INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

Trabajo práctico 3

Grupo 4

GONZÁLEZ ORLANDO, Tomás Agustín	57090
PARRA, Rocío	57669
PIERDOMINICI, Matías Nicolás	57498
STEWART HARRIS, María Luz	57676

Profesores

JACOBY, Daniel Andrés
IRIBARREN, Rodrigo Iñaki
BELAUSTEGUI GOITIA, Carlos

Presentado: 25/09/2018

Índice

Introducción

Ejercicio 1

Filtro con GIC

1.1 Introducción: el GIC

explicar:cuando se quiere hacer un filtro de segundo orden sin usar bobinas, usamos GIC para simular sus efectos

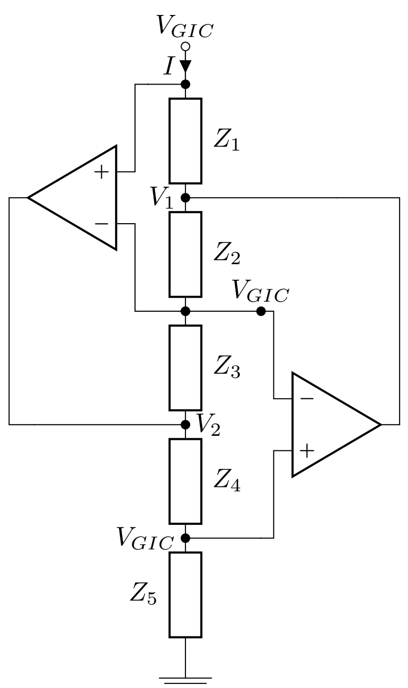


Figura 1.1: GIC genérico con *op amps* ideales

Como consideramos ideales a ambos operacionales, la tensión de entrada se encuentra replicada donde se encuentran los terminales inversores del circuito, y a su vez en la entrada no inversora del segundo operacional. Asimismo, como no hay corriente entre V^+ y V^- para ninguno de los operacionales, hay sólo tres corrientes, puesto que la corriente de Z_2 es la misma que la de Z_3, y la de Z_4 que la de Z_5. Quedan definidas entonces las ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{V_{GIC}-V_1}{Z_1} - I = 0 \\ \frac{V_{GIC}-V_1}{Z_2} + \frac{V_{GIC}-V_2}{Z_3} = 0 \\ \frac{V_{GIC}-V_2}{Z_4} + \frac{V_{GIC}}{Z_5} = 0 \end{cases}$$

Sustituyendo hacia atrás, podemos obtener la transferencia hasta la salida de cada operacional:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_{GIC}} = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_3 \cdot Z_5} \\ \frac{V_2}{V_{GIC}} = 1 + \frac{Z_4}{Z_5} \end{cases} \tag{1.1}$$

De aquí se puede despejar la impedancia de entrada del GIC, es decir $\frac{V_{GIC}}{I}$:

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4} \tag{1.2}$$

De esta forma, combinando las impedancias convenientemente, se pueden obtener impedancias de toda índole (es decir, donde el número Z puede estar teóricamente en cualquier punto del plano complejo).

1.2 Filtro a diseñar

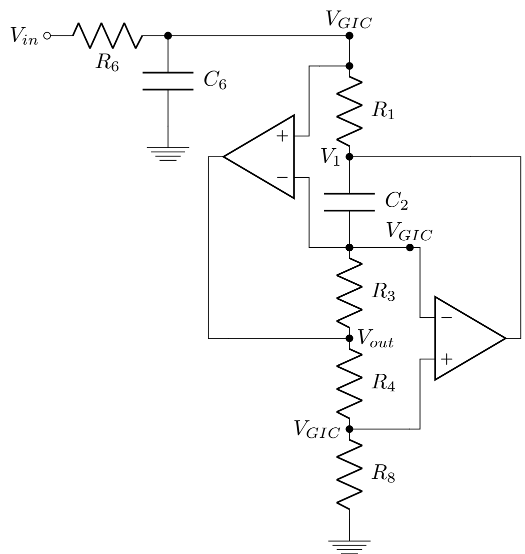


Figura 1.2: Esquema del circuito

El GIC que utilizaremos en este trabajo se obtiene con las siguientes sustituciones:

$$\begin{cases} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = \dfrac{1}{s \cdot C_2} \\ Z_3 = R_3 \\ Z_4 = R_4 \\ Z_5 = R_8 \end{cases}$$

Por lo tanto, reemplazando en la ecuación (**??**) obtenemos la impedancia de este GIC:

$$Z(s) = s \cdot \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_8 \cdot C_2}{R_4} \tag{1.3}$$

Entonces, con esta sección del filtro estamos emulando una bobina ideal de inductancia:

$$L_{GIC} = \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_8 \cdot C_2}{R_4} \tag{1.4}$$

La salida, sin embargo, se mide dentro del GIC. Trataremos a este sistema como la combinación en cascada de dos sistemas: de V_{in} a V_{GIC}, y de V_{GIC} a V_{out}.

1.2.1 Transferencia de V_{in} a V_{GIC}

Teniendo en cuenta el resultado obtenido en la ecuación (**??**), podemos simplificar el circuito de la siguiente manera:

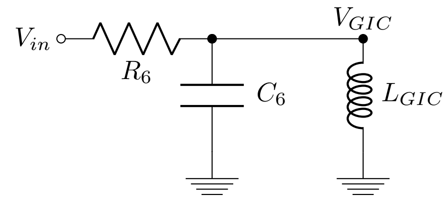


Figura 1.3: Reemplazo del GIC por su inductancia equivalente

La tensión de salida de esta sección, entonces, puede hallarse aplicando un divisor de tensión entre la impedancia de entrada desde V_{in} y del paralelo de la bobina y el capacitor. Se obtiene entonces que:

$$\frac{V_{GIC}}{V_{in}}(s) = \frac{s \cdot \frac{L_{GIC}}{R_6}}{L_{GIC}C_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1} \tag{1.5}$$

1.2.2 Transferencia de V_{GIC} a V_{out}

Para obtener esta transferencia, basta observar que lo que ahora llamamos V_{out} es lo que en la introducción llamamos V_2. Por lo tanto, reemplazando los valores genéricos de la ecuación (**??**) por los particulares de este circuito, obtenemos que:

$$\frac{V_{out}}{V_{GIC}}(s) = 1 + \frac{R_4}{R_8} \tag{1.6}$$

Por lo tanto, la función transferencia del circuito se obtiene haciendo el producto de las ecuaciones (**??**) y (**??**):

$$H(s) = \left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \cdot \left(\frac{s \cdot \frac{L_{GIC}}{R_6}}{LC_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1}\right) \tag{1.7}$$

Esto corresponde a un **filtro pasabanda**, definido por los siguientes parametros:

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{L_{GIC}C_6}} \\ Q = R_6 \cdot \sqrt{\dfrac{C_6}{L_{GIC}}} \\ |H(i\omega_0)| = 1 + \dfrac{R_4}{R_8} \end{cases} \tag{1.8}$$

1.3 Diseño del filtro pasabanda

Las especificaciones de diseño de este filtro son:

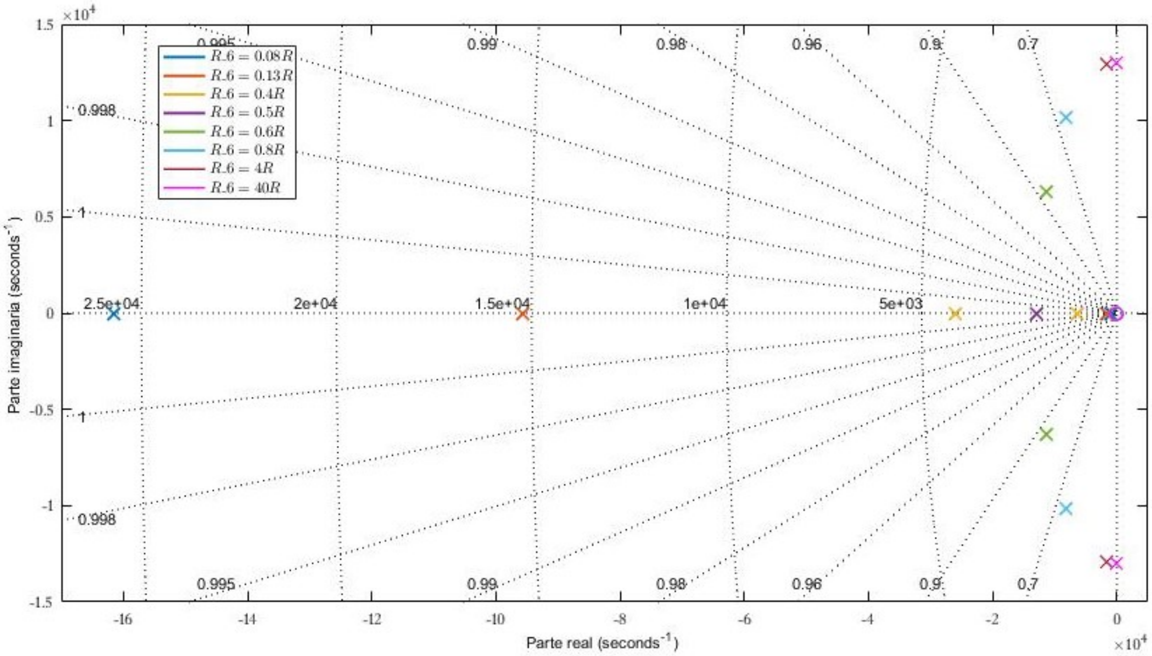


Figura 1.4: Ubicación de los polos para distintos valores de R_6

$$\begin{cases} \omega_0 = 13,000^{rad/s} & \Rightarrow f_0 = 2,079Hz \\ Q = 4 & \Rightarrow f_1 = 1,827Hz \wedge f_1 = 2,344Hz \end{cases} \tag{1.9}$$

El parámetro $|H(i\omega_0)|$ no está definido a priori. Sin embargo, se debe tener presente que el mismo corresponde a la salida de un *op amp* en la frecuencia en la cual más crítico es que el circuito funcione correctamente. Por lo tanto, sería poco práctico tener una gran ganancia en este punto, puesto que esto limitaría mucho el rango de tensiones de entrada admisibles, ya que si bien en esta frecuencia el *slew rate* no debería ser un problema, no ocurre lo mismo con la saturación.

