2. Visszalépéses keresés

Visszalépéses keresés

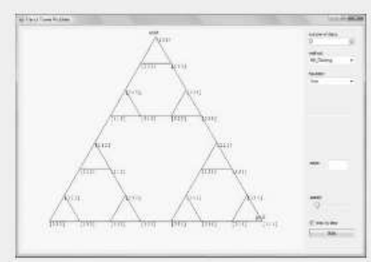
- A visszalépéses keresés egy olyan KR, amely
  - globális munkaterülete:
    - egy út a startcsúcsból az aktuális csúcsba (az útról leágazó még ki nem próbált élekkel együtt)
      - kezdetben a startcsúcsot tartalmazó nulla hosszúságú út
      - terminálás célcsúcs elérésekor vagy a startcsúcsból való visszalépéskor
  - keresés szabályai:
    - a nyilvántartott út végéhez egy új (ki nem próbált) él hozzáfűzése, vagy a legutolsó él törlése (visszalépés szabálya)
  - vezérlés stratégiája a visszalépés szabályát csak a legvégső esetben alkalmazza

Visszalépés feltételei

- zsákutca: az aktuális csúcsból (azaz az aktuális út végpontjából) nem vezet tovább él
- zsákutca torkolat: az aktuális csúcsból kivezető utak nem vezettek célba
- kör: az aktuális csúcs szerepel már korábban is az aktuális úton
- mélységi korlát: az aktuális út hossza elér egy előre megadott értéket

Alacsonyabb rendű vezérlési stratégiák

- Az általános vezérlési stratégia kiegészíthető:
  - sorrendi szabállyal: amely sorrendet egy csúcsból kivezető élek vizsgálatára
  - vágó szabállyal: megjelöli egy csúcs azon kivezető éleit, amelyeket nem érdemes megvizsgálni
- Ezek a szabályok lehetnek
  - modellfüggő vezérlési stratégiák (a probléma modelljének sajátosságaiból származó ötlet)
  - heurisztikák (a megoldandó problémától származó információra támaszkodó ötlet)



Első változat: VL1

- A visszalépéses algoritmus első változata az, amikor a visszalépés feltételei közül az első kettőt építjük be a kereső rendszerbe.

- Bebizonyítható: ***Véges körmentes irányított gráfokon a VL1 mindig terminál, és ha létezik megoldás, akkor talál egyet***.

  UI: véges sok adott startból induló út van.

- Rekurzív algoritmussal (VL1) szokták megadni
  - Indítás: *megoldás* := *VL1*(*startcsúcs*)

ADAT := *kezdeti érték*
while ¬*terminálási feltétel*(ADAT) **loop**
    SELECT SZ FROM *alkalmazható szabályok*
    ADAT := SZ(ADAT)
endloop

VL1

A ~ élek
A^* ~ véges élsorozat

N ~ csúcsok

Recursive procedure *VL1*(*akt* : *N*) **return** (A^*; *hiba*)

