

Operációkutatás

Vaik Zsuzsanna < <http://www.cs.elte.hu/~zsuzska> >

1. Zárthelyi Dolgozat , 2005. április 7.

Fritz-John

1. Modellezd majd oldd meg a következő feladatot a Lagrange multiplikátorok módszerével!
Írjunk a két egység sugarú körbe olyan háromszöget, melynek oldalainak négyzetösszege maximális!
2. Határozd meg az alábbi halmaz az $u_0 = (1, 0)$ ponthoz legközelebb eső nem negatív koordinátájú pontját a megengedett irányok módszerével. Kiindulási pontnak válaszd $(5, 1)$ pontot!

$$U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - 2y \leq 4, x + y \geq 5\}$$

3. Írd fel a következő feladat modelljét nemlineáris programozási feladattal:
Adott 5 darab bányá, ezek széntermelése havonként, és elhelyezkedése egy adott koordinátarendszerben:

Termelés:	Elhelyezkedés:
1. bányá: 10 egység	1. bányá: (10, 5)
2. bányá: 20 egység	2. bányá: (1, 8)
3. bányá: 15 egység	3. bányá: (7, 30)
4. bányá: 5 egység	4. bányá: (1, 2)
5. bányá: 10 egység	5. bányá: (20, 18)

A tervek szerint a bányáknak egy hőerőművet kell szénellátással ellátniuk. Sajnos van a közelben 1 város, melynek koordinátái $(10, 4)$, és nem lehet erőművet építeni 3 sugarú környezetében. Hova kell (milyen koordinátákra) telepíteni az erőművet, hogy a lehető legkevesebbet kelljen a szén szállítására?

4. Igaz-e hogy az $f(x, y) = \frac{2(x+y)^3+1}{1+3x+3y}$ függvény minden minimalizáló sorozata az $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ halmazon minimumhelyhez konvergál?
5. Konvex-e az alábbi halmaz?

$$U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{aligned} 0 &\leq x \leq 2\pi \\ y &\geq 0 \\ y - \sin x &\leq 0 \\ y - (x - 1)^2 &\geq 2 \end{aligned}\}$$

6. Igazold hogy

$$\ln(1 + e^{\frac{x^2+y^2}{4}}) \leq \frac{1}{2} \ln(1 + e^{\frac{x^2}{2}}) + \frac{1}{2} \ln(1 + e^{\frac{y^2}{2}}) !$$

7. Határozd meg az $(1, 2, 1)$ pontnak a

$$2x - y + z = 4$$

síktól való távolságát!