Para simplificar la elección de componentes, se establecen las siguientes relaciones entre los mismos:

$$\begin{cases} R_1 = R_3 = R_4 = R_8 = R \\ R_6 = Q \cdot R = 4 \cdot R \\ C_2 = C_6 = C \end{cases} \tag{1.10}$$

Reemplazando en (**??**), se obtiene que:

$$\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{RC} \\ Q = 4 \\ |H(i\omega_0)| = 2 \end{cases} \tag{1.11}$$

Resulta entonces que, si se respeta el criterio establecido en (**??**), sólo queda elegir R de tal manera que los valores de $R_6 = 4 \cdot R$ y $C = \frac{1}{13,000^{rad/s} \cdot R}$ puedan obtenerse con el menor error posible con valores comerciales y estén en un rango razonable de valores.

Para definir dicho rango de valores, se tomará el siguiente criterio:

- R_6 se encuentra en serie con la entrada del circuito, y por lo tanto se establecerá entre ella y la resistencia interna del generador un divisor de tensión, cuyos efectos serán despreciables sólo si $R_6 \gg R_G = 50\Omega$. Por lo tanto, R_6 debe ser al menos del orden de los $k\Omega$
- Puesto que el ruido térmico es proporcional a la resistencia, no se utilizarán resistencias del orden de los $M\Omega$.
- Las capacidades deben ser mucho mayores a las que introducen las puntas del osciloscopio al medir, que son de alrededor de $100pF$ si se utilizan en $\times 1$. Por ende, requeriremos que C sea mayor a $10nF$, de forma que sea al menos 100 veces mayor que la del osciloscopio.

1.3.1 Función de R_6

Si consideramos la simplificación del circuito utilizada en la figura (**??**), R_6 es una resistencia serie en un circuito resonante. Como tal, su valor no influye en la frecuencia de resonancia, sino que determina el factor de calidad del circuito: a medida que R_6 se hace más grande, el comportamiento del circuito se acerca más a un pasabanda ideal, es decir uno con ancho de banda tendiendo a 0. Análogamente, a medida que R_6 se hace 0, el ancho de banda crece, convirtiendo al circuito en un pasa todo.

Esto se debe a que el factor de calidad del filtro $Q =$

R_6/R, donde R lo consideramos constante, es inversamente proporcional a esta resistencia. Por lo tanto, para $R_6 = 0.5 \cdot R$, el circuito tiene sus dos polos superpuestos en $s = -\omega_0$. A medida que aumenta, los polos se hacen complejos conjugados , acercándose cada vez más al eje imaginario, donde se encontrarían los polos del pasabanda ideal. Si R_6 disminuye, en cambio, los polos se separan en dos reales distintos entre sí, aumentando cada vez más el ancho de banda del circuito.

Esto puede observarse en la figura (**??**). De la misma podemos concluir que la resistencia R_6 es el componente que define la selectividad del filtro.

1.3.2 Función de R_8

La resistencia R_8 establece la conexión entre los operacionales que integran el GIC y tierra. De no incluirse en el circuito, el GIC entero se comportaría como un circuito abierto, y lo mismo si se reemplazara por un cable: la impedancia total del GIC se haría 0.

Sin embargo, en este análisis no se está teniendo en cuenta las limitaciones de los operacionales. Si reemplazamos los valores genéricos de las ecuaciones (**??**) con los particulares de este GIC, podemos observar qué ocurre con la transferencia a cada operacional:

$$\begin{cases} \dfrac{V_1}{V_{GIC}} = -\dfrac{R_4}{R_8} \cdot \dfrac{1}{s \cdot C_2 R_3} \\ \dfrac{V_2}{V_{GIC}} = 1 + \dfrac{R_4}{R_8} \end{cases} \tag{1.12}$$

Resulta entonces que la ganancia máxima de ambos operacionales está limitada por la relación entre R_4 y R_8. Por ende, a medida que R_4/R_8 crece, el rango de tensiones en el cual los *op amps* no saturan ni se ven limitados por el *slew rate* se hace menor.

1.3.3 Análisis de sensibilidades

Dado que no es posible cumplir con los requisitos de diseño con un 0% de error utilizando valores comerciales de componentes *through hole*, y además cada componente tendrá asociada una tolerancia del 5% (para las resistencias) o el 10% (para los capacitores), analizaremos a continuación qué componentes son los más críticos del circuito. Utilizando la fórmula $S_x^y = \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x}$, donde S_x^y es la sensibilidad del parámetro y a cambios en x, partiendo de las relaciones obtenidas en (**??**) y (**??**), se confeccionó la siguiente tabla:

y \ x	R_1	C_2	R_3	R_4	R_8	C_6	R_6
ω_0	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$-1/2$	$-1/2$	0
Q	$-1/2$	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$-1/2$	$1/2$	1

Tabla 1.1: Sensibilidad de ω_0 y Q a los componentes

Se puede observar que todos los componentes del GIC influyen de igual manera en los parámetros característicos del circuito, si bien los aumentos en R_4 se ven reflejados de manera inversamente proporcional cuando las demás lo hacen de manera proporcional y viceversa. Lo mismo que ocurre con estos valores ocurre con C_6: cambios pequeños en este parámetro son un 50% menos visibles en ω_0 y Q, con lo cual por ejemplo su 10% de tolerancia puede llegar a cambiar hasta un 5% las características del filtro (en el peor caso).

El único componente que presenta otros efectos es R_6: mientras que no incide en absoluto en la frecuencia de resonancia, es el principal factor a tener en cuenta en el factor de calidad. Por lo tanto, es crítico obtener un valor preciso para esta resistencia, dentro de lo que permite la tolerancia.

1.3.4 Elección de *op amp*

Para poder simular adecuadamente el comportamiento del circuito y así elegir los valores de componentes más apropiados, se debe definir primero qué modelo de operacional utilizaremos, de forma tal que las simulaciones sean lo más fidedignas posibles.

Debido a que este filtro debe amplificar frecuencias de alrededor de los $2kHz$ y atenuar las demás, el *bandwidth product* del operacional no es un requisito crítico: en frecuencias donde sus efectos puedan apreciarse, por ejemplo del orden de los $100kHz$, la señal debería estar atenuada más de $40dB$. Incluso si el polo del operacional afectase la respuesta en frecuencia en este punto, lo que haría sería introducir una atenuación aún mayor, y si el objetivo de un filtro pasabanda es anular estas frecuencias esto no sería un problema.

Lo mismo puede decirse del *slew rate*: en las frecuencias a partir de las cuales un *slew rate* modesto podría apreciarse, la salida está ya tan atenuada que no será observable, sobre todo considerando que con los generadores de funciones que utilizaremos no pueden entregar más de $20V_{pp}$ en la entrada. A frecuencias cercanas a la de resonancia, los operacionales saturarán antes de que el *slew rate* traiga problemas.

Por lo tanto, se eligió el operacional TL082. Si bien hay operacionales con mayor *bandwidth product* en el pañol de la universidad, como el LM833, el TL cuenta con una gran impedancia de entrada, de $10^{12}\Omega$, una corriente de *bias* de $90pA$, y una gran amplificación de $100^{mV}/_{V}$. Esto no va en desmedro de su *slew rate*, que es de $13^{V}/_{\mu s}$, y su ancho de banda de $4MHz$ es más que suficiente para el rango de frecuencias donde se va a trabajar.

1.3.5 Elección de componentes

El valor elegido para R fue $2.2k\Omega$. Los parámetros del circuito quedan determinados entonces de la siguiente manera:

	Valor ideal	Valor elegido	Error (%)
R_1	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
C_2	$34.965nF$	$34.878nF$	-0.25
R_3	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
R_4	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
R_8	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
C_6	$34.965nF$	$34.878nF$	-0.25
R_6	$8.8k\Omega$	$8.8k\Omega$	0
ω_0	$13,000{}^{rad}/_{s}$	$13,032{}^{rad}/_{s}$	0.25
Q	4	4	0

Tabla 1.2: Valores de los componentes, y ω_0 y Q resultantes

De esta forma, todas las resistencias tienen su valor teórico exacto (dejando de lado la tolerancia del componente por el momento), y sólo se requiere hacer una combinación paralelo de $12k\Omega$ con $33k\Omega$ para obtener el valor de R_6. En cuanto a los capacitores, el valor de $34.878nF$ se obtiene al conectar en serie un capacitor de $39nF$ con uno de $330nF$. Tanto C_2 como C_6 afectan a ω_0 con una sensibilidad de $-{}^1/_2$, con lo cual sus efectos combinados sólo resultan en un 0.25% de desviación respecto de ω_0. En cuanto al valor de Q, al ser iguales ambos capacitores sus efectos se compensan, y sólo depende de R_6, con lo cual se obtiene de forma exacta.

Con esta selección de componentes y operacional, se efectuó un análisis de Montecarlo en *LtSpice*. De acuerdo al mismo, la tolerancia de los componentes lleva a que el rango donde se encontrará la frecuencia de corte es aproximadamente entre $1.85kHz$ y $2.3kHz$, lo cual implica un margen de error de $\pm 10\%$.

Por lo tanto, se procedió a implementar este filtro en una PCB con los componentes indicados y el amplificador TL082. Se utilizaron resistencias de metal-film y capacitores film. A su vez, se incluyeron dos capacitores de $100nF$ multicapa de desacople: uno entre V_{CC}^{+} y tierra y otro entre V_{CC}^{-} y tierra. Estos capacitores tienen como función compensar pequeños cambios de tensión en la alimentación del operacional, para que la misma sea más estable.

1.4 Análisis de resultados

1.4.1 Respuesta en frecuencia

Como se observa en los gráficos de la figura (**??**), la respuesta en frecuencia del circuito coincide con la que se obtiene en la simulación. Para frecuencias altas, a partir de $100kHz$, comienzan a observarse en la fase los efectos del polo del operacional, que no se tuvieron en cuenta a la hora de calcular la función transferencia. Por otro lado, la medición de magnitud a $1MHz$ discrepa de tanto la simulación como el cálculo. Esto puede deberse a que debido a la gran atenuación, la señal de salida era tan pequeña que resulta comparable con el ruido del osciloscopio, eliminando su validez. También es posible que a estas frecuencias, el comportamiento de los componentes se vea afectado por sus partes inductivas, lo cual no está contemplado en el modelo teórico ni en *Spice*.

Se observa una pendiente de +20dB por década hasta la frecuencia de corte, alrededor de los $2k\Omega$, y -20dB por década a partir de la misma, con un salto de $-180°$ en la fase: de $90°$ a $-90°$. Siendo que el factor de calidad calculado es $Q = 4$, y se observa en la medición el mismo comportamiento que en la simulación y el cálculo, se puede concluir que el filtro cumple con las prestaciones requeridas.

1.4.2 Respuesta al escalón

calcular y simular rta esc

De lo desarrollado en la sección anterior, podríamos preguntarnos si el circuito exhibirá el comportamiento de derivador para frecuencias mucho menores que la de resonancia, y de integrador para frecuencias mucho mayores. En esos rangos, el filtro tiene la pendiente y la fase adecuada para que esto suceda. Se realizaron pues mediciones de respuesta al escalón. Para la derivada, deberíamos observar sólo el transitorio cuando la entrada tiene un salto, donde la derivada es el impulso $\delta(t)$, y en el integrador deberíamos observar una señal triangular.