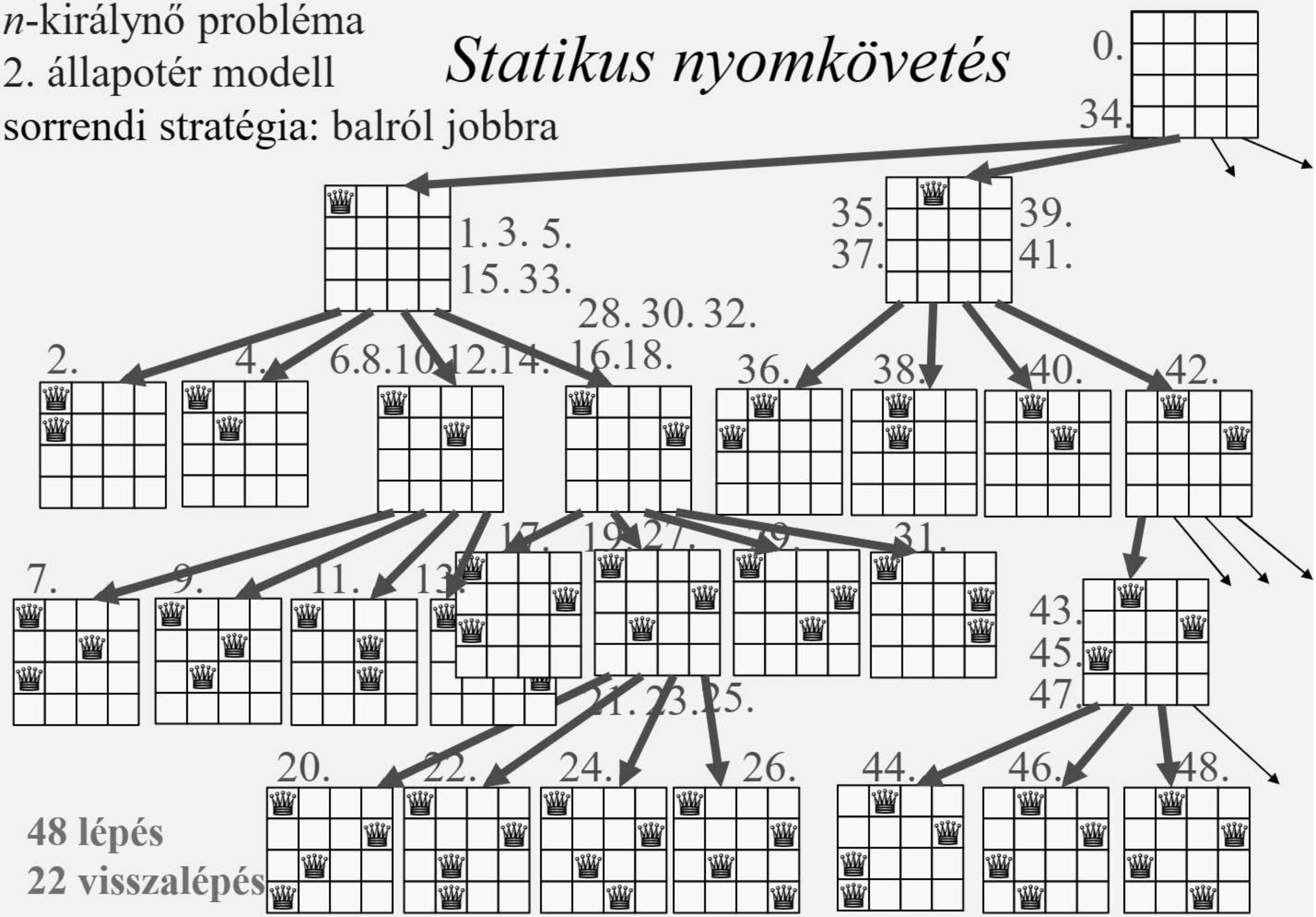
1. **if** *cél*(*akt*) **then** **return**(*nil*) **endif**
2. **for** ∀*új* ∈ Γ(*akt*) **loop**
3. *megoldás* := *VL1*(*új*)
4. **if** *megoldás* ≠ *hiba* **then**
5. **return**(*fűz*((*akt*,*új*), *megoldás*) **endif**
6. **endloop**
7. **return**(*hiba*)

