1 Filtro notch pasivo (R)

1.1 Función de transferencia y elección de los valores para los componentes

Se busca diseñar un filtro notch de frecuencia de corte $2.7 \cdot 4$ kHz = 10.8 kHz a partir de un circuito dado:

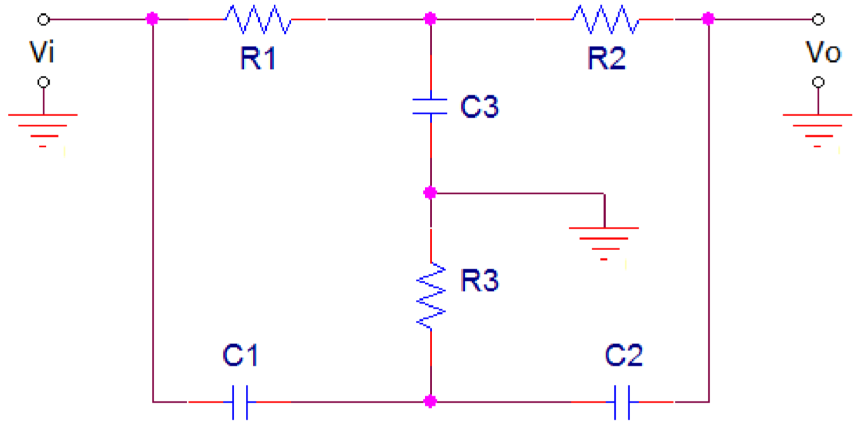

Figure 1: Filtro Notch Pasivo

Para ello, primero se busca obtener la función transferencia para el circuito con los valores expresados genéricamente. Se plantean las corrientes de la siguiente manera:

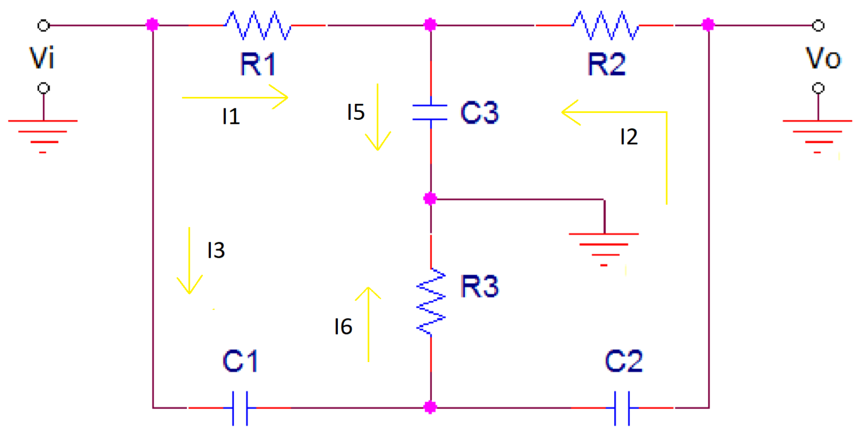

Figure 1: Filtro Notch Pasivo

Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

1)$-I6+I3-I2=0$

2) $I1+I2-I5=0$

3) $Vi-I1\cdot R1-\frac{I5}{S\cdot C3}=0$

4) $Vi-\frac{I3}{S\cdot C1}-I6\cdot R3=0$

5)$Vo-i2\cdot R2-\frac{I5}{S\cdot C3}=0$

6) $Vo+\frac{I2}{S\cdot C2}-I6\cdot R3=0$

Se corre el siguiente código de matlab para hallar la transferencia del sistema:

```
syms vi vo i1 i2 i3 i4 i5 i6 r1 r2 r3 c1 c2 c3 s

%seteo el sistema de ecuaciones del circuito
eqn1 = -i6+ i3 -i2;
eqn2 = i1 + i2 -i5; eqn3 = vi - i1*r1 -i5/s/c3;
eqn4 = vi - i3/s/c1 - i6 * r3;
eqn5 = vo - i2*r2 - i5/s/c3;
eqn6 = vo +i2/s/c2 -i6*r3;
eqns = [eqn1 eqn2 eqn3 eqn4 eqn5 eqn6];

%resuelvo el sistema de ecuaciones, despejando la transferencia
eqns = subs(eqns,i6,solve(eqns(1)==0, i6));
eqns = subs(eqns,i5,solve(eqns(2)==0, i5));
eqns(4) = subs(eqns(4),vi,solve(eqns(3)==0, vi));
eqns = subs(eqns,i1,solve(eqns(4)==0, i1));
eqns(6) = subs(eqns(6),vo,solve(eqns(5)==0, vo));
eqns = subs(eqns,i2,solve(eqns(6)==0,i2));
transfer = solve(eqns(5)==0, vo)/solve(eqns(3)==0,vi);

transfer = simplify(transfer)
```

H(s)=

$$\frac{C_1\,C_2\,C_3\,R_1\,R_2\,R_3\,s^3+\left(C_1\,C_2\,R_1\,R_3+C_1\,C_2\,R_2\,R_3\right)\,s^2+\left(C_1\,R_3+C_2\,R_3\right)\,s+1}{C_1\,C_2\,C_3\,R_1\,R_2\,R_3\,s^3+\left(C_1\,C_2\,R_1\,R_3+C_1\,C_2\,R_2\,R_3+C_1\,C_3\,R_1\,R_3+C_2\,C_3\,R_1\,R_2+C_2\,C_3\,R_1\,R_3\right)\,s^2+\left(C_2\,R_1+C_1\,R\right.}$$

Dado que el filtro buscado es de tipo notch, sabiendo que su función de transferencia característica cumple con la forma $\frac{s^2+\omega_z^2}{s^2+\frac{\omega_p}{Q}s+\omega_p^2}$, se observa de aquí que en el caso en que se toma $R1=R2=2\cdot R3$ y $C1=C2=\frac{C3}{2}$, la función transferencia resultante queda reducida a :

H(s)=

$$\frac{\mathrm{C_3}^2\,\mathrm{R_3}^2\,s^2+1}{\mathrm{C_3}^2\,\mathrm{R_3}^2\,s^2+4\,\mathrm{C_3}\,\mathrm{R_3}\,s+1}$$

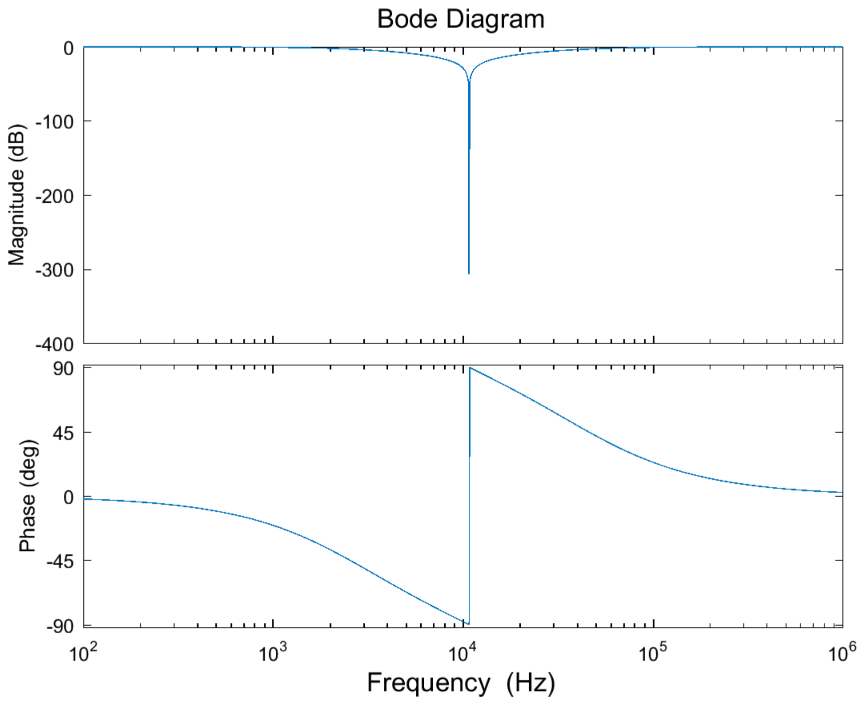

Figure 1: Bode de la función de transferencia teórica del circuito diseñado

que, al acomodarla de la siguiente manera:

H(s)=

$$\frac{s^2 + \frac{1}{{C_3}^2\,{R_3}^2}}{s^2 + \frac{4\,s}{C_3\,R_3} + \frac{1}{{C_3}^2\,{R_3}^2}}$$

resulta ser la transferencia de un filtro notch de tipo estándar, con frecuencia de corte f=$\frac{1}{2\,\pi\,C_3\,R_3}$ y ω_s=$\frac{1}{C_3\,R_3}$.

El bode resultante de esta función de transferencia es:

que resulta ser un notch en la frecuencia de corte que requeríamos.

Lógicamente, de esta forma se deduce que el circuito resultante es de orden 2, pero hubiera quedado de orden 3 en caso de que no se hubieran aplicado las condiciones para las capacitancias C1 y C2 y resistencias R1 y R2.

Dado que deseamos que la frecuencia de corte del filtro sea 10,8 kHz, decidimos utilizar los valores de capacitancia $C_3 = 82nF$ y $R3 = 180\Omega$, valores comerciales, que originarían una frecuencia de corte teórica para el filtro de 10,782 kHz. Nótese que con estos valores dados el resto de las resistencias y capacitancias quedarían fijadas en $C_1 = C_2 = 41nF$ y $R_1 = R_2 = 360\Omega$por la condición dicha anteriormente.

Con estos valores fijados, podemos realizar un análisis de la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso y al escalón en tiempo mediante antitransformadas de laplace. Efectivamente, si y(t) es la salida Vo y x(t) es la entrada Vi en función del tiempo, con sus respectivas transformadas de Laplace Y(s) y X(s), entonces dada la relación$Y(s) = X(s) \cdot H(s)$,donde X(s) =1 con x(t) =$\delta(t)$ para la respuesta impulsiva o X(s) = 1/s con x(t)=$u(t)$ para la respuesta al escalón, se puede obtener y(t) como y(t)=$\mathcal{L}^{-1}\{H(s) \cdot X(s)\}(t)$.[1]

La respuesta impulsiva queda determinada entonces como $y_{imp}(t)$=$\mathcal{L}^{-1}\{\frac{C_3^2 \mathrm{R_3}^2 s^2+1}{C_3^2 R_3^2 s^2+4\mathrm{C_3} R_3 s+1}\}(t)$. De esta forma:

$$y_{imp}(t) = \delta(t) - \frac{4\,\mathrm{e}^{-\frac{2\,t}{c_3\,r_3}}\,\left(\cosh\left(\frac{\sqrt{3}\,t}{c_3\,r_3}\right) - \frac{2\,\sqrt{3}\,\sinh\left(\frac{\sqrt{3}\,t}{c_3\,r_3}\right)}{3}\right)}{c_3\,r_3}$$

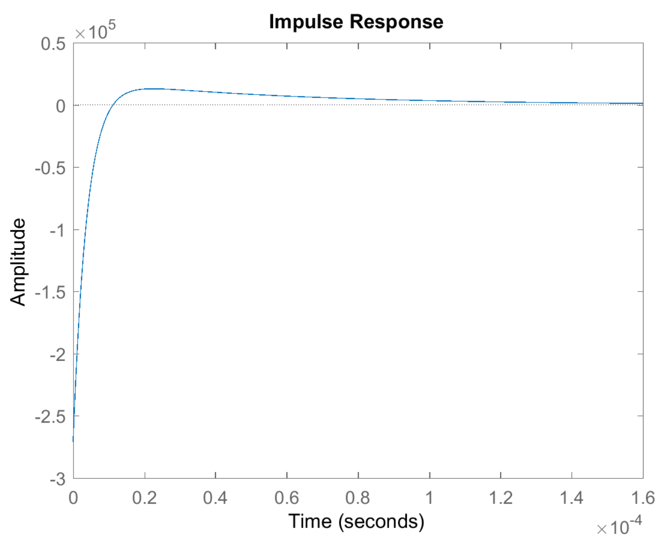

Figure 2: Respuesta al impulso

Análogamente, la respuesta al escalón será y_{esc}=$\{\frac{C_3^2 \mathrm{R_3}^2 s^2+1}{C_3^2 R_3^2 s^3+4\mathrm{C_3} R_3 s^2+s}\}(t)$ y por lo tanto:

$$y_{esc}(t) = 1 - \frac{4\,\sqrt{3}\,\sinh\left(\frac{\sqrt{3}\,t}{c_3\,r_3}\right)\,\mathrm{e}^{-\frac{2\,t}{c_3\,r_3}}}{3}$$

[1] Las antitransformadas de laplace fueron calculadas mediante llamados apropiados a la función de matlab ilaplace, con la función compleja a antitransformar como parámetro.

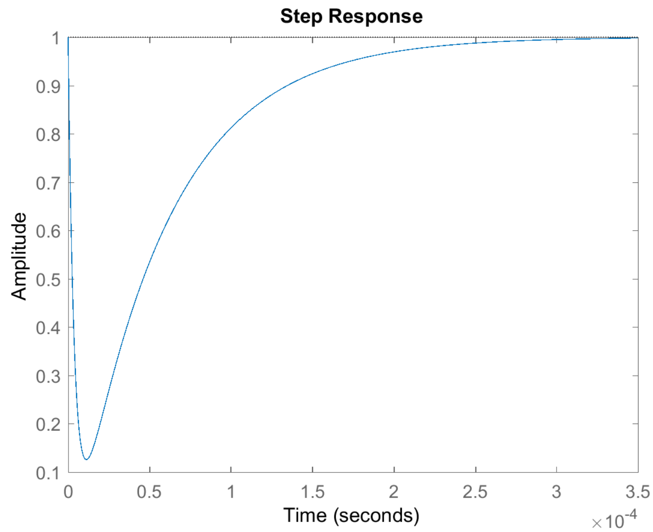

Figure 3: Respuesta al escalón

1.2 Diseño de la placa

Dada la disponibilidad de componentes en el pañol y buscando minimizar la cantidad y el coste de los componentes a utilizar, se decidió implementar el filtro de la siguiente manera:

Donde tantoR_1como R_2fueron implementadas con dos resistencias en serie, cada una del mismo valor que $R_3 = 180\Omega$, y C_1y C_2con dos capacitores cada uno del valor de $C_3 = 82nF$ también en serie para lograr las relaciones mencionadas en la subsección anterior.

1.3 Mediciones experimentales