

Operációkutatás

Vaik Zsuzsanna < <http://www.cs.elte.hu/~zsuzska> >

1. Zárthelyi Dolgozat , 2005. április 7.

KUHN-TUCKER

1. Igaz-e hogy az $f(x, y) = \frac{3(x+y)^3+1}{1+2x+2y}$ függvény minden minimalizáló sorozata az $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ halmazon minimumhelyhez konvergál?
2. Konvex-e az alábbi halmaz?

$$U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 2\pi \\ y \geq 0 \\ y - \sin x \leq 0 \\ y - (x - 1)^2 \geq 2 \end{array}\}$$

3. Modellezd majd old meg a következő feladatot a Lagrange multiplikátorok módszerével!
Írjunk a 3egység sugarú körbe olyan háromszöget, melynek oldalainak négyzetösszege maximális!
4. Határozd meg az $(1, 2, 1)$ pontnak a

$$2x - y + z = 4$$

síktól való távolságát!

5. Határozd meg az alábbi halmaz az $u_0 = (1, 0)$ ponthoz legközelebb eső nem negatív koordinátájú pontját a megengedett irányok módszerével. Kiindulási pontnak válaszd $(5, 1)$ pontot!

$$U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - 2y \leq 4, x + y \geq 5\}$$

6. Írd fel a következő feladat modelljét nemlineáris programozási feladattal:
Adott 5 darab bányá, ezek széntermelése havonként, és elhelyezkedése egy adott koordinátarendszerben:

Termelés:	Elhelyezkedés:
1. bányá: 15 egység	1. bányá: (11, 5)
2. bányá: 20 egység	2. bányá: (1, 9)
3. bányá: 25 egység	3. bányá: (12, 31)
4. bányá: 10 egység	4. bányá: (2, 2)
5. bányá: 15 egység	5. bányá: (23, 18)

A tervek szerint a bányáknak egy hőerőművet kell szénrel ellátniuk. Sajnos van a közelben 1 város, melynek koordinátái $(12, 4)$, és nem lehet erőművet építeni 4 sugarú környezetében. Hova kell (milyen koordinátákra) telepíteni az erőművet, hogy a lehető legkevesebbet kelljen a szénét szállítani?

7. Igazold hogy

$$\ln(1 + e^{\frac{x^2+y^2}{4}}) \leq \frac{1}{2} \ln(1 + e^{\frac{x^2}{2}}) + \frac{1}{2} \ln(1 + e^{\frac{y^2}{2}}) !$$