Решить следующие задачи нелинейного программирования

1.
$$f(x) = 2x_1 - x_2 \to \text{extr},$$
$$x_1^2 - x_2 \le 0,$$
$$x_1 + x_2^2 \le 4.$$

2.
$$f(x) = x_1 - 2x_2 \to \text{extr},$$
$$ax_1 + bx_2^3 \le 0,$$
$$x_1 \ge 0; \quad a,\ b \in \mathbf{R}.$$

3.
$$f(x) = x_1^2 + (x_2 - 2)^2 \to \text{extr},$$
$$x_1 - x_2^2 = 0,$$
$$x_2 \le 0.$$

4.
$$f(x) = -x_1 x_2 \to \text{extr},$$
$$x_1^2 + x_2^2 \le 1,$$
$$x_1 \ge 0.$$

5.
$$f(x) = x_1 + x_2 - x_1^2 \to \text{extr},$$
$$(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \le 1.$$

6.
$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 \to \text{extr},$$
$$x_1^4 - x_2 \ge 0.$$

7.
$$f(x) = (x_1 - 1)^2 + x_2^2 \to \text{extr},$$
$$(x_1 - 2)^2 + 4x_2^2 \ge 1.$$

8.
$$f(x) = x_1 x_2 \to \text{extr},$$
$$x_1^2 + 4x_2^2 \ge 4.$$

9.
$$f(x) = (x_1 - 7)(x_2 - 1) \to \text{extr},$$
$$x_1 + 2x_2 \le 19,$$
$$x_1 + x_2 \ge 9,$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

10.
$$f(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 3)^2 \to \text{extr},$$
$$x_1 + x_2 \le 9,$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12,$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \le 0.$$

11.
$$f(x) = x_1^2 - x_1 - x_2 \to \min,$$
$$x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_1 \le 3,$$
$$x_1 \ge 0, \ \ x_2 \le 0.$$

12.
$$f(x) = 2x_1^2 + 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 \to \min,$$
$$8x_1 - 5x_2 + 4x_3 \le 40,$$
$$-2x_1 + x_2 - x_3 = 0.$$

13.
$$f(x) = 3x_1 + 4x_2 \to \max,$$
$$x_1^2 + x_2^2 \le 25,$$
$$x_1 x_2 \ge 4,$$
$$x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0.$$

14.
$$f(x) = x_1^2 - 6x_1 - x_2 \to \text{extr},$$
$$x_1 + 2x_2 \le 15,$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 24,$$
$$3x_1 + 2x_2 \le 24,$$
$$0 \le x_2 \le 2.$$

15.
$$f(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - x_1 x_2 - x_1 - 4x_2 \to \min,$$
$$x_1 + 2x_2 \le 12,$$
$$x_1 + x_2^2 = 4.$$

16.
$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \le 15,$$
$$x_i \ge 0, \ \ i = \overline{1,3}.$$

17.
$$f(x) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 3,$$
$$x_1 - x_2 + 2x_3 \le 5.$$

18.
$$f(x) = x_1 \to \min,$$
$$x_1^2 + x_2^2 \le 1,$$
$$x_1^3 + x_2^3 = 1.$$

19.
$$f(x) = x_1 x_2 x_3 \to \min,$$
$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \le 0.$$

20.
$$f(x) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \to \max,$$
$$x_1^2 + (x_2 - 4)^2 \le 1,$$
$$x_2 \le 0.$$

21.
$$f(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i^4 \to \max,$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 \le 1.$$

22.
$$f(x) = 3x_1 - x_2 + x_3^2 \to \max,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \le 0,$$
$$-x + 2x_2 + x_3^2 = 0.$$

23.
$$f(x) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 \to \min,$$
$$2x_1 - x_2 + x_3 \le 5,$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 3,$$
$$x_1 \ge 0.$$

24.
$$f(x) = x_1 x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 \to \text{extr},$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \le 4,$$
$$x_3 \le 0.$$

25.
$$f(x) = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 3)^2 \to \text{extr},$$
$$2x_1 + 3x_2 \ge 6,$$
$$3x_1 - 2x_2 \le 18,$$
$$-x_1 + 2x_2 \le 8,$$
$$x_1 \ge 9/2,\ x_2 \ge 0.$$

26.
$$f(x) = x_1 x_2 \to \text{extr},$$
$$3x_1 + 2x_2 \ge 12,$$
$$2x_1 + 3x_2 \le 24,$$
$$-3x_1 + 4x_2 \le 12,$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$$

