

## 0.1 Ejercicio 2

## 0.2 Señal Cuadrada

### 0.2.1 Desarrollo de Fourier

El desarrollo en serie de Fourier de una onda cuadrada  $x(t)$ , de frecuencia  $f_0$  y de amplitud  $A$  (tensión pico) resulta ser:

$$x(t) = \sum \frac{4 \cdot A}{n\pi} \text{sen}(2\pi n f_0 t), n > 0, \text{ impar}$$

Donde  $X_n = \frac{4 \cdot A}{n\pi}$  son los coeficientes de Fourier de la serie, que definen la amplitud de cada armónico.

De la fórmula anterior se deduce que la señal cuadrada tiene compontes en frecuencias bajas y altas. Además, observamos que los múltiplos pares de la frecuencia fundamental se anulan, es decir, no agregan potencia.

### 0.2.2 Simulación de amplitud y potencia de armónicos

En particular, la consigna indica que la señal de entrada deberá tener una amplitud de  $250mV_{pp}$  y una frecuencia  $f_0 = 1.7MHz$ . Como el generador fue configurado en HiZ en el punto anterior y quedó configurado de esta manera cuando las mediciones fueron realizadas, se deberá tener en cuenta la transferencia del circuito formado entre la resistencia del generador de  $50\Omega$  en serie con los  $50\Omega$  del analizador de espectros, sobre el cual se realizarán las mediciones de potencia, por lo que debe tenerse en cuenta el divisor resistivo que hace que se pierda un 50% de la amplitud de la señal al ser medida por el analizador. Esto implica que las simulaciones para los armónicos deberán hacer hacerse con una amplitud de  $250mV_{pp}$ .

Simulando con MATLAB 20 armónicos de dicha señal obtenemos el siguiente espectro:

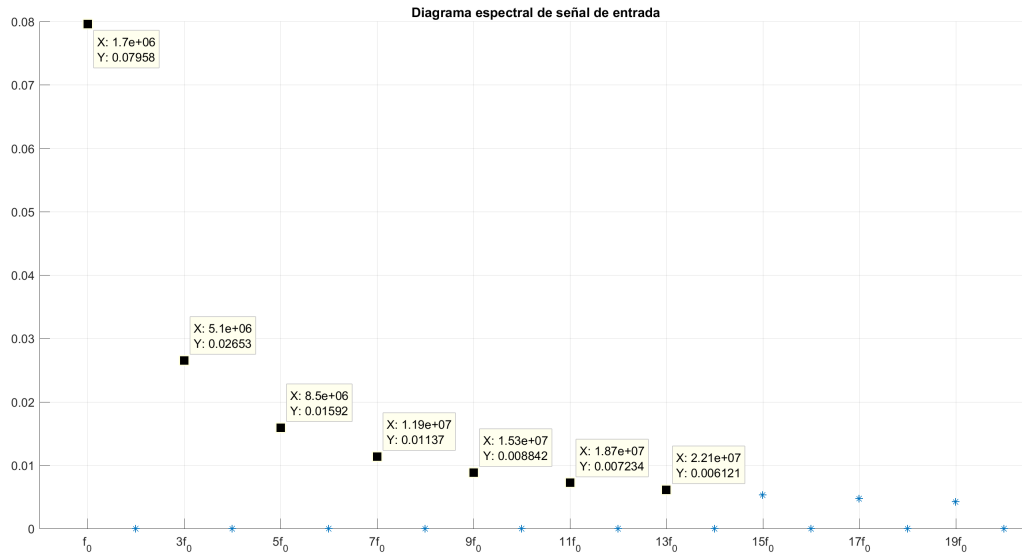


Figura 1: 20 armónicos de la señal cuadrada de entrada

Dada que la potencia estará ligada al cuadrado del módulo de la amplitud del armónico y teniendo en cuenta que esta potencia será medida sobre una resistencia de  $50\Omega$ , podemos simular también el diagrama espectral de potencia de la señal bajo la fórmula  $\frac{|X_n|^2}{50}$ :