end

Γ(*akt*) ~ akt gyermekei

n-királynő probléma
2. állapotér modell
sorrendi stratégia: balról jobbra

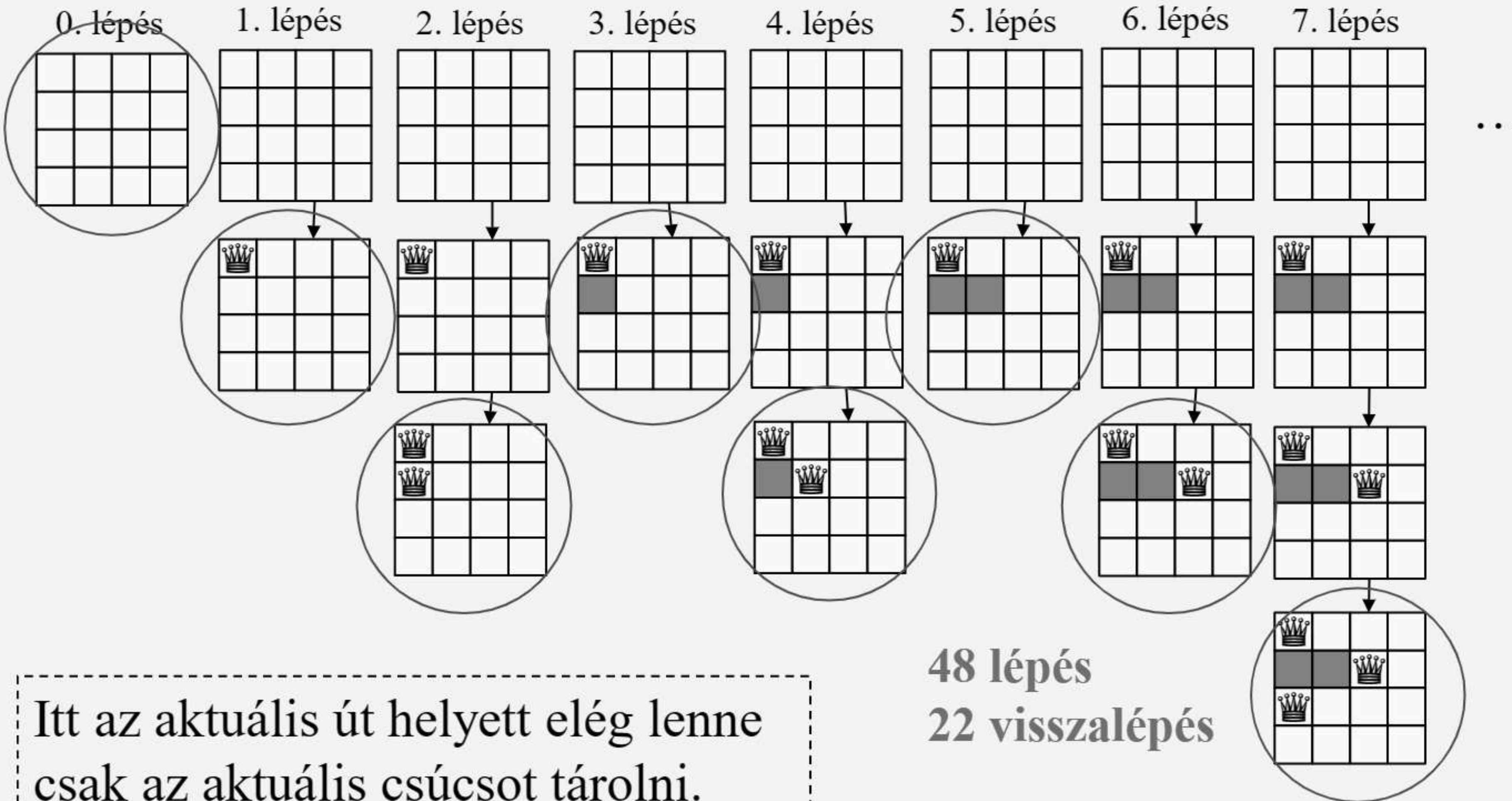
Statikus nyomkövetés



48 lépés
22 visszalépés

n-királynő probléma
2. állapotér modell
sorrendi stratégia: balról jobbra

Dinamikus nyomkövetés



48 lépés
22 visszalépés

Itt az aktuális út helyett elég lenne csak az aktuális csúcsot tárolni.

Sorrendi heurisztikák az n-királynő problémára

Az *i*-edik sor mezőit rangsoroljuk azért, hogy ennek megfelelő sorrendben próbáljuk ki az *i*-edik királynő lehetséges elhelyezéseit.

- Diagonális: a mezőn áthaladó *hosszabb átló hossza*.

4	3	3	4
3	4	4	3
3	4	4	3
4	3	3	4

- Páratlan-páros:a páratlan sorokban *balról jobbra*, a páros sorokban *jobbról balra* legyen a sorrend.

1	2	3	4
4	3	2	1
1	2	3	4
4	3	2	1

- Ütés alá kerülő szabad mezők száma: új királynő elhelyezésével hány szabad mező kerül ütésbe

♛	×	×	×
×	×	3	2
×		×	
×			×

Heurisztikák az n-királynő problémára

diagonális + bal-jobb:

8 lépés
2 visszalépés

4	♛	3	4
	4	4	♛
♛	4	4	3
4		♛	4

diagonális + páratlan-páros:

4 lépés
0 visszalépés

4	♛	3	4
3	4	4	♛
♛	4	4	3
4	3	♛	4

2. model	nincs + bal-jobb	diag + bal-jobb
n = 4	22/48	2/8
n = 5	10/25	10/25
n = 6	165/336	63/132
n = 7	35/77	80/167
n = 8	868/1744	196/400

n = 4	nincs + bal-jobb	diag + bal-jobb	diag + ps-ptl
2. model	22/48	2/8	0/4
3. model	4/12	0/4	0/4

n-királynő probléma
3. állapotér modell
sorrendi stratégia: balról jobbra

VL1 *heurisztika nélkül*

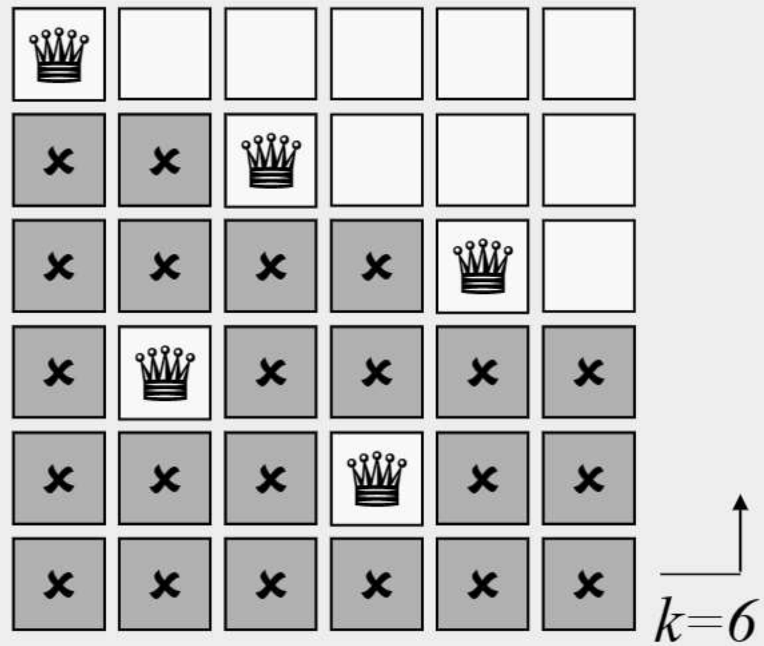
D_i ={*i*-dik sor szabad mezői}

A *k*-adik királynő elhelyezése után a hátralevő üres sorokból töröljük az ütésbe került szabad mezőket.

for *i=k+1 .. n* **loop**
Töröl(i,k)

Töröl(*i,k*) : törli az *i*-dik sor azon szabad mezőit, amelyeket a *k*-dik királynő üt

VL1: **if** $D_k = \emptyset$ **then** visszalép



Forward Checking

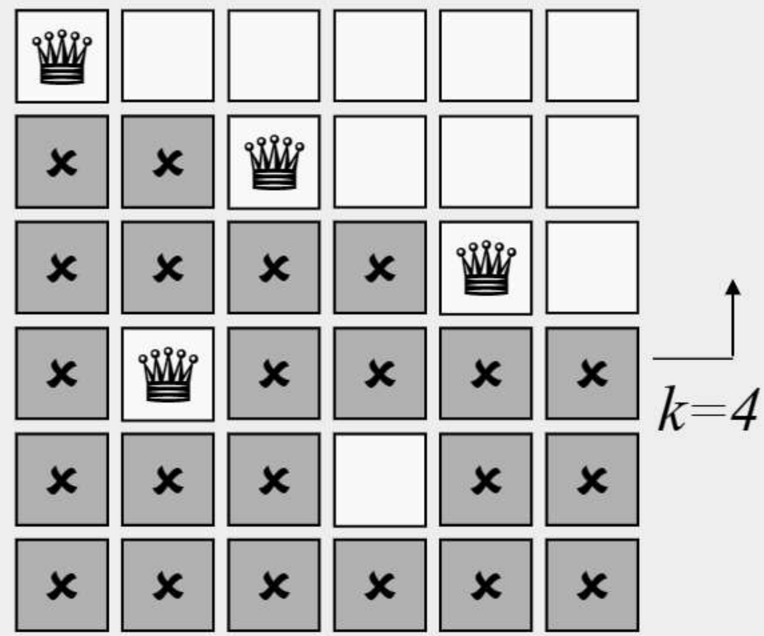
***FC* algoritmus:**

VL1

+

if $\exists i \in [k+1 .. n]: D_i = \emptyset$

then *visszalép*



$D_6 = \emptyset$

Partial Look Forward

PLF **algoritmus**:

