Operációkutatás

Vaik Zsuzsanna <zsuzska@cs.elte.hu>

1. gyakorlat, 2005. február 15.

1. Minimalizáló sorozat-e az $f(x) = \frac{x^2}{1+x^4}$ $(x \in \mathbb{R})$ függvényre a $x_k = k$, $k = 1, 2, \ldots$ sorozat?
2. Minimalizáló sorozat-e az $f(u) = \frac{\|u\|}{1+\|u\|^2}$, $(u \in \mathbb{R}^n)$ függvényre az $u_k = k * \mathbf{1}$ sorozat, $k = 1, 2, \ldots$, ahol $\mathbf{1} = (1, \ldots, 1)$?
3. Definiáljuk a függvények folytonosságát!
4. Milyen összefüggést ismerünk a folytonos függvények és a minimalizáló sorozatok között?
5. Fog-e minden U-beli minimalizáló sorozat az $f(x)$ U-beli minimumhelyéhez konvergálni, ha
   (a) $U = \mathbb{R}^n$ és $f(u) = \|u\|^3$?
   (b) $U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \geq 1, x + 3y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$ és $f(u) = x + y$?
6. Felveszi-e az $f(u)$ függvény a minimumát az U halmazon, ha
   (a) $U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ és $f(u) = x + \frac{1}{y}$?
   (b) $U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \geq 1, x \geq -15, x + 2y \leq 3\}$ és $f(u) = x + 2y$?
7. Határozzuk meg a következő függvények minimumát!
   (a) $f_1(x, y) = (x-3)^2 + \sin y \cos y$
   (b) $f_2(x) = x^6 - 16x^3 + y^2 + 6y + 27$
8. Írjuk fel a nemlineáris programozási modelljét az alábbi feladatoknak!
   (a) Melyik az az egységsugarú körbe írt háromszög, melynek az oldalainak a négyzetösszege maximális?
   (b) Határozza meg az
   $$U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x + y \leq 4, x + y \leq 1\}$$
   halmaznak a $(2, 0)$ ponthoz legközelebbi nemnegatív koordinátájú pontját!
9. Oldjuk meg a Lagrange multiplikátorok módszerével: (ne felejtsük el ellenőrizni a feltételeket)
   (a)
   $$\min x + y$$
   $$xy = 1$$
   (b)
   $$\min x^2 + y^2 + z^2$$
   $$z - xy = 5$$
10. Legyenek α, β, γ egy háromszög szögei. Igazoljuk (a Lagrange multiplikátorok módszerével) hogy
   $$\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2} \leq \frac{1}{8}.$$