1 Filtro pasabajos pasivo

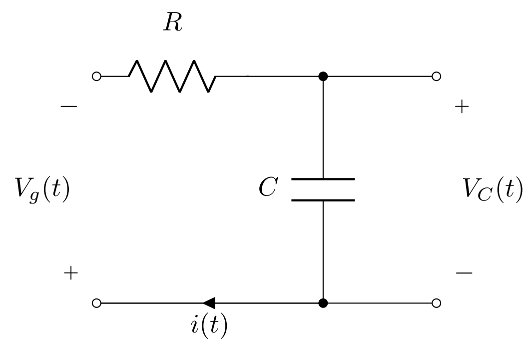

Figure 1: Filtro pasabajos pasivo con fuente ideal

Funcion transferencia filtro pasabajos RC:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R} = \frac{1}{sCR + 1} = \frac{1}{\frac{s}{\frac{1}{RC}} + 1} \tag{1}$$

$$\angle H(s) = \angle \frac{1}{sCR+1} = -arctg(2\pi fRC) \tag{2}$$

$$|H(s)| = \left| \frac{1}{sCR + 1} \right| = \frac{1}{\sqrt{(2\pi fRC)^2 + 1}} \tag{3}$$

con la frecuencia de corte $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$. Seleccionamos $R = 500\Omega$ y $C = 4,7nF$ con lo que obtenemos $f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot 4.7nF \cdot 500\Omega} = 67.7KHz$ y un tiempo característico $\tau = 2.35\mu s$.

La tensión V_C en un circuito RC en respuesta a un escalón de altura V_g es

$$V_C = V_g(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Función transferencia integrador

1.1 ANALISIS ESPECTRAL

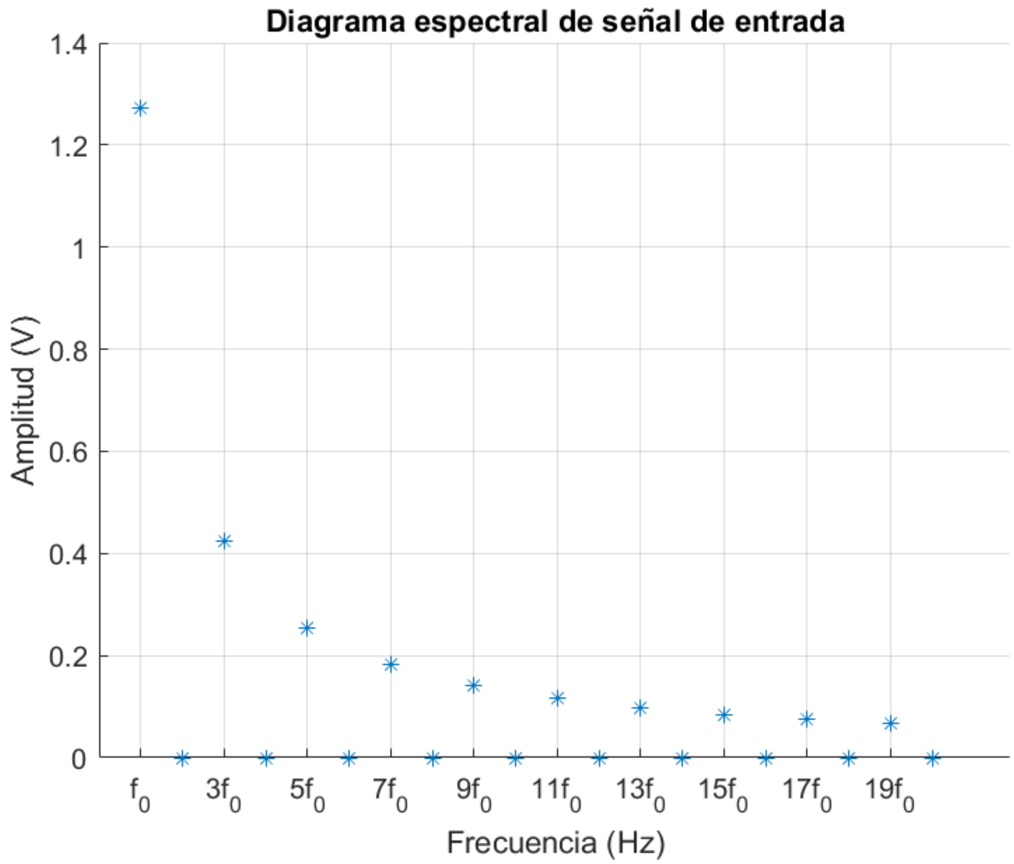

Figure 2: Espectro de señal de entrada (cuadrada de frecuencia f_0 $10V_{pp}$ sin valor medio)

La señal cuadrada de $5V_{pp}$ de frecuencia $f_0 = 32KHz$ puede definirse por su desarrolo en serie de Fourier como

$$5V \cdot \sum \frac{4}{n\pi} sen(2\pi n f_0 t),\ n > 0,\ impar \tag{4}$$

A cada n le corresponde un armónico de la señal de entrada X_n tal que

$$|X_n| = \frac{20}{n\pi} V,\ \underline{/X_n} = 0° \tag{5}$$

Combinando con la ganancia y el desfasaje de la $H(s)$ (ecuaciones 3 y 2), se obtienen el módulo y la fase de los armónicos Y_n de la tensión de salida V_C:

$$\angle Y_n = \angle X_n + \angle H(s) = -arctg(2\pi RC), n > 0,\ impar$$
$$|Y_n| = |X_n| \cdot |H(s)| = \frac{20V}{n\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{(2\pi fRC)^2 + 1}}, n > 0,\ impar$$

Se puede comprobar gráficamente que la fase y el módulo de X_n y de Y_n son los correctos graficando $\sum |X_n| \cdot sen(2\pi n f_0 t + \angle X_n)$ y $\sum |Y_n| \cdot sen(2\pi n f_0 t + \angle Y_n)$. Se muestra la suma de los armónicos antes y después de ser modificados por el filtro hasta el término 1000:

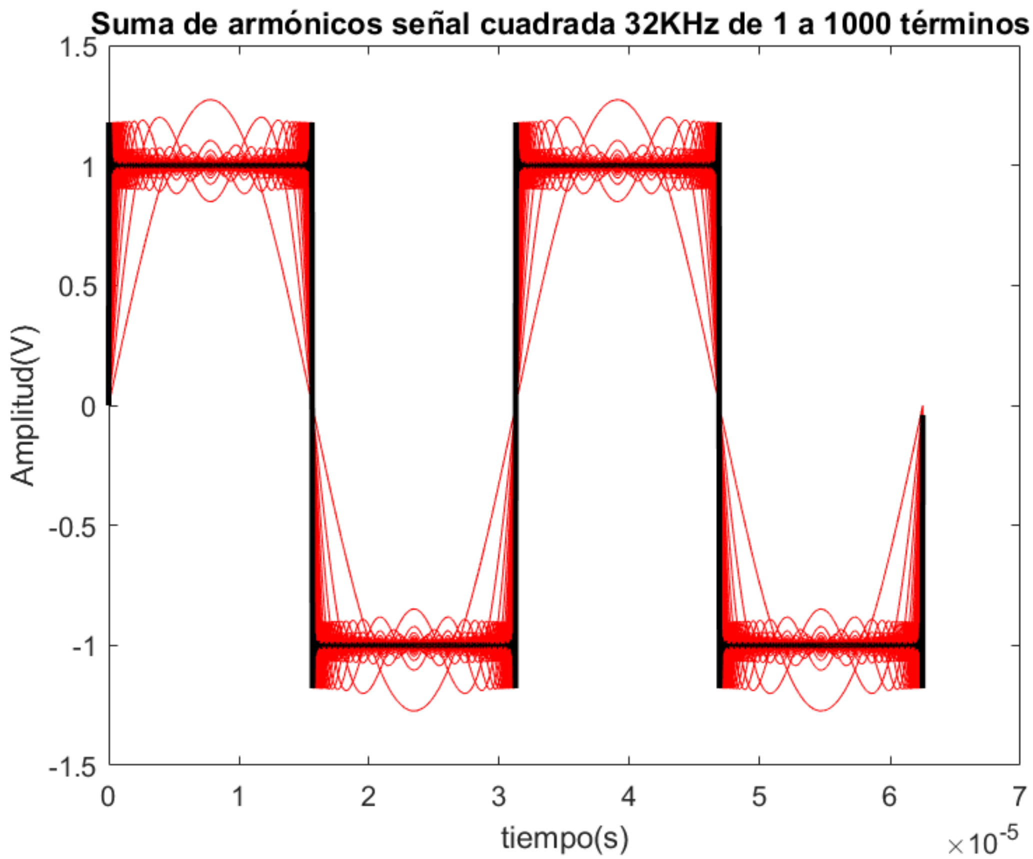

Figure 3: Sumatoria de armónicos de entrada (hasta 1000 terminos)

Debe hacerse notar que en los saltos de la señal cuadrada aparece un sobrepico que debe tenerse en cuenta a la hora de diseñar un circuito. La causa de este sobrepico es explicada por el fenómeno de Gibbs: dado que la señal cuadrada posee una discontinuidad de tipo salto en la transición entre pico y pico y que su descomposición en series de fourier converge a la semisuma $S_N(X_0) = \frac{f(X_0^+)+f(X_0^-)}{2}$, se observa que al no poder generar con una fuente real los infinitos armónicos que comprenden la serie, al ir agregando términos a la suma aparecerá el sobrepico en cuestión, que se irá acercando a la discontinuidad con cada término pero no llegará a la cuadrada ideal nunca.

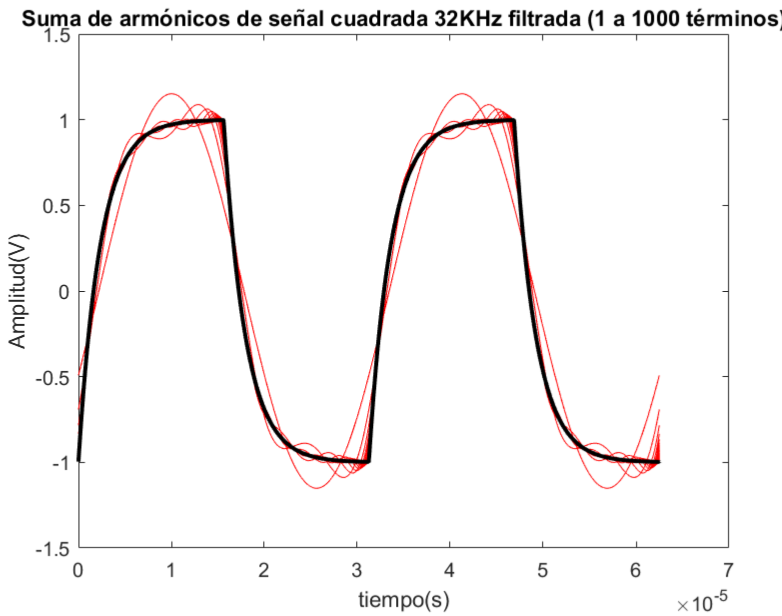

Figure 4: Sumatoria de armonicos de salida (hasta 1000 terminos)

1.2 SIMULACIONES Y MEDICIONES

Se midió la respuesta en frecuencia entre los

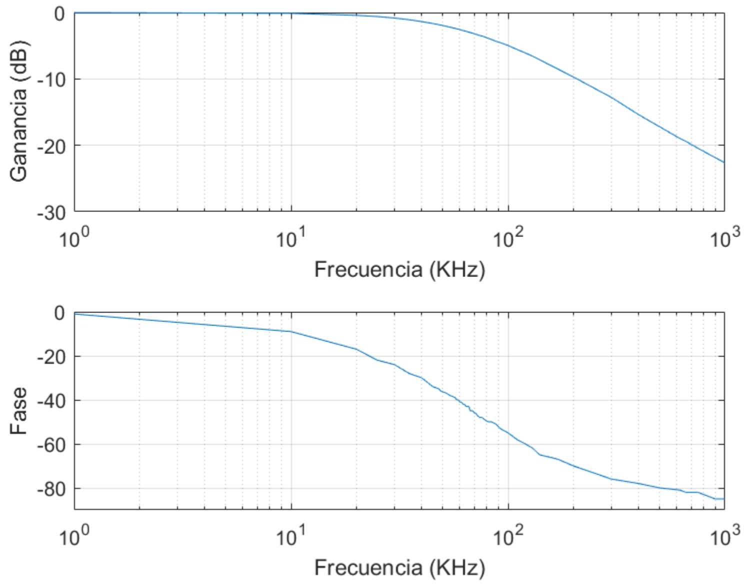

Figure 5: Respuesta en frecuencia del filtro

Entrada a 32KHz:

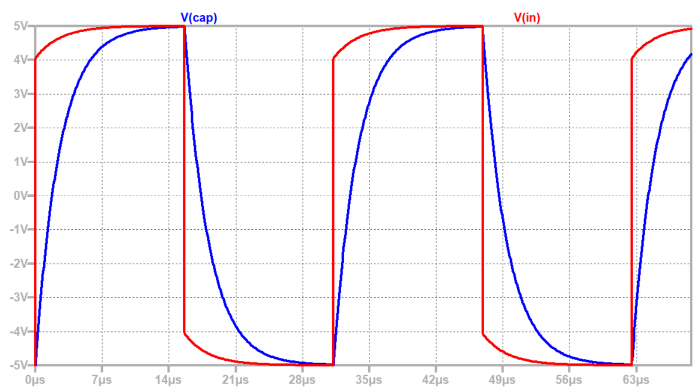

Figure 6: Simulación respuesta del filtro RC a 32KHz

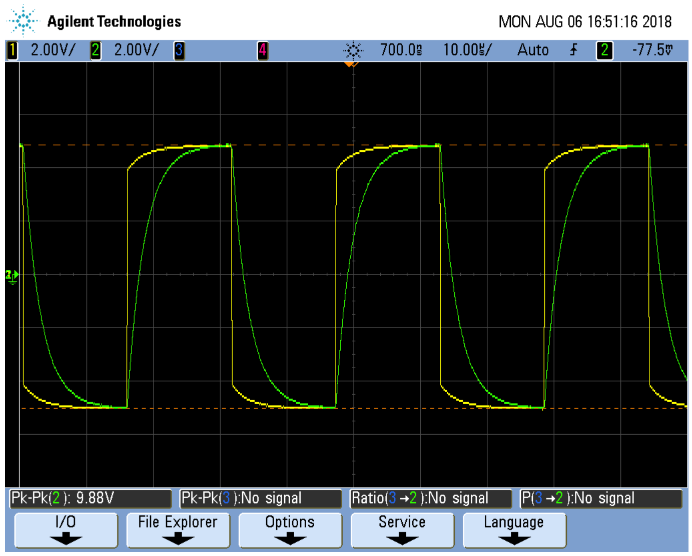

Figure 7: Medición respuesta del filtro RC a 32KHz

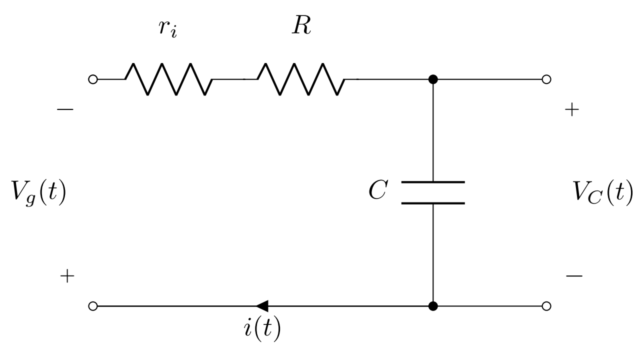

Figure 8: Filtro pasabajos pasivo con fuente real de resistencia interna r_i

La señal de entrada no es perfectamente cuadrada. Esto se debe a que la resistencia elegida ($R = 500\Omega$) es comparable con la resistencia interna del generador ($r_i = 50\Omega$). Por ley de mallas de Kirchhoff, en un circuito RC serie ideal la tensión en la resistencia es $V_{R_{ideal}} = V_g - V_C = 5V - V_C$. En el caso real, la resistencia puede modelarse como la combinación en serie de la resistencia interna del generador r_i y la resistencia del filtro R, resultando en que la tensión en la resistencia interna durante la carga sea

$$V_{ri} = V_{R_{ideal}} \frac{r_i}{R + ri} = (5V - V_C) \cdot 0.09$$

y que la tensión real de entrada al filtro V_{in} durante la carga sea

$$V_{in} = 5V - V_{ri} = 0.91 \cdot 5V + 0.09 \cdot V_C$$

Cuando $V_c \approx V_g (= 5V)$, $V_{in} \approx 5V$ Dado que el tiempo de carga (mitad del período) es mayor que 5τ, (15.625μs y 11.75μs respectivamente), después de 5τ se observa que $V_C \approx 5V$.

El análisis para la descarga es análogo.

Entrada a 32KHz:

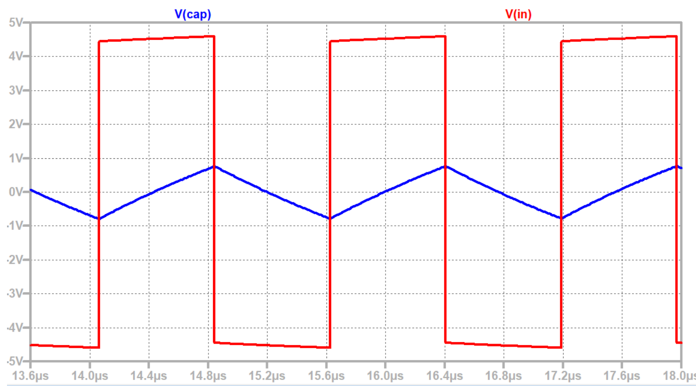

Figure 9: Simulación respuesta del filtro RC a 640KHz

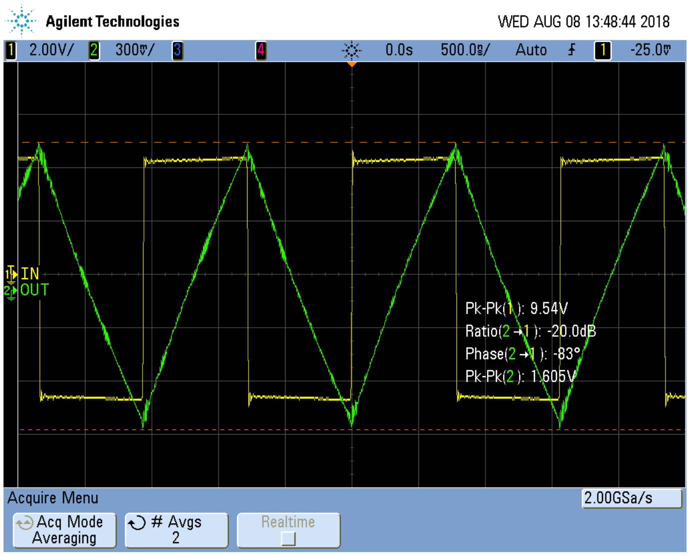

Figure 10: Medición respuesta del filtro RC a 32KHz

Como el tiempo de carga o de descarga es considerablemente menor que el tiempo característico τ, ni la tensión del capacitor ni la tension de salida del generador llega a su valor en permanente (+5V o -5V). También por el mismo motivo la tensión del capacitor varia linealmente con una pendiente $\frac{V_{max}}{\tau}$ (figura 11).

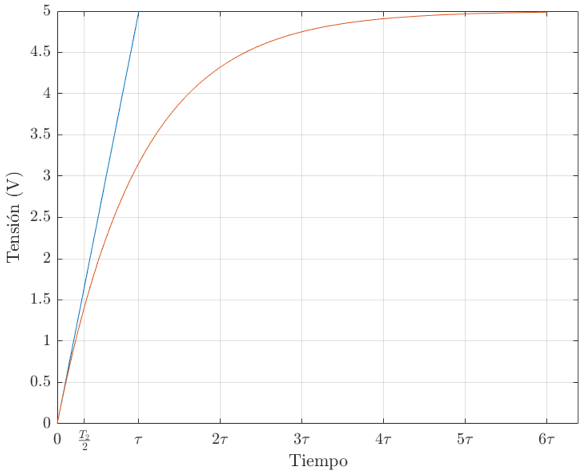

Figure 11: Aproximación lineal de la carga del capacitor para $t << \tau$

1.3 USO COMO INTEGRADOR

La función transferencia de un integrador es

$$H(s) = \frac{1}{s} \tag{6}$$

Ésta no coincide con la función transferencia del filtro pasabajos (ecuación 1), ya que tiene un polo en el origen y no en la parte negativa del eje real. Sin embargo, para frecuencias mucho mayores a f_0 la función del filtro tiende a la de un integrador que además divide por τ:

$$f \gg \frac{1}{RC} \Rightarrow 2\pi fRC \gg 1 \Rightarrow H(s) = \frac{1}{sRC+1} \approx \frac{1}{RC} \cdot \frac{1}{s}$$

Esto coincide con el caso particular del filtro a $640KHz$, en donde la salida tiene pendiente $\pm\frac{5V}{\tau}$(dependiendo de si $V_g = \pm 5V$), con $\tau = 2.35\mu s$. Por el contrario, en el caso en que $f = 32KHz < \frac{1}{RC}$, la respuesta ya no puede aproximarse a una triangular y deja de ser una representación cercana de la integral de la entrada.

Por último, por más que se cumpla la desigualdad ya mencionada, el filtro solo puede usarse como integrador de funciones con valor medio cero. En caso contrario, no se trataria de un sistema estable. Dado que el integrador divide por τ, se debería utilizar un multiplicador fácilmente implementable con amplificadores operacionales para obtener la señal integrada en la proporción correcta.