

1 Circuito RC

Un circuito RC consta de una resistencia en serie con un capacitor. Esta configuración resulta en un filtro de primer orden, que se puede utilizar como pasa bajos o como altos, según si la salida se mide en el capacitor o en la resistencia respectivamente.

1.1 Impedancia de los componentes

Los valores comerciales que se procuró conseguir fueron $R = 5.6k\Omega$ y $C = 1.2nF$. Los componentes elegidos fueron un resistor de metal-film y un capacitor de film, ambos con una tolerancia del 5%.

Para testear la precisión de estos valores, se buscó contrastar estos valores con los medidos directamente a través del analizador de impedancias, e indirectamente a través de la tensión en el capacitor y en la entrada. Con estos últimos valores, y teniendo los valores de R y la frecuencia, aplicando un divisor de tensiones obtenemos que:

$$V_c = \frac{1}{sCR + 1} \cdot V_{in} \quad (1)$$

Reemplazando la frecuencia compleja s por $i2\pi f$ y tomando módulo de la expresión resultante, el valor de C se calcula entonces a partir de la siguiente expresión:

$$C = \frac{\sqrt{\left|\frac{V_{in}}{V_c}\right|^2 - 1}}{2\pi f R}$$

La frecuencia donde se realizaron estas mediciones fue la de corte, que se tomó como $24.3kHz$, donde la atenuación correspondía a $2.9dB$ (el valor más cercano que se obtuvo a los $3dB$ que teóricamente caen en esta frecuencia).

	$ V_{in} (V)$	$ V_c (V)$	$R(k\Omega)$	C calculado (nF)	C medido (nF)	Error(%)
R teórico	5.26	3.75	5.600	1.150	1.139	1.00
R medido	5.26	3.75	5.596	1.151	1.139	1.07

Table 1: error del C calculado respecto del teórico a partir del R teórico y del medido.

La tabla anterior sugeriría que el valor obtenido a partir del analizador de impedancias de R es menos preciso que el comercial. Sin embargo, cabe destacar que la diferencia entre ambos valores de R , y también entre los de C , es de menos de un 1%, con lo cual podría despreciarse esta diferencia y concluir que, a fines prácticos, ambos valores son iguales. Por otro lado, si bien se utilizó el valor de C medido a la frecuencia de corte, si se cambiaba la frecuencia en el analizador de impedancias el mismo variaba considerablemente ($1.144nF$ a $10kHz$, $1.122nF$ a $100kHz$), con lo cual es razonable concluir que en el valor calculado hay otras fuentes de error, provenientes de que el modelo de capacitor utilizado deja de lado consideraciones como la inductancia y resistencia de las patitas y los cables, que pueden estar influyendo en las mediciones del osciloscopio. Dicho en otras palabras: quizás no sea del todo correcto considerar que la caída de tensión medida en el capacitor corresponde puramente a reactancia capacitiva, y análogamente para la resistencia.

1.2 Pasa bajos

En primer lugar, se conectó el circuito en su configuración pasabajos, es decir tomando la tensión de salida como la que cae en el capacitor, de acuerdo a lo ilustrado por el siguiente esquema:

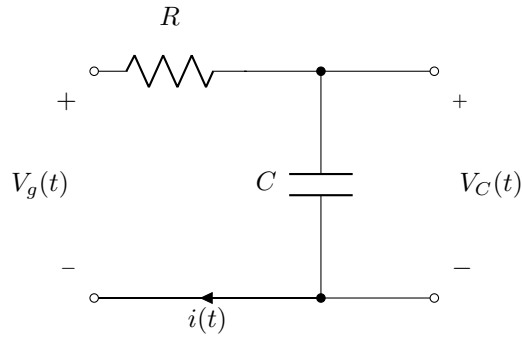


Figure 1: circuito RC pasabajos

1.2.1 Fase de V_C

Habiendo determinado empíricamente la frecuencia de corte como $24.3kHz$, de acuerdo a lo explicado en la sección anterior, se procedió a medir la fase entre la tensión en el capacitor y la corriente en el mismo, para verificar qué tanto se ajusta el modelo puramente capacitivo para este componente.

