

Analízis 8. vizsgatematika

Programtervező matematikus szak

2006–2007. tanév 2. félév

A vizsgával kapcsolatos információk. Írásbeli vizsga lesz. Két részből áll. Az első részében 15 tételt, illetve definíciót kérdezzünk. Ezek között lesznek olyanok is, amelyek csak a gyakorlatokon szerepeltek. 8-nál kevesebb jó válasz esetén a vizsga elégtelen. A második rész: itt vagy egy nagyobb, vagy két kisebb tételt kell majd bizonyítani. Az előadáson elmondott bizonyítások kellenek. Emellett néhány olyan bizonyítást is kérdezzünk, amelyek csak a gyakorlatokon szerepeltek. Ezeket a tételjegyzékben megjelöltem.

1. Weierstrass approximációs tételei. Csebisev tétele.
2. Teljes metrikus terek. Példák. A Cantor-féle közsérész-tétel.
3. Metrikus tér sűrű részhalmazai. Mindenütt sűrű, sehol sem sűrű halmazok. A Baire-lemma. A Baire-féle kategóriatétel.
4. Normált terek. Példák.
5. Hilbert-terek. Példák.
6. A legjobb approximáció problémájának felvetése és absztrakt megfogalmazása. A legjobban közelítő elem létezése metrikus terekben.
7. Approximációs tételek normált terekben.
8. Approximációs tételek Hilbert-terekben.
9. Fourier-sorok Hilbert-terekben. (Definíciók és tételek felsorolása.)
10. Szeparábilis Hilbert-terek izomorfája. (Bizonyítással.)
11. Lineáris operátorok $L(X, Y)$ vektortere. Korlátos, illetve folytonos lineáris operátorok.
12. Operátor normája. A $B(X, Y)$ normált tér.
13. A $\Phi : (C[a, b], \|\cdot\|_\infty) \rightarrow (\mathbb{R}, |\cdot|)$, $\Phi f := \int_a^b fg$ funkcionál normája adott $g \in C[a, b]$ esetén.
14. Hilbert-terek projekciós operátorai.
15. Az \mathbb{R}_p^n terek duális terei. (Bizonyítással.)
16. A l^p terek duális terei. (Bizonyítással.)
17. Hilbert-tér duális tere. (Bizonyítással.)
18. A Hahn–Banach-tétel analitikus alakjai.
19. A Hahn–Banach-tétel geometriai alakjai.
20. Operátorsorozat pontonkénti konvergenciája és egyenletes konvergenciája. Az egyenletes korlátosság tétele.
21. Operátorsorozat pontonkénti limeszére vonatkozó tétel. A Banach–Steinhaus-tételek.
22. Fourier-sor divergenciája. Fejér szummációs tétele.
23. Kvadratura eljárások.
24. A nyílt leképezés fogalma. A nyílt leképezések tétele. Következmények: a Banach-féle homeomorfia-tétel, ekvivalens normákra vonatkozó tétel.
25. Leképezés gráfja. Folytonos leképezés gráfja zárt. A zárt gráf tétel.