VL1

$+$

for $i=k+1\ ..\ n$ **loop**

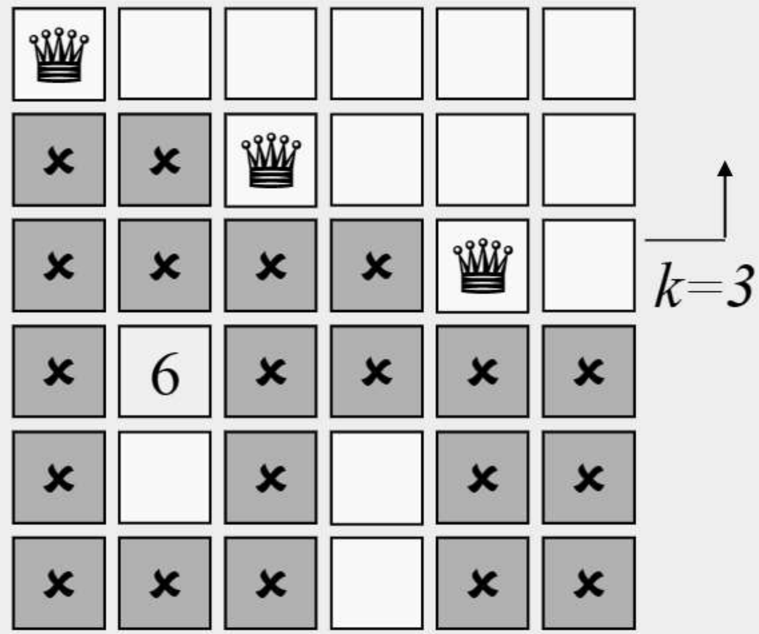
for $j=i+1\ ..\ n$ **loop** $(i<j)$

Szűr(i,j)

if $\exists i \in [k+1..\ n]$: $D_i = \emptyset$

then *visszalép*

Szűr(i,j) : törli az *i*-edik sor azon szabad mezőit, amelyekhez nem található a *j*-edik sorban vele ütésben nem álló szabad mező



$i = 4, j = 6$ $D_4 = \emptyset$

Look Forward

***LF* algoritmus**:

VL1

\+

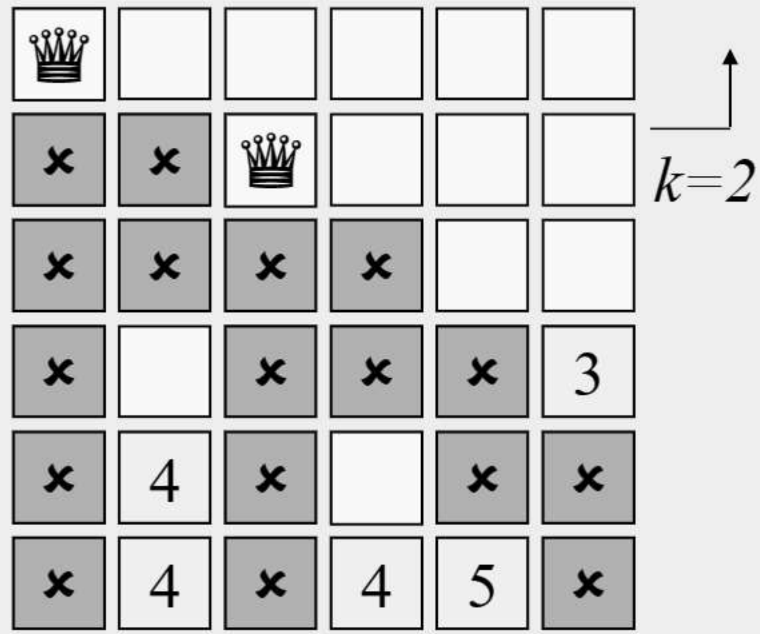
for $i=k+1 \,..\, n$ **loop**

for $j=k+1 \,..\, n$ **and** $i \neq j$ **loop**

Szűr(i,j)

if $\exists i \in [k+1 .. n]$: $D_i = \emptyset$

then *visszalép*



$i = 4,\ j = 3$

$i = 5,\ j = 4$

$i = 6,\ j = 4$

$i = 6,\ j = 5$

$D_6 = \emptyset$

Az n-királynő probléma új reprezentációs modellje

- Az előző vágási stratégiák alkalmazásánál az *n*-királynő problémának egy új modelljére volt szükség:
  - Tekintsük a $D_1, \dots, D_n$ halmazokat, ahol $D_i = \{1 \dots n\}$ (ezek az *i*-dik sor szabad mezői).
  - Keressük azt az $(x_1, \dots, x_n) \in D_1 \times \dots \times D_n$ elhelyezést (x_i az *i*-dik sorban elhelyezett királynő oszloppozíciója),
  - amely nem tartalmaz ütést: minden i, j királynő párra:
    $C_{ij}(x_i, x_j) \equiv (x_i \neq x_j \wedge |x_i - x_j| \neq |i - j|)$.
- A visszalépéses keresés e modell változóinak értékét keresi, miközben az alkalmazott vágó stratégiák ezen változók lehetséges értékeit adó D_i halmazokat szűkítik.

