

1 Circuitos de segundo orden

Se obtiene la respuesta al escalón y en frecuencia para distintas configuraciones de circuitos RLC.

1.1 Esquema a

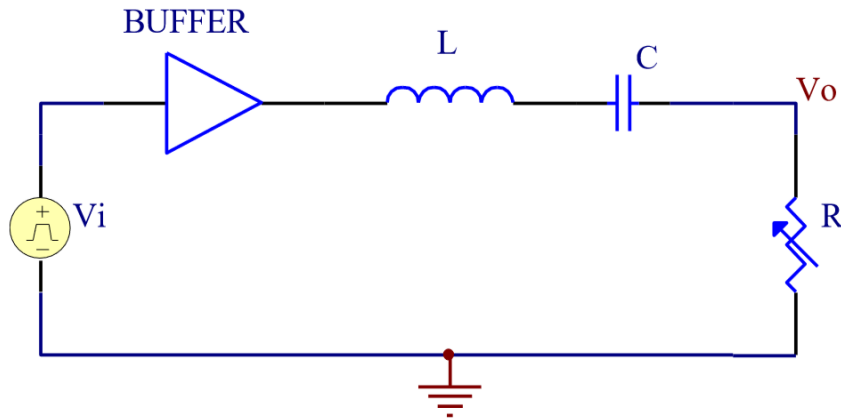


Figure 1: Esquema A

Por divisor de tensión, se obtiene la función de transferencia del circuito, que resulta ser:

$$H(s) = \frac{s \cdot C \cdot R}{s^2 \cdot L \cdot C + s \cdot C \cdot R + 1}$$

Teniendo en cuenta que $\frac{H(s)}{s} = Y(s)$, donde $Y(s)$ es la respuesta al escalón del sistema:

$$\text{Entonces } y(t) = \frac{2 \cdot \sqrt{C} \cdot R \cdot \sin\left(\frac{t \cdot \sqrt{4 \cdot L - C \cdot R^2}}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot L}\right) \cdot e^{-\frac{R \cdot t}{2 \cdot L}}}{\sqrt{4 \cdot L - C \cdot R^2}}$$

La respuesta al escalón teórica resultante por lo tanto es:

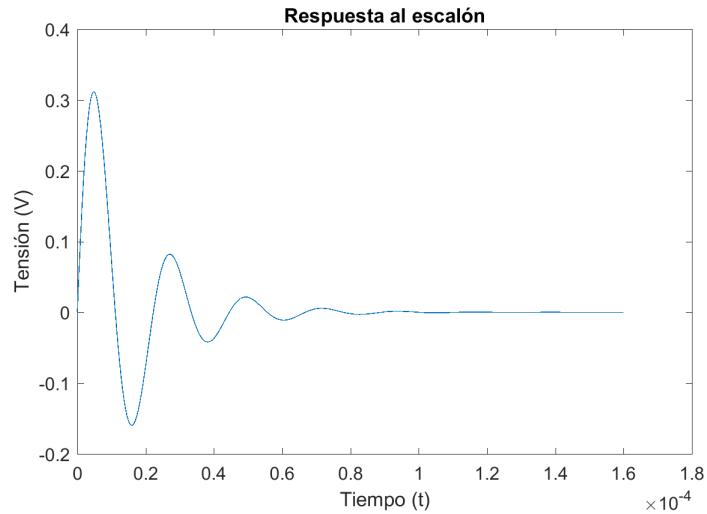


Figure 2: Respuesta al escalón teórica

La respuesta al escalón medida fue:

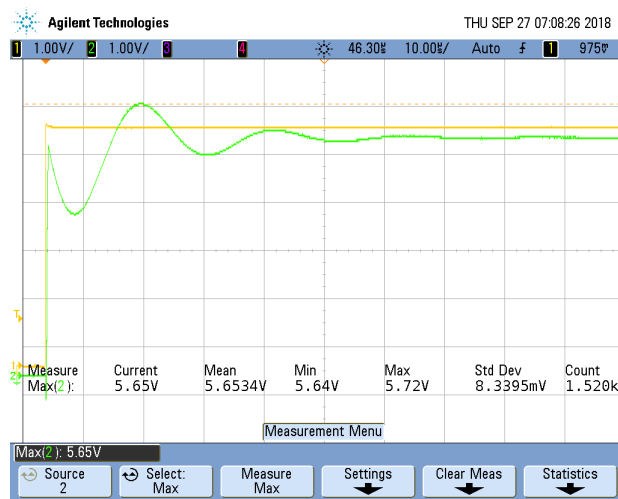


Figure 3: Respuesta al escalón medida

Las mediciones arrojaron un $MP = 1.56V$, una frecuencia de oscilación de 44843.05 Hz y un tiempo de establecimiento del 5% de $49.1\mu s$. Las mediciones fueron tomadas con una señal de entrada de 5V.

