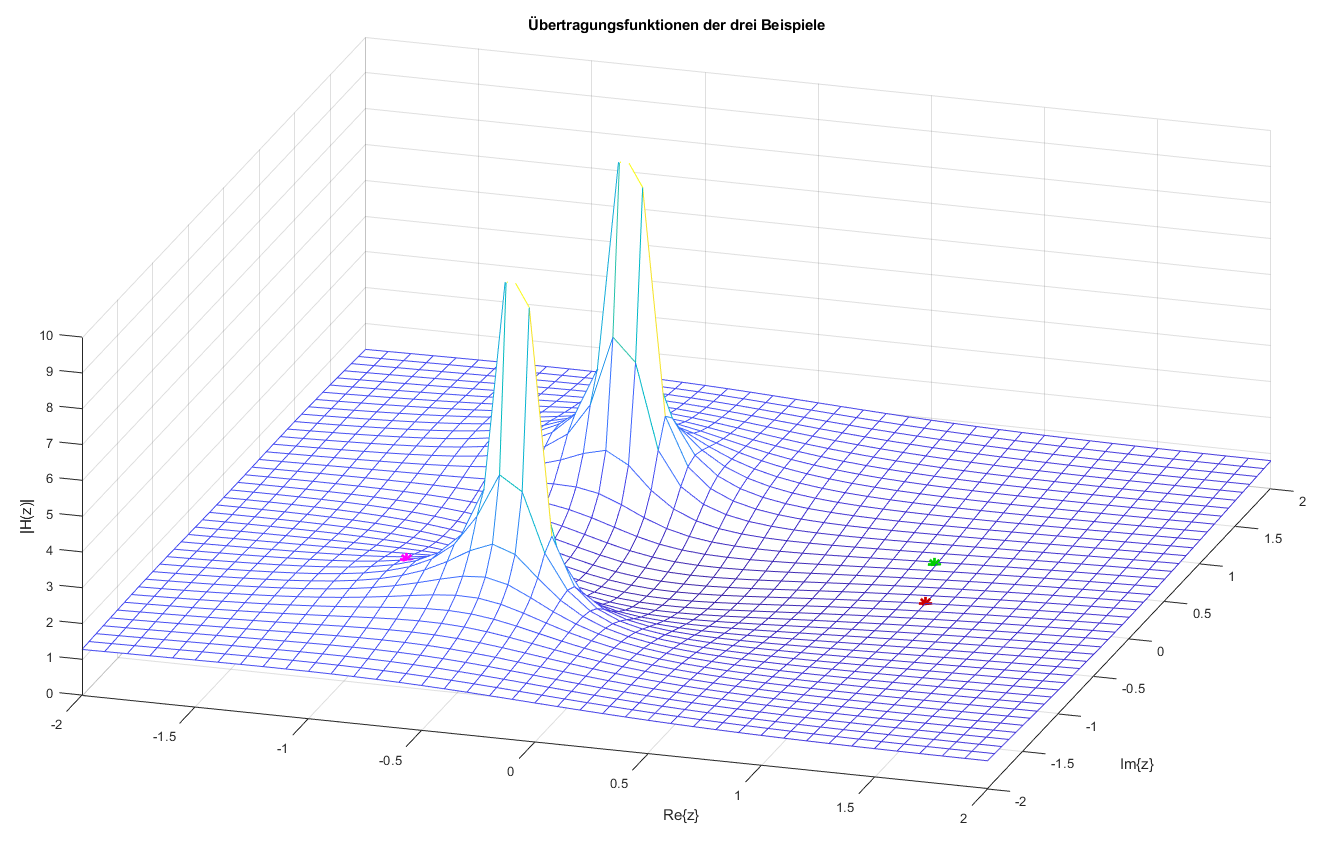


**Digitale Signalverarbeitung**

**MATLAB Rechenübung**

**Vorgelegt von:**Oskar Creutzer & Lennert Hahn

**Matrikelnummer:**  
S0569454 & S0568305



**Hochschule für Technik und Wirtschaft (HTW) Berlin**

**Studiengang:**Informations- und Kommunikationstechnik

**Semester:**Wintersemester 2020/21

**Stand:**12. Januar 2021

**Dozent:**Dipl. Ing. Felix Frey

Inhaltsverzeichnis

[1. Vorwort und Motivation 3](#_Toc61953763)

[2. Zeitdiskrete Signale 4](#_Toc61953764)

[2.2 Faltung 4](#_Toc61953765)

[2.3 Formatierung von Graphen 5](#_Toc61953766)

[2.4 Systemeigenschaften 6](#_Toc61953767)

[*Skalierer*  6](#_Toc61953768)

[*Offset (Gleichanteil)*  8](#_Toc61953769)

[*Zeitspiegelung*  9](#_Toc61953770)

[Differenzenbildung 9](#_Toc61953771)

[*Modulation*  11](#_Toc61953772)

[*Quantisierer*  12](#_Toc61953773)

[2.5 FIR (Finite Impulse Response) Systeme 14](#_Toc61953774)

[Testen für beliebige Eingangssignale mit Probe durch Faltung der Impulsantwort 15](#_Toc61953775)

[1. Zufallstestsignal 15](#_Toc61953776)

[2. Zufallstestsignal 16](#_Toc61953777)

[*IIR - Infinite Impulse Response* 18](#_Toc61953778)

[*Stabilitätsprobe der Übertragungsfunktion* 21](#_Toc61953779)

[**1. Methode: Einheitskreis** 21](#_Toc61953780)

[**2.Methode: Darstellung im 3D-Plot (meshgrid)** 22](#_Toc61953781)

[*FIR-System aus einem IIR-System* 24](#_Toc61953782)