Como la corriente que circula por la resistencia es la misma que la que queremos medir, y este elemento no produce un desfasaje de corriente apreciable (el analizador de impedancias indicaba una fase de -0.003°), en lugar de medirse la fase entre V_C e i , se midió entre V_C y V_R utilizando el osciloscopio. Sin embargo, para medir de esta forma también hubo que tener otras consideraciones, a saber: debido a que las tierras de los distintos canales de este instrumento están conectadas entre sí, si se conectase una punta a V_R y otra a V_C , se produciría un cortocircuito que anularía los efectos del capacitor. Por lo tanto, para obtener la tensión en la resistencia se midió la tensión de entrada y se utilizó la función de resta de canales del osciloscopio, finalmente obteniendo V_R como $V_{in} - V_C$. Se obtuvo entonces la siguiente medición, con tensión de entrada $20V_{pp}$:

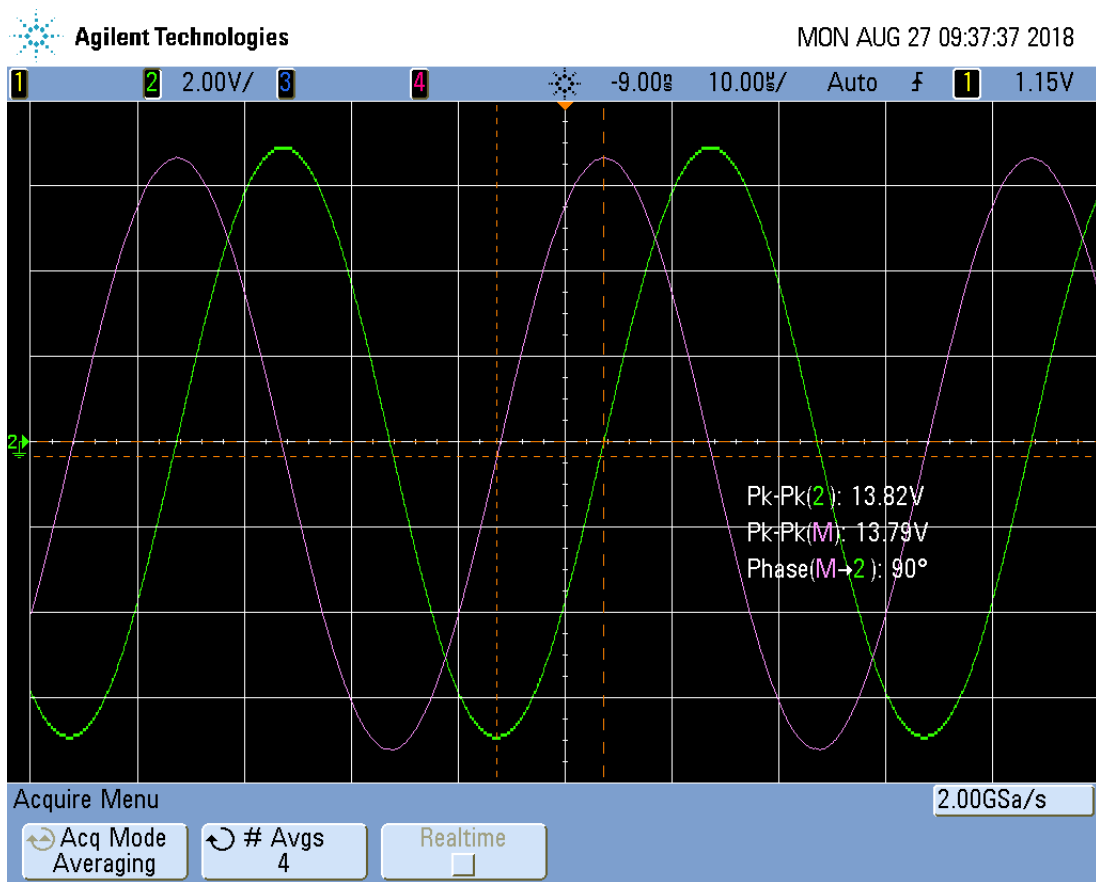


Figure 2: fase entre V_C e i

Se observa que la tensión en la resistencia adelanta 90° a la del capacitor, o lo que es lo mismo, la tensión en el capacitor atrasa 90° a la corriente. Se puede confeccionar a partir de estos datos el siguiente diagrama fasorial:

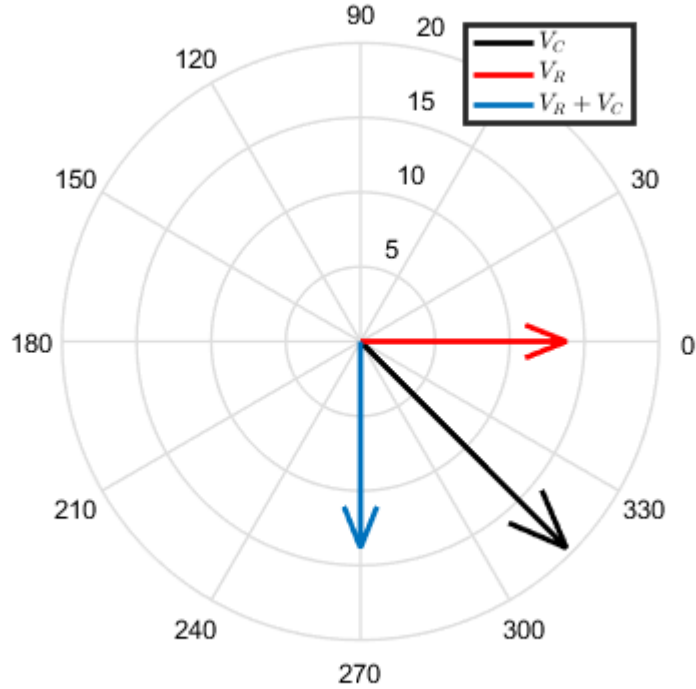


Figure 3: diagrama fasorial de tensiones

1.2.2 Respuesta en frecuencia

A partir de la ecuación 1, podemos despejar la función transferencia $H(s) = \frac{V_c}{V_{in}}$, de lo cual reacomodando los coeficientes para mayor claridad se obtiene:

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s}{(\frac{1}{RC})} + 1} \quad (2)$$

Como esta ecuación corresponde a un sistema BIBO-estable, para obtener la respuesta en frecuencia del circuito basta evaluar en $s = i2\pi f$. Resulta entonces que este circuito tiene un polo simple en $\omega_p = 2\pi f_p = \frac{1}{RC}$, de lo cual reemplazando por los valores medidos en el analizador de impedancias se obtiene que, analíticamente, la frecuencia de corte es $f_p \simeq 25kHz$. Para $f \ll f_p$, se esperaría que la señal no se atenúe, pues a medida que f se hace despreciable frente a f_p , $H(f) \rightarrow 1$. A su vez, debido a que el circuito es de primer orden, se debería obtener una atenuación de $20dB$ por década para $f \gg f_p$, y como ya se mencionó previamente, $|H(f_p)| = -3dB$.

Respecto de la fase, debería observarse que $\angle H(f)$ comience en 0° para frecuencias bajas, sea 45° en f_p y se estabilice en 90° , siguiendo el comportamiento de la función arcotangente en las transiciones.

Midiendo la tensión pico a pico en la entrada y en el capacitor, así como la fase entre ellas, a distintas frecuencias, se obtuvo el diagrama de bode del circuito¹. Para compararlo con lo que esperábamos a partir del análisis teórico se superpusieron los gráficos utilizando *Matlab*:

¹Las mediciones se encuentran tabuladas en el anexo

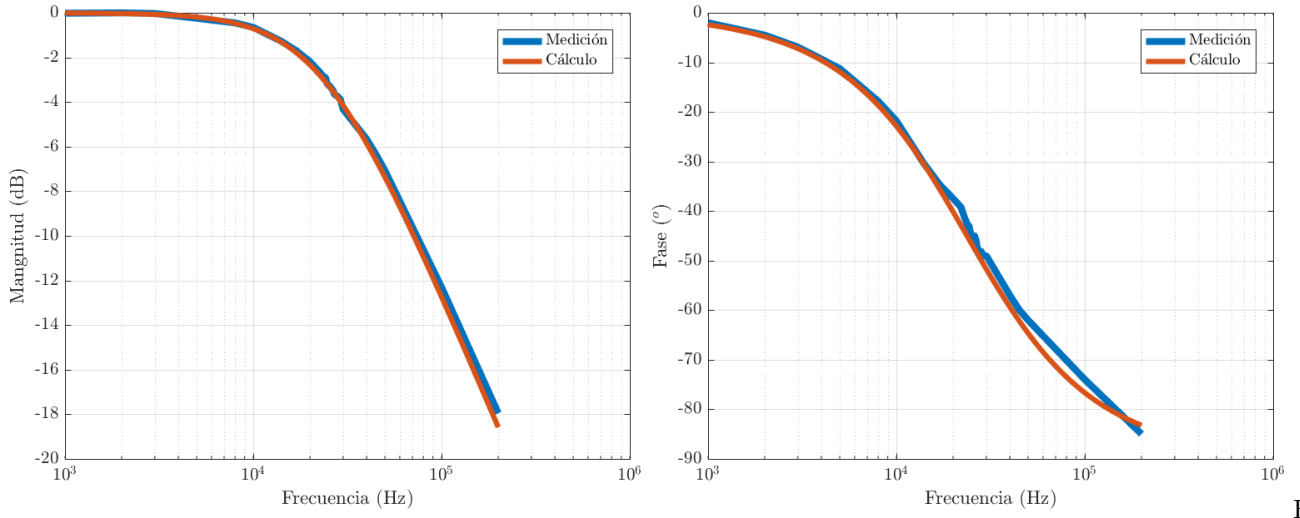


Figure 4: diagrama de Bode del circuito RC pasabajos

Se observa que el modelo teórico utilizado predice con una considerable precisión los resultados obtenidos experimentalmente. Esto es especialmente cierto para frecuencias bajas, donde los gráficos se encuentran prácticamente superpuestos. Sin embargo, a medida que la frecuencia aumenta (para frecuencias mayores a f_p), las diferencias se hacen más apreciables, sobre todo en la fase. Esto puede deberse a que la impedancia producto de las inductancias parásitas presentes en el circuito (por ejemplo en las patitas de los componentes, o inherentes al proceso de fabricación de los mismos) se hacen menos despreciables al aumentar la frecuencia. Asimismo, al aumentar la atenuación, la tensión de salida se hace más pequeña y, por lo tanto, más susceptible a pequeños ruidos externos.

1.3 Circuito pasa altos

En esta sección se analizará un circuito RC pasa altos

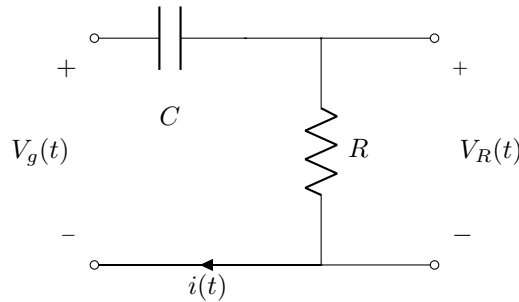


Figure 5: circuito RC pasa altos

1.3.1 Análisis Matemático

Aplicando la fórmula de divisor de tensión, se obtiene:

$$\frac{V_R}{R} = \frac{V_G}{R + \frac{1}{sC}} \quad (3)$$

Finalmente operando algebraicamente se obtiene la transeferencia del circuito

$$H(S) = \frac{V_R}{V_g} = \frac{R \cdot S \cdot C}{\frac{S}{\frac{1}{R \cdot C}} + 1} \quad (4)$$