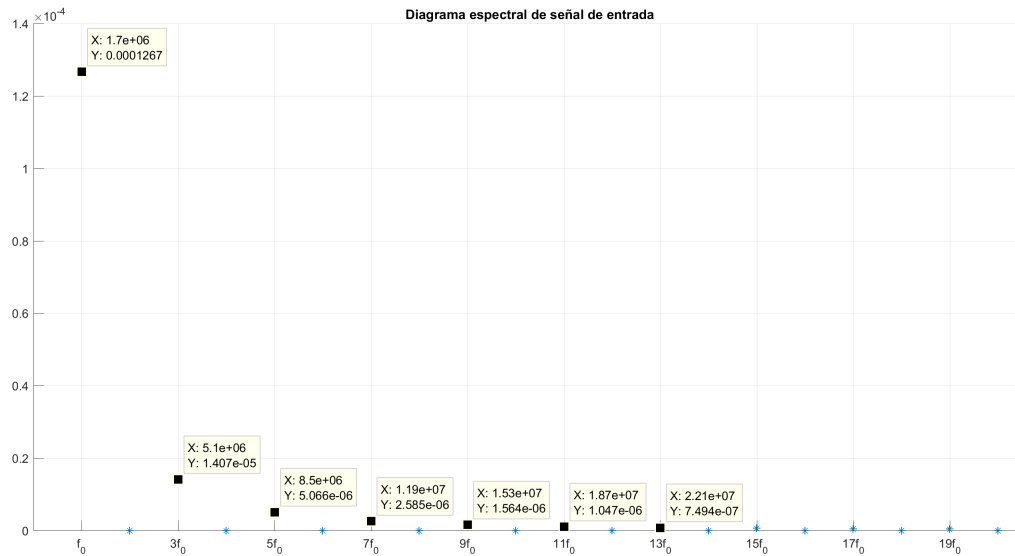


Figura 2: 20 armónicos de potencia para la señal cuadrada de entrada

Luego, utilizamos el analizador de espectros del laboratorio para poder medir la potencia de dichos armónicos. Para ello, fijamos la atenuación en 10dB y con el cursor seleccionamos el pico de cada armónico. De aquí obtuvimos la siguiente tabla de datos al haber medido como mínimo 10 armónicos para tener una medida representativa. Debe aclararse que como el generador no es ideal, la potencia de los armónicos pares no será nula, pero su potencia deberá ser indefectiblemente más pequeña que la de sus armónicos impares adyacentes.

### 0.2.3 Mediciones y comparación de resultados

Armónico	Frecuencia (MHz)	Potencia (dBm)	Potencia (W)
1	1.7MHz	-11.8	$6.61 \cdot 10^{-5}$
2	3.4MHz	-62.4	$5.75 \cdot 10^{-10}$
3	5.1MHz	-21	$7.94 \cdot 10^{-6}$
4	6.8MHz	-71	$7.94 \cdot 10^{-11}$
5	8.5MHz	-25.6	$2.75 \cdot 10^{-6}$
6	10.2MHz	-70	$1 \cdot 10^{-10}$
7	11.9MHz	-28.4	$1.44 \cdot 10^{-6}$
8	13.6MHz	-72.4	$5.75 \cdot 10^{-11}$
9	15.3MHz	-31.8	$6.61 \cdot 10^{-7}$
10	17MHz	-77.4	$1.81 \cdot 10^{-11}$
11	18.7MHz	-35.8	$2.63 \cdot 10^{-7}$

Hacemos notar de la tabla anterior que al multiplicar por un factor algo menor a dos a cada una de las potencias de los armónicos se obtienen los valores teóricos simulados con MATLAB. Se cree que este factor se debe al THD del generador, que es cercano al 50% (medido en el ejercicio anterior), por lo que mitad de la potencia que se obtendría teóricamente se perdería en armónicos que no son de interés, en este caso los armónicos que teóricamente tendrían potencia nula.

El mismo fenómeno se observará por lo tanto para las distintas señales a generar y medir en el analizador, como lo serán la triangular y el tren de pulsos.

### 0.2.4 Cálculo del Duty Cycle

Planteando la señal cuadrada con duty cycle definido por el factor de escalamiento  $d$ , donde  $d < T$ , siendo  $T$  el período de la señal:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A \cdot \Pi\left(\frac{t - k \cdot T}{d}\right)$$

Se obtienen los coeficientes en serie trigonométrica de Fourier para dicha señal:

$$y(t) = \begin{cases} a_n = \frac{2 \cdot A}{\pi \cdot n} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot n \cdot d}{T}\right) \\ b_n = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Por lo que el desarrollo en serie de Fourier de  $x(t)$  queda expresado como:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 \cdot A}{\pi \cdot n} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot n \cdot d}{T}\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot n \cdot t}{T}\right)$$

De esta manera, observando los armónicos que se anulan se podrá deducir la relación  $\frac{d}{T}$  que determina el duty cycle.

Como en la serie anterior observamos que se anulan los armónicos pares, entonces  $\text{sen}\left(\frac{\pi \cdot n \cdot d}{T}\right) = 0$ ,  $\forall n = 2k$ , con  $k \in \mathbb{Z}$ . Por ende deducimos que  $\frac{d}{T} = \frac{1}{2}$ , por ende el duty cycle de la señal es del 50%.

## 0.3 Señal Triangular

### 0.3.1 Desarrollo de Fourier

El desarrollo en serie de Fourier de una onda triangular  $x(t)$ , de frecuencia  $f_0$  y de amplitud  $A$  (tensión pico) resulta ser:

$$x(t) = \sum \frac{8 \cdot A \cdot (-1)^{\frac{n-1}{2}}}{(n \cdot \pi)^2} \cdot \text{sen}(2\pi n f_0 t), n > 0, \text{ impar}$$

Donde  $X_n = \frac{8 \cdot A \cdot (-1)^{\frac{n-1}{2}}}{(n \cdot \pi)^2}$  son los coeficientes de Fourier de la serie, que definen la amplitud de cada armónico.

Se vuelve a observar que se anulan los armónicos pares por el duty cycle del 50% y el hecho de que la señal triangular tiene simetría de media onda.