Calcularemos primero analíticamente qué debería observarse a la salida. Siendo que ya contamos con la función transferencia del sistema (**??**) y que el mismo es BIBO-estable (pues la parte real de sus ceros es negativa, como se observa en el diagrama de polos (**??**)), para obtener la respuesta al escalón basta antitransformar la expresión:

$$Y(s) = H(s) \cdot \mathcal{L}\{u(t)\{(s) = \frac{H(s)}{s} \Leftrightarrow$$

$$Y(s) = \frac{\left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \cdot \frac{L_{GIC}}{R_6}}{LC_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1}$$

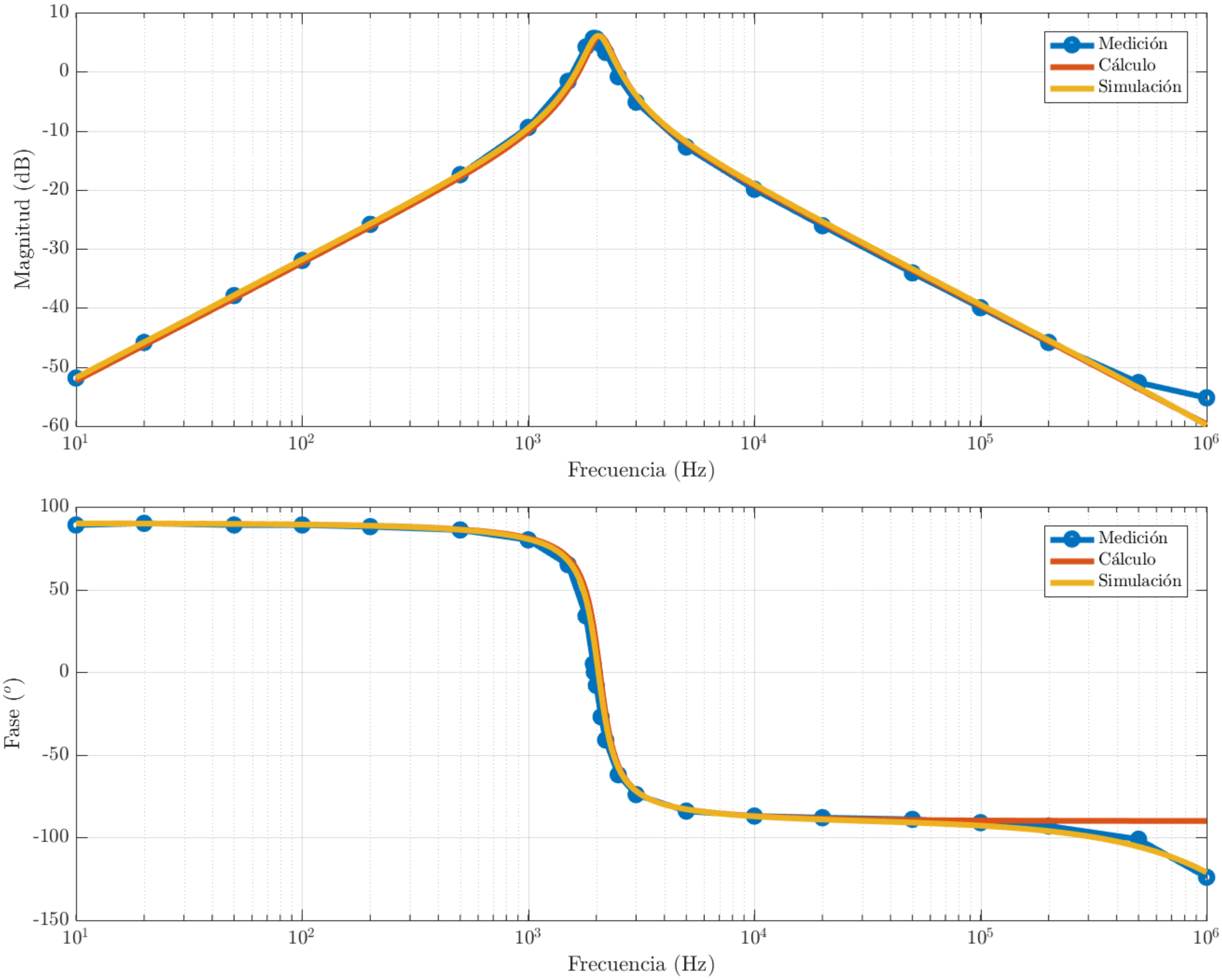


Figura 1.6: Diagrama de bode de la respuesta en frecuencia

Si reemplazamos por los parámetros de este circuito $\alpha = \frac{1}{2R_6C_6}$ (coeficiente de amortiguamiento) y $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ (pseudofrecuencia, que es real porque los polos del sistema son complejos conjugados), entonces podemos reescribir la salida del sistema completando cuadrados y asociando como:

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{\left(1+\frac{R_4}{R_8}\right)\cdot\frac{L_{GIC}}{R_6}\cdot\frac{1}{L_{GIC}C_6}}{s^2+\frac{1}{2R_6C_6}\cdot s+\frac{1}{L_{GIC}C_6}} \\ &= \left(1+\frac{R_4}{R_8}\right)\cdot\frac{2\alpha}{\omega_d}\cdot\left(\frac{\omega_d}{(s+\alpha)^2+\omega_d^2}\right) \end{aligned}$$

Recordando que $\mathcal{L}\{\frac{b}{(s+a)^2+b^2}\}(s) = e^{-at}\cdot\cos bt$, entonces por linealidad la respuesta al escalón de este circuito es:

$$y(t) = \left(1+\frac{R_4}{R_8}\right)\cdot\frac{2\alpha}{\omega_d}\cdot e^{-\alpha t}\cdot\cos\omega_d t \tag{1.13}$$

Por lo tanto, el transitorio que esperaríamos observar es una oscilación modulada por una exponencial decreciente, con pseudofrecuenica $\omega_d \sim 11,286^{rad}/_s \sim 1,800Hz$ y tiempo característico $\tau = \frac{1}{\alpha} \sim 153\mu s$. Por lo tanto, el tiempo de establecimiento de la señal debería ser de aproximadamente $6\tau \sim 0.92ms$, o el equivalente a 1.65 pseudoperíodos.

Figura 1.7: Respuesta a escalón de 100Hz

Se observa aquí que si bien la forma del transitorio es la que se esperaba obtener, su tiempo de establecimiento es prácticamente el doble que el calculado. Esto puede deberse a

terminar esto, simular

En esta frecuencia, observamos que una vez superado el régimen permanente, la señal se establece en $0V$, lo cual coincide con el comportamiento esperado. Sin embargo, la duración del transitorio es del orden de la frecuencia. Para que este tiempo sea menos significante, deberíamos trabajar en frecuencias menores, pero esto a su vez conllevaría una atenuación cada vez mayor. Por lo tanto, no sería prudente usar este circuito como derivador.

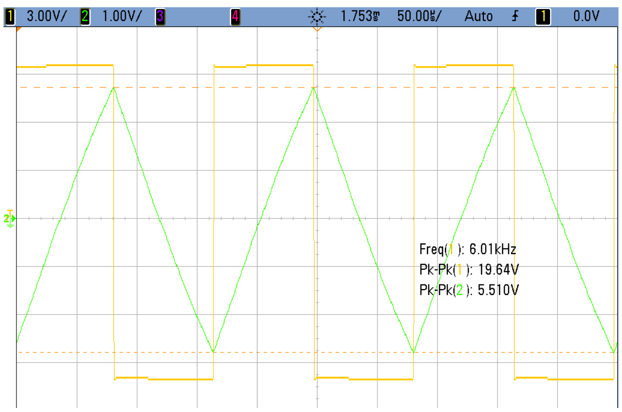


Figura 1.8: Respuesta a escalón de 6kHz

Con una frecuencia de $6kHz \sim 3 \cdot f_0$, en la salida ya se observa la integral de la entrada, que es lo que esperábamos observar. Recordando que la fase comienza a verse afectada por los polos del operacional a partir de los $100kHz$ aproximadamente, este circuito podría usarse como integrador para señales de frecuencias entre los $6kHz$ y los $100kHz$.

1.4.3 Impedancia de entrada

Si consideramos la simplificación del GIC a una bobina de la figura (**??**), la impedancia de entrada del circuito no es más que una resistencia en serie con una bobina y un capacitor en paralelo. Operando algebráicamente la expresión de la impedancia de entrada que se obtiene es:

$$Z_{in}(s) = R_6 \cdot \left(\frac{L_{GIC}C_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1}{L_{GIC}C_6 \cdot s^2 + 1} \right) \qquad (1.14)$$

Por lo tanto, esperaríamos que la impedancia de entrada presente un pico en la frecuencia de resonancia, donde idealmente debería tenerse impedancia infinita, y que para frecuencias mucho mayores o mucho menores se observe $Z_{in}(f) \sim R_6 = 8.8k\Omega$.

Sin embargo, como se observa en el diagrama de bode de la figura (**??**), esta expresión no es suficiente para explicar el comportamiento del circuito. Si bien mediciones y cálculo coinciden hasta los $10kHz$ la fase y $100kHz$ en la magnitud, es necesario tener en cuenta la presencia de las puntas del osciloscopio para poder tener un modelo representativo de lo que está sucediendo, como se observa en la simulación. En esta última están incluidos los efectos de las dos puntas conectadas para medir la impedancia de entrada: una antes de una resistencia de $8.9k\Omega$ (medida con multímetro), y otra entre esta resistencia y el circuito, considerando a la impedancia de entrada como el cociente de la tensión de entrada al circuito y la corriente por esta resistencia.

1.4.4 Impedancia de salida

La impedancia de salida de este circuito es la salida del uno de los *op amps* del TL082, y como tal idealmente es nula. Sin embargo, simulando en *LtSpice* se puede observar que si bien la misma es de unos pocos miliohms para frecuencias bajas, a partir de los $10kHz$ comienza a crecer, llegando a aproximadamente 90Ω en $1MHz$. En este caso las mediciones se realizaron con un analizador de impedancias para no tener problemas con las puntas del osciloscopio.

Incluso utilizando el analizador de impedancias, la magnitud de la impedancia de salida era tan pequeña que el instrumento no lograba medir su fase. Sólo a partir de aproximadamente $750Hz$, cuando se superó el medio ohm, se comenzaron a obtener datos sobre la misma.