1.3.2 Respuesta en frecuencia

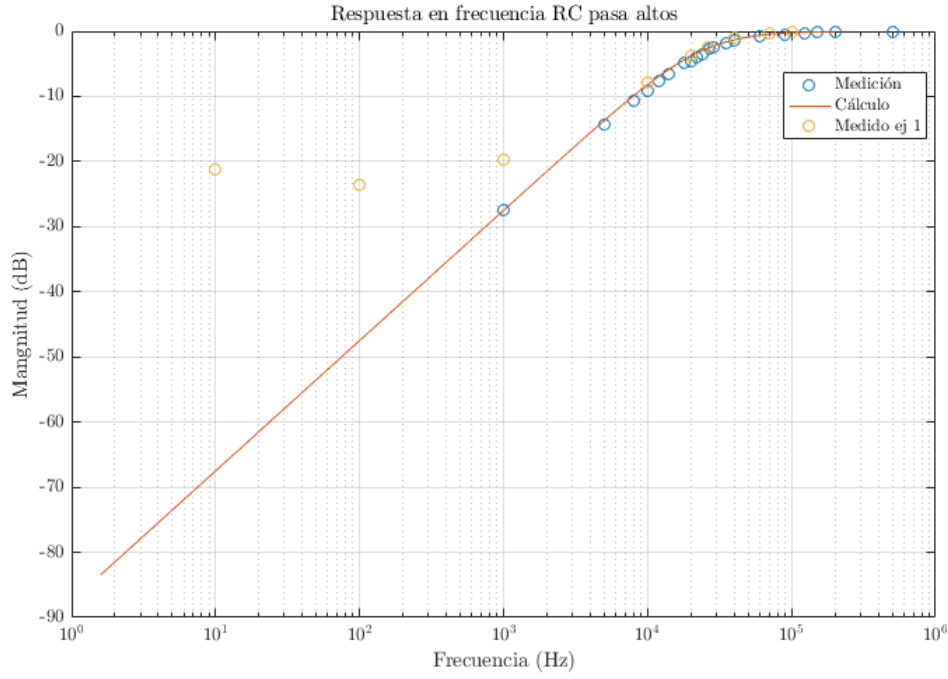


Figure 6: Respuesta en frecuencia Magnitud

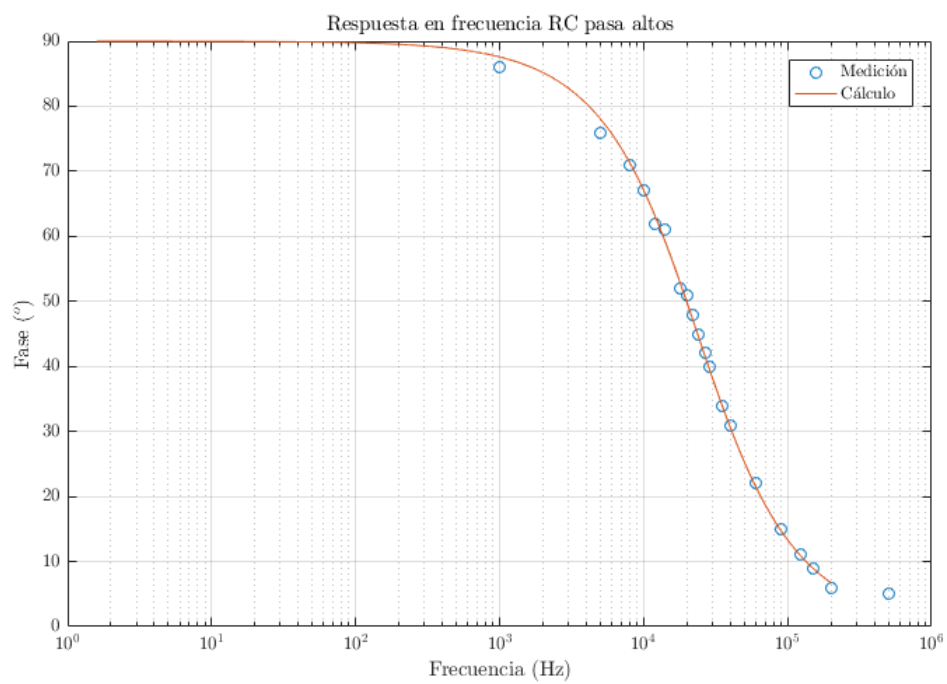


Figure 7: Respuesta en frecuencia Fase

j

2 Anexo: mediciones

2.1 Respuesta en frecuencia circuito RC pasabajos

f (kHz)	V_{in} peak-peak (V)	V_C peak-peak (V)	$ H $ (dB)	$\angle H$ modo Δt (°)	$\angle H$ modo X/Y (°)
1	20.2	20.2	0.0	-2	
2	20.3	20.3	0.0	-5	
3	20.3	20.3	0.0	-7	
5	20.5	19.9	-0.2	-11	
8	20.4	19.4	-0.5	-18	
10	20.3	18.8	-0.7	-22	
14	20.4	17.7	-1.3	-30	-23
17	20.4	16.7	-1.7	-35	
20	20.3	15.8	-2.2	-37	
22	20.4	15.2	-2.6	-39	
23	20.4	14.9	-2.7	-41	
23.7	5.30	3.80	-2.9	-43	
24	5.25	3.77	-2.9	-44	-46
24.3	5.26	3.75	-2.9	-43	
24.6	20.3	14.1	-3.2	-44	
25	20.3	14.0	-3.2	-45	
25.5	20.3	13.9	-3.3	-45	
26	20.3	13.8	-3.4	-45	-46
26.5	20.3	13.6	-3.5	-46	
27	20.3	13.3	-3.7	-48	
28	20.3	13.2	-3.7	-48	
29	20.3	13.0	-3.9	-49	
30	20.3	12.4	-4.3	-49	
40	20.3	10.6	-5.7	-57	
45	20.3	9.75	-6.4	-60	
50	20.3	9.00	-7.1	-62	-67
100	20.5	4.97	-12.3	-74	
200	20.6	2.61	-18.0	-85	-72
1,000					-90