Найти экстремали в задачах поиска минимума функционала $I(y)$ и для них проверить необходимые условия слабого минимума:

1. $I(y)=\int_0^1 y_x^2dx,\quad y(0)=0,\quad y(1)=1.$ **2.** $I(y)=\int_1^2 (2x-y)ydx,\ \ y(1)=1,\ \ y(2)=3.$

3. $I(y)=\int_1^2 xy_x^2dx,\quad y(1)=1,\quad y(2)=2.$ **4.** $I(y)=\int_0^1 (y_x+3x^2)^2dx,\quad y(0)=y(1)=0.$

5. $I(y)=\int_0^1 (y_x^2+xy)dx,\ \ y(0)=y(1)=0.$ **6.** $I(y)=\int_0^1 (y_x^2+4y^2)dx,\ \ y(0)=1,\ \ y(1)=e^2.$

7. $I(y)=\int_0^1 \sin y_x dx,\quad y(0)=0,\quad y(1)=\pi.$ **8.** $I(y)=\int_0^\pi (y_x-\cos x)^8dx,\ \ y(0)=y(\pi)=0.$

9. $I(y)=\int_0^\pi (4y\cos x+y_x^2-y^2)dx,\ \ y(0)=y(\pi)=0.$

10. $I(y)=\int_1^e (2y-x^2y_x^2)dx,\quad y(1)=e,\ \ y(e)=0.$

11. $I(y)=\int_0^1 (y_x^2+yy_x+12xy)dx,\ \ y(0)=y(1)=0.$

12. $I(y)=\int_0^1 (e^y+xy_x)dx,\quad y(0)=0,\quad y(1)=1.$

13. $I(y)=\int_0^1 (y_x^2+y^2+xy)dx,\quad y(0)=y(1)=0.$

14. $I(y)=\int_0^1 (y_x^2+y^2+6y\,sh2x)dx,\ \ y(0)=y(1)=0.$

15. $I(y)=\int_0^1 (y_x^2+y^2+2ye^x)dx,\quad y(0)=0,\quad y(1)=1/2e.$

16. $I(y)=\int_0^{\ln 2} (y_x^2+3y^2)e^{2x}dx,\quad y(0)=0,\ \ y(\ln 2)=15/8.$

17. $I(y)=\int_0^b (y_x^2+y^2-4y\ \sin x)dx,\quad y(0)=0,\ \ y(b)=d_2.$

18. $I(y)=\int_0^1 (2e^y-y^2)dx,\ \ y(0)=1,\ \ y(1)=e.$

19. $I(y)=\int_0^1 (e^{x+y}-y-\sin x)dx,\quad y(0)=0,\ \ y(1)=-1.$

20. $I(y)=\int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1+y_x^2}}{y_x}dx,\quad y(-1)=0,\ \ y(1)=1.$

21. $I(y)=\int_0^{3/2} (y_x^3+2x)dx,\quad y(0)=0,\ \ y(3/2)=1.$

22. $I(y)=\int\limits_{-1}^{1}(xy_x+y_x^2)dx,\quad y(-1)=1,\quad y(1)=0.$

23. $I(y)=\int\limits_{1}^{2}x^n y_x^2 dx,\quad n\in N\setminus\{1\},\quad y(1)=\dfrac{1}{1-n},\quad y(2)=\dfrac{2^{1-n}}{1-n}.$

