Ejercicio 1

Control de tonos y ecualizador de fase

duccion
ma

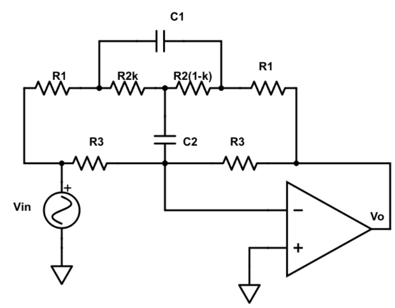

Figura 1.1: Circuito del control de tonos

1.1 Función transferencia

Para hallar la función transferencia $H(S) = \frac{V_o}{V_{in}}$del circuito de la figura 1.1, se realizaron transformaciones estrella a triangulo y viceversa, reduciendo el circuito. Dichas transformaciones se realizaron con Matlab.

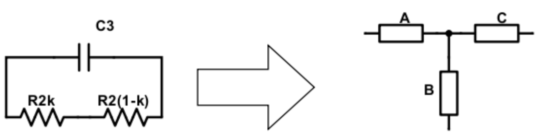

Figura 1.2: Transformación triangulo a estrella

Reemplazando el circuito triangulo por el estrella, permitio agrupar A con R_1, C conR_1 yB con C_1. Obteniendo un nuevo circuito estrella con las siguientes impedancias K_1 , K_2 y K_3, tal como se observa en la figura 1.3.

$$A = \frac{K\, R_2}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2\right)} \tag{1.1}$$

$$B = -\frac{R_2\, (K-1)}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2\right)} \tag{1.2}$$

$$C = -\frac{K\, {R_2}^2\, (K-1)}{\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2} \tag{1.3}$$

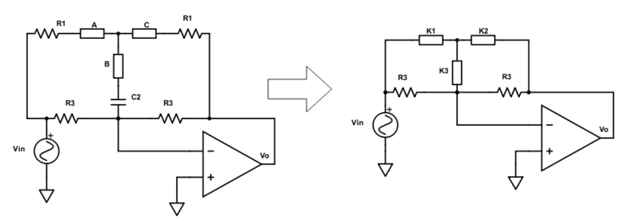

Figura 1.3: Agrupo impedancias en serie

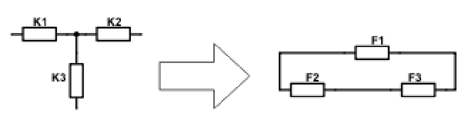

Figura 1.4: Transformación estrella a triangulo

Dicho circuito estrella se lo transformó a triangulo para de esta manera poder agrupar F_2 con R_3 y F_3 con R_3 (figura 1.5).

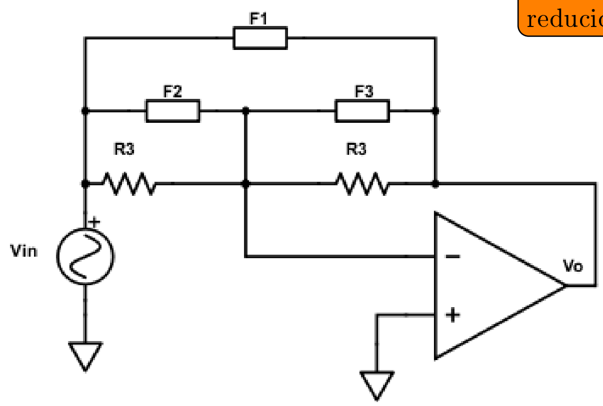

Figura 1.5: Agrupo impedancias en paralelo

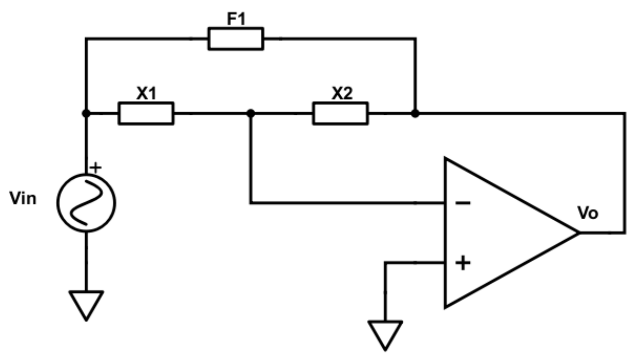

Figura 1.6: Circuito equivalente

Finalmente se obtiene el circuito de la figura 1.6. Considerando que el OpAmp se comporta idealmente y la corriente que circula internamente por la entrada del amplificador es cero, resulta la siguiente función transferencia:

$$H(S) = -\frac{X_2}{X_1} \tag{1.4}$$

que con cua- es

Donde

$$X_1 = \tag{1.5}$$
$$X_2 = \tag{1.6}$$

Aplicando las siguientes condiciones de diseño sobre la función transferencia

$$R_3 >> R_1 \tag{1.7}$$
$$R_3 = 10R_2 \tag{1.8}$$
$$C_1 = 10C_2 \tag{1.9}$$

Obtenemos

ecuacion reducida

Si

$$-20C_2^2K^2R_2^2R_1S^2 + 20C_2^2KR_1R_2^2 + 10C_2^2R_1^2R_2S^2 + 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \approx 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \tag{1.10}$$

ecuacion reducida

La ecuacion xx posee la forma

$$H(S) = \frac{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1}{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1} \tag{1.11}$$

Dicha función transferencia corresponde a un circuito pasa banda de segundo orden, donde W_0 es la frecuencia central de la banda y Q_Z , Q_P, son los respectivos factores de calidad.