Como se puede observar en la figura (**??**), en el rango de valores donde la fase pudo medirse, la misma coincide con la de la simulación, y muestra un salto de aproximadamente 120° alrededor de la frecuencia de resonancia. Por otro lado, la magnitud coincide en forma, mas no así en valor: se midió consistentemente casi el doble de lo que predice la simulación. Esto puede deberse a discrepancias entre el modelo utilizado por *Spice*, y el operacional concreto utilizado. Si bien cada modelo tiene características genéricas similares, algunos parámetros pueden poseer una gran dispersión, como es por ejemplo el caso de A_0.

Siendo que observamos un salto en la fase alrededor de la frecuencia de corte, sería razonable que esto se vea reflejado en la magnitud de la impedancia. Si bien no es apreciable en la escala de la figura (**??**), al hacer *zoom* alrededor de f_0 efectivamente se aprecia un pico en la impedancia, similar al que se veía a la entrada. Esto pone de manifiesto el comportamiento no ideal del operacional, puesto que al no ser su impedancia de salida verdaderamente 0, la del circuito ya no es sólo la del operacional sino ésta en paralelo con la salida del resto del circuito.

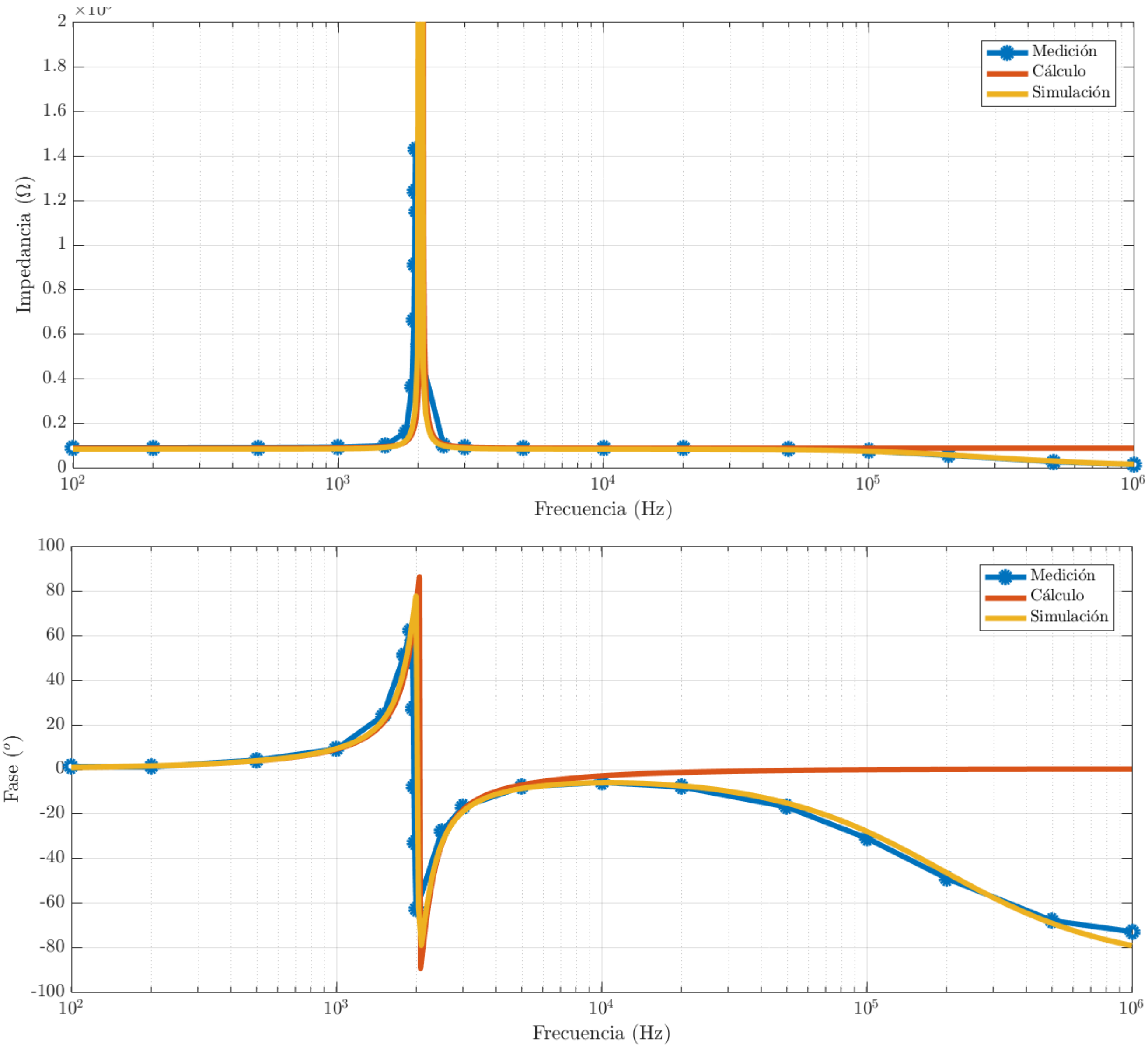


Figura 1.9: Diagrama de bode de la impedancia de entrada

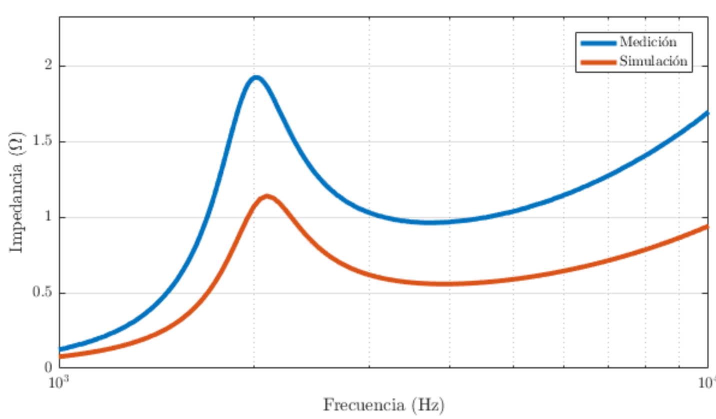


Figura 1.11: Detalle de la impedancia de salida alrededor de f_0

1.4.5 Limitaciones

Limitaciones por tensión

Como ya se ha discutido, si bien este circuito puede modelarse como un RLC, no se utiliza una bobina sino una combinación de resistencias, capacitores y operacionales. Por lo tanto, su comportamiento será el deseado siempre y cuando estos últimos estén trabajando en su zona lineal, para lo cual es fundamental evitar que lleguen a saturación.

Debido a que los operacionales se alimentaron con $V_{cc}^{\pm} = \pm 15V$, sería prudente dejar al menos $3V$ de margen, es decir no permitir que la salida deba superar los $24V_{pp}$.

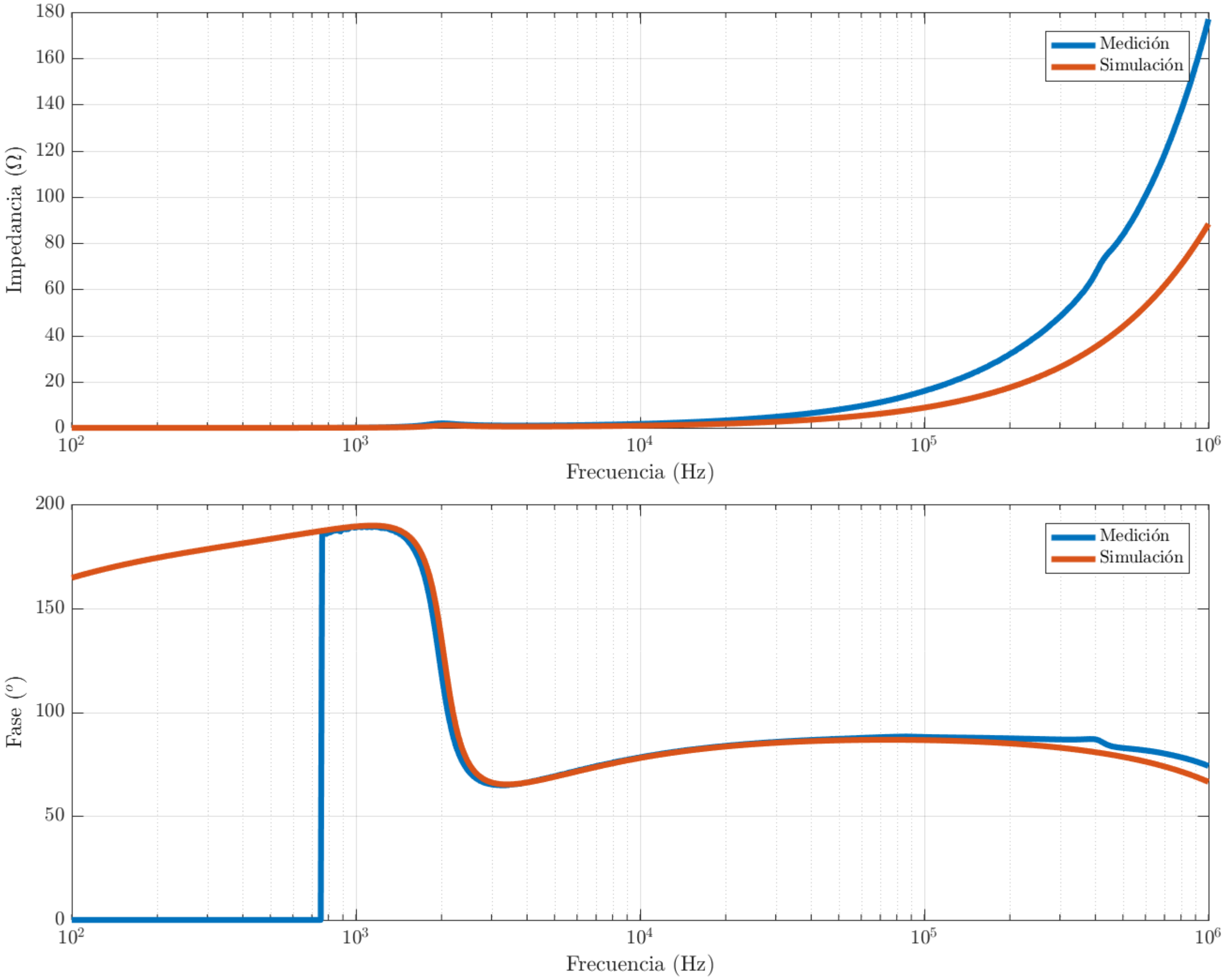


Figura 1.10: Diagrama de bode de la impedancia de salida

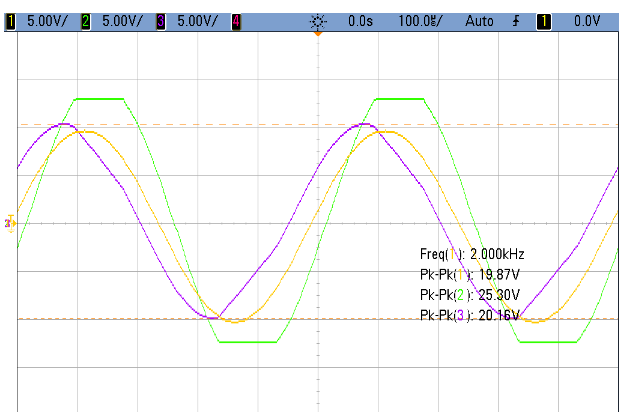


Figura 1.12: Salida del circuito con el *op amp* saturado

Se observa aquí que la máxima tensión pico a pico que puede haber a la salida es $25.3V_{pp}$, por lo cual mantenerlo en $24V_{pp}$ sería recomendable.