Bináris korlát-kielégítési modell

- Keressük azt az $(x_1, \ldots, x_n) \in D_1 \times \ldots \times D_n$ n-est (D_i véges) amely kielégít néhány $C_{ij} \subseteq D_i \times D_j$ bináris korlátot.
- Példák:

1. Házasságközvetítő probléma (n férfi, m nő; keressünk minden férfinak neki szimpatikus feleségjelöltet):
   - Az i-dik férfi ($i=1..n$) felesége (x_i) a $D_i = \{1, \ldots, m\}$ azon elemei, amelyekre fenn áll, hogy *szimpatikus*(i, x_i).
   - Az összes (i,j)-re: $C_{ij}(x_i,x_j) \equiv (x_i \neq x_j)$ (azaz nincs bigámia)
2. Gráfszínezési probléma (egy véges egyszerű irányítatlan gráf n darab csúcsát kell kiszínezni m színnel úgy, hogy a szomszédos csúcsok eltérő színűek legyenek):
   - Az i-dik csúcs ($i=1..n$) színe (x_i) a $D_i = \{1, \ldots, m\}$ elemei.
   - Minden i, j szomszédos csúcs párra: $C_{ij}(x_i,x_j) \equiv (x_i \neq x_j)$.

Modellfüggő vezérlési stratégia

- A bemutatott vágó stratégiákat a modell bináris korlátaival definiálhatjuk, de ehhez a korlátok jelentését nem kell ismerni:

$$Töröl(i,k): D_i := D_i - \{e \in D_i \mid \neg C_{ik}(e, x_k)\}$$
$$Szűr(i,j) \; : D_i := D_i - \{e \in D_i \mid \forall f \in D_j : \neg C_{ij}(e, f)\}$$

- Ezekben a módszerekben tehát nem heurisztikák, hanem modellfüggő vágó stratégiák jelennek meg.
- Modellfüggő sorrendi stratégiák is konstruálhatók:
  - Mindig a legkisebb tartományú még kitöltetlen komponensnek válasszunk előbb értéket.
  - Ugyanazon korláthoz tartozó komponenseket lehetőleg közvetlenül egymás után töltsük ki.

Második változat: VL2

- A visszalépéses algoritmus második változata az, amikor a visszalépés feltételei közül mindet beépítjük a kereső rendszerbe.

- Bebizonyítható: ***A VL2 δ-gráfban mindig terminál. Ha létezik a mélységi korlátnál nem hosszabb megoldás, akkor megtalál egy megoldást.***

  UI: véges sok adott korlátnál rövidebb startból induló út van.

- Rekurzív algoritmussal (*VL2*) adjuk meg
  - Indítás: *megoldás := VL2(<startcsúcs>)*

ADAT := *kezdeti érték*
while ¬*terminálási feltétel*(ADAT) **loop**
  SELECT SZ FROM *alkalmazható szabályok*
  ADAT := SZ(ADAT)
endloop

VL2

Recursive procedure *VL2*(*út* : N^*) **return** (A^*; *hiba*)

1. *akt* := *utolsó_csúcs*(*út*)
2. **if** *cél*(*akt*) **then** **return**(*nil*) **endif**
3. **if** *hossza*(*út*) ≥ *korlát* **then** **return**(*hiba*) **endif**
4. **if** *akt*∈*maradék*(*út*) **then** **return**(*hiba*) **endif**
5. **for** ∀*új* ∈ Γ(*akt*) − π(*akt*) **loop**
6.   *megoldás* := *VL2*(*fűz*(*út*, *új*))
7.   **if** *megoldás* ≠ *hiba* **then**
8.   **return**(*fűz*((*akt*,*új*),*megoldás*)) **endif**
9. **endloop**
10. **return**(*hiba*)

