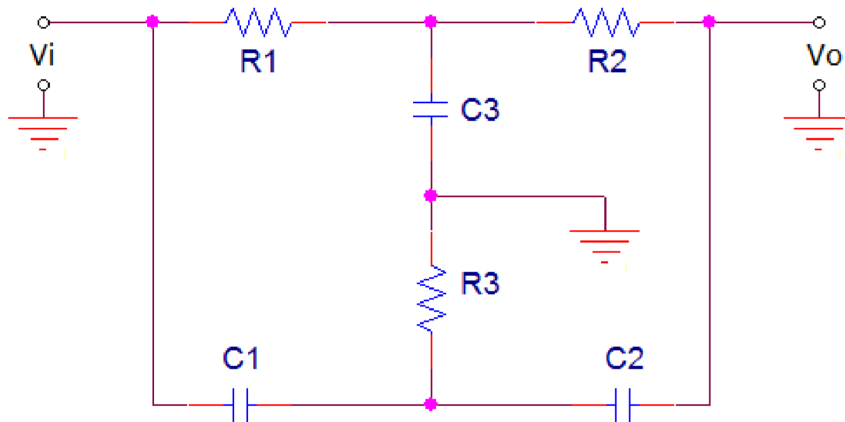


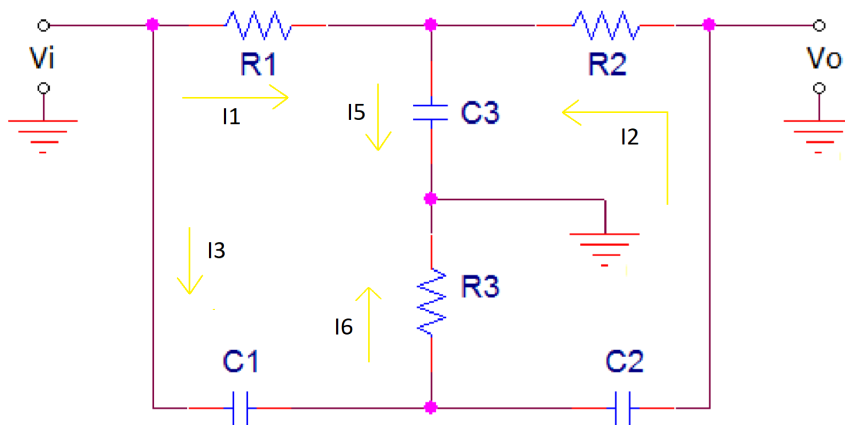
# 1 Filtro notch pasivo (R)

## 1.1 Función de transferencia y elección de los valores para los componentes

Se busca diseñar un filtro notch de frecuencia de corte  $2.7 \cdot 4 \text{ kHz} = 10.8 \text{ kHz}$  a partir de un circuito dado:



Para ello, primero se busca obtener la función transferencia para el circuito con los valores expresados genéricamente. Se plantean las corrientes de la siguiente manera:



Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$1) -I_6 + I_3 - I_2 = 0$$

$$2) I_1 + I_2 - I_5 = 0$$

$$3) Vi - I1 \cdot R1 - \frac{I5}{S \cdot C3} = 0$$

$$4) Vi - \frac{I3}{S \cdot C1} - I6 \cdot R3 = 0$$

$$5) Vo - i2 \cdot R2 - \frac{I5}{S \cdot C3} = 0$$

$$6) Vo + \frac{I2}{S \cdot C2} - I6 \cdot R3 = 0$$

Se corre el siguiente código de matlab para hallar la transferencia del sistema:

```
syms vi vo i1 i2 i3 i4 i5 i6 r1 r2 r3 c1 c2 c3 s
```

```
%seteo el sistema de ecuaciones del circuito
```

```
eqn1 = -i6 + i3 - i2;
```

```
eqn2 = i1 + i2 - i5; eqn3 = vi - i1*r1 - i5/s/c3;
```

```
eqn4 = vi - i3/s/c1 - i6 * r3;
```

```
eqn5 = vo - i2*r2 - i5/s/c3;
```

```
eqn6 = vo + i2/s/c2 - i6*r3;
```

```
eqns = [eqn1 eqn2 eqn3 eqn4 eqn5 eqn6];
```

```
%resuelvo el sistema de ecuaciones, despejando la transferencia
```

```
eqns = subs(eqns, i6, solve(eqns(1)==0, i6));
```

```
eqns = subs(eqns, i5, solve(eqns(2)==0, i5));
```

```
eqns(4) = subs(eqns(4), vi, solve(eqns(3)==0, vi));
```

```
eqns = subs(eqns, i1, solve(eqns(4)==0, i1));
```

```
eqns(6) = subs(eqns(6), vo, solve(eqns(5)==0, vo));
```

```
eqns = subs(eqns, i2, solve(eqns(6)==0, i2));
```

```
transfer = solve(eqns(5)==0, vo)/solve(eqns(3)==0, vi);
```

```
transfer = simplify(transfer)
```

transfer será por lo tanto la transferencia, que queda:

$$H(s) = \frac{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_3 s^3 + (C_1 C_2 R_1 R_3 + C_1 C_2 R_2 R_3) s^2 + (C_1 R_3 + C_2 R_3) s + 1}{C_1 C_2 C_3 R_1 R_2 R_3 s^3 + (C_1 C_2 R_1 R_3 + C_1 C_2 R_2 R_3 + C_1 C_3 R_1 R_3 + C_2 C_3 R_1 R_2 + C_2 C_3 R_1 R_3) s^2 + (C_2 R_1 + C_1 R_3 + C_2 R_2 + C_3 R_1 + C_2 R_3) s + 1}$$

Dado que el filtro buscado es de tipo notch, sabiendo que su función de transferencia característica cumple con la forma  $\frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q}s + \omega_p^2}$ , se observa de aquí que en el caso en que se toma

$R1 = R2 = 2 \cdot R3$  y  $C1 = C2 = \frac{C3}{2}$ , la función transferencia resultante queda reducida a :

H(s)=

$$\frac{C_3^2 R_3^2 s^2 + 1}{C_3^2 R_3^2 s^2 + 4 C_3 R_3 s + 1}$$

que, al acomodarla de la siguiente manera:

H(s)=

$$\frac{s^2 + \frac{1}{C_3^2 R_3^2}}{s^2 + \frac{4s}{C_3 R_3} + \frac{1}{C_3^2 R_3^2}}$$

resulta ser la transferencia de un filtro notch de tipo estándar, con frecuencia de corte  $f = \frac{1}{2\pi C_3 R_3}$  y  $\omega_s = \frac{1}{C_3 R_3}$ .

## 1.2 Análisis teórico

El bode resultante de la función de transferencia resultante de la subsección anterior es:

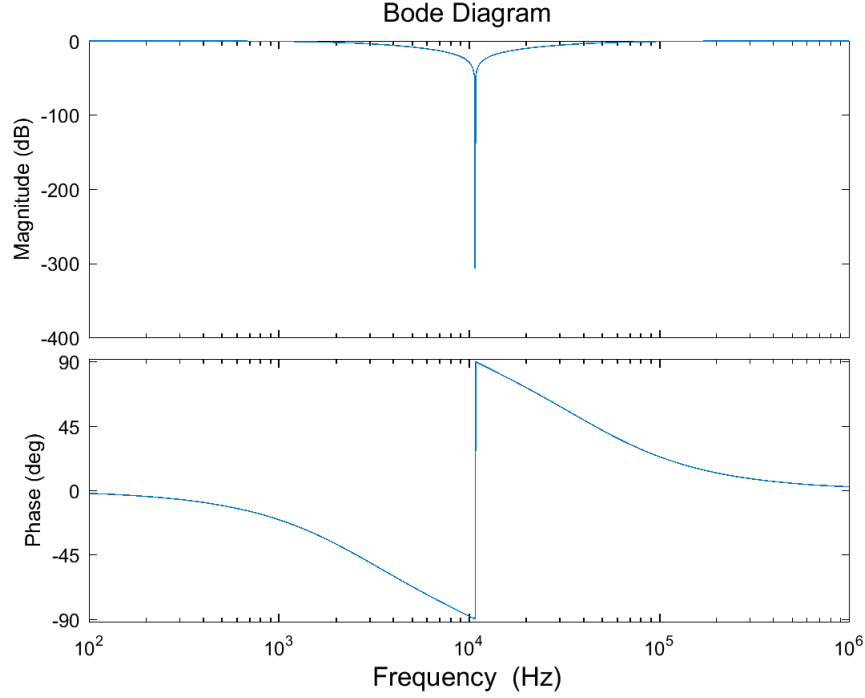


Figure 1: Bode teórico de la función de transferencia teórica del circuito diseñado

que resulta ser un notch en la frecuencia de corte que requeríamos.

Lógicamente, de esta forma se deduce que el circuito resultante es de orden 2, pero hubiera quedado de orden 3 en caso de que no se hubieran aplicado las condiciones para las capacitancias  $C_1$  y  $C_2$  y resistencias  $R_1$  y  $R_2$ .

Dado que deseamos que la frecuencia de corte del filtro sea 10,8 kHz, decidimos utilizar los valores de capacitancia  $C_3 = 82nF$  y  $R_3 = 180\Omega$ , valores comerciales, que originarían una frecuencia de corte teórica para el filtro de 10,782 kHz. Nótese que con estos valores dados el resto de las resistencias y capacitancias quedarían fijadas en  $C_1 = C_2 = 41nF$  y  $R_1 = R_2 = 360\Omega$  por la condición dicha anteriormente.

Con estos valores fijados, podemos realizar un análisis de la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso y al escalón en tiempo mediante antitransformadas de laplace. Efectivamente, si  $y(t)$  es la salida  $V_o$  y  $x(t)$  es la entrada  $V_i$  en función del tiempo, con sus respectivas transformadas de Laplace  $Y(s)$  y  $X(s)$ , entonces dada la relación  $Y(s) = X(s) \cdot H(s)$ , donde  $X(s) = 1$  con  $x(t) = \delta(t)$  para la respuesta impulsiva o  $X(s) = 1/s$  con  $x(t) = u(t)$  para la respuesta al escalón, se puede obtener  $y(t)$  como  $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s) \cdot X(s)\}(t)$ .<sup>1</sup>

La respuesta impulsiva queda determinada entonces como  $y_{imp}(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{C_3^2 R_3^2 s^2 + 1}{C_3^2 R_3^2 s^3 + 4C_3 R_3 s^2 + 1}\right\}(t)$ . De esta forma:

$$y_{imp}(t) = \delta(t) - \frac{4 e^{-\frac{2t}{c_3 r_3}} \left( \cosh\left(\frac{\sqrt{3}t}{c_3 r_3}\right) - \frac{2\sqrt{3} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}t}{c_3 r_3}\right)}{3} \right)}{c_3 r_3}$$

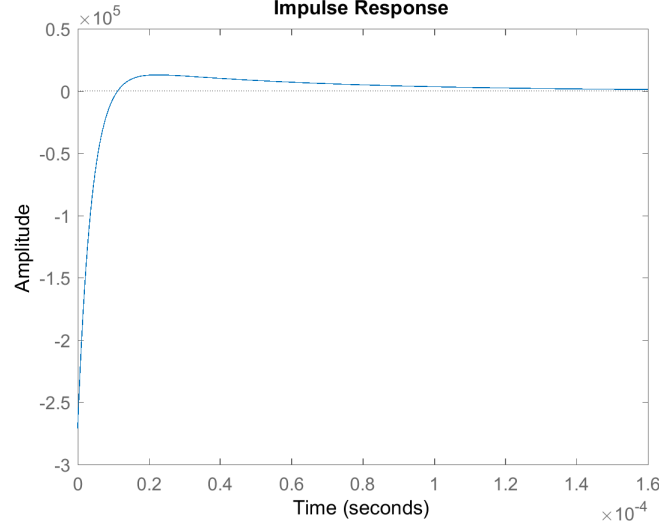


Figure 2: Respuesta al impulso teórica

Análogamente, la respuesta al escalón será  $y_{esc} = \left\{\frac{C_3^2 R_3^2 s^2 + 1}{C_3^2 R_3^2 s^3 + 4C_3 R_3 s^2 + s}\right\}(t)$  y por lo tanto:

$$y_{esc}(t) = 1 - \frac{4\sqrt{3} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}t}{c_3 r_3}\right) e^{-\frac{2t}{c_3 r_3}}}{3}$$

---

<sup>1</sup>Las antitransformadas de laplace fueron calculadas mediante llamados apropiados a la función de matlab ilaplace, con la función compleja a antitransformar como parámetro.

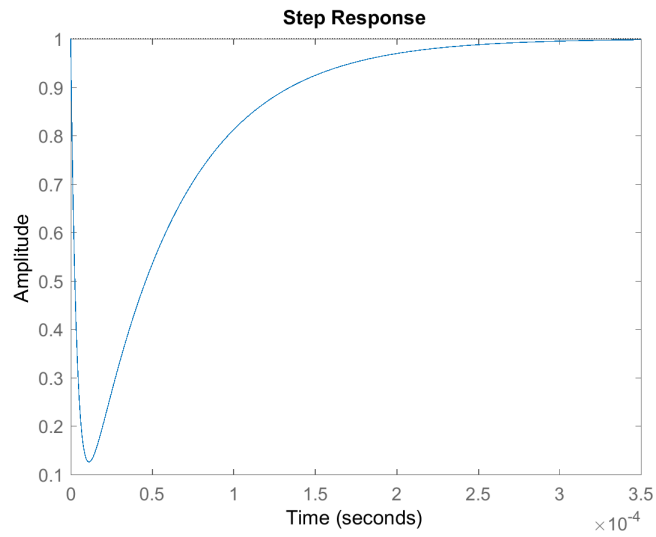


Figure 3: Respuesta al escalón teórica

### 1.3 Diseño de la placa

Dada la disponibilidad de componentes en el pañol y buscando minimizar la cantidad y el coste de los componentes a utilizar, se decidió implementar el filtro de la siguiente manera:

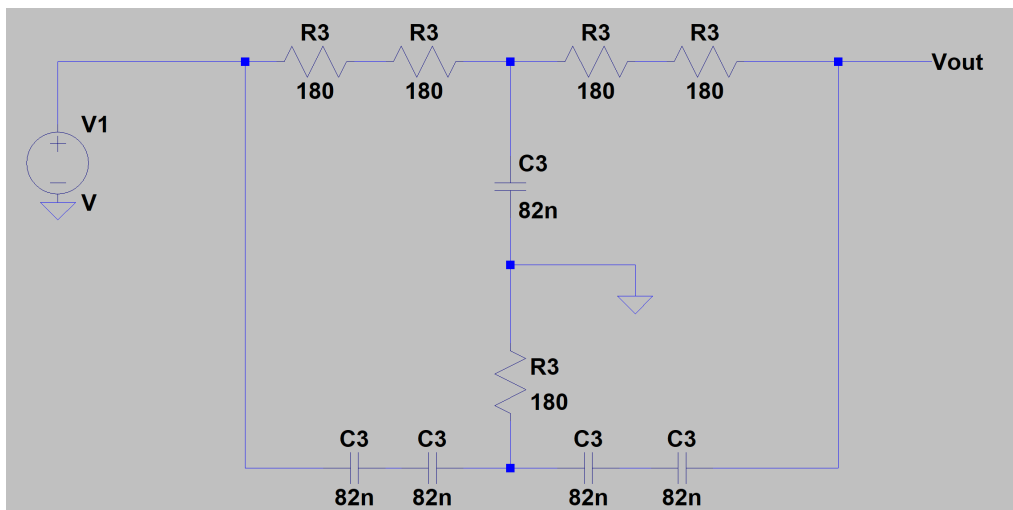


Figure 4: Diseño de la placa

Donde tanto  $R_1$  como  $R_2$  fueron implementadas con dos resistencias en serie, cada una del mismo valor que  $R_3 = 180\Omega$ , y  $C_1$  y  $C_2$  con dos capacitores cada uno del valor de  $C_3 = 82nF$  también en serie para lograr las relaciones mencionadas en la subsección anterior.

Se utilizó una placa multiperforada, sobre la cual se soldaron los componentes.

Los componentes utilizados fueron:

## 1.4 Mediciones experimentales

Para todos los gráficos que se presenten a continuación, la entrada del estará representada con color amarillo y la salida con color verde.

**Análisis de Bode:** Lo primero que se dedició probar fue si el circuito efectivamente anulaba (atenuaba hasta casi anular) la frecuencia solicitada. Para eso se eligió una entrada senoidal (una única frecuencia) de 10.8 kHz. Se observó que la salida era casi nula, detectándose una amplitud de 310 mV pico a pico contra una entrada de 8.75 V pico a pico, lo cual se traduce a una relación entrada salida de  $\frac{V_{out}}{V_{in}} = 0.0354$ , por lo que la salida representaría el 3% de la entrada, un valor muy cercano al 0% que se esperaba lograr.

Aquí es donde cabe destacar que el ruido de medición para la salida ya comienza a ser significativo, pudiendo alterar el valor de la amplitud, aumentándola. El gráfico en este caso resulta mucho más representativo de la señal de salida, ya que en los promedios que se tomaron para la salida para proyectar la imagen (que terminan cancelando el ruido) se nota claramente cómo la señal queda prácticamente anulada, con una amplitud muchísimo menor a los 310 mV que muestra numéricamente el osciloscopio. Es por esto que debería considerarse también una  $\frac{V_{out}}{V_{in}} \ll 0.0354$

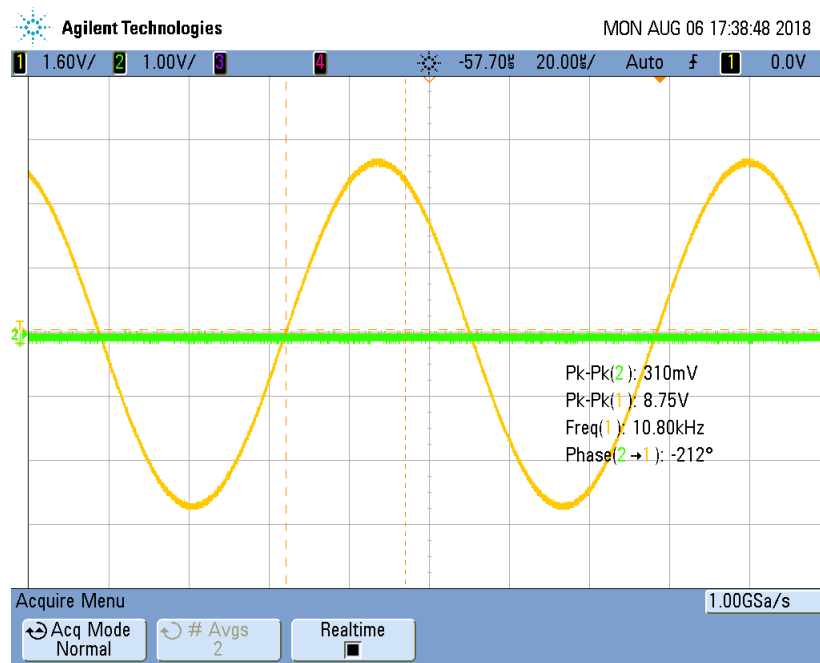


Figure 5: Salida y entrada en frecuencia de corte  $f = 10.8 \text{ kHz}$  experimental

Luego, se procedió a verificar que efectivamente se anulara la frecuencia de corte pero sus alrededores no estuvieran tan atenuados como esa frecuencia en particular. Las mediciones del osciloscopio para frecuencias de 0.2 kHz de diferencia con la frecuencia de corte muestran un  $V_{in}$  de aproximadamente 8.6 V mientras que la salida fue de aproximadamente 50mV. Dado la forma del gráfico, se puede apreciar como el ruido ya no entra en juego al afectar a las mediciones debido al tamaño de la onda de salida y es por eso que si bien el valor obtenido del osciloscopio es mucho menor y daría una relación entrada salida de un orden de magnitud de diferencia, en el gráfico se muestra cómo la amplitud de las sinusoidales de salida son notablemente superiores a las de la frecuencia de corte. De esta manera se deduce que el filtro notch funciona correctamente.

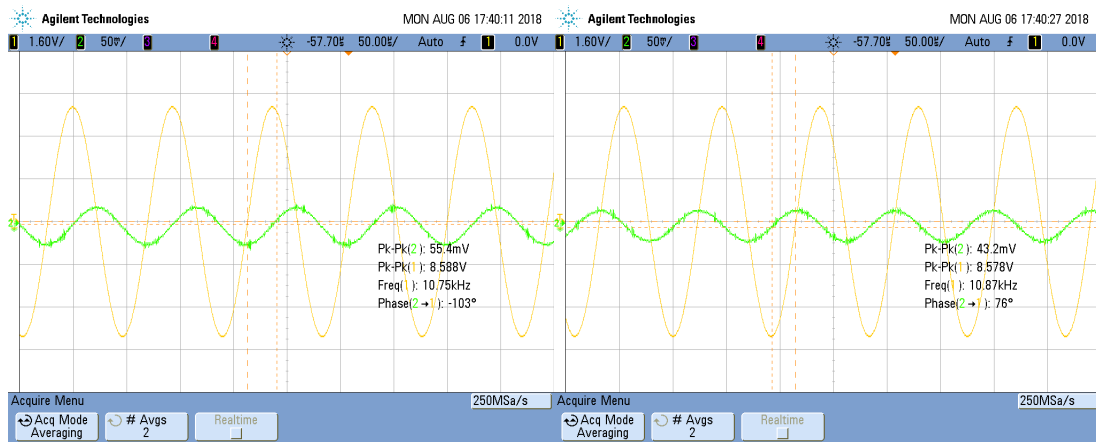


Figure 6: Salida y entrada en alrededores de la frecuencia de corte experimentalmente

Luego, se procedió a realizar un análisis de bode del circuito. Para eso se analizó la respuesta a sinusoidales de distintas frecuencias, cambiando manualmente desde el generador la frecuencia de estas a una amplitud fija y registrando la amplitud de la sinusoidal de salida. La tabla de valores tomados se muestran en el anexo. De estos datos se desprende el siguiente gráfico aproximado del bode del circuito, que luego se contrasta con el teórico.

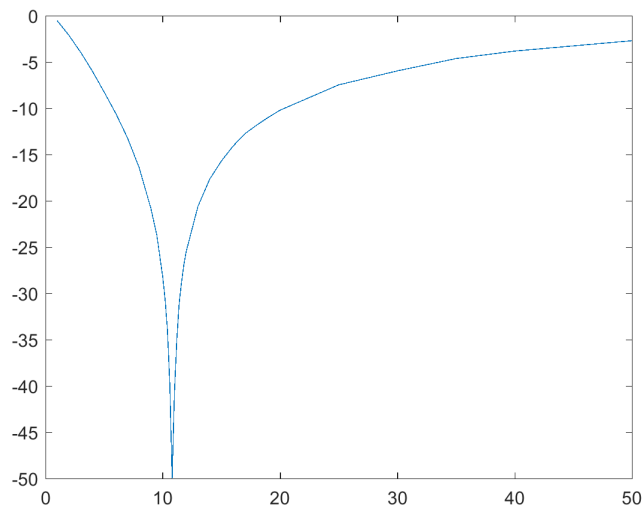


Figure 7: Bode experimental



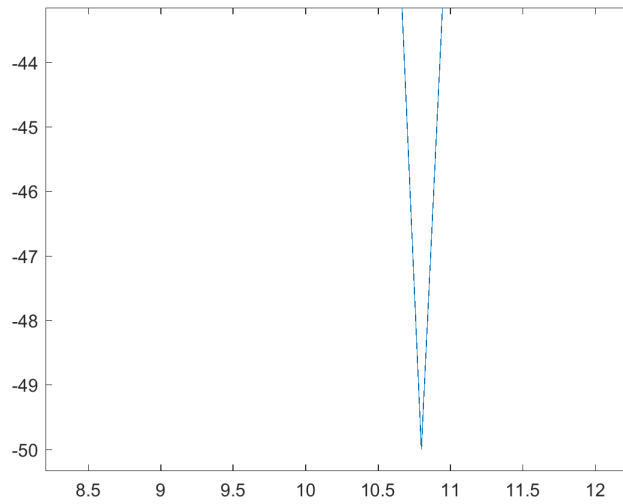


Figure 8: Bode experimental, frecuencia de corte coincidente

Se observa que la frecuencia de corte experimental coincide con la solicitada, se observa también de los gráficos experimentales que el bode del circuito cumple con la forma propia de un notch estándar y verifica lo calculado teóricamente.

**Respuesta al escalón:** Se presenta el gráfico tomado con el osciloscopio de la entrada al escalón en amarillo y la salida al escalón en verde. Se hace notar que el gráfico de la salida se corresponde correctamente con la respuesta al escalón teórica.

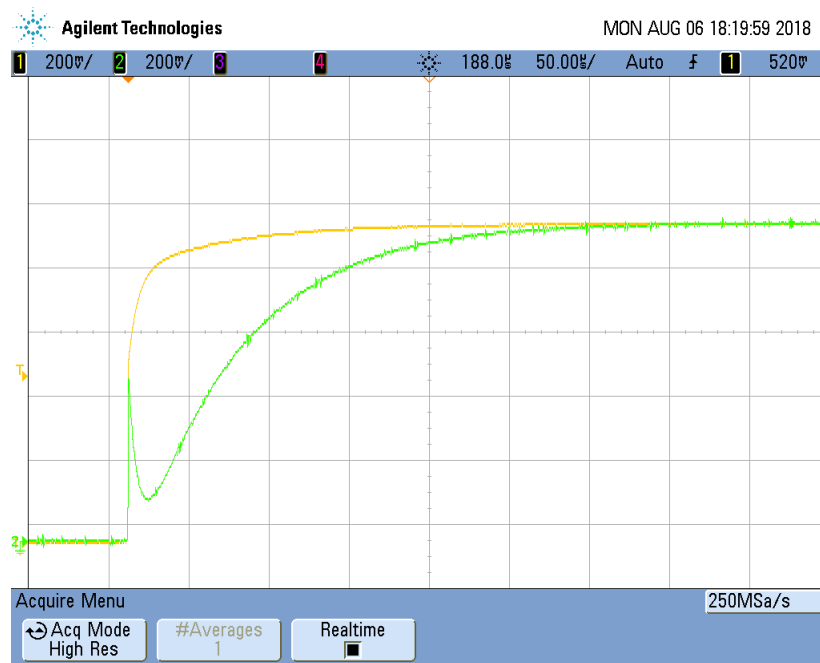


Figure 9: Respuesta al escalón experimental

Como se puede verificar, la entrada no es un escalón perfecto y esto se debe a dos motivos:

- 1) La principal razón por la que el escalón medido tiene un claro paso entre todos los estados intermedios entre el potencial cero y el valor fijado por el generador es que la resistencia interna del generador de  $50\Omega$  no es despreciable frente a las resistencias elegidas para la confección del circuito. Esto podría haber sido un fallo en el diseño y va a ser tenido en cuenta en trabajos posteriores.
- 2) Otro factor a tener en cuenta es el pasabajos interno del osciloscopio a la hora de medir, que modifica tanto en fase como en amplitud a la entrada.