Operációkutatás-parciális deriválás

Vaik Zsuzsanna <zsuzska@cs.elte.hu>

2005. február 22.

1. Határozzuk meg $\mathbb{R}^2$-nek azt a legbővebb részhalmazát, ahol a következő függvények értelmezhetőek!
   (a) $f(x,y) = \frac{y}{x}$
   (b) $f(x,y) = \log_x \sin y$
   (c) $f(x,y) = \sqrt{\sin(x^2+y^2)}$
2. Tekintsük a következő függvényeket a $P_0(3,4)$ pontban. Határozzuk meg a ponton átmenő az xz illetve yz koordináta-síkkal párhuzamos síkkal való síkmetszetek képletét. Deriváljuk a kapott egyváltozós függvényeket a megfelelő pontokban. Mi a kapott derivált-érték jelentése?
   (a) $f(x,y) = x^2 - y^2$
   (b) $f(x,y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$
   (c) $f(x,y) = \sin x + 2y$
3. Határozzuk meg a következő függvények parciális deriváltjait az adott pontban!
   (a) $f(x,y) = x^2 - 6x^2y + y^3$; $P_0(1,2)$
   (b) $f(x,y) = \ln x^y$; $P_0(e,2)$
   (c) $f(x,y) = (\sin x)\ln y + (\ln x)\cos y$; $P_0(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$
4. Határozzuk meg a következő függvények parciális-derivált függvényeit!
   (a) $f(x,y) = y\cos x + x\cos y$
   (b) $f(x,y,z) = (xy)^z$
   (c) $f(x,y) = xe^y + ye^{2x}$
   (d) $f(x,y,z) = z^{xy^2}$
   (e) $f(x,y,z) = x\cos y^z$
5. Határozzuk meg a következő függvény másodrendű parciális deriváltjait!
   (a) $f(x,y) = \frac{\cos x^2}{y}$
   (b) $f(x,y) = (\sin x)^y$
   (c) $f(x,y) = xe^{xy}$
   (d) $f(x,y) = 3x^4y^2$
6. Keressük meg az alábbi függvények maximum és minimumhelyeit, valamint nyeregpontjait!
   (a) $f(x,y) = x^3 - 3xy - y^3$
   (b) $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - x^2y$
   (c) $f(x,y) = x\sin(x+y)$
   (d) $f(x,y) = xy + \frac{a^3}{x} + \frac{b^3}{y}$

Gradiens vektor: $\triangledown f(P_0) = (\partial_x f(P_0), \partial_y f(P_0))$

α iránymenti derivált: $\left.\frac{\partial f}{\partial \alpha}\right|_{P=P_0} = \partial_x f(P_0)\cos\alpha + \partial_y f(P_0)\sin\alpha$