24. $I(y)=\int\limits_{0}^{1}(y-y_x^2)dx,\quad y(0)=y(1)=0.$

25. $I(y)=\int\limits_{0}^{1}yy_x dx,\quad y(0)=1,\quad y(1)=\sqrt[3]{4}.$

26. $I(y)=\int\limits_{0}^{\pi/2}(2y+y^2-y_x^2)dx,\quad y(0)=y(\pi/2)=0.$

27. $I(y)=\int\limits_{0}^{1}\sqrt{y(1+y_x^2)}dx,\quad y(0)=y(1)=\sqrt{2}/2.$

28. $I(y)=\int\limits_{0}^{2\pi}(y_x^2-y^2)dx,\quad y(0)=1,\quad y(2\pi)=1.$

29. $I(y)=\int\limits_{0}^{3}(y_x e^x+16y^4)dx,\quad y(0)=1/4,\quad y(3)=0.$

30. $I(y)=\int\limits_{0}^{b}\sqrt{(y+k)(1+y_x^2)}dx,\quad y(0)=0,\ y(b)=k.$

31. $I(y)=\int\limits_{0}^{b}(y_x^2+9y^2-3x)dx,\quad y(0)=y(b)=0.$

32. $I(y)=\int\limits_{0}^{1}(y_x^2-yy_x^3)dx,\quad y(0)=y(1)=0.$

33. $I(y)=\int\limits_{0}^{1}e^x(y^2+\frac{1}{2}y_x^2)dx,\quad y(0)=1,\quad y(1)=e.$

34. $I(y)=\int\limits_{1}^{2}\dfrac{x^3}{y_x^2}dx,\quad y(1)=1,\ y(2)=4.$

35. $I(y)=\int\limits_{-1}^{1}(y_x^3+y_x^2)dx,\quad y(-1)=-1,\quad y(1)=3.$

36. $I(y)=\int\limits_{1}^{2}(xy_x^4-2yy_x^3)dx,\quad y(1)=0,\quad y(2)=1.$

37. $I(y)=\int\limits_{0}^{1}(4y-y_x^2+12y_x)dx,\quad y(0)=1,\quad y(1)=4.$

38. $I(y)=\int\limits_{0}^{\ln 2}(y_x^2+2y^2+2y)e^{-x}dx,\quad y(0)=y(\ln 2)=0.$

39. $I(y)=\int\limits_{1}^{2}(3xy_x^5-5yy_x^4)dx,\quad y(1)=1,\quad y(2)=4.$

40. $I(y)=\int\limits_{0}^{\pi/18}(y_x^2-37yy_x-81y^2)dx,\quad y(0)=1,\quad y(\pi/18)=-1.$

41. $I(y)=\int\limits_{0}^{2}(y_x^4+y_x^3)dx,\quad y(0)=0,\quad y(2)=4.$

42. $I(y)=\int\limits_{\pi/6}^{\pi/2}(y^2\cos x+2yy_x\sin x)dx,\quad y(\pi/6)=1,\quad y(\pi/2)=2.$

43. $I(y)=\int\limits_{0}^{\pi/6}(9y^2+2yy_x-y_x^2)dx,\quad y(0)=1,\quad y(\pi/6)=0.$

44. $I(y)=\int\limits_{0}^{a}(6y_x^2-y_x^4+yy_x)dx,\quad y(0)=0,\quad y(a)=b.$

45. $I(y)=\int\limits_{0}^{\pi/6}(y_x^2-9y^2+12y\cos 3x)dx,\quad y(0)=-1,\quad y(\pi/6)=1+\pi/6.$

46. $I(y)=\int\limits_{1}^{5}\frac{2y_x^3+y_x^2}{y_x^4+2}dx,\quad y(1)=2,\quad y(5)=14.$

47. $I(y)=\int\limits_{1}^{2}\frac{\sqrt{1+y_x^2}}{y_x^3}dx,\quad y(1)=-3,\quad y(2)=-8.$

48. $I(y)=\int\limits_{1}^{2}\frac{x^2y_x^2}{2x^3+1}dx,\quad y(1)=0,\quad y(2)=7/2.$

49. $I(y)=\int\limits_{2}^{7}(\cos x+3x^2y+(x^3-y^2)y_x)dx,\quad y(2)=3,\quad y(7)=0.$

50. $I(y)=\int\limits_{0}^{2}(xy_x^3-3yy_x^2)dx,\quad y(0)=4,\quad y(2)=6.$