

Operációkutatás

Vaik Zsuzsanna < <http://www.cs.elte.hu/~zsuzska> >

2. gyakorlat, 2005. február 24.

1. Modellezzük matematikai programozási feladatként a következő problémát!

Adott 3 kisváros, ezek koordinátái $(2; 2)$, $(4; 8)$, $(11; 4)$, továbbá egy nagyváros a $(9, 6)$ koordinátán. A területet keresztezi egy ipari vasútvonal, mely az $x + y = 10$ koordináta egyenes mentén halad a kérdéses régióban. Erőművet szeretnénk telepíteni oly módon, hogy a településektől vett távolságok összege minimális legyen, ne legyen 1 egységnél messzebb a vasútvonaltól, illetve ne legyen közelebb 3 egységnél a nagyvároshoz.

2. Lagrange multiplikátorok módszerével keressük meg az

$$f(x, y, z) = x + z$$

függvény szélső értékeit a

$$U = \left\{ (x, y, z) : \begin{array}{l} g_1(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = 14 \\ g_2(x, y, z) = x + y = 1 \end{array} \right\}$$

halmazon.

3. Előfordulhat-e, hogy egy függvénynek egy kompakt halmazon van lokális minimum helye, de nincs globális minimum helye? Válaszunkat bizonyítással vagy példával indokoljuk.
4. Legyen α, β, γ egy háromszög szögei. Mutassuk meg a Lagrange multiplikátorok módszerével hogy

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma \leq \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

5. Modellezzük a következő feladatot: Adott egy poliéder, illetve egy politóp:

$$\begin{array}{l} x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 16 \\ -x_2 + x_3 \geq 5 \\ x_1 - x_3 \geq 8 \end{array}$$

illetve

$$P = \text{conv} \left\{ \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 200 \\ 300 \\ 100 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 300 \\ 200 \\ 100 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 57 \\ 76 \\ 98 \end{pmatrix} \right\}$$

a, Döntsük el, van-e a két halmaznak közös pontja.

b, Ha nincs, akkor keressük meg a két objektum egymáshoz legközelebbi pontjait.

c, Fogalmazzuk meg lineáris programozási feladatként is.

6. A Tarajospusztai Tejüzem különböző méretű kerek sajtokat állít elő, ezek átmérője 9, 11 és 15 cm. A szállításra szögletes dobozokat használnak, melyek mérete 40×30 cm, magassága pedig azonos a sajtokéval. A megszokott rutin szerint, 1 dobozba legfeljebb csak 3 darab sajtot teszünk. A főnök azonban elbizonytalanodott, és arra lenne kíváncsi hány darabot lehetne maximálisan elhelyezni. Modellezzük a feladatot nemlineáris programozási feladatként!
7. Csináljunk tetszőleges olyan optimalizációs feladatot, melynek pontosan $k \in \mathbb{Z}$ lokális minimuma van.