

計算用紙

データ生成

以下の規則にしたがってランダムウォークのデータを生成しましょう。

ただし、 x_t は独立に等確率で生成され、以下のような規則になります。

・

・

問題1

x_t の期待値，分散，共分散を求めよ。

問題2

x_t の期待値，分散，共分散を求めよ。

動径基底関数回帰

基底関数を動径基底関数

としたときの回帰問題を扱います。

問題3

として、 x を -1 から 1 まで 0.1 刻みで変化させたときの基底関数のグラフを描け。

問題4

動径基底関数に x^2 , x^3 , x^4 を入れたときの値を求めよ。

問題5

計画行列 A は以下のようになる。

$$\begin{pmatrix} \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \\ \rightarrow \end{pmatrix}$$

このとき， の形状を求めよ．

また，

の形状を求めよ．

問題6

2×2行列の場合において，計画行列 としたとき

つまり

$$\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

とするとき

→

の各要素がよく知っている線型回帰の式と一致することを示せ．

問題7*

正規方程式を導出せよ。

リッジ回帰の場合は以下の様になる。

→

ガウス過程回帰

データセット \mathcal{D} が与えられています。

このデータセットからカーネル $k(\cdot, \cdot)$ を計算し、 \mathbf{y} の分布を算出します。

このとき \mathbf{y} という関係が成り立つとしましょう。

そして、 \mathbf{y} はガウス過程

→ → →

このとき \mathbf{y} についてデータをN個を並べたベクトル \mathbf{y} の分布は

→ →

となります。

ただし、今回カーネルは以下のように定義します。

まず学習するのは、 \vec{x} の分布です。

つまり

$$\vec{x} \rightarrow \vec{x}$$

にある \vec{x} の部分を訓練データから学習します。

問題8

上で定義したカーネルに対して

を計算しなさい。

また、 \vec{x} ではどうか

問題9

好きなだけカーネル行列の成分を計算して、カーネル行列を書きなさい。

ここで、カーネル行列とは

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

問題10

ガウス過程における \mathbf{y}^* の分布は

$$\mathbf{y}^* \sim \mathcal{N}(\mathbf{m}^*, \mathbf{K}^*)$$

である．問題9で得たカーネル行列を使い \mathbf{y}^* の分布を自分なりに書きなさい．

問題11*

新しいデータ点 \mathbf{x}^* が手に入った時， \mathbf{y}^* の分布はどうなるか．

この時， \mathbf{y}^* の予測分布は明示的に以下ようになる

$$\mathbf{y}^* \sim \mathcal{N}(\mathbf{m}^*, \mathbf{K}^*)$$

ただし