27.
$$f(x) = 9(x_1 - 5)^2 + 4(x_2 - 6)^2 \to \text{extr},$$
$$3x_1 + 2x_2 \ge 12,$$
$$x_1 - x_2 \le 6,$$
$$x_2 \le 4,$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$$

28.
$$f(x) = 4x_1 + x_1^2 + 8x_2 + x_2^2 \to \text{extr},$$
$$x_1 + x_2 = 180,$$
$$x_1 - x_2 \le 4,$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$$

29.
$$f(x) = e^{x_1 - x_2} - x_1 - x_2 \to \min,$$
$$x_1 + x_2 \le 1,$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$$

30.
$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3 \to \text{extr},$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 4,$$
$$2x_1 - 3x_2 \le 12.$$

31.
$$f(x) = 3x_1 + 4x_2 \to \text{extr},$$
$$x_1^2 + x_2^2 \le 25,$$
$$x_1x_2 \ge 4,$$
$$0 \le x_2 \le 4.$$

32.
$$f(x) = 4x_1 + 3x_2 \to \max,$$
$$x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 \le 34,$$
$$x_1x_2 - 2x_1 \ge 1,$$
$$x_2 \le 6.$$

33.
$$f(x) = x_1 x_2 \to \text{extr},$$
$$x_1^2 + 2x_1 + x_2^2 - 2x_2 \le 14,$$
$$2x_1 + x_2 \le 10,$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0.$$

34.
$$f(x) = x_1^2 + x_2 \to \min,$$
$$x_1^2 + x_2^2 = 9,$$
$$-x_1 - x_2^2 \ge -1,$$
$$-x_1 - x_2 \ge -1.$$

35.
$$f(x) = x_1 x_2 x_3 \to \text{extr},$$
$$2x_1 x_2 + x_2 x_3 \le 12,$$
$$2x_1 - x_2 = 8.$$

36.
$$f(x) = x_1 x_2 + x_2 x_3 \to \text{extr},$$
$$x_1 + x_2 = 4,$$
$$x_2 + x_3 \ge 4.$$

37.
$$f(x) = 3x_1^2 + 2x_1 + 2x_2^2 + 4x_2 x_3 \to \text{extr},$$
$$x_1^2 + 2x_2^2 \le 19,$$
$$x_1 + x_2 x_3 = 11.$$

38.
$$f(x) = x_1 x_2 x_3 \to \text{extr},$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \le 5,$$
$$x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3 = 9.$$

39.
$$f(x) = x_1^2 + x_2 \to \min,$$
$$-x_1^2 - x_2^2 + 9 \ge 0,$$
$$-x_1 - x_2 + 1 \ge 0.$$

40.
$$f(x) = x_1^3 - 3x_1 x_2 + 4 \to \min,$$
$$5x_1 + 2x_2 \ge 18,$$
$$2x_1 + x_2^2 = 5.$$

41.
$$f(x) = -5x_1^2 + x_2^2 \to \min,$$
$$\frac{x_1^2}{x_2^2} - \frac{1}{x_2} \le -1,$$
$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0.$$

42.
$$f(x) = 100x_1 + \frac{200}{x_1 x_2} \to \min,$$
$$2x_2 + \frac{300}{x_1 x_2} - \frac{1}{x_2} \le 1,$$
$$x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0.$$

43.
$$f(x) = (1/4)x_1^4 - (1/2)x_1^2 - x_2 \to \min,$$
$$x_1^2 + x_2^2 = 4,$$
$$x_1 - x_2 \le 2.$$

44.
$$f(x) = x_2^2 \to \min,$$
$$-x_1^3 + x_2^3 \ge 0,$$
$$x_1^3 + x_2^3 \ge 0,$$
$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_2 \ge 0.$$

45.
$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_1)^2 \to \min,\quad x_1^2 + x_2^2 \le 2.$$

46.
$$f(x) = x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_1 x_2 - 2x_1 x_3 - 2x_2 x_3 \to \text{extr},$$
$$2x_3^2 + 3x_1^2 + 6x_2^2 \le 1.$$

47.
$$f(x) = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1 + x_1 x_2 x_3 + x_3^2 \to \text{extr},$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \le 15,$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \le 0.$$

48.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 10 \to \min,$$
$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 4,$$
$$x_3 \ge 0.$$

49.

$$f(x) = x_1^2 + (x_2 - 1)^2 + x_3^2 + (x_4 - 1)^2 \to \min,$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \ge 2,$$
$$x_4 \ge 0.$$

50.

$$f(x) = \sqrt{(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 + x_3^2 + (x_4 - 1)^2} \to \min,$$
$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 1.$$