[*Erregung mit nichtkausaler komplexer Exponentialfolge* 24](#_Toc61953783)

[24](#_Toc61953784)

[25](#_Toc61953785)

[26](#_Toc61953786)

[3. Zusammenfassung & Fazit 28](#_Toc61953787)

[4. Eigenständigkeitserklärung 29](#_Toc61953788)

# Vorwort und Motivation

Durch die aktuellen Bedingungen der Online-Lehre aufgrund von Covid-19 ist das Modul Digitale Signalverarbeitung über einem Matlab-Labor-Protokoll zu einer Rechenübung der Lehrveranstaltung zu beenden. Das Ziel dieser Hausarbeit ist das eigenständige Erlangen neuer Kenntnisse sowie praxisnaher Fähigkeiten, Fertigkeiten, Erfahrungen und Grundlagen des „Computer-Algebra-Systems“, anhand der Lehrveranstaltung sowie dem Labor-Skript von Herrn Dipl. Ing. Felix Frey, auf dem Gebiet der Digitale Signalverarbeitung.

In dieser Arbeit werden Systemeigenschaften von zeitdiskreten Systemen, charakterisiert und deren Eigenschaften betrachtet, sowie unteranderem ihre Skalier-, Offset-, Zeitspiegelungseigenschaften. Daraufhin werden ein nichtrekursives System (FIR)-System und rekursives System Infinite Impulse Response (IIR)-Systeme implementiert.

Das IIR-System wurde auf Stabilitäten Eigenschaften untersucht und anhand nichtkausalen komplexen Exponentialfolgen erregt.

# Zeitdiskrete Signale

## Faltung

Innerhalb einer Funktion sollte Anhand einer vorschleifen, mithilfe von zwei endlich langen, kausalen Signalen eine Faltungsoperation durchgeführt werden. Hierzu wird darauf geachtet, dass der Vektorenindex in Matlab bei eins indiziert wird und zunächst beide Vektoren auf dieselbe Länge gebracht und daraufhin deren Länge bestimmt. Schlussendlich wurde anhand des Matlab-Befehls *conv(x,u)* überprüft ob die Faltungsoperation korrekt ist.

x = [5 4 3 2 1];

u = [1 1 1];

y = faltung(x,u);

function y = faltung (x,u)

%faltet x mit u

%beide Vektoren auf die selbe Länge bringen

f\_x = [x, zeros(1,length(u))];

f\_u = [u, zeros(1,length(x))];

%Länge des gefalteten Signals bestimmen

len\_y = length(x) + length(u)-1;

y = zeros(1,len\_y);

% ein Durchlauf pro Ausgabeelement in y

for i = 1:len\_y

% Suche nach der zu faltenden Stelle durch gegeneinander laufen beider Vektoren

for j = 1:length(f\_x)

if((i-j+1)>0)

y(i) = y(i) + f\_x(j) \* f\_u(i-j+1);

end

end

end

end

%Probe

%falt = conv(x,u)

## Formatierung von Graphen

Laut der geforderten Aufgabenstellung soll das Ergebnis der Faltung grafisch dargestellt werden. Dazu haben wir eine Aufteilung in *Subplots* gewählt, bei der die einzelnen Graphen in der unten erkennbaren Struktur in einem Bild (*figure*) angeordnet werden. Die Graphen werden jeweils als *Stem*-plot umgesetzt, da dies einer zeitdiskreten Darstellung sehr nahekommt. Eine Limitierung der X- und Y-Achse musste nicht vorgenommen werden, da alle Diagrammbereiche ausreichend erkennbar sind. Die selbstgeschriebene Funktion *stem\_properties* fasst lediglich die Befehle für eine Achsenbeschriftung und den Diagrammtitel in einer Zeile zusammen.

figure (1);

subplot(2,2,1)

stem(x,'Color',[0 0.5 0])

stem\_properties('Faltung von X mit U --> X','Zeit / s','Amplitude',x);

subplot(2,2,2)

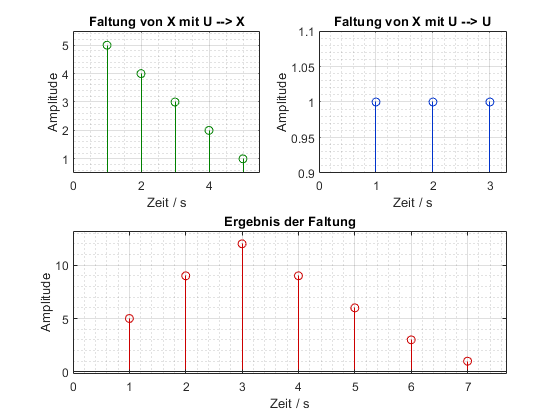
stem(u,'Color',[0 0.2 0.8])

stem\_properties('Faltung von X mit U --> U','Zeit / s','Amplitude',u);

subplot(2,2,[3,4])

stem(y,'Color',[0.8 0 0])

stem\_properties('Ergebnis der Faltung','Zeit / s','Amplitude',y);



## Systemeigenschaften

Für die folgenden Beobachtungen der diskreten Systemeigenschaften sollen verschieden Eingangssignale als Testsignale generiert werden. Dazu werden zwei Vektoren der Länge *nSymbols* mit zufälligen Zahlen gefüllt. Beide pseudzufälligen Operationen starten mit unterschiedlichem *Seed*, um durch die deterministische „Zufallsberechnung“ zwei unterschiedliche diskrete Vektoren (*data1 & 2*) zu erhalten.  
Der erzeugte Dirac Impuls, mit derselben Länge, wie der erste Datenvektor, ist mit Nullen gefüllt. Lediglich an der vorher bestimmten Position wird ein diskreter Wert auf eins gesetzt. Diese Position (*dirac\_1\_pos*) ist auf die Hälfte der gesamten Vektorlänge gesetzt, um später die Kausalität feststellen zu können.

nSymbols = 2^3;

%Erzeugung von 2 zufälligen Signalen

rng(1)

data1 = randn(1, nSymbols);

rng(13) % gleicher Seed bedeutet gleiche Zufallszahlenfolge

data2 = randn(1, nSymbols);

%Dirac zur späteren Kausalitätsprüfung

dirac\_1\_pos = floor(length(data1)/2);

dirac = zeros(1, length(data1));

dirac(dirac\_1\_pos) = 1;

Bei allen folgenden Systemen werden zuerst die entsprechenden Parameter der Funktion definiert, danach zwei Ausgangsvektoren aus den beiden zufälligen Eingangsvektoren und dem System berechnet und anschließend die Systeme auf die Eigenschaften Linearität, Zeitinvarianz und Kausalität geprüft. Diese Eigenschaften werden einmalig beim Skalierer vorgestellt und abschließend für alle Systeme am Ende zusammengefasst.

# *Skalierer*

Ein skalierendes System (*scaler*) haben wir als elementweise Multiplikation des Vektors mit einem einstellbaren Skalar *a* realisiert.

a = 2;

function y = scaler(x, a)

% skaliert den Eingangsvektor "x" mit "a"

y = a.\*x; %elementweise Operation

end

scaled\_y1 = scaler(data1, a);

scaled\_y2 = scaler(data2, a);

Ein lineares System ist prinzipiell eine Überlagerung zweier Eigenschaften: die der Addition und der Skalierung. Somit lässt sich ein Vergleich mit *isequal* anstellen, bei dem überprüft wird, ob zwei Signale identisch sind. Zum einen eine Addition der skalierten Vektoren und zum anderen eine Skalierung der Bereits addierten Vektoren. Somit ergibt sich eine *1* bei der Erfüllung dieser Eigenschaft.

% Linearitätsprüfung (linear = 1)

isequal(scaled\_y1 + scaled\_y2 , scaler((data1+data2), a))

ans = *logical*

1

Die Prüfung auf Zeitinvarianz gibt Auskunft darüber, ob das System auch bei einer Zeitlichen Verschiebung des Eingangssignals dieselbe Verschiebung des Ausgangssignals hervorruft. So haben wir eine Zeitverschiebung *(t0)* von 5 Werten vorgegeben und verschieben mittels *circshift* sowohl das Ausgangssignal, als auch das Eingangssignal, bei dem Danach die Operation des Systems noch ausgeführt wird. Nach einem Vergleich der beiden Signale mit *isequal* wird die Zeitinvarianz mit einer *1* bestätigt.

% Zeitinvarianzprüfung (zeitinvariant = 1)

t0 = 5;

ausgang = circshift(scaled\_y1, -t0);

eingang = scaler(circshift(data1, -t0), a);

isequal(ausgang, eingang)

ans = *logical*

1

Die Kausalität eines Systems sagt aus, ein Eingangssignal, welches zu einem definiertem Zeitpunkt t gesendet wird am Ausgang vor diesem Zeitpunkt keinen Pegel hervorruft. Dies testen wir mit einem verschobenen Diracimpuls, der am Anfang von Kap. 2.4 erklärt wurde. Mittels einer Schleife wird überprüft, ob sich Werte ungleich Null vor diesem festgelegten Dirac im Ausgangsvektor befinden. Sollte dies nicht der Fall sein, ist das System kausal (=1).

% Kausalitätsprüfung (kausal = 1)

dir\_sca = scaler(dirac, a);

function kausal = kausalitaet(x)

%prüft ein System auf Kausalität mit Bezug auf einem Dirac als Eingangssignal

for k = 1:length(x)

if x(k)~= 0 %1.Prüfbedingung = x(k) =/= 0

if k < floor(length(x)/2) %2.Prüfbedingung = k ist vor dem einzelnen Eingangsdiracimpuls

kausal = 0

return

else

kausal = 1

return

end

end

end

end

kausalitaet(dir\_sca);

kausal = 1

# *Offset (Gleichanteil)*

Ein Offset ist ein System, welches einen Gleichanteil auf jeden Wert des Signals hinzufügt. So haben wir einen variablen Offsetwert *o* durch eine simple Addition auf jedes Element des Vektors addiert.

o = 3;

function y = offset(x, o)

% addiert einen Offset "o" zum Eingangssignal "x"

y = o + x;

end

offset\_y1 = offset(data1, o);

offset\_y2 = offset(data2, o);

% Linearitätsprüfung (linear = 1)

isequal(offset\_y1 + offset\_y2 , offset((data1+data2), o))

ans = *logical*

0

% Zeitinvarianzprüfung (zeitinvariant = 1)

t0 = 5;

ausgang = circshift(offset\_y1, -t0);

eingang = offset(circshift(data1, -t0), o);

isequal(ausgang, eingang)

ans = *logical*

1

% Kausalitätsprüfung (kausal = 1)

dir\_off = offset(dirac, o);

kausalitaet(dir\_off);

kausal = 0

# *Zeitspiegelung*

Die Zeitspiegelung spiegelt das Signal an seiner Mittelachse. Dies kann durch die Matlab-Funktion *flip* bewerkstelligt werden.

mirror\_y1 = flip(data1);

mirror\_y2 = flip(data2);