Para encontrar la amplitud máxima teórica, se toma la respuesta al escalón, se la deriva usando el comando $\text{diff}(h,t)$ de matlab y se busca un cero de la derivada. este cero resulta

ser $t = 4.8214 \cdot 10^{-6} s$, que arroja un valor de sobrepico de 0.3113V. Debe tenerse en cuenta que en realidad el valor de sobrepico depende de la tensión de entrada, habiendo asumido un valor de 1 V de entrada para los cálculos. En el caso en que se tuviera otro valor de tensión de entrada V_0 , simplemente se tendrá que multiplicar al valor anterior por el factor escalante V_0 . Como en nuestro caso $V_0 = 5V$ para aumentar la SNR, $MP_{teórico}=1.55V$, valor que concuerda con lo medido.

La frecuencia de oscilación teórica surge de la fórmula analítica de la respuesta al escalón como el factor $\frac{\sqrt{4 \cdot L - C \cdot R^2}}{2 \cdot \sqrt{C} \cdot L}$ del interior del seno. Se llega a que $f_{trans} = 44840.72$ Hz, lo cual coincide correctamente con lo medido.

La exponencial es la que modula la amplitud de la señal anterior, por lo que resolviendo $e^{-\frac{R}{2L}t} = 0.05$ se obtiene el tiempo de establecimiento del 5% $Te = 49.9 \mu s$.

1.2 Esquema b

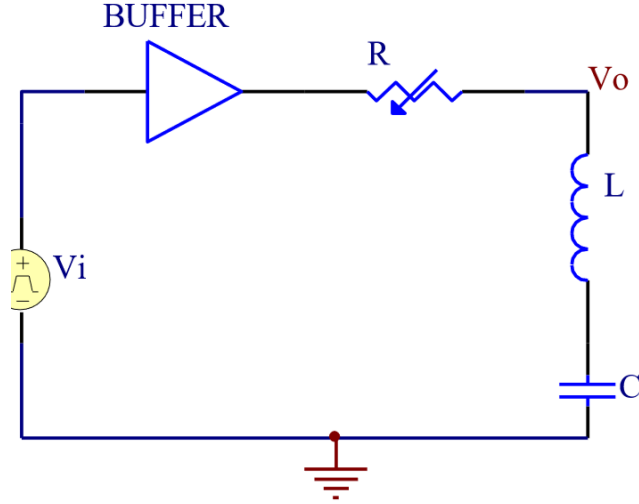


Figure 4: Esquema b

Por divisor de tensión, se obtiene la función de transferencia del circuito, que resulta ser:

$$H(s) = \frac{s^2 \cdot L \cdot C + 1}{s^2 \cdot L \cdot C + s \cdot C \cdot R + 1}$$

Teniendo en cuenta que $\frac{H(s)}{s} = Y(s)$, donde $Y(s)$ es la respuesta al escalón del sistema:

$$\text{Entonces } y(t) = 1 - \frac{2 \sqrt{C} R \sin\left(\frac{t \sqrt{4 L - C R^2}}{2 \sqrt{C} L}\right) e^{-\frac{R}{2L}t}}{\sqrt{4 L - C R^2}}$$

La respuesta al escalón teórica resultante por lo tanto es:

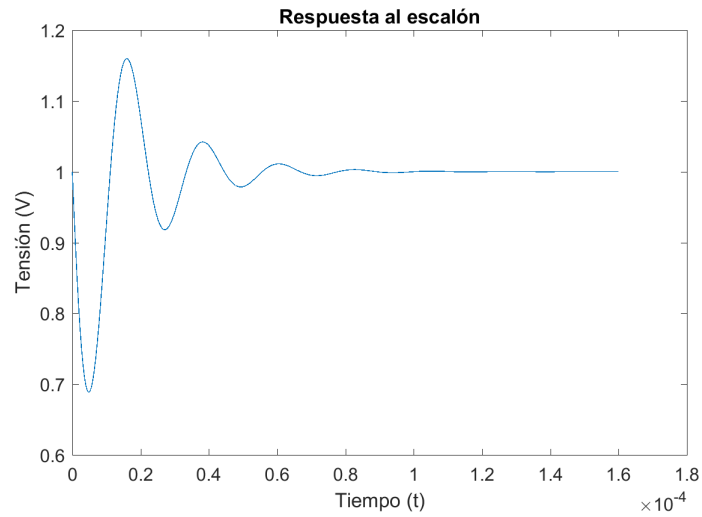


Figure 5: Respuesta al escalón teórica

La respuesta al escalón medida fue:

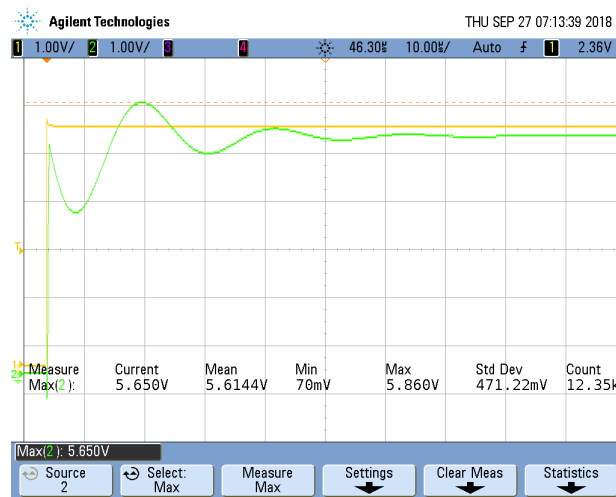


Figure 6: Respuesta al escalón medida

Las mediciones arrojaron un $MP = 1.56V$, una frecuencia de oscilación de 45248.86 Hz y un tiempo de establecimiento del 5% de $48,5\mu s$. Las mediciones fueron tomadas con una señal de entrada de 5V.

Se calcula el $MP_{teórico}=3.44V$ de la misma forma que para el esquema anterior, con el punto máximo en $t = 4.8214 \cdot 10^{-6}s$, un sobrepico para una tensión de entrada de 1V de 0.6887V, y la tensión de entrada utilizada al momento de medir de $V_0 = 5V$. Lo medido no concuerda con lo teórico, por lo cual se asume hubo un error al medir o en el traspaso de datos.

La frecuencia de oscilación teórica surge de la fórmula analítica de la respuesta al escalón como el factor $\frac{\sqrt{4 \cdot L - C \cdot R^2}}{2 \cdot \sqrt{C \cdot L}}$ del interior del seno. Es importante aclarar que es lógico que este valor sea igual que para la configuración anterior porque se trata del mismo circuito. Se llega a que $f_{trans} = 44840.72 \text{ Hz}$, lo cual coincide correctamente con lo medido. Sin embargo, este valor es más lejano al medido que para el esquema anterior.

Como el factor modulante para este esquema es igual al anterior, se obtiene que el tiempo de establecimiento del 5% teórico es $Te=49.9\mu s$

1.3 Esquema c

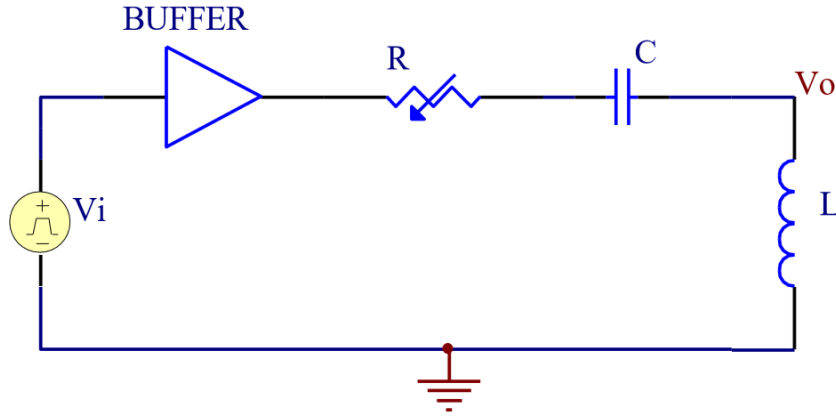


Figure 7: Esquema c

Por divisor de tensión, se obtiene la función de transferencia del circuito, que resulta ser:

$$H(s) = \frac{s^2 \cdot L \cdot C}{s^2 \cdot L \cdot C + s \cdot C \cdot R + 1}$$

Teniendo en cuenta que $\frac{H(s)}{s} = Y(s)$, donde $Y(s)$ es la respuesta al escalón del sistema:

$$\text{Entonces } y(t) = e^{-\frac{R}{2L}t} \left(\cosh\left(\frac{t \sqrt{\frac{C \cdot R^2}{4} - L}}{\sqrt{C \cdot L}}\right) - \frac{\sqrt{C \cdot R} \sinh\left(\frac{t \sqrt{\frac{C \cdot R^2}{4} - L}}{\sqrt{C \cdot L}}\right)}{2 \sqrt{\frac{C \cdot R^2}{4} - L}} \right)$$

La respuesta al escalón teórica resultante por lo tanto es:

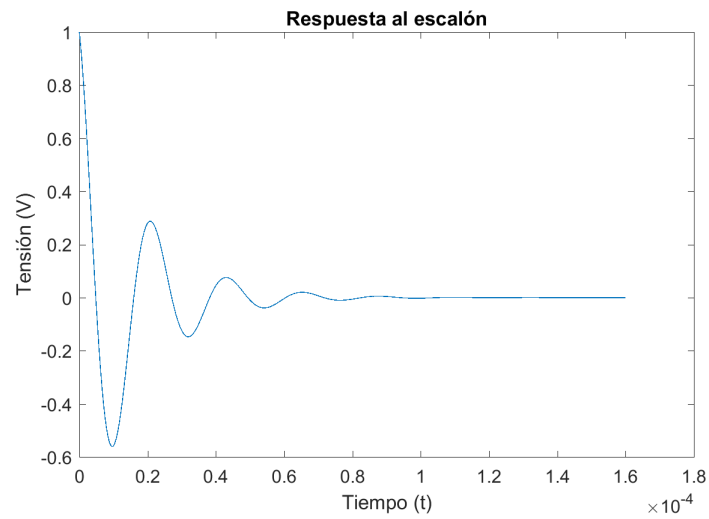


Figure 8: Respuesta al escalón teórica

La respuesta al escalón medida fue:

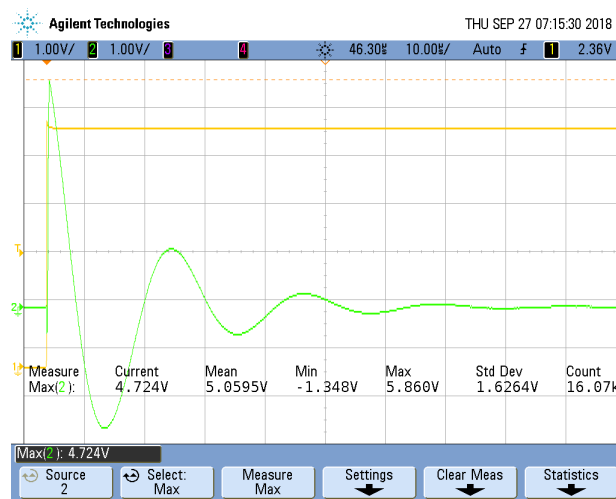


Figure 9: Respuesta al escalón medida

Las mediciones arrojaron un $MP = 2.6V$, una frecuencia de oscilación de 45146.72 Hz y un tiempo de establecimiento del 5% de $42.7\mu s$. Las mediciones fueron tomadas con una señal de entrada de $5V$.

Se calcula el $MP_{teórico}=2.79$ de la misma forma que para el esquema anterior, con el punto máximo en $t = 9.92 \cdot 10^{-6}$ s, un sobrepico para una tensión de entrada de 1V de 0.5589V, y la tensión de entrada utilizada al momento de medir de $V_0 = 5V$. Esto coincide con los valores medidos.

La frecuencia de oscilación se calcula de la misma forma que en el ejercicio 2, obteniéndose $f_{trans} = 44840.72$ Hz.

El tiempo de establecimiento total se obtiene de la misma manera que en el ejercicio 2, por lo que $Te=49.9\mu s$.