1.1.1 Frecuencia central

El coeficiente normalizado del término S^2, tanto para el numerado como en el denominador (ecuación zz), es:

$$\frac{100C_2^2R_1R_2^2}{2R_1 + R_2} \tag{1.12}$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.12, se obtiene la frecuencias central del pasa banda.

$$W_0^2 = \frac{1}{ecuacion 1.12} = \frac{2R_1 + R_2}{100C_2^2R_1R_2^2} \tag{1.13}$$
$$W_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{10C_2R_2} \tag{1.14}$$
$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2R_2} \tag{1.15}$$

1.1.2 Factores de calidad

A partir de los coeficientes normalizados de los términos de S, obtenemos los factores de calidad

Factor de calidad Q_Z

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del numerador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2}{2R_1 + R_2} \tag{1.16}$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.16, se obtiene:

$$Q_Z = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion1.16} \tag{1.17}$$

$$Q_Z = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{\left(-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2\right)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \tag{1.18}$$

Factor de calidad Q_P

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del denominador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2}{2R_1 + R_2} \tag{1.19}$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.19, se obtiene:

$$Q_P = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion1.19} \tag{1.20}$$

$$Q_P = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{\left(-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2\right)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \tag{1.21}$$

Modulo de $H(f)$ en W_0

Definimos A_0 como:

$$A_0 \widehat{=} \mid H(S = jW_0) \mid \tag{1.22}$$

Reemplazamos $S = jW_0$ en 1.11

$$A_0 = \frac{Q_P}{Q_Z} \tag{1.23}$$

$$A_0 = \frac{-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \tag{1.24}$$

Si $K = 0$

$$\begin{aligned} A_0(K=0) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &= \frac{R_1(R_1 + 31R_2) + 10R_2^2}{R_1(R_1 + 31R_2)} \\ &\approx \frac{R_1 31 + 10R_2}{31R_1} \end{aligned} \tag{1.25}$$

$$A_0(K=0) \approx \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{1.26}$$

Si $K = 1$

$$\begin{aligned} A_0(K=1) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2}{10R_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &\approx \frac{R_1 31}{10R_2 + 31R_1} \\ &\approx \frac{3R_1}{R_2 + 3R_1} \end{aligned} \tag{1.27}$$

$$A_0(K=1) \approx \frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \tag{1.28}$$

A partir de 1.26 y 1.28 obtenemos que

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{1.29}$$

Agrega punto

1.2 Equalizador de 3 bandas

1.2.1 Espectro audible

Los seres humanos, pueden percibir un rango de frecuencias, desde 20Hz hasta 20KHz. Dicho rango depende de la salud auditiva de cada persona.
El espectro se puede dividir en tres partes, llamadas graves, medios y agudos.

- Tonos graves, frecuencias comprendidas entre 20Hz y 256Hz.
- Tonos medios, frecuencias comprendidas entre 256Hz y 2KHz.
- Tonos Agudos, frecuencias comprendidas entre 2KHz y 20KHz.

1.2.2 Elección de la frecuencia central

Como se trata de un ecualizador de tres bandas, se deben elegir tres frecuencias centrales para cada pasa banda. Consideramos que las frecuencias deben estar equiespaciadas en escala logarítmica, para lograr abarcar todo el espectro audible. Para ello utilizamos la media geométrica, $fo = \sqrt{f_{inicial} f_{final}}$. De esta manera calculamos las frecuencias de cada banda, representando los tonos grabes, medios y agudos.

Etapa	Tonos	f_0
1	Graves	64Hz
2	Medios	716Hz
1	Agudos	6324Hz

Tabla 1.1: Frecuencias centrales

1.2.3 Ganancia en la frecuencia central - A_0

Los ecualizadores comerciales se construyen de 3 ganancias/atenuaciones en las frecuencias centrales de cada banda, de 6dB, 12dB y 18dB.
En este caso elegimos que nuestro ecualizador atenué o amplifique 6dB, para así evitar que el amplificador operacional sature.

Reemplazando el criterio de los 6dB en 1.29

$$\frac{3R_1 + R_2}{3R_1} = 2 \tag{1.30}$$

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} = 0.5 \tag{1.31}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos

$$R_2 = 3R_1 \tag{1.32}$$

Reemplazando 1.32 en 1.15 y despejando, obtenemos una expresion para hallar C_2

$$C_2 = \frac{\sqrt{5}}{20\pi R_2 f_0} \tag{1.33}$$

A partir de este resultado, de las frecuencias de corte y de las condiciones de diseño ya mencionadas, se calcularon los componentes de cada etapa.

Etapa	R_1	R_2	R_3	C_1	C_2	f_0
1	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	1µF	$100n$F	71Hz
2	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$100n$F	$10n$F	776Hz
3	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$12n$F	$1.2n$F	6000Hz

Tabla 1.2: Compoenentes

1.2.4 Conexión de las etapas