% Linearitätsprüfung (linear = 1)

isequal(mirror\_y1 + mirror\_y2 , flip(data1+data2))

ans = *logical*

1

% Zeitinvarianzprüfung (zeitinvariant = 1)

t0 = 5;

ausgang = circshift(mirror\_y1, -t0);

eingang = flip(circshift(data1, -(-t0)));

isequal(ausgang, eingang)

ans = *logical*

1

% Kausalitätsprüfung (kausal = 1)

dir\_mir = flip(dirac);

kausalitaet(dir\_mir);

kausal = 1

# Differenzenbildung

Die Differenzbildung sieht in diesem Beispiel vor, dass ein Element vom Nachfolgenden subtrahiert wird. Dies haben wir mit Hilfe einer Schleife gelöst, die genau die beschriebene Operation in einen, mit Nullen initialisierten, Ausgangsvektor schreibt. Der Sonderfall an der Indexstelle 1 wird anhand der Annahme, dass das System kausal ist (x0 = 0) nicht im Wert verändert.

diff\_y1 = difference(data1);

function y = difference(x)

% y[k] = x[k]-x[k-1]

y = zeros(1,length(x)); %Initialisierung vom Ausgangsvektor

for k = 1:length(x)

if k == 1 %Annahme x(0)=0

y(1) = x(1);

else

y(k) = x(k)-x(k-1); %Differenzbildung mit dem vorherigen Element

end

end

diff\_y2 = difference(data2);

% Linearitätsprüfung (linear = 1)

a1 = diff\_y1 + diff\_y2;

a2 = difference(data1+data2);

isequal(round(a1,4) , round(a2,4)) % round wird wegen rundungsfehlern benutzt

ans = *logical*

1

%isequal(diff\_y1 + diff\_y2 , difference(data1+data2))

% Zeitinvarianzprüfung (zeitinvariant = 1)

t0 = 5;

ausgang = circshift(diff\_y1, -t0);

eingang = difference(circshift(data1, -t0));

isequal(ausgang, eingang)

ans = *logical*

0

% Kausalitätsprüfung (kausal = 1)

dir\_diff = difference(dirac);

kausalitaet(dir\_diff);

kausal = 1

# *Modulation*

Die Modulation ist vergleichbar mit einer Multiplikation mit einer Kosinus-Trägerschwingung. Diese Multiplikation haben wir auf Grund der Indizierung mit *k* im cos-Term durch eine Schleife gelöst, anstatt eine elementweise Operation durch den Punktoperator durchzuführen.

mod\_y1 = simple\_mod(data1);

mod\_y2 = simple\_mod(data2);

function y = simple\_mod(x)

% moduliert das Eingangssignal mit einer cos-Schwingung

y = zeros(1, length(x)); %Initialisierung vom Ausgangsvektor

for k = (1:length(x))

y(k) = x(k) \*cos((pi/4)\*k); %Modulation (Multiplikation)

end

end

% Linearitätsprüfung (linear = 1)

isequal(mod\_y1 + mod\_y2 , simple\_mod(data1+data2))

ans = *logical*

0

% Zeitinvarianzprüfung (zeitinvariant = 1)

t0 = 5;

ausgang = circshift(mod\_y1, -t0);

eingang = simple\_mod(circshift(data1, -t0));

isequal(ausgang, eingang)

ans = *logical*

0

% Kausalitätsprüfung (kausal = 1)

dir\_mod = simple\_mod(dirac);

kausalitaet(dir\_mod);

kausal = 1

# *Quantisierer*

Eine Quantisierung wird unter anderem bei der Umwandlung eines wertkontinuierlichen in ein wertdiskretes Signal angewendet. Da in unserer Matlab-Übung jedoch nur diskrete Signale zur Verfügung stehen ist die Quantisierung vereinfacht mit einer Rundung auf ganze Zahlen (bzw. Intger-Werte gleichzusetzen. Dies wird auch über die Matlab interne Funktion *round* gelöst.

quant\_y1 = round(data1);

quant\_y2 = round(data2);

% Linearitätsprüfung (linear = 1)

isequal(quant\_y1 + quant\_y2 , round(data1+data2))

ans = *logical*

0

% Zeitinvarianzprüfung (zeitinvariant = 1)

t0 = 5;

ausgang = circshift(quant\_y1, -t0);

eingang = round(circshift(data1, -t0));

isequal(ausgang, eingang)

ans = *logical*

1

% Kausalitätsprüfung (kausal = 1)

dir\_quan = round(dirac);

kausalitaet(dir\_quan);

kausal = 1

Die Auswertung der einzelnen Systeme auf die drei Eigenschaften lässt sich in folgender Tabelle zusammenfassen:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | Eigenschaft | | |
|  |  | Linearität | Zeitinvarianz | Kausalität |
| System | Skalierer | ✓ | ✓ | ✓ |
| Offset | 🞪 | ✓ | 🞪 |
| Zeitspiegelung | ✓ | ✓ | ✓ |
| Differenzbildung | ✓ | 🞪 | ✓ |
| Modulation | 🞪 | 🞪 | ✓ |
| Quantisierer | 🞪 | ✓ | ✓ |

## FIR (Finite Impulse Response) Systeme

Das Finite Impulse Response (FIR)-System gehört aus der Klasse der diskreten Systeme, den nichtrekursiven Systemen an und haben eine endlich langen Impulsantwort.

