het *Fermi-niveau*) voor een intrinsieke halfgeleider als functie van de temperatuur.
3. Definieer het *fonon* begrip en les het verband met concepten uit de klassieke mechanica.
4. Zoek de plasmonfrequentie van een metaal (bulk materiaal). Voor welke frequenties is het transparant? Leg dit uit.

Oefeningen

1. We beschouwen de grenslaag $z = 0$ tussen 2 metalen "1" ($z > 0$) en "2" ($z < 0$) met elk een plasmafrequentie ω_{p1} en ω_{p2} . Onderstel dat de diëlektrische functie voor beide metalen gegeven wordt door die van het vrije elektronengas. Toon dan aan dat de "oppervlakte-plasma-oscillaties" geassocieerd met de interface $z = 0$ de volgende frequentie hebben:

$$\omega = \left[\frac{1}{2} (\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) \right]^{1/2}$$

$$\omega = \left[\frac{1}{2} (\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2) \right]^{1/2}$$

2. Beschouw het ultra-relativistische elektronengas in 2 dimensies:

$$\epsilon = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \approx pc = \hbar c k; k = |\vec{k}|$$

$$\epsilon = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} \approx pc = \hbar c k; k = |\vec{k}|$$

Bereken de toestandsdichtheid $D(\epsilon)$ en bewijs dat:

$$U/N = \alpha \epsilon_F \beta$$

$$U/N = \alpha \epsilon_F \beta$$

waarbij α en β coëfficiënten zijn. U stelt de totale energie voor bij $T = 0$ K en N het totaal aantal elektronen. Bepaal α en β .