Debe tenerse en cuenta, además, que la salida de los dos operacionales describen dos comportamientos distintos, por lo cual que uno no sature no implica que el otro no lo haga. En la figura (**??**) se aprecia que con que uno sólo de los operacionales sature (en V_{out}, la señal verde) lleva a que el otro (V_1, señal violeta) tampoco exhiba el comportamiento deseado. Recordando los resultados obtenidos en (**??**) y (**??**), así como la expresión de L_{GIC} en función de los componentes en (**??**) podemos obtener la transferencia al otro operacional como:

$$\frac{V_1}{V_{in}}(s) = -\frac{{}^{R_1}/_{R_6}}{L_{GIC}C_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1} \tag{1.15}$$

Esto corresponde a un filtro pasabajos de segundo orden, cuya frecuencia de corte es la misma que la de resonancia del circuito. Por lo tanto, para frecuencias bajas se deberá tener en cuenta la saturación de este *op amp* en lugar de la salida del circuito, puesto que la ganancia se estabilizará en ${}^{R_1}/_{R_6} = {}^{1}/_{4} \sim -12dB$ en lugar de decrecer 20dB por década. Sin embargo, esto no pudo observarse con los $20Vpp$ máximos que entregan los generadores del laboratorio de la Universidad.

1.5 Conclusiones

Ejercicio 2

Introducción a diseño de filtros

2.1 Gyrator

2.1.1 Uso como simulador de un inductor. Limitaciones en frecuencia.

Obtención impedancia de entrada Z_{in}

Para el siguiente cálculo se desprecian las corrientes de bias y la tensión de offset.

Relación entre V^- y V^+:

$$V^- = A_{vol}\left(V^+ - V^-\right) \tag{2.1}$$

$$V^-\left(1 + A_{vol}\right) = A_{vol}\,V^+ \tag{2.2}$$

$$V^- = V^+ \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}} \tag{2.3}$$

$$V^- = V^+ K \tag{2.4}$$

Con $K = \frac{A_{vol}}{1+A_{vol}}$. Usando el modelo de A_{vol} del polo dominante se obtiene la expresion de K:

$$K = \frac{\frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p}+1}}{\frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p}+1} + 1} \tag{2.5}$$

$$= \frac{A_o}{(A_o + 1) + \frac{s}{\omega_p}} \tag{2.6}$$

$$= \frac{A_o}{A_o + 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{(A_o+1)\omega_p}} \tag{2.7}$$

Considerando que $A_o + 1 \approx A_o$:

$$= \frac{1}{1 + \frac{s}{BWP}} \tag{2.8}$$

Siendo $BWP = A_o \cdot \omega_p$

$$ \tag{2.9}$$

P es
2pi o

Se buscan las tensiones en las entradas del *op-amp* para luego hallar las corrientes i_A y i_B.

Por divisor resistivo:

$$V^+ = V_{in} \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC}} \tag{2.10}$$

De la ecuación **??**:

$$V^- = V_{in} \cdot K \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC}} \tag{2.11}$$

$$i_A = \frac{1}{R_L}\left(V_{in} - V^-\right) \tag{2.12}$$

$$= V_{in} \frac{1}{R_L}\left(1 - K \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{sC}}\right) \tag{2.13}$$

$$= V_{in} \frac{sCR_1 + 1 - KsCR_1}{R_L\left(sCR_1 + 1\right)} \tag{2.14}$$

$$= V_{in} \frac{(1-K)sCR_1 + 1}{R_L\left(sCR_1 + 1\right)} \tag{2.15}$$

$$i_B = V_{in} \frac{1}{\frac{1}{sC} + R_1} \tag{2.16}$$

$$= V_{in} \frac{sC}{1 + sCR_1} \tag{2.17}$$

$$i_{in} = i_A + i_B \tag{2.18}$$

$$= V_{in}\left(\frac{(1-K)sCR_1 + 1}{R_L\left(sCR_1 + 1\right)} + \frac{sC}{1 + sCR_1}\right) \tag{2.19}$$

$$= V_{in} \frac{(1-K)sCR_1 + 1 + sCR_L}{R_L\left(sCR_1 + 1\right)} \tag{2.20}$$

$$= V_{in} \frac{sC(R_1(1-K) + R_L) + 1}{R_L(sCR_1 + 1)} \tag{2.21}$$

De este resultado se obtiene la impedancia de entrada:

$$Z_{in} = \frac{sCR_1R_L + R_L}{sC(R_1(1-K) + R_L) + 1} \tag{2.22}$$

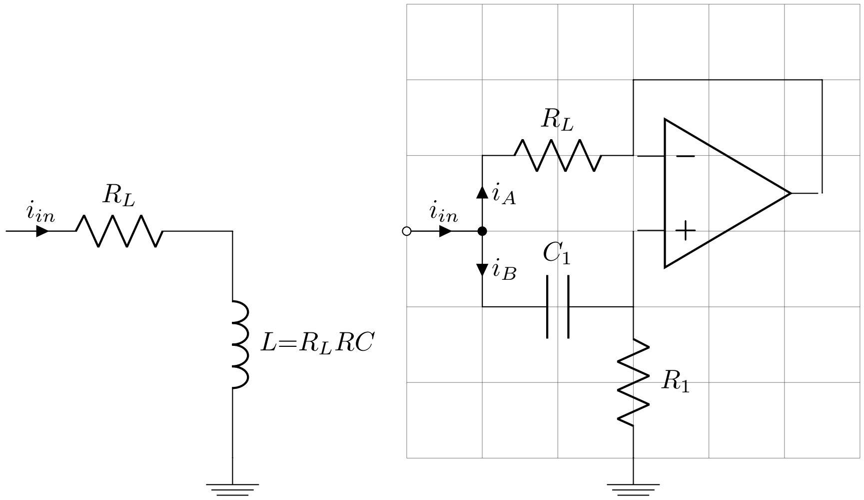


Figura 2.1: Uso de gyrator como inductor

$K \approx 1$ Elijo criterio: K tiene la forma de una transferencia de un filtro pasabajos de primer orden. Siendo f_0 la frecuencia de corte, se considera que $K \approx 1$ si $f < \frac{f_0}{10}$, es decir, una década antes de la frecuencia de corte. En este caso, $f_0 = BWP$ y la aproximación es válida para $f < \frac{BWP}{10}$

$sCR_L + 1 \approx 1$ Elijo criterio: $2\pi f CR_L < 0.05 \iff f < \frac{0.05}{2\pi CR_L}$

La restricción de BWP es independiente de la eleccion de componentes, osea que es fija. busco con la eleccion de componentes que la otra restriccion sea mas laxa que la primera para que funcione durante mas frecuencia.

Usando TL082 con $BWP = 8MHz$:

$$\frac{BWP}{10} \leqslant \frac{0.05}{2\pi CR_L}$$
$$\Rightarrow CR_L \leqslant \frac{1}{4\pi BWP} \approx 20ns$$

Si la frecuencia cumple con las dos condiciones anteriores, la impedancia de entrada se puede aproximar a la del modelo de un inductor con resistencia serie con valores $L = CR_LR_1$ y $R_{coil} = R_L$

$$Z_{in} = sCR_LR + R_L \tag{2.23}$$
$$|Z_{in}| = R_L\sqrt{4\pi^2 f^2 C^2 R^2 + 1} \tag{2.24}$$
$$\angle Z_{in} = arctg(2\pi f CR) \tag{2.25}$$

Observar que R_1 no tiene restricciones sobre qué valores puede tomar para que el gyrator se comporte como un inductor, no afecta a la resistencia serie final, y si afecta a la L, osea que es el valor clave para modificar

2.1.2 Criterios de diseño

1. Elijo $CR_L < \frac{1}{4\pi BWP}$
2. Elijo $R_L < \frac{Rcircuito}{20}$. De ahi obtengo C
3. Elijo $Rgyrator = \frac{L}{CR_L}$

2.1.3 Otras limitaciones

Funcionamiento a altas y bajas frecuencias

Alamcenamiento energético no puede almacenar energía de la misma manera que un inductor. La magnitud de la fem producida ante cambios de corriente $\left(V = \frac{di}{dt}\right)$ tiene limitaciones propias de las características eléctricas del circuito (ej.: op-amp no puede largar 100.000kV a pesar de lo que diga spice)

Terminal a tierra una de las terminales del inductor simulado siempre debe estar a tierra

Propiedades magnéticas No crean campos magnéticos de la misma forma que los inductores, por lo que no se puede conseguir un efecto de mutua inducción. [1]

ddddd un transformador implementado con gyrators no tiene aislación eléctrica como si tiene un transformador real. Por ejemplo, no se podría implementar un transformador de aislación

no en- tiendo cmo se relacion esto co el mod de gyra tor con cuadrip que dic dani

[1] por eso no se puede hacer un transformador con desacople eléctrico como si se puede hacer con bobinas posta. Si se puede hacer un transformador poniendo dos en cascada pero es no tiene nada que ver y no hay desacople eléctrico. Desacople eléctrico es un término que existe o o invente?

traduc de isola tion tra former esta bi

2.2 Diseño de funciones transferencias

Tipo de filtro	$f_p[kHz]$	$f_a[kHz]$	$f_c[kHz]$
LP	4	14	—
HP	14	4	—
BP	—	—	8
BR	—	—	4

2.2.1 High-Pass

R = 1.5k
C = 0.022uF
L = 0.016H
Cut-off frequency
fc = 8482.9869696821[Hz]
Quality factor
Q = 0.56853524361496
Damping ratio
xi = 0.87945295496689

2.2.2 Low-Pass

R = 1.5k
C = 0.022uF
L = 0.016H
Cut-off frequency
fc = 8482.9869696821[Hz]
Quality factor
Q = 0.56853524361496
Damping ratio
xi = 0.87945295496689

2.2.3 Band-Pass

2.2.4 Band-Reject

Ejercicio 3

Amplificadores de instrumentación

3.1 Introducción

A modo de delimitar un marco teórico y notacional a partir del cual se presentarán con mayor claridad y precisión los términos técnicos siguientes, se procede a definir las dos entradas genéricas, V_1 y V_2, de un circuito de tipo MISO (multiple inputs, single output) como:

$$\begin{cases} \mathrm{V_1 = V_{CM} + V_{DM1}} \\ \mathrm{V_2 = V_{CM} + V_{DM2}} \end{cases} \tag{3.1}$$

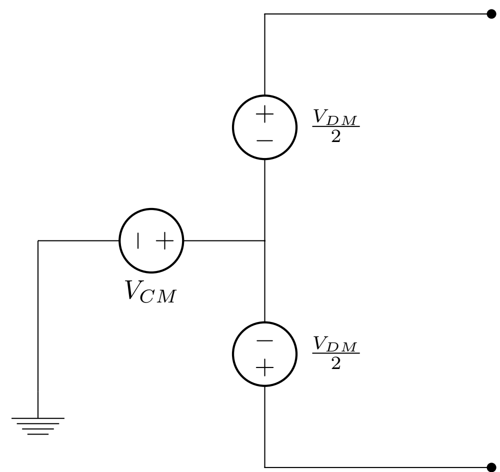
donde V_{CM} es la tensión de modo común, es decir, la componente compartida por las dos señales V_1 y V_2, y V_{DMi} es la tensión diferencial o la componente única/diferente de la tensión i, con i =1;2.