Dado que el generador no puede generar triangulares de mayo

## 0.4 Simulación de amplitud y potencia de armónicos

### 0.4.1 Mediciones y comparación de resultados

Armónico	Frecuencia (MHz)	Potencia (dBm)	Potencia (W)
1	0.2 MHz	-15.4	$2.88 \cdot 10^{-5}$
2	0.4 MHz	-56	$2.51 \cdot 10^{-9}$
3	0.6 MHz	-34.2	$3.8 \cdot 10^{-7}$
4	0.8 MHz	-69.8	$1.05 \cdot 10^{-10}$
5	1 MHz	-43	$5.01 \cdot 10^{-8}$

## 0.5 Tren de pulsos

### 0.5.1 Desarrollo de Fourier

El desarrollo en serie de Fourier de una onda triangular  $x(t) = \delta_T(t) = A \cdot \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - n \cdot T)$ , de frecuencia  $f_0$ , de duty cycle 33.33% y amplitud  $A$  (tensión pico) resulta ser:

$$x(t) = \frac{A}{T} \cdot \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(f - n \cdot f_0 \cdot d)$$

donde  $\frac{1}{3} = \frac{d}{T} = f_0 \cdot d$ .

### 0.5.2 Simulación de amplitud y potencia de armónicos

El espectro simulado para el tren de impulsos es:

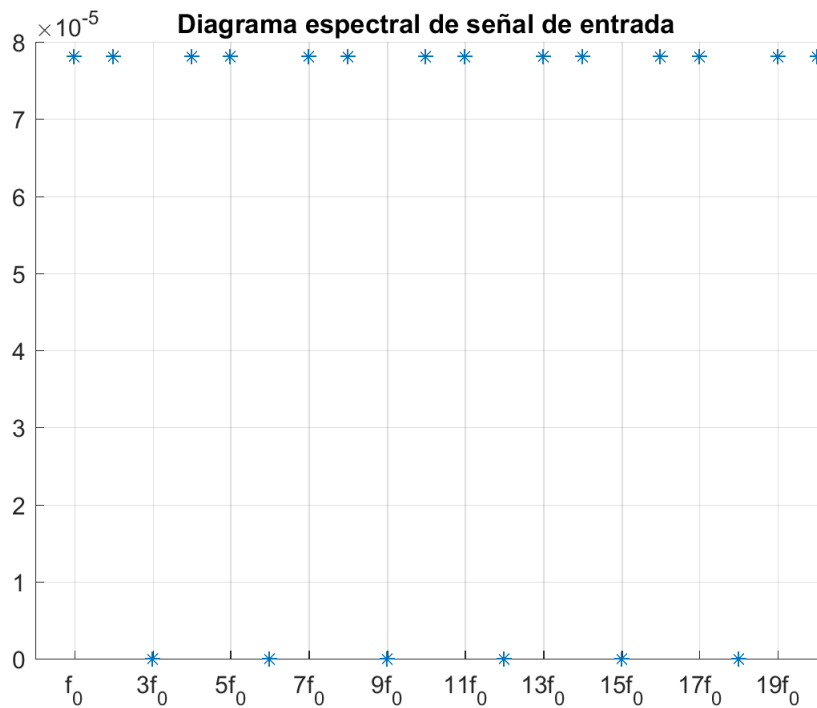


Figura 3: 20 armónicos de potencia para el tren de deltas

### 0.5.3 Mediciones y comparación de resultados

Armónico	Frecuencia (MHz)	Potencia (dBm)	Potencia (W)
1	$0.2MHz$	-13.4	$4.57 \cdot 10^{-5}$
2	$0.4MHz$	-19	$1.25 \cdot 10^{-5}$
3	$0.6MHz$	-50.6	$8.7 \cdot 10^{-9}$
4	$0.8MHz$	-25.2	$3.02 \cdot 10^{-6}$
5	$1MHz$	-26.6	$2.18 \cdot 10^{-6}$
6	$1.2MHz$	-50	$1 \cdot 10^{-8}$
7	$1.4MHz$	-30.4	$9.12 \cdot 10^{-7}$
8	$1.6MHz$	-30.8	$8.32 \cdot 10^{-7}$
9	$1.8MHz$	-50.8	$8.32 \cdot 10^{-9}$
10	$2MHz$	-33.8	$4.16 \cdot 10^{-7}$
11	$2.2MHz$	-33.4	$4.57 \cdot 10^{-7}$

Se observa de los datos de la tabla una tendencia decreciente de los datos de potencia a medida que aumenta la frecuencia. En particular, estos datos decrecen en un orden cuadrático. Esto se explica al notar que el generador no crea impulsos ideales, sino que los crea a partir de ondas cuadradas de ancho de pulso muy bajo. Esto demuestra entonces que la onda generada va a cumplir con el espectro de una onda cuadrada, por lo que se podrá apreciar la forma de la función  $\text{sinc}(t)$ . Se observa también que los armónicos múltiplos de 3 se atenúan/eliminan, lo cual es explicado por el duty cycle del 33.33%.