

# Operációkutatás

Vaik Zsuzsanna < <http://www.cs.elte.hu/~zsuzska> >

1. Zárthelyi Dolgozat , 2005. április 5.

1. Modellezzük majd oldjuk meg a következő feladatot a Lagrange multiplikátorok módszerével!  
Legyen  $\alpha, \beta, \gamma$  egy háromszög szögei. Mutassuk meg, hogy

$$\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \sin \frac{\beta}{2} \cdot \sin \frac{\gamma}{2} \leq \frac{1}{8}.$$

2. A megengedett irányok módszerével ellenőrizzük, hogy az alábbi feladatra a megadott pont optimális-e?

$$\begin{aligned}(x-2)^2 + (y-1)^2 &\rightarrow \min \\ x^2 - y &\leq 0 \\ 2y - x &= 1 \\ u_* &= (x_*, y_*) = (1, 1)\end{aligned}$$

3. Írjuk fel a következő feladat modelljét nemlineáris programozási feladattal:  
Adott 5 darab bányá, ezek széntermelése havonként, és elhelyezkedése egy adott koordinátarendszerben:

Termelés:	Elhelyezkedés:
1. bányá: 10 egység	1. bányá: (10, 5)
2. bányá: 20 egység	2. bányá: (1, 8)
3. bányá: 15 egység	3. bányá: (7, 30)
4. bányá: 5 egység	4. bányá: (1, 2)
5. bányá: 10 egység	5. bányá: (20, 18)

A tervek szerint a bányáknak egy hőerőművet kell szénellátással ellátniuk. Sajnos van a közelben 1 város, melynek koordinátái (10, 4), és nem lehet erőművet építeni 3 sugarú környezetében. Hova kell (milyen koordinátákra) telepíteni az erőművet, hogy a lehető legkevesebbet kelljen a szénét szállítani?

4. Igaz-e hogy az  $f(x, y) = 1 - \frac{x^2 + y^2}{1 + (x^2 + y^2)^2}$  függvény minden minimalizáló sorozata az  $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$  halmazon minimumhelyhez konvergál?
5. Konvex-e az alábbi halmaz?

$$U = \{u = (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \begin{aligned} 0 &\leq x \leq 1 \\ y &\geq 0 \\ x^2 + y^2 &\leq 2 \\ y + \frac{1}{x^2} &\leq 1 \\ x + 3y &\leq 3 \\ 2x - 5y &\geq 2 \end{aligned}\}$$

6. Igazolja hogy minden  $n$  természetes számra

$$\sqrt{1 + \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \leq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{1 + x_i^2} !$$

7. Keressük meg a minimumát és a maximumát az

$$f(x, y) = -2x^2 + 4xy + y^2 - 20$$

függvénynek a 3 egység sugarú gömb felületén!