Nótese que tanto V_{CM} como V_{DMi} pueden ser nulas o no, dependiendo de las señales V_1 y V_2 y de la relación existente entre ellas.

En particular, cuando la señal V_1 y V_2 comparten el mismo canal de transmisión se podrá decir que las señales comparten el ruido proveniente del canal y por lo tanto V_{CM} será una variable aleatoria de distribución de probabilidad acorde, a determinar. Además, aquellas señales que estén montadas sobre tensiones continuas también tendrán una componente continua común.

Debe también hacerse notar el hecho de que $V_1 - V_2 = V_{DM1} - V_{DM2}$, por lo que el modo común se verá eliminado al restar las dos señales de input. De aquí se desprende la notación a utilizar para el modo diferencial: $V_{DM} = V_{DM1} - V_{DM2}$

Esta notación permite expresar a las entradas del sistema MISO como un circuito dispuesto de la siguiente forma:



Una vez establecida la notación anterior, procedemos a definir los siguientes términos:

- Un amplificador diferencial es un circuito cuya función será atenúar significativamente el modo común (idealmente eliminarlo) de las dos entradas y amplificar el modo diferencial de las mismas, realizando la diferencia entre las dos señales.

  En efecto, teniendo en cuenta la linealidad del sistema o circuito, se puede tratar al efecto sobre las entradas por superposición, por lo que definiendo a la ganancia del modo común a la salida del circuito como A_{CM} y a la del modo diferencial como A_{DM}, si H es el efecto del sistema sobre las entradas, entonces $H(V_1; V_2) = A_{DM} * V_{DM} + A_{CM} * V_{CM}$

  A continuación se presenta un modelo típico de un amplificador de diferencias.

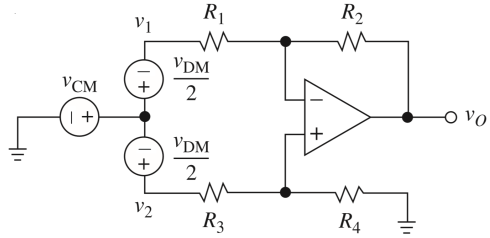


Figura 3.1: Modelo simple de amplificador diferencial

- El CMRR o Common Mode Rejection Ratio se define como la relación entre la ganancia del modo diferencial y el modo común, de forma tal que $CMRR = \frac{A_{CM}}{A_{DM}}$. El mismo puede ser expresado en decibeles como $CMRR_{dB} = 20 \cdot \log_{10}(\frac{A_{CM}}{A_{DM}})$.

  La definición presentada anteriormente debe ser entendida entonces como una medida de cuánto prevalecerá el modo diferencial por sobre el modo común, es decir, permitirá cuantificar qué tan "bueno" es el amplificador diferencial: Cuanto mayor el CMRR, mejor cumple su función el amplificador diferencial. Así, un amplificador diferencial ideal tendrá un CMRR infinito.

- Un amplificador de instrumentación es un amplificador diferencial que cumple con las siguientes condiciones:

  1. Impedancia de entrada muy grande (idealmente infinita) tanto para el modo diferencial como para el común.
  2. Impedancia de salida muy baja (idealmente nula).
  3. Ganancia estable y precisa.
  4. Un CMRR extremadamente grande.

  Cabe destacar que si un amplificador de instrumentación utilizara el modelo de amplificador diferencial presentado anteriormente, las impedancia de entrada del circuito sería finita y en consecuencia se cargaría el resto del circuito. Esto resultaría en un deterioro de las señales de entrada, perdiéndose la tensión ideal que estas proveerían. Es así como se degradaría el CMRR, ya que el modo común conformado por el ruido no sufriría pérdida mientras la señal diferencial sí lo haría.

  Para solucionar este problema, se inserta un buffer en cada entrada, con una impedancia de entrada resultante infinita idealmente que no deterioraría la señal de entrada.

  En este trabajo se justificará el uso del diseño de un amplificador instrumental propuesto por la cátedra, al cual se le asignará valores específicos para los componentes, justificando también la elección de dichos valores y analizando su comportamiento, intentando corroborar la relación de lo teórico y simulado con lo práctico.

3.2 Diseño del amplificador de instrumentación

La cátedra propone un circuito con el cual se implementará un amplificador de instrumentación. Los valores de los componentes serán determinados mediante un análisis completo y detallado del circuito.

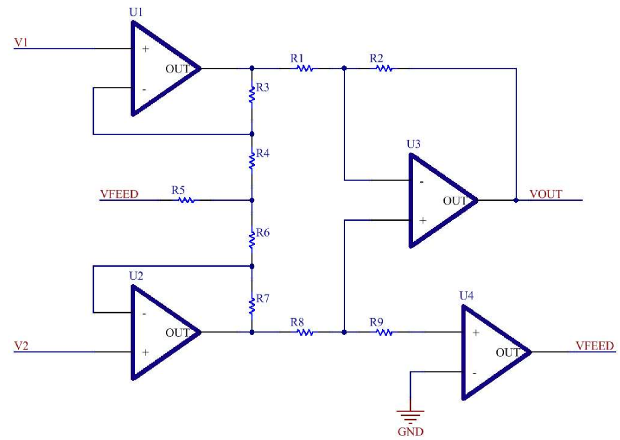


Figura 3.2: Circuito propuesto por la cátedra

Al poseer 4 opamps, algunos con reatroalimentaciones entre sí, el tener en cuenta todas las no idealidades de estos 4 implicaría ecuaciones resultantes de alta complejidad y con tantas variables que el análisis sería engorroso y con pocas conclusiones que resulten de utilidad para los objetivos propuestos. Es por esto que las deducciones y los razonamientos con los cuales se podrá determinar los valores de los componentes para el buen funcionamiento del dispositivo provendrán de un análisis partido, con idealizaciones que se asuma contraerán un error bajo o aceptable y con algunos valores impuestos mediante la técnica de prueba y error a la hora de simular.

Primero, comenzaremos asumiendo que todos los opamps actúan bajo condiciones ideales.

3.2.1 Análisis ideal del circuito

Para simplificar el análisis del circuito, como primer instancia se considera a todos los opamps ideales: cada uno con función transferencia constante para todas las frecuencias, impedancia de entrada infinita (y por lo tanto corrientes de entrada nulas) y con tensiones iguales en las dos entradas.

Las condiciones mencionadas anteriormente reducen el circuito anterior a la siguiente figura:

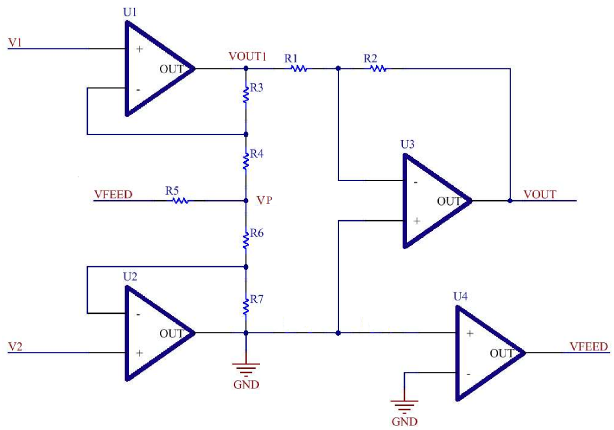


Figura 3.3: Circuito resultante con opamps ideales

Por lo que, usando divisor resistivo, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{V_P}}{\mathrm{R_4}} - \mathrm{V_1} \cdot (\frac{1}{\mathrm{R_4}} + \frac{1}{\mathrm{R_3}}) + \frac{\mathrm{V_{out1}}}{\mathrm{R_3}} = 0 \\ \frac{\mathrm{V_P}}{\mathrm{R_6}} - \mathrm{V_2} \cdot (\frac{1}{\mathrm{R_6}} + \frac{1}{\mathrm{R_7}}) = 0 \\ \frac{\mathrm{V_{out1}}}{\mathrm{R_1}} + \frac{\mathrm{V_{out}}}{\mathrm{R_2}} = 0 \end{cases} \tag{3.2}$$

del cual se puede calcular la señal de salida en función de las entradas como:

$V_{out} = \frac{R_2 \cdot [R_3 \cdot (R_6 + R_7) \cdot V_2 - R_7 \cdot (R_4 + R_3) \cdot V_1]}{R_1 \cdot R_4 \cdot R_7}$

Dado que se requiere que la salida sea directamente proporcional a la resta de las dos señales, para eliminar el modo común, se pide que:

$$R_3 \cdot (R_6 + R_7) = R_7 \cdot (R_4 + R_3)$$

que resulta en la condición:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_7}{R_6}$$

Y cuya función transferencia final es:

$V_{out} = \frac{R_2 \cdot R_7 \cdot (R_4 + R_3)}{R_1 \cdot R_4 \cdot R_7} \cdot (V_1 - V_2)$

Entonces:

$\boxed{V_{out} = \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + \frac{R_3}{R_4}) \cdot (V_1 - V_2)}$

Esta relación ideal muestra una ganancia potencialmente grande y, tomando a la resta de la señales de entrada como la entrada de la transferencia, constante para todas las frecuencias. De esta manera el modelo ideal cumple efectivamente con el modelo de un amplificador de instrumentación.

Luego, en el contexto ideal, si se requiere una ganancia X, se puede solucionar este problema mediante las siguientes asignaciones:

$$\begin{cases} \sqrt{\mathrm{X}} = \frac{\mathrm{R_2}}{\mathrm{R_1}} \\ \sqrt{\mathrm{X}} - 1 = \frac{\mathrm{R_3}}{\mathrm{R_4}} \end{cases} \tag{3.3}$$

por lo que la razón $\frac{R_7}{R_6}$ quedaría también determinada como $\frac{R_7}{R_6} = \sqrt{X} - 1$ por la relación antes propuesta.

3.2.2 Análisis NO ideal del circuito

3.3 Simulaciones

3.4 Mediciones

3.5 Conclusión

Ejercicio 4

Control de tonos y ecualizador de fase

Un ecualizador es un dispositivo que modifica la ganancia de determinadas frecuencias, de esta manera se altera el contenido de graves, medios y agudos.
Se implementó el siguiente ecualizador, donde K es una constante que vale entre 0 y 1, modelando un potenciómetro.

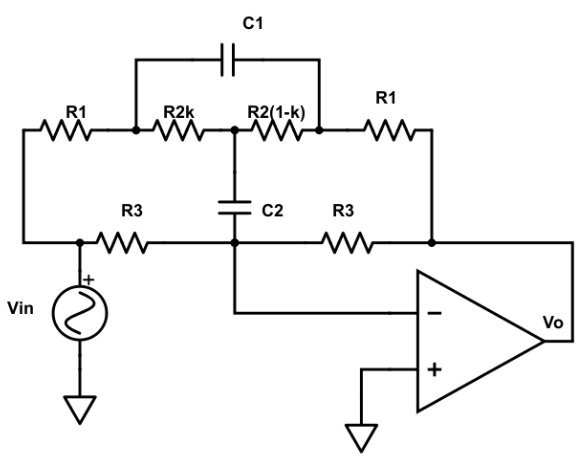


Figura 4.1: Circuito del control de tonos

4.1 Función transferencia

Para hallar la función transferencia $H(S) = \frac{V_o}{V_{in}}$del circuito de la figura **??**, se realizaron transformaciones estrella a triangulo y viceversa, reduciendo el circuito. Dichas transformaciones se realizaron con Matlab.

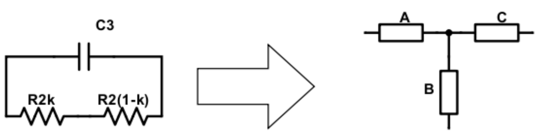


Figura 4.2: Transformación triangulo a estrella

Reemplazando el circuito triangulo por el estrella, permitio agrupar A con R_1, C conR_1 yB con C_1. Obteniendo un nuevo circuito estrella con las siguientes impedancias K_1 , K_2 y K_3, tal como se observa en la figura **??**.

$$A = \frac{K\, R_2}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2\right)} \tag{4.1}$$

$$B = -\frac{R_2\, (K-1)}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2\right)} \tag{4.2}$$

$$C = -\frac{K\, {R_2}^2\, (K-1)}{\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2} \tag{4.3}$$

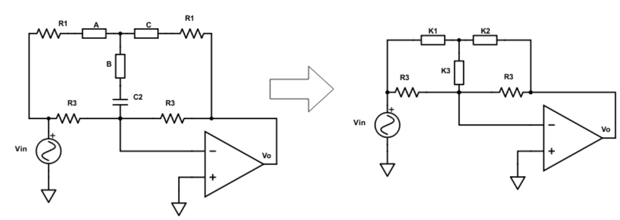


Figura 4.3: Agrupo impedancias en serie

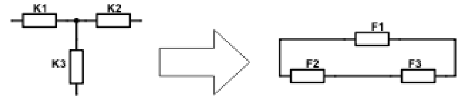


Figura 4.4: Transformación estrella a triangulo

Dicho circuito estrella se lo transformó a triangulo para de esta manera poder agrupar F_2 con R_3 y F_3 con R_3 (figura **??**).

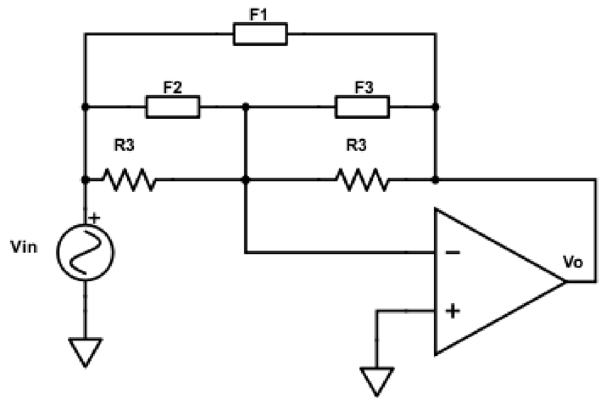


Figura 4.5: Agrupo impedancias en paralelo

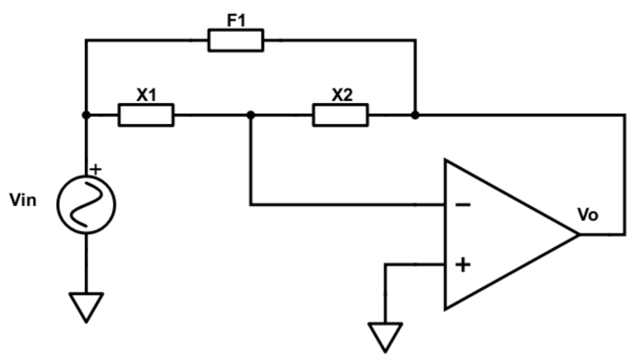


Figura 4.6: Circuito equivalente

Finalmente se obtiene el circuito de la figura **??**. Considerando que el OpAmp se comporta idealmente y la corriente que circula internamente por la entrada del amplificador es cero, resulta la siguiente función transferencia:

$$H(S) = -\frac{X_2}{X_1} \tag{4.4}$$

Donde

$$X_1 = \frac{1}{\frac{\#1}{\#3\#2+\#1\#3+\#1\#2} + \frac{1}{R_3}} \tag{4.5}$$

$$X_2 = \frac{1}{\frac{\ast 1}{\ast 3\ast 2+\ast 1\ast 3+\ast 1\ast 2} + \frac{1}{R_3}} \tag{4.6}$$

$$\ast 1 = R1 + \frac{KR_2}{C_1S\left(\frac{1}{C_1S} - R_2(K-1) + KR_2\right)} \tag{4.7}$$

$$\ast 2 = \frac{1}{C_2S} - \frac{KR_2^2(K-1)}{\left(\frac{1}{C_1S} - R_2(K-1) + KR_2\right)} \tag{4.8}$$

$$\ast 3 = R1 - \frac{KR_2}{C_1S\left(\frac{1}{C_1S} - R_2(K-1) + KR_2\right)} \tag{4.9}$$

$$\#1 = R_1 - \frac{R_2(K-1)}{C_1S\left(\frac{1}{C_1S} - R_2(K-1) + KR_2\right)} \tag{4.10}$$

$$\#2 = \frac{1}{C_2S} - \frac{R_2^2(K-1)K}{\left(\frac{1}{C_1S} - R_2(K-1) + KR_2\right)} \tag{4.11}$$

$$\#3 = R_1 + \frac{R_2K}{C_1S\left(\frac{1}{C_1S} - R_2(K-1) + KR_2\right)} \tag{4.12}$$

Aplicando las siguientes condiciones de diseño sobre la función transferencia

$$R_3 >> R_1 \tag{4.13}$$

$$R_3 = 10R_2 \tag{4.14}$$

$$C_1 = 10C_2 \tag{4.15}$$

Obtenemos

$$H(S) = -\frac{AS^2 + BS + C}{AS^2 + DS + C} \tag{4.16}$$

$$\begin{aligned} A = -20C_2^2K^2R_2^2R_1 + 20C_2^2KR_1R_2^2 + \\ 10C_2^2R_1^2R_2 + 100C_2^2R_1R_2^2 \end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned} B = -C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 \\ +C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2 \end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned} D = -C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + \\ C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 \end{aligned} \tag{4.19}$$

$$C = 2R_1 + R_2 \tag{4.20}$$

Si

$$\begin{aligned} -20C_2^2K^2R_2^2R_1S^2 + 20C_2^2KR_1R_2^2 + \\ 10C_2^2R_1^2R_2S^2 + 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \\ \approx 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \end{aligned} \tag{4.21}$$

$$H(S) = -\frac{AS^2 + BS + C}{AS^2 + DS + C} \quad (4.22)$$

$$A = 100C_2^2 R_1 R_2^2 S^2 \quad (4.23)$$

$$B = -C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2 \quad (4.24)$$

$$D = -C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 \quad (4.25)$$

$$C = 2R_1 + R_2 \quad (4.26)$$

La ecuacion **??** posee la forma

$$H(S) = \frac{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1}{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1} \quad (4.27)$$

Dicha función transferencia corresponde a un circuito pasa banda de segundo orden, donde W_0 es la frecuencia central de la banda y Q_Z , Q_P, son los respectivos factores de calidad.

4.1.1 Frecuencia central

El coeficiente normalizado del término S^2, tanto para el numerado como en el denominador (ecuación zz), es:

$$\frac{100C_2^2 R_1 R_2^2}{2R_1 + R_2} \quad (4.28)$$

Entonces por la ecuación **??** y **??**, se obtiene la frecuencias central del pasa banda.

$$W_0^2 = \frac{1}{ecuacion\mathbf{??}} = \frac{2R_1 + R_2}{100C_2^2 R_1 R_2^2} \quad (4.29)$$

$$W_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{10C_2R_2} \quad (4.30)$$

$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2R_2} \quad (4.31)$$

4.1.2 Factores de calidad

A partir de los coeficientes normalizados de los términos de S, obtenemos los factores de calidad

Factor de calidad Q_Z

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del numerador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2}{2R_1 + R_2} \quad (4.32)$$

Entonces por la ecuación **??** y **??**, se obtiene:

$$Q_Z = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion\mathbf{??}} \quad (4.33)$$

$$Q_Z = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{(-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \quad (4.34)$$

Factor de calidad Q_P

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del denominador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2}{2R_1 + R_2} \quad (4.35)$$

Entonces por la ecuación **??** y **??**, se obtiene:

$$Q_P = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion\mathbf{??}} \quad (4.36)$$

$$Q_P = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{(-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \quad (4.37)$$

Modulo de $H(f)$ en W_0

Definimos A_0 como:

$$A_0 \widehat{=} \mid H(S = jW_0) \mid \quad (4.38)$$

Reemplazamos $S = jW_0$ en **??**

$$A_0 = \frac{Q_P}{Q_Z} \quad (4.39)$$

$$A_0 = \frac{-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \quad (4.40)$$

Si $K = 0$

$$\begin{aligned} A_0(K=0) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &= \frac{R_1(R_1 + 31R_2) + 10R_2^2}{R_1(R_1 + 31R_2)} \\ &\approx \frac{R_1 31 + 10R_2}{31R_1} \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$A_0(K=0) \approx \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \quad (4.42)$$

Si $K = 1$

$$
\begin{aligned}
A_0(K=1) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2}{10R_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \\
&\approx \frac{R_1 31}{10R_2 + 31R_1} \\
&\approx \frac{3R_1}{R_2 + 3R_1}
\end{aligned}
\tag{4.43}
$$

$$
A_0(K=1) \approx \frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \tag{4.44}
$$

A partir de **??** y **??** obtenemos que

$$
\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{4.45}
$$

4.2 Análisis paramétrico

La función transferencia depende de un parámetro K que pertenece al intervalo 0,1. Dicho parámetro provino del modelado del potenciómetro. Para analizar el funcionamiento del circuito, se realizaron gráficos de las distintas características del circuito en función de la constante.

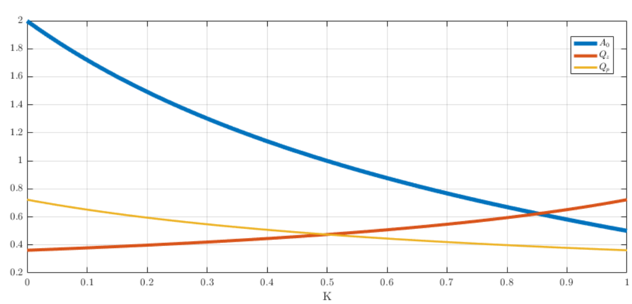


Figura 4.7: Diagrama parametrico

Como se observa en la figura, la posición del potenciómetro altera la ganancia del circuito (linea azul), con k=0 el circuito multiplica la entrada por 2(gana 6dB) y con K=1 multiplica a la entrada por 0.5 (atenúa 6dB).

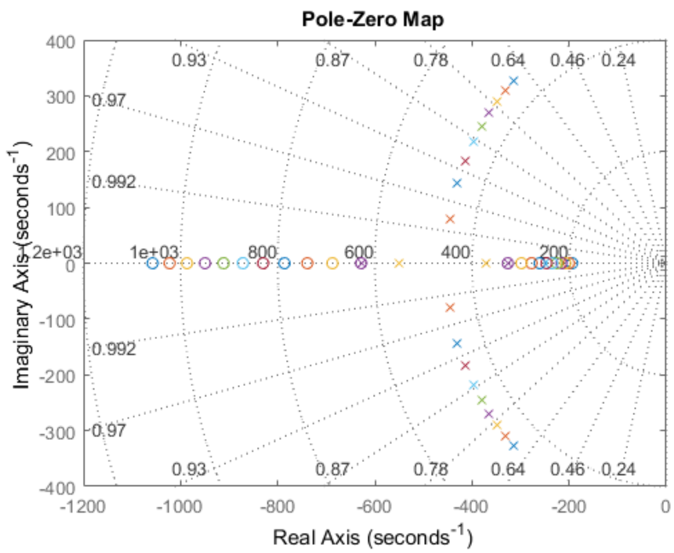


Figura 4.8: Diagrama parametrico- polos y ceros - k desde 0 a 0.5

k variando desde cero a 0.5, se observa que los ceros son reales y ce aproximan hacia el valor de $-w_0$ en el eje real. En cuanto a los polos se alejan del eje imaginario.

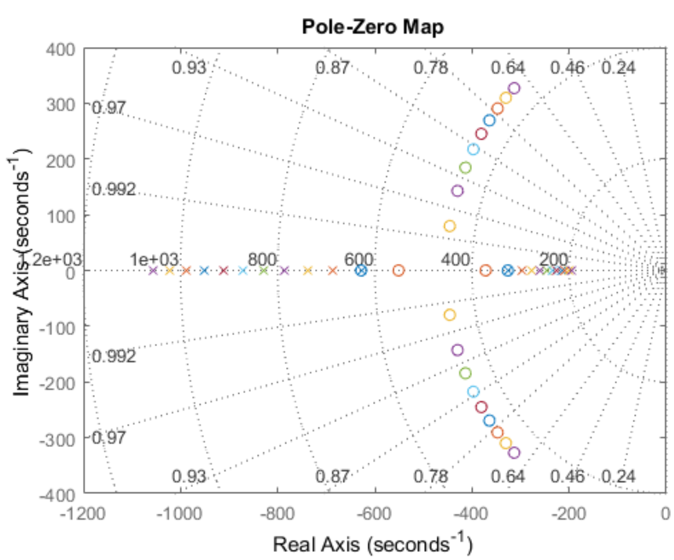


Figura 4.9: Diagrama parametrico- polos y ceros - k desde 0.5 a 1

k variando desde 0.5 a 1, se observa que los polos son reales y que a medida que aumenta k se alejan del valor de $-w_0$. Los ceros son imaginarios y a medida que aumenta k se acercan al eje imaginario.

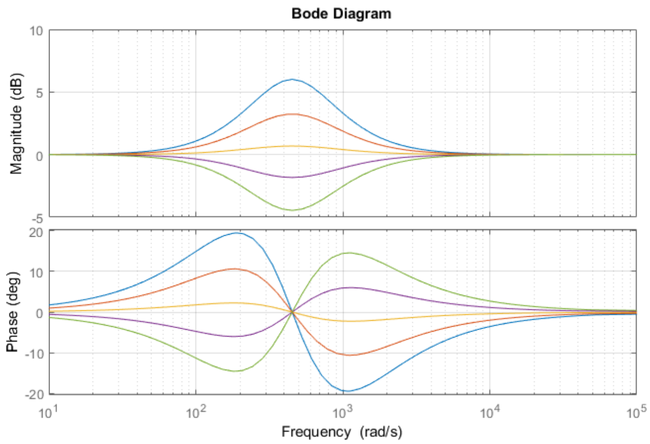


Figura 4.10: Diagrama parametrico- respuesta en frecuencia

Como se observa en el gráfico de la respuesta en frecuencia, cuando k vale 0 se produce la máxima ganancia y a medida que aumenta disminuye la ganancia hasta el punto de no atenuar ni ganar (k=0.5) y a partir de ese punto comienza a atenuar.

4.3 Análisis de singularidades

Partiendo de que el comportamiento del circuito es descripto por la ecuación **??** , y que Q_p se rfiere al factor de calidad de los polos, Q_z se refiere al factor de calidad de los ceros y W_0 es la frecuencia de pasa banda.

4.3.1 Polos

Aplicando la formula resolvente obtenemos:

$$Polos_{1,2} = -\frac{W_0}{2Q_p} \pm \frac{W_0}{2}\sqrt{\frac{1}{Q_p^2} - 4}$$

Como Qp siempre es positivo para todo valor de r1,r2 , c2 y k entre 0 y 1. Entonces la parte real de los polos siempre es negativa, Por ende el sistema es estable. Además los polos tienen parte imaginaria no nula son polos conjugados

4.3.2 Ceros

El resultado de aplicar la formula resolvente:

$$Ceros_{1,2} = -\frac{W_0}{2Q_z} \pm \frac{W_0}{2}\sqrt{\frac{1}{Q_z^2} - 4}$$

Análogamente a los polos, también se cumple que Qz sea positivo. Por ende, la parte real de los ceros es negativa y son complejos conjugados.

4.3.3 Sistema de fase mínima

Se definen los sistemas de fase mínima, como aquellos que sus singularidades se encuentren en el semiplano izquierdo. Como se mostró anteriormente, tanto los polos y ceros se encuentran en el semiplano izquierdo, por ende el sistema es de fase mínima.

4.4 Ecualizador de fase

Un ecualizador de fase es un circuito que no altera la amplitud de la señal pero si la fase. Se desea implementar un circuito de segundo orden, que pueda convertir un sistema de fase mínima a uno de fase no mínima.
Se implementó el siguiente circuito:

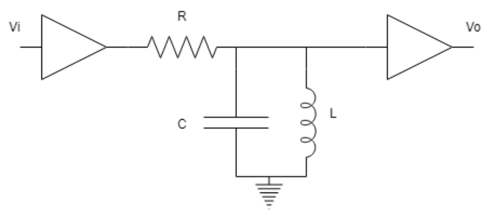


Figura 4.11: Ecualizador de fase - circuito

Aplicando la formula de divisor de tension se obtiene la funsion transferencia:

$$H(S) = \frac{L}{R}\frac{S}{\frac{S^2}{\frac{1}{LC}} + \frac{SL}{R} + 1} \tag{4.46}$$

Tal como se observa en la función transferencia, los polos poseen su parte real negativa (por ende el sistema es estable). En cuanto al cero, este se encuentra en el origen entonces el sistema no es de fase mínima.
Para hallar la función transferencia final, basta con multiplicar **??** y **??**.

ver que hiciero los dem

4.5 Equalizador de 3 bandas

4.5.1 Espectro audible

Los seres humanos, pueden percibir un rango de frecuencias, desde 20Hz hasta 20KHz. Dicho rango depende de la salud auditiva de cada persona.
El espectro se puede dividir en tres partes, llamadas graves, medios y agudos.

- Tonos graves, frecuencias comprendidas entre 20Hz y 256Hz.
- Tonos medios, frecuencias comprendidas entre 256Hz y 2KHz.

- Tonos Agudos, frecuencias comprendidas entre 2KHz y 20KHz.

4.5.2 Elección de la frecuencia central

Como se trata de un ecualizador de tres bandas, se deben elegir una frecuencia central para cada pasa banda. Consideramos que las frecuencias deben estar equiespaciadas en escala logarítmica, para lograr abarcar todo el espectro audible. Para ello utilizamos la media geométrica,$fo = \sqrt{f_{inicial} f_{final}}$. De esta manera calculamos las frecuencias de cada banda, representando los tonos grabes, medios y agudos.

Etapa	Tonos	f_0
1	Graves	64Hz
2	Medios	716Hz
1	Agudos	6324Hz

Tabla 4.1: Frecuencias centrales

4.5.3 Ganancia en la frecuencia central - A_0

Los ecualizadores comerciales se construyen de 3 ganancias/atenuaciones en las frecuencias centrales de cada banda, de 6dB, 12dB y 18dB.
En este caso elegimos que nuestro ecualizador atenué o amplifique 6dB, para así evitar que el amplificador operacional sature.

Reemplazando el criterio de los 6dB en **??**

$$\frac{3R_1 + R_2}{3R_1} = 2 \tag{4.47}$$

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} = 0.5 \tag{4.48}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos

$$R_2 = 3R_1 \tag{4.49}$$

Reemplazando **??** en **??** y despejando, