Ejercicio 1

Control de tonos y ecualizador de fase

duccion
ma

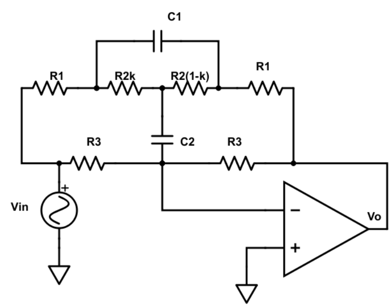

Figura 1.1: Circuito del control de tonos

1.1 Función transferencia

Para hallar la función transferencia $H(S) = \frac{V_o}{V_{in}}$del circuito de la figura 1.1, se realizaron transformaciones estrella a triangulo y viceversa, reduciendo el circuito. Dichas transformaciones se realizaron con Matlab.

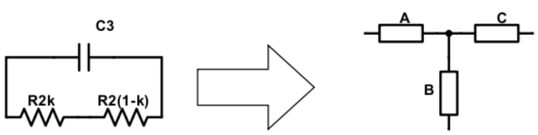

Figura 1.2: Transformación triangulo a estrella

Reemplazando el circuito triangulo por el estrella, permitio agrupar A con R_1, C conR_1 yB con C_1. Obteniendo un nuevo circuito estrella con las siguientes impedancias K_1 , K_2 y K_3, tal como se observa en la figura 1.3.

$$A = \frac{K\, R_2}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, \left(K-1\right) + K\, R_2\right)} \tag{1.1}$$

$$B = -\frac{R_2\, \left(K-1\right)}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, \left(K-1\right) + K\, R_2\right)} \tag{1.2}$$

$$C = -\frac{K\, {R_2}^2\, \left(K-1\right)}{\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, \left(K-1\right) + K\, R_2} \tag{1.3}$$

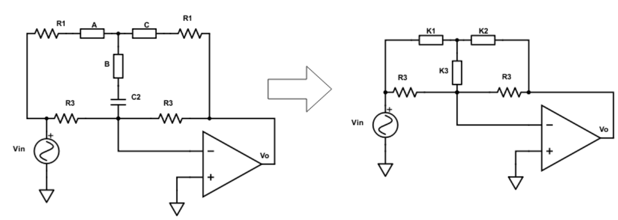

Figura 1.3: Agrupo impedancias en serie

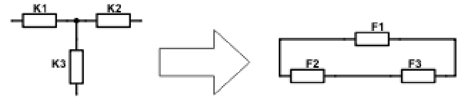

Figura 1.4: Transformación estrella a triangulo

Dicho circuito estrella se lo transformó a triangulo para de esta manera poder agrupar F_2 con R_3 y F_3 con R_3 (figura 1.5).

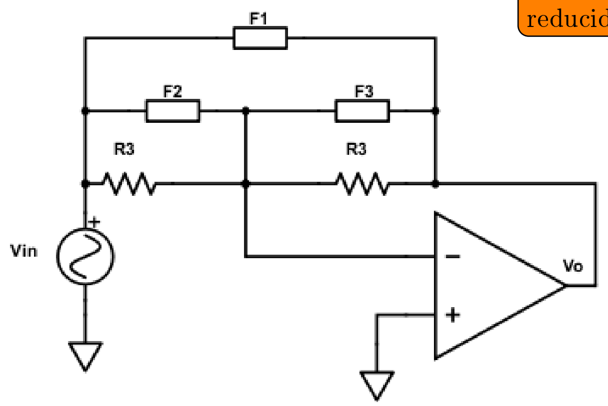

Figura 1.5: Agrupo impedancias en paralelo

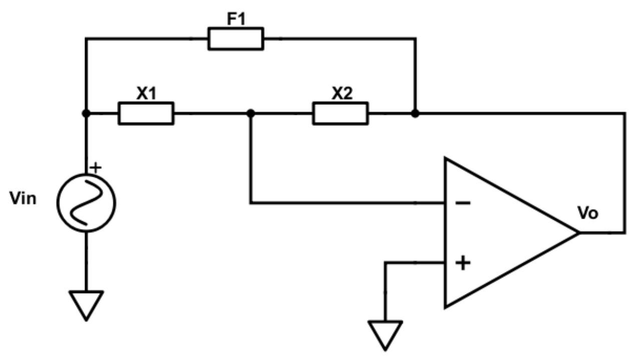

Figura 1.6: Circuito equivalente

Finalmente se obtiene el circuito de la figura 1.6. Considerando que el OpAmp se comporta idealmente y la corriente que circula internamente por la entrada del amplificador es cero, resulta la siguiente función transferencia:

$$H(S) = -\frac{X_2}{X_1} \tag{1.4}$$

que
con
cua-
es

Donde

$$X_1 = \tag{1.5}$$
$$X_2 = \tag{1.6}$$

Aplicando las siguientes condiciones de diseño sobre la función transferencia

$$R_3 >> R_1 \tag{1.7}$$
$$R_3 = 10R_2 \tag{1.8}$$
$$C_1 = 10C_2 \tag{1.9}$$

Obtenemos

ecuacion
reducida

Si

$$-20C_2^2K^2R_2^2R_1S^2 + 20C_2^2KR_1R_2^2 + 10C_2^2R_1^2R_2S^2 + 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \approx 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \tag{1.10}$$

ecuacio
reducio

La ecuacion xx posee la forma

$$H(S) = \frac{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1}{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1} \tag{1.11}$$

Dicha función transferencia corresponde a un circuito pasa banda de segundo orden, donde W_0 es la frecuencia central de la banda y Q_Z , Q_P, son los respectivos factores de calidad.

1.1.1 Frecuencia central

El coeficiente normalizado del término S^2, tanto para el numerado como en el denominador (ecuación zz), es:

$$\frac{100C_2^2R_1R_2^2}{2R_1 + R_2} \tag{1.12}$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.12, se obtiene la frecuencias central del pasa banda.

$$W_0^2 = \frac{1}{ecuacion1.12} = \frac{2R_1 + R_2}{100C_2^2R_1R_2^2} \tag{1.13}$$
$$W_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{10C_2R_2} \tag{1.14}$$
$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2R_2} \tag{1.15}$$

1.1.2 Factores de calidad

A partir de los coeficientes normalizados de los términos de S, obtenemos los factores de calidad

Factor de calidad Q_Z

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del numerador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2}{2R_1 + R_2} \tag{1.16}$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.16, se obtiene:

$$Q_Z = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion1.16} \tag{1.17}$$

$$Q_Z = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{(-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \tag{1.18}$$

Factor de calidad Q_P

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del denominador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2}{2R_1 + R_2} \tag{1.19}$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.19, se obtiene:

$$Q_P = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion1.19} \tag{1.20}$$

$$Q_P = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{(-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \tag{1.21}$$

Modulo de $H(f)$ en W_0

Definimos A_0 como:

$$A_0 \widehat{=} \mid H(S = jW_0) \mid \tag{1.22}$$

Reemplazamos $S = jW_0$ en 1.11

$$A_0 = \frac{Q_P}{Q_Z} \tag{1.23}$$

$$A_0 = \frac{-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \tag{1.24}$$

Si $K = 0$

$$\begin{aligned} A_0(K=0) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &= \frac{R_1(R_1 + 31R_2) + 10R_2^2}{R_1(R_1 + 31R_2)} \\ &\approx \frac{R_1 31 + 10R_2}{31R_1} \end{aligned} \tag{1.25}$$

$$A_0(K=0) \approx \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{1.26}$$

Si $K = 1$

$$\begin{aligned} A_0(K=1) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2}{10R_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &\approx \frac{R_1 31}{10R_2 + 31R_1} \\ &\approx \frac{3R_1}{R_2 + 3R_1} \end{aligned} \tag{1.27}$$

$$A_0(K=1) \approx \frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \tag{1.28}$$

A partir de 1.26 y 1.28 obtenemos que

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{1.29}$$

Agrega punto

1.2 Análisis paramétrico

La función transferencia depende de un parámetro K que pertenece al intervalo 0,1. Dicho parámetro provino del modelado del potenciómetro. Para analizar el funcionamiento del circuito, se realizaron gráficos de las distintas características del circuito en función de la constante.

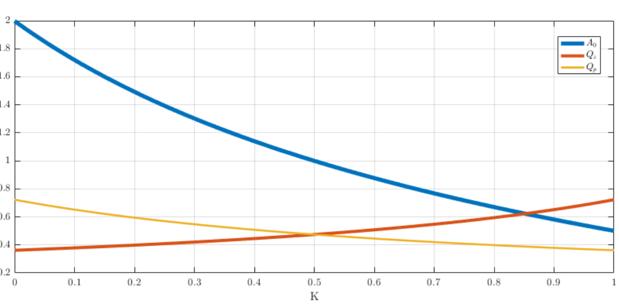

Figura 1.7: Diagrama parametrico

Como se observa en la figura, la posición del potenciómetro altera la ganancia del circuito (linea azul), con k=0 el circuito multiplica la entrada por 2(gana 6dB) y con K=1 multiplica a la entrada por 0.5 (atenúa 6dB).

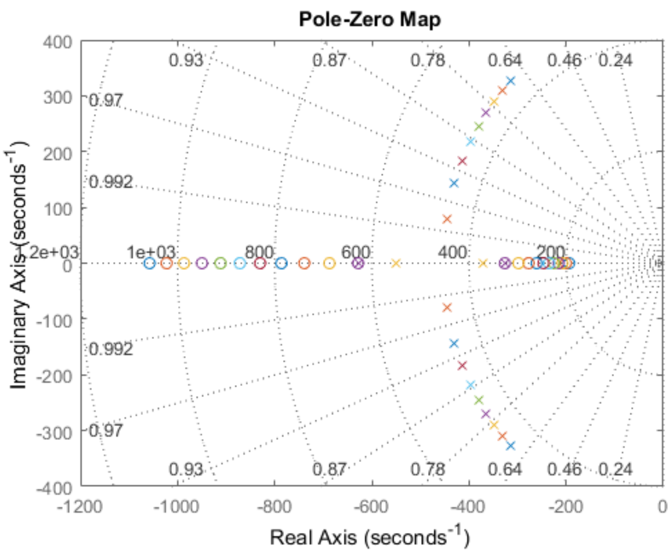

Figura 1.8: Diagrama parametrico- polos y ceros - k desde 0 a 0.5

k variando desde cero a 0.5, se observa que los ceros son reales y ce aproximan hacia el valor de $-w_0$ en el eje real. En cuanto a los polos se alejan del eje imaginario.

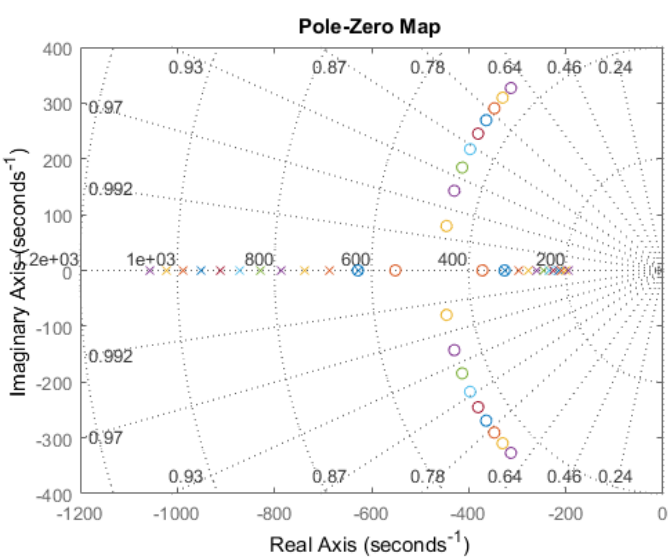

Figura 1.9: Diagrama parametrico- polos y ceros - k desde 0.5 a 1

k variando desde 0.5 a 1, se observa que los polos son reales y que a medida que aumenta k se alejan del valor de $-w_0$. Los ceros son imaginarios y a medida que aumenta k se acercan al eje imaginario.

bode.png bode.png bode.png bode.png bode.png bode.png bode.png bode.png bode.png bode.png bode.png

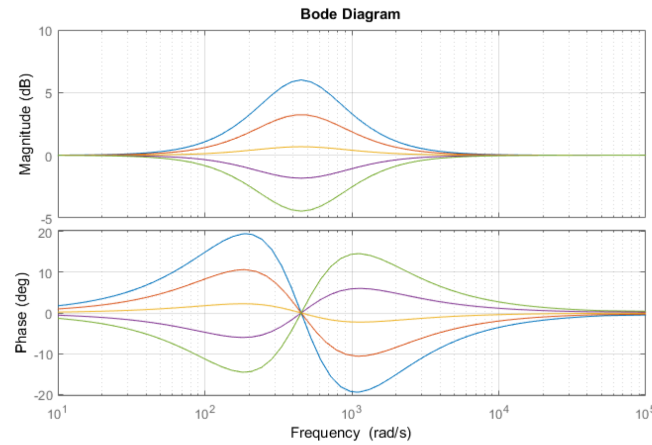

Figura 1.10: Diagrama parametrico- respuesta en frecuencia

Como se observa en el gráfico de la respuesta en frecuencia, cuando k vale 0 se produce la máxima ganancia y a medida que aumenta disminuye la ganancia hasta el punto de no atenuar ni ganar (k=0.5) y a partir de ese punto comienza a atenuar.

1.3 Análisis de singularidades

Partiendo de que el comportamiento del circuito es descripto por la ecuación 1.11 , y que Q_p se rfiere al factor de calidad de los polos, Q_z se refiere al factor de calidad de los ceros y W_0 es la frecuencia de pasa banda.

1.3.1 Polos

Aplicando la formula resolvente obtenemos:

$$Polos_{1,2} = -\frac{W_0}{2Q_p} \pm \frac{W_0}{2}\sqrt{\frac{1}{Q_p^2} - 4}$$

Como Qp siempre es positivo para todo valor de r1,r2 , c2 y k entre 0 y 1. Entonces la parte real de los polos siempre es negativa, Por ende el sistema es estable. Además los polos di tienen parte imaginaria no nula son polos conjugados

1.3.2 Ceros

El resultado de aplicar la formula resolvente:

$$Ceros_{1,2} = -\frac{W_0}{2Q_z} \pm \frac{W_0}{2}\sqrt{\frac{1}{Q_z^2} - 4}$$

Análogamente a los polos, también se cumple que Qz sea positivo. Por ende, la parte real de los ceros es negativa y son complejos conjugados.

1.3.3 Sistema de fase mínima

Se definen los sistemas de fase mínima, como aquellos que sus singularidades se encuentren en el semiplano izquierdo. Como se mostró anteriormente, tanto los polos y ceros se encuentran en el semiplano izquierdo, por ende el sistema es de fase mínima.

1.4 Ecualizador de fase

ar
icion

Un ecualizador de fase es un circuito que no altera la amplitud de la señal pero si la fase. Se desea implementar un circuito de segundo orden, que pueda convertir un sistema de fase mínima a uno de fase no mínima.
Se implementó el siguiente circuito:

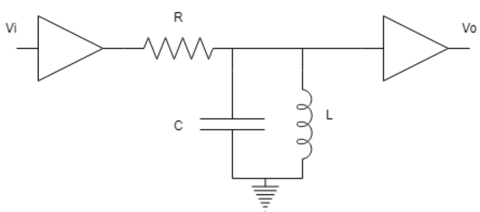

Figura 1.11: Ecualizador de fase - circuito

Aplicando la formula de divisor de tension se obtiene la funsion transferencia:

$$H(S) = \frac{L}{R} \frac{S}{\frac{S^2}{\frac{1}{LC}} + \frac{SL}{R} + 1} \tag{1.30}$$

1.5 Equalizador de 3 bandas

1.5.1 Espectro audible

Los seres humanos, pueden percibir un rango de frecuencias, desde 20Hz hasta 20KHz. Dicho rango depende de la salud auditiva de cada persona.
El espectro se puede dividir en tres partes, llamadas graves, medios y agudos.

- Tonos graves, frecuencias comprendidas entre 20Hz y 256Hz.
- Tonos medios, frecuencias comprendidas entre 256Hz y 2KHz.
- Tonos Agudos, frecuencias comprendidas entre 2KHz y 20KHz.

1.5.2 Elección de la frecuencia central

Como se trata de un ecualizador de tres bandas, se deben elegir tres frecuencias centrales para cada pasa banda. Consideramos que las frecuencias deben estar equiespaciadas en escala logarítmica, para lograr abarcar todo el espectro audible. Para ello utilizamos la media geométrica,$fo = \sqrt{f_{inicial} f_{final}}$. De esta manera calculamos las frecuencias de cada banda, representando los tonos grabes, medios y agudos.

Etapa	Tonos	f_0
1	Graves	64Hz
2	Medios	716Hz
1	Agudos	6324Hz

Tabla 1.1: Frecuencias centrales

1.5.3 Ganancia en la frecuencia central - A_0

Los ecualizadores comerciales se construyen de 3 ganancias/atenuaciones en las frecuencias centrales de cada banda, de 6dB, 12dB y 18dB.
En este caso elegimos que nuestro ecualizador atenué o amplifique 6dB, para así evitar que el amplificador operacional sature.

Reemplazando el criterio de los 6dB en 1.29

$$\frac{3R_1 + R_2}{3R_1} = 2 \tag{1.31}$$

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} = 0.5 \tag{1.32}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos

$$R_2 = 3R_1 \tag{1.33}$$

Reemplazando 1.33 en 1.15 y despejando, obtenemos una expresion para hallar C_2

$$C_2 = \frac{\sqrt{5}}{20\pi R_2 f_0} \tag{1.34}$$

A partir de este resultado, de las frecuencias de corte y de las condiciones de diseño ya mencionadas, se calcularon los componentes de cada etapa.

1.5.4 Conexión de las etapas

Las etapas se podrían conectar de dos maneras, en cascada o en paralelo.

Etapa	R_1	R_2	R_3	C_1	C_2	f_0
1	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	1µF	$100n$F	71Hz
2	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$100n$F	$10n$F	776Hz
3	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$12n$F	$1.2n$F	6000Hz

Tabla 1.2: Compoenentes

Cascada

La salida de una etapa se conecta a la entrada de la otra etapa. Si H_1, H_2 y H_3, son las funciones transferencia de cada etapa,entonces la función transferencia del sistema es $H = H_1H_2H_3$.

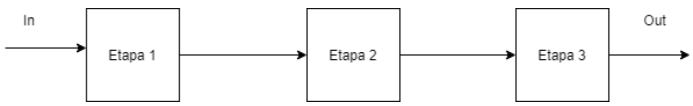

Figura 1.12: Esquema de conexion cascada

Paralelo

Las entradas de cada etapa se conectan juntas y las salidas también. Sin embargo las salidas se deben conectar juntas a través de por ejemplo un sumador.
En esta configuración la función transferencia del sistema es $H = H_1 + H_2 + H_3$.

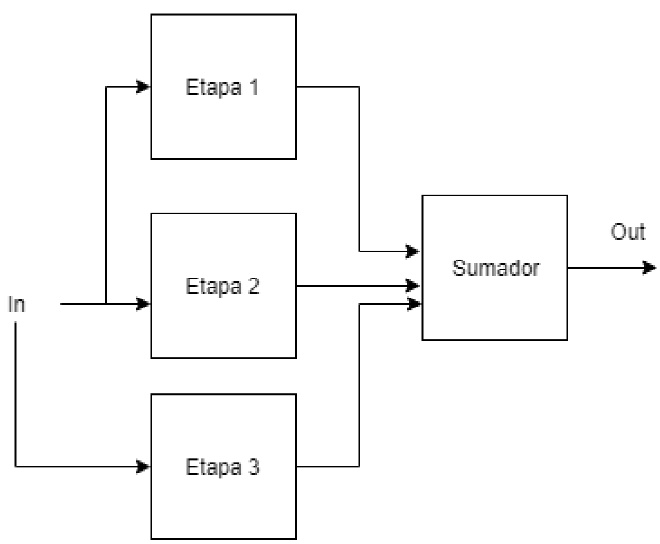

Figura 1.13: Esquema de conexion paralelo

Simulación

Se simularon ambas configuraciones cascada y paralelo.

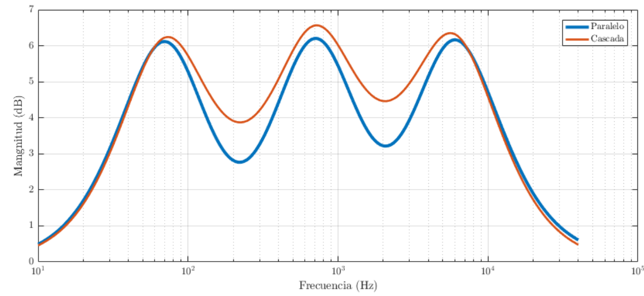

Figura 1.14: Maxima ganancia - magnitud

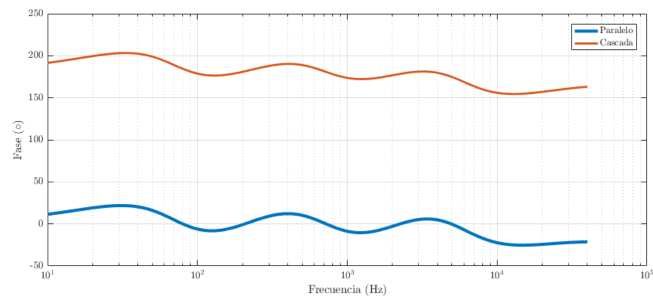

Figura 1.15: Maxima ganancia - fase

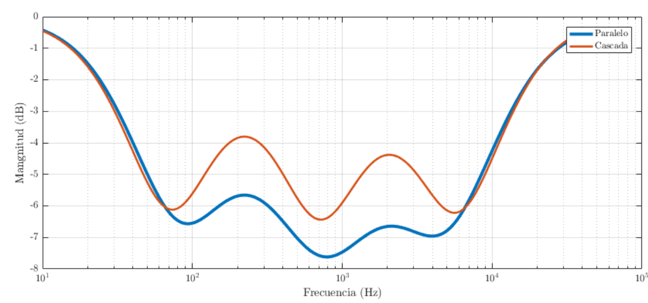

Figura 1.16: Maxima atenuación - magnitud

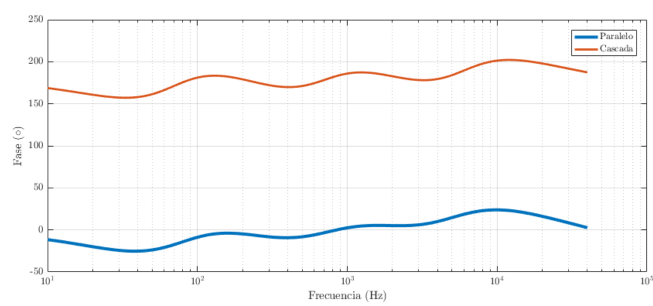

Figura 1.17: Maxima atenuación - fase

Como se observa en los gráficos, en la condición de máxima ganancia la amplitud de los sobre picos es mayor en paralelo y en máxima atenuación la máxima atenuación de los sobre picos corresponde a la configuración cascada.

Just-noticeable difference (JND)

Es al minima cantidad de algo que el humano puede persicir, por lo menos en la mtidad de los casos. En el caso del audio, la minama variacion perceptible es de 1dB.

Figura de ruido

rar lo
uido

El objetivo es determinar que configuración que es más susceptible al ruido. Los componentes, tantos pasivos como activos generan ruido. En la conexión cascada el ruido de cada etapa es amplificado por la etapa posterior, por ende posee más ruido que la configuración en paralelo.

Elección de topología

En cuanto al JND tanto el paralelo como serie, dependiendo si se encuentra en máxima ganancia o atenuación, tienen máxima amplitud, por ende no es criterio para elegir. El oído humano no puede percibir la diferencia de fase, por lo tanto no aporta a la elección de topología.
Sobre el ruido, la configuración paralelo, tiene una leve ventaja sobre la cascada, sin embargo para realizarla se debe agregar un sumador, lo que complejiza el circuito. Por ende se eligió la topología cascada.

1.5.5 Realizacion de la placa

Se conectaron las tres etapas en cascada, se agregó una entrada de audio mono (Jack 3,5 mini plug) además de pines, también esto se hizo a la salida. En cuanto al amplificador operacional, se decidió utilizar tres Tl081, debido a sus altas prestación en cuanto al slew rate, y ruido.

1.5.6 Mediciones

Se realizaron las siguientes mediciones al circuito:

- Respuesta en frecuencia a máxima ganancia.
- Respuesta en frecuencia a máxima atenuación.
- Respuesta en frecuencia si atenuar o ganar.
- Impedancia de entrada máxima y mínima.
- Impedancia de salida máxima y mínima.

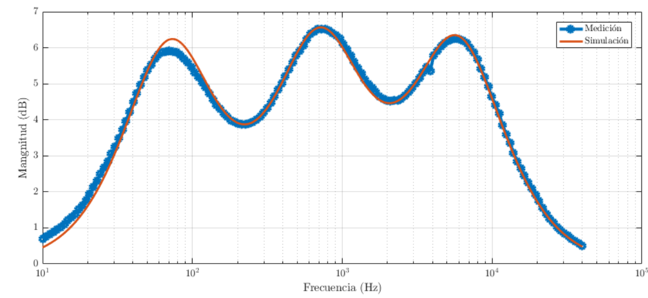

Figura 1.18: Maxima ganancia - magnitud

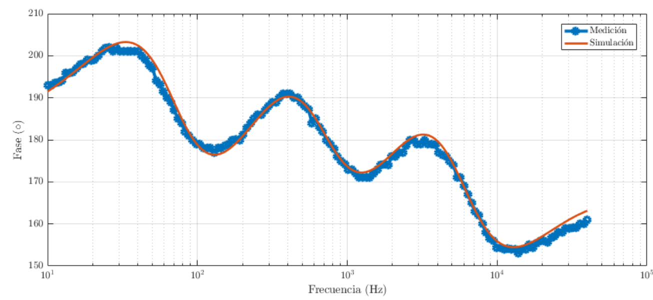

Figura 1.19: Maxima ganancia - fase

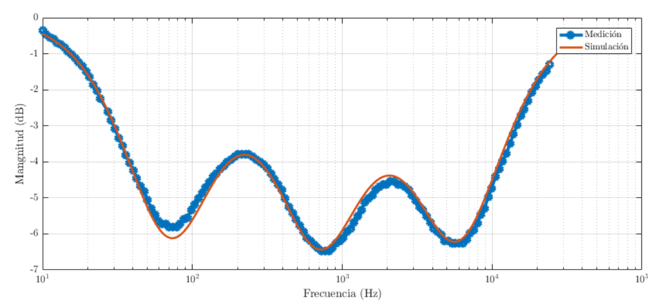

Figura 1.20: Maxima atenuación - magnitud

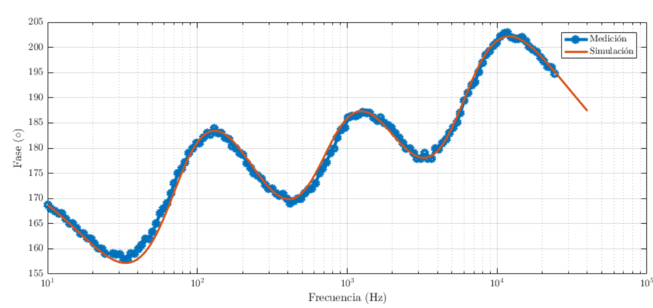

Figura 1.21: Maxima atenuación - fase

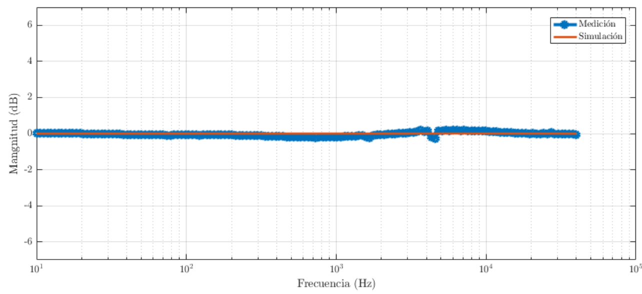

Figura 1.22: Sin ganancia ni atenuación - magnitud

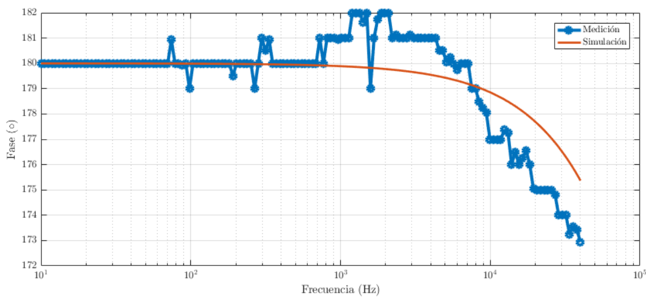

Figura 1.23: Sin ganancia ni atenuación - fase

Impedancia	Maxima	Minima
Entrada	3.69 $K\Omega$	1.584 $K\Omega$
Salida	8.122Ω	0.022Ω

Tabla 1.3: Impedancia

1.6 Conclusión

Se logró realizar el ecualizador de tres bandas, dicho circuito se comportó como era de esperarse en el rango de frecuencias audibles. Tal como se observan en las mediciones, las simulación y las mediciones ajustan perfectamente.