Zum Testen des FIR-System eignet sich ein Dirac-Impuls

Das FIR System wird anschließend anhand zwei Zufallstestsignalen getestet

n\_Symbols = 2^5;

%Dirac-Impuls

dirac\_puls = zeros(1, n\_Symbols);

dirac\_puls(1) = 1;

coef = [1 2 3 2 1]; %Vorwärstzweig

fir\_system = FIR(dirac\_puls, 4, coef);

function y = FIR(x,ord,coef)

%FIR-Filter (finite impulse response)

% coef = [a0 a1 a2 a3 a4] bei n=4

n = ord;

a = coef;

len = (length(x)+n);

x\_long = zeros(len); %Verlängerung des Eingangssignals mit n Nullen

x\_long(1:length(x)) = x;

y = zeros(1,len); %Initialisierung des Ausgangs

reg = zeros(1,n+1); %Register mit allen Delayelementen auf 0

%Realisierung des FIR\_Systems als "tapped-delay-line" (Direktform)

for k = 1:len

reg(1) = x\_long(k); %1. Registerstelle füllen

y(k) = sum(a .\* reg); %Registerwerte mit Koeffizienten multiplizieren und aufsummieren für aktuellen Ausgang

reg = circshift(reg, 1); %Register um eine Stelle verschieben

end

end

%zum Probe ([1 0 0 0 0] = Rückwärtszweig)

%fir\_system = filter(coef, [1 0 0 0 0], dirac\_puls);

figure (2)

subplot(2,1,1)

stem(dirac\_puls)

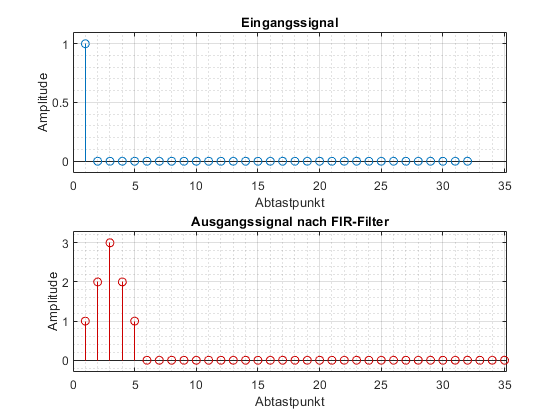
stem\_properties('Eingangssignal', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', dirac\_puls)

subplot(2,1,2)

stem(fir\_system, 'Color',[0.8 0 0])

stem\_properties('Ausgangssignal nach FIR-Filter', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', fir\_system)

xlim([0 length(dirac\_puls)+length(dirac\_puls)/10]); %zur Zentrierung mit Eingangssignal



#### Testen für beliebige Eingangssignale mit Probe durch Faltung der Impulsantwort

#### 1. Zufallstestsignal

rng(1)

data3 = randn(1, n\_Symbols); %generieren des Zufallssignals

fir\_system3 = FIR(data3, 4, coef); %Ausgangssignalbestimmung durch Filterfunktion

fir\_faltung3 = faltung(data3, coef); %Ausgangssignalbestimmung durch Faltung mit Impulsantwort

figure (3)

subplot(2,1,1)

stem(data3)

stem\_properties('zufälliges Eingangssignal 1', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', data3)

subplot(2,1,2)

hold on

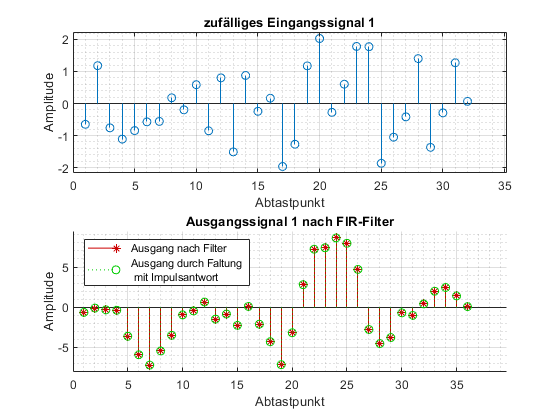
stem(fir\_system3, 'Color',[0.8 0 0],'Marker',"\*")

stem(fir\_faltung3, 'Color',[0 0.8 0],'LineStyle',":")

stem\_properties('Ausgangssignal 1 nach FIR-Filter', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', fir\_faltung3)

hold off

legend('Ausgang nach Filter','Ausgang durch Faltung \newline mit Impulsantwort','Location','northwest')



#### 2. Zufallstestsignal

rng(13)

data4 = randn(1, n\_Symbols);

fir\_system4 = FIR(data4, 4, coef);

fir\_faltung4 = faltung(data4, coef);

figure (4)

subplot(2,1,1)

stem(data4)

stem\_properties('zufälliges Eingangssignal 2', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', data4)

subplot(2,1,2)

hold on

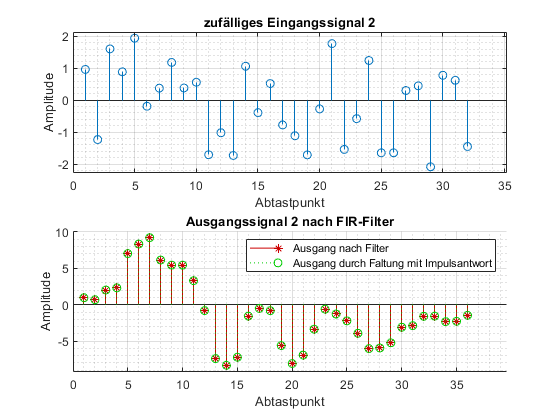
stem(fir\_system4, 'Color',[0.8 0 0],'Marker',"\*")

stem(fir\_faltung4, 'Color',[0 0.8 0],'LineStyle',":")

stem\_properties('Ausgangssignal 2 nach FIR-Filter', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', fir\_faltung4)

hold off

legend('Ausgang nach Filter','Ausgang durch Faltung mit Impulsantwort')



# *IIR - Infinite Impulse Response*

IIR-Filter gehören wie die FIR-Filter auch zu den diskreten Systemen, unterscheiden sich aber durch einen zusätzlichen Rückkoppelzweig, wodurch sie rekursiv werden.  
Besonders deutlich lässt sich dies aus der Differenzengleichung ablesen:  
Die erste Summe entspricht dem Vorwärtszweig des FIR-Filters mit den Koeffizienten b (*coef1* in Matlab) und der zweite Summenterm beschreibt den Rückkoppelzweig des rekursiven Anteils, der durch die Koeffizienten c (*coef2* in Matlab) gewichtet wird. n bestimmt die Ordnung des Filters, wodurch sich bei beispielhaftem n=4 die Koeffizienten b0-b4 und entsprechend c0-c4 ergeben. Die Koeffizienten an nullter Stelle sind jedoch immer mit ein zu wählen.  
Im nachfolgendem Code wird der IIR-Filter als erste Direktform realisiert, wodurch zwei Register (*reg1 & 2*) benötigt werden, die jeweils in den beiden Zweigen die Elemente zur Verarbeitung laden. Das Zwischenergebnis vom Vorwärtszweig wird in *u[k]* gespeichert und dient dem Rückkoppelzweig als Eingangssignal, der daraus das Ausgangssignal in *y[k]* speichert. Mittels *circshift* werden die beiden Register weitergetaktet, um das nächste Element des Eingangsvektors einzulesen.

coef1 = [1 0 0]; %Vorwärtszweig

coef2 = [1 0.9 0.81]; %Rückkoppelzweig

iir\_system = IIR(dirac\_puls, 2, coef1, coef2);

function y = IIR(x,ord,coef1, coef2)

%IIR-Filter

% coef1 = [b0 b1 b2 b3 b4] bei n=4

% coef2 = [c0 c1 c2 c3 c4] bei n=4

n = ord;

b = coef1;

c = coef2;

len = (length(x));

u = zeros(1,len); %Initialisierung der beiden Ausgänge

y = zeros(1,len);

reg1 = zeros(1,n+1); %alle Delayelemente auf 0

reg2 = zeros(1,n+1); %alle Delayelemente auf 0

%Realisierung des IIR\_Systems als erste Direktform

%Vorwärtszweig (FIR-Teil)

for k = 1:len

reg1(1) = x(k); %Register füllen mit Eingangsvektor

u(k) = sum(b .\* reg1); %Registerwerte mit Koeffizienten multiplizieren und aufsummieren für aktuellen Ausgang

reg1 = circshift(reg1, 1); %Register um eine Stelle verschieben

end

%Rückgekoppelter Zweig

for m = 1:len

if m ==1

y(m) = u(m); %Sonderfall des ersten Elements

else

reg2(1) = y(m-1); %1. Registerstelle füllen mit rückgekoppeltem Ausgang

y(m) = u(m) - sum(reg2(1:length(c)-1) .\* c(2:end)); %"Rückkoplung"

end

reg2 = circshift(reg2, 1); %Register um eine Stelle verschieben

end

end

Nach der Aufgabenstellung soll ein IIR-System mit der Gleichung:  
implementiert werden. Die Koeffizienten sind bereits oben erkennbar und setzen sich aus   
 zusammen, wodurch sich ein System zweiter Ordnung ergibt. Zur Darstellung der Filterfunktion haben wir uns für eine Impulsantwort entschieden, bei der ein Diracimpuls (oberes Bild) als Eingangssignal genutzt wird, um im unteren Bild das Ausgangssignal des Filters abzubilden.

figure (5)

subplot(2,1,1)

stem(dirac\_puls)

stem\_properties('Eingangssignal', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', dirac\_puls)

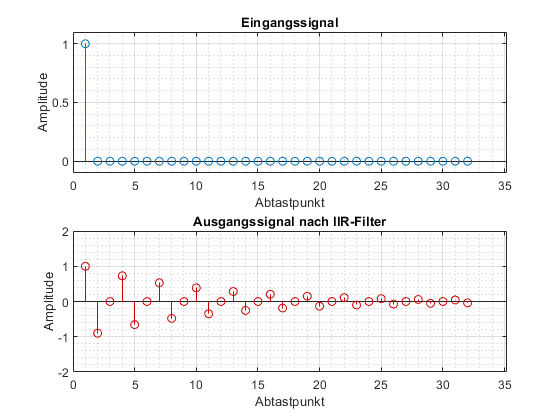
subplot(2,1,2)

stem(iir\_system, 'Color',[0.8 0 0])

stem\_properties('Ausgangssignal nach IIR-Filter', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', fir\_system)

xlim([0 length(dirac\_puls)+(length(dirac\_puls)/10)]); %zur Zentrierung mit Eingangssignal

ylim([-2 2])



Zur Probe unserer Filterfunktion kann dasselbe Eingangssignal durch die Matlab-Funktion *filter* geschickt werden. Durch Eingabe derselben Koeffizienten ergibt sich auch eine identische Impulsantwort.

% %Zur Probe:

% iir\_system2 = filter(coef1, [1 0.9 0.81], dirac\_puls);

% figure (6)

% subplot(2,1,1)

% stem(dirac\_puls)

% stem\_properties('Eingangssignal', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', dirac\_puls)

% subplot(2,1,2)

% stem(iir\_system2, 'Color',[0.8 0 0])

% stem\_properties('Ausgangssignal nach IIR-Filter', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', fir\_system)

% ylim([-2 2])

Zusätzlich zur Programmierung soll die Übertragungsfunktion dieses Filter analytisch berechnet werden. Dazu muss eine Division des Ausgangs mit dem Eingang im z-Bereich erfolgen:

Ausgehend von der Differenzengleichung

und die z-Transformation der Gleichung ergibt sich:

Da folgt im Z-Bereich

Nach einer Umstellung nach Y(z) erhält man:

Und weiter umgestellt und mit erweitert ergibt sich:

Diese Gleichung muss nun in die obere Division eingesetzt werden, wodurch abschließend die Übertragungsfunktion gebildet wird:

(Man beachte, dass ist)

# *Stabilitätsprobe der Übertragungsfunktion*

coef3 = [1 0.9 0.81]; %gegebene Koeffizienten

Pol = roots(coef3); %bestimmen der Nullstellen des Nennerpolynoms der Übertragungsfunktion --> Polstellen

Kreisumfang = linspace (0, 2\*pi); %Erstellung des Einheitskreises

x = cos(Kreisumfang);

y = sin(Kreisumfang);

#### 1. Methode: Einheitskreis

figure (6)

plot(x,y,'Color','r', "LineStyle",'-.'); %Einheitskreis

axis equal; %mit symmetrischen Achsen

hold on

% Sobald die Beträge < 1 und damit im Einheitkreis sind --> System ist stabil

plot(real(Pol(1)),imag(Pol(1)),'Marker','x','Color',[0 0 0.8],"MarkerSize",13,'LineStyle','none','linewidth',2)

plot(real(Pol(2)),imag(Pol(2)),'Marker','x','Color',[0 0.8 0],"MarkerSize",13,'LineStyle','none','linewidth',2)

xlabel('Real')

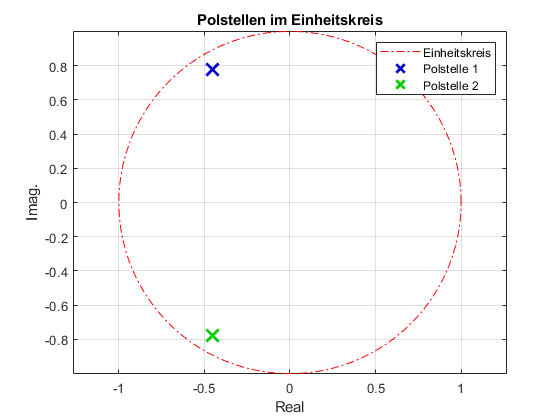
ylabel('Imag.')

grid on;

hold off;

title ('Polstellen im Einheitskreis')

legend ('Einheitskreis','Polstelle 1','Polstelle 2')



#### 2.Methode: Darstellung im 3D-Plot (meshgrid)

[x\_Real,y\_Imag] = meshgrid (-2:0.1:2); %quadratisches "Meshgrid" (Grenzen von -2 bis 2 in 0,1 Schritten) --> spannt die komplexe Ebene auf

z = x\_Real + 1j \* y\_Imag; %z soll auf der komplexen Ebene dargestellt werden

x2 = z.^2 ./ (z.^2 + 0.9\*z + 0.81); %Übertragungsfunktion (Herleitung im Protokoll)

figure (7);

mesh (x\_Real, y\_Imag, abs(x2)) %Plotten vom 3D-Raum

line(x, y , 3\*ones(size(Kreisumfang)),'linewidth',2,'Color','red','LineStyle','-.') %Einheitskreis (z-Koordinate besteht nur aus Einsen, die durch den Vorfaktor auf 3 (zur besseren Ansicht) hochgeschoben sind)

view([45 60]) %schräge Ansicht

xlim ([-2 2])

ylim ([-2 2])

zlim ([0 10]);

caxis ([0,10]); %caxis = Limit für die Colormap

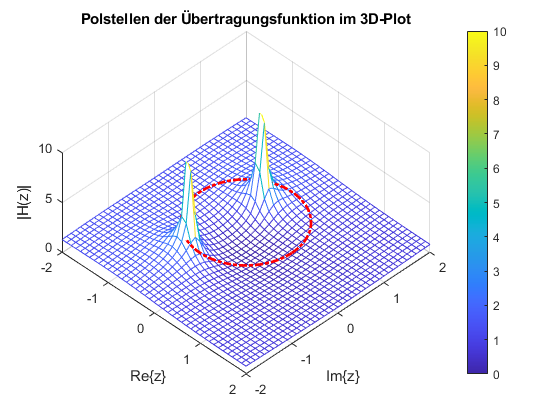
xlabel ('Re\{z\}') %(Achsenbeschriftung wie in Vorlesung)

ylabel ('Im\{z\}')

zlabel ('|H(z)|')

title ('Polstellen der Übertragungsfunktion im 3D-Plot')

colorbar



# *FIR-System aus einem IIR-System*

Das FIR-System lässt durch einfaches Ändern der Filterkoeffizienten aus der Implementierung des IIR-Systems erzeugen. So müssen die b-Koeffizienten (*coef1*) den Werten des FIR-Filters entsprechen und die c-Koeffizienten (*coef2*) müssen zu Null gesetzt werden:

coef4 = [1 2 3 2 1]; %Vorwärtszweig

coef5 = [1 0 0 0 0]; %Rückkoppelzweig

fir\_aus\_iir = IIR(dirac\_puls, 4, coef4, coef5);

Das Ergebnis ist dasselbe, wie beim anfänglichen FIR-Filter aus Kapitel 2.5.

# *Erregung mit nichtkausaler komplexer Exponentialfolge*

k = -50:1:100; %gegeben

z = 1.1; %gegeben

x= z.^k; %komplexe Exponentialfolge

y = IIR(x,2,coef1,coef2); %Filterung der Folge mit bekanntem IIR-Filter

figure(8)

subplot (2,1,1)

hold on

stem (k,x, 'Color',[0 0 0.8])

stem (k,y, 'Color',[0.8 0 0])

hold off

legend ('Eingangssignal', 'Ausgangssignal','Location','northwest')

xlabel ('Abtastpunkt')

ylabel ('Amplitude')

title ('Eingangssignal mit z = 1.1')

grid on

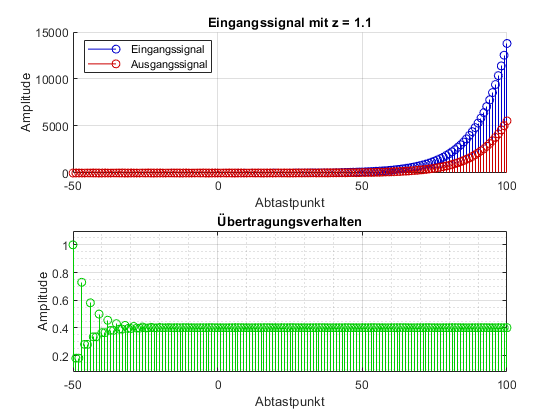
q = y ./ x; %Quotient aus Ausgangssignal zu Eingangssignal

subplot (2,1,2)

stem (k,q,'Color',[0 0.8 0])

stem\_properties('Übertragungsverhalten', 'Abtastpunkt', 'Amplitude', q)

xlim([-50 100])



%Übertragungsfunktion H(z) = Y(z)/X(z)

%coef1 Vorwärtszweig

%coef2 Rückkoppelzweig

X=polyval(coef1,z);

Y=polyval(coef2,z);

H\_z = X/Y

H\_z = 0.4020

z1= 1.1 \* exp(1j\*pi/7);

losung0 = ((1.1 \* exp(1j\*pi/7))^2)/(((1.1 \* exp(1j\*pi/7))^2)+(0.9\*(1.1 \* exp(1j\*pi/7)))+0.81);

losung1 = ((z1)^2)/(((z1)^2)+(0.9\*(z1))+0.81);

X1=polyval(coef1,z1);

Y1=polyval(coef2,z1);

H\_z1 = X1/Y1

H\_z1 = 0.3980 + 0.1623i

z2= 1.2 \* exp(1j\*6\*pi/5);

losung2 = ((1.2 \* exp(1j\*6\*pi/5))^2)/(((1.2 \* exp(1j\*6\*pi/5))^2)+(0.9\*(1.2 \* exp(1j\*6\*pi/5)))+0.81);

losung3 = ((z2)^2)/(((z2)^2)+(0.9\*(z2))+0.81);

X2=polyval(coef1,z2);

Y2=polyval(coef2,z2);

H\_z2 = X2/Y2

H\_z2 = 1.7162 + 0.2849i

figure (9);

mesh (x\_Real, y\_Imag, abs(x2)) %Plotten vom 3D-Raum

line(real(z), imag(z) , abs(H\_z),'Marker','\*','Color',[0.8 0 0],"MarkerSize",10,'linewidth',2,'LineStyle','none')

line(real(z1), imag(z1) , abs(H\_z1),'Marker','\*','Color',[0 0.8 0],"MarkerSize",10,'linewidth',2,'LineStyle','none')

line(real(z2), imag(z2) , abs(H\_z2),'Marker','\*','Color','m',"MarkerSize",10,'linewidth',2,'LineStyle','none')

view([45 60]) %schräge Ansicht

xlim ([-2 2])

ylim ([-2 2])

zlim ([0 10]);

caxis ([0,10]); %caxis = Limit für die Colormap

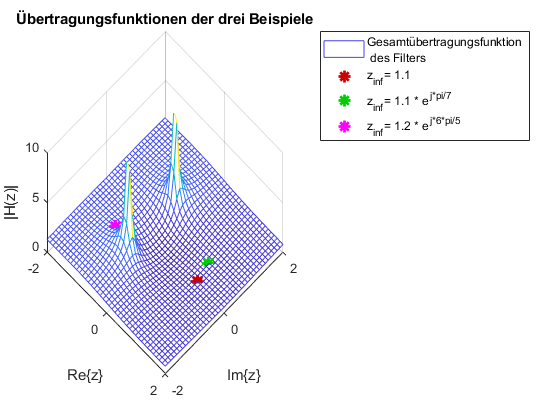
xlabel ('Re\{z\}') %(Achsenbeschriftung wie in Vorlesung)

ylabel ('Im\{z\}')

zlabel ('|H(z)|')

title ('Übertragungsfunktionen der drei Beispiele')

legend('Gesamtübertragungsfunktion \newline des Filters', 'z\_{inf}= 1.1', 'z\_{inf}= 1.1 \* e^{j\*pi/7}', 'z\_{inf}= 1.2 \* e^{j\*6\*pi/5}')



# Zusammenfassung & Fazit

# Eigenständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, Oskar Creutzer und Lennert Hahn, dass es sich bei der von mir eingereichten schriftlichen wissenschaftliche Arbeit mit dem Titel *„Digitale Signalverarbeitung MATLAB Rechenübung“* um eine von mir erstmalig, selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasste Arbeit handelt.

Ich erkläre ausdrücklich, dass ich sämtliche in der oben genannten Arbeit verwendete fremde Quellen, auch aus dem Internet (einschließlich Tabellen, Grafiken u.Ä.) als solche kenntlich gemacht habe und die Arbeit in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfbehörde vorgelegen habe. Insbesondere bestätige ich, dass ich ausnahmslos sowohl bei wörtlich übernommenen Aussagen bzw. unverändert übernommenen Tabellen, Grafiken u.Ä. (Zitaten) als auch bei in eigenen Worten wiedergegebenen Aussagen bzw. von mir abgewandelten Tabellen, Grafiken u.Ä. anderer Autorinnen und Autoren (Paraphrasen) die Quelle angegeben habe.

Berlin, 12. Januar 2021 Oskar Creutzer & Lennert Hahn