end

Γ(*akt*) ~ akt gyermekei
π(*akt*) ~ akt egy szülője

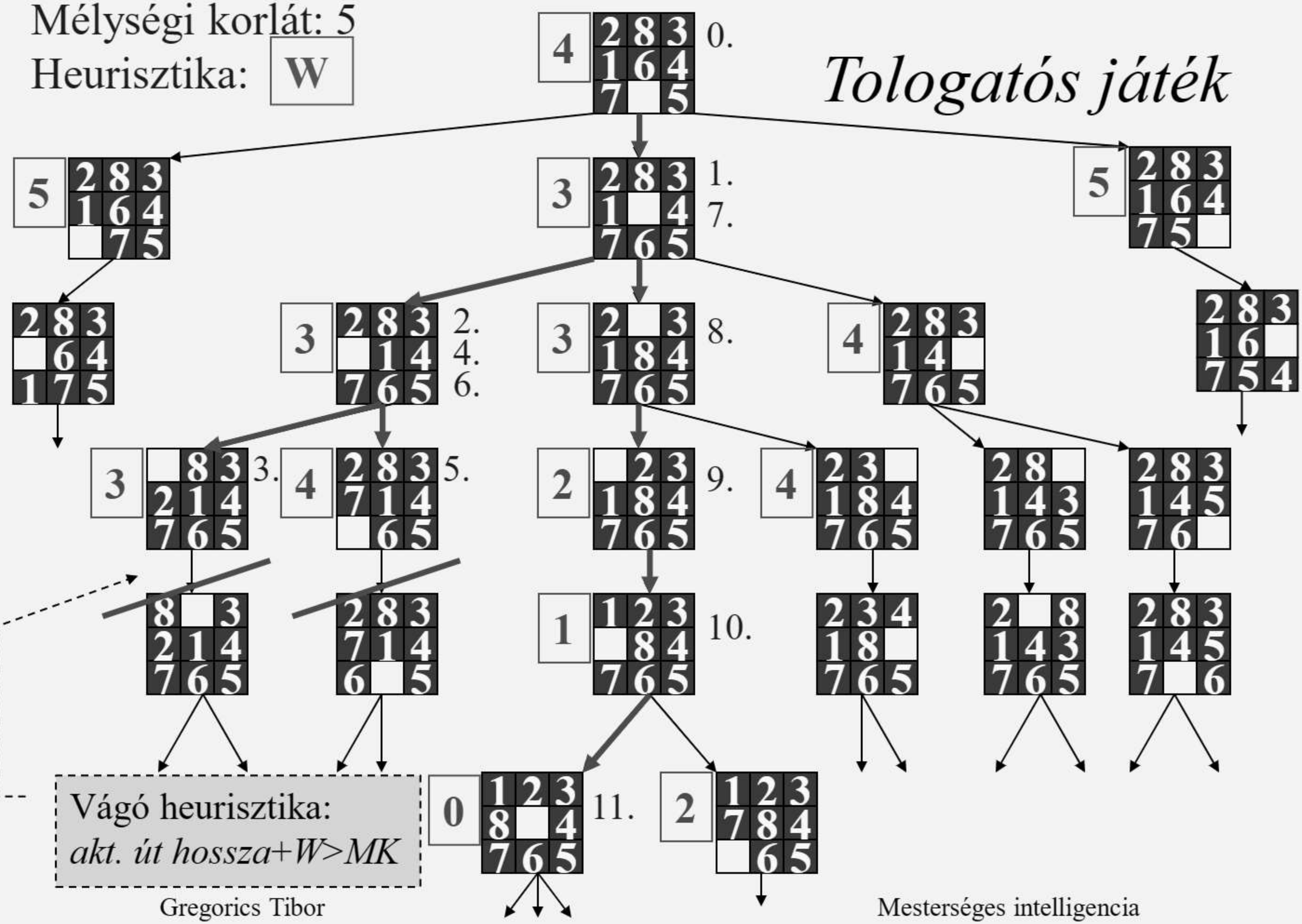
Mélységi korlát szerepe

- A mélységi korlát önmagában is biztosítja a terminálást körök esetén is.
  - Ilyenkor nem kell a rekurzív hívásnál a teljes aktuális utat átadni : elég az út hosszát, az aktuális csúcsot és annak szülőjét (a kettő hosszú körök kiszűréséhez).
  - Ez az egyszerűsítés a hatékonyságon javíthat, de ha a reprezentációs gráfban vannak rövid körök is, akkor futási idő szempontjából ez nem előnyös.
- A *VL2* nem talál megoldást, ha a megoldási utak a megadott mélységi korlátnál hosszabbak. (A keresés ilyenkor sikertelenül terminál.)

Tologatós játék

Mélységi korlát: 5

Heurisztika: W



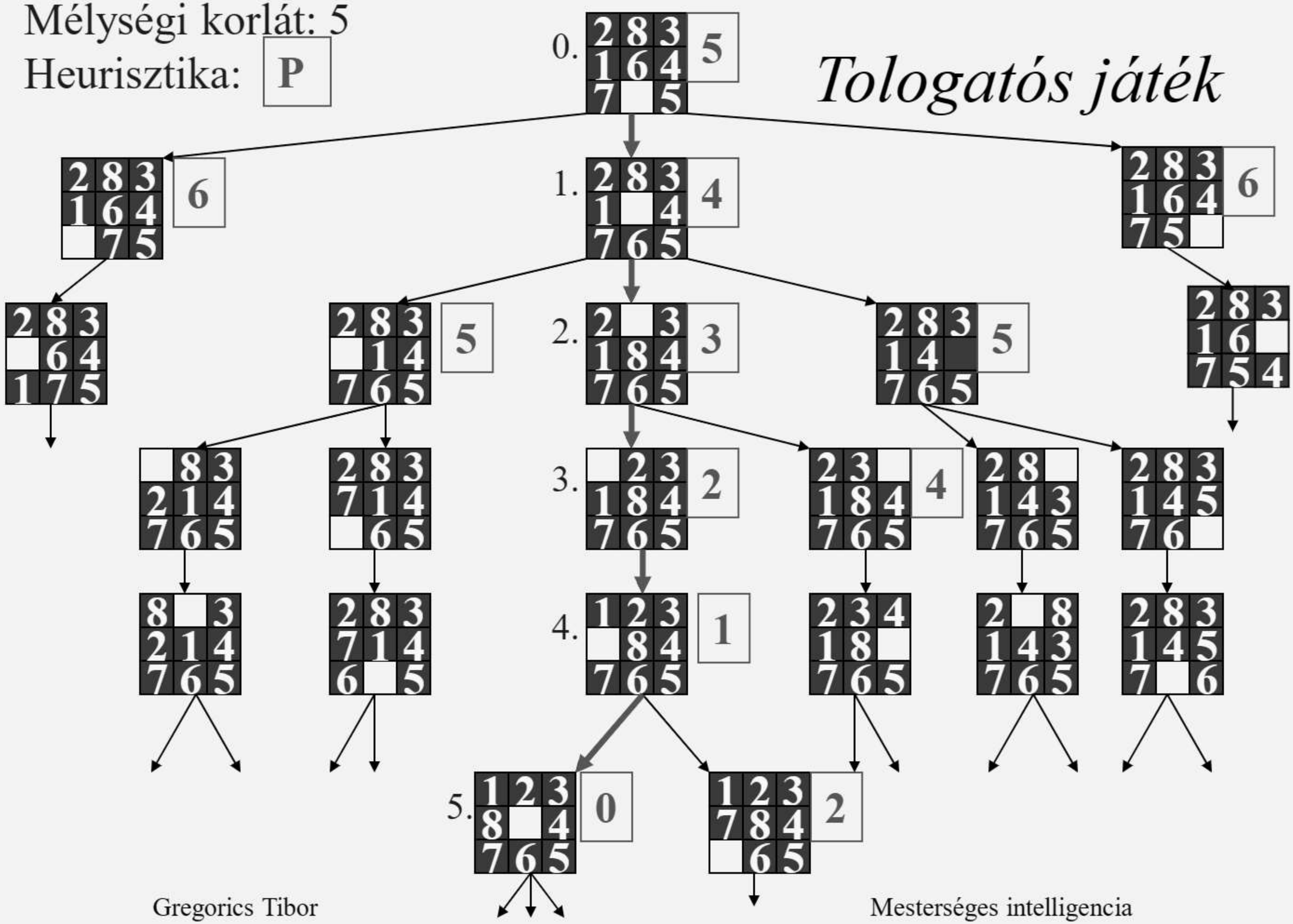
Vágó heurisztika:

akt. út hossza+W>MK

Tologatós játék

Mélységi korlát: 5

Heurisztika: P



Értékelés

- ELŐNYÖK
  - mindig terminál, talál megoldást (a mélységi korláton belül)
  - könnyen implementálható
  - kicsi memória igény
- HÁTRÁNYOK
  - nem ad optimális megoldást. (iterációba szervezhető)
  - kezdetben hozott rossz döntést csak sok visszalépés korrigál (visszaugrásos keresés)
  - egy zsákutca részt többször is bejárhat a keresés