№ 11 (3(6 + 14) mod 50) + 1

$$J(y) = \int_0^1 (y_x^2 + y y_x + 12xy)\,dx \to \min$$

$y(0) = y(1) = 0$

Решение

$$y_x + 12x - \frac{d}{dx}(2y_x + y) = 0$$

$$y_x + 12x - 2y_{xx} - y_x = 0$$

$$y_{xx} = 6x; \quad y_x = 3x^2 + C_1; \quad \left.\begin{array}{l} y = x^3 + C_1 x + C_2 \\ y(0) = C_2 = 0 \\ y(1) = 1 + C_1 = 0 \end{array}\right| \Rightarrow y = x^3 - x$$

$\frac{\partial^2 F}{\partial y_x^2} = 2 > 0 \Rightarrow$ условие Лежандра-Клебша выполняется

$a(x) = 2;\ b(x) = 0;\ c(x) = 0 \Rightarrow 2h_{xx} = 0 \Rightarrow h = xC_1 + C_2$

$h(0) = 0 \Rightarrow h = xC_1$

Вдоль минимали $y = x^3 - x$, $h = Cx$ не обращается в 0 на $(0; 1]$

Ответ: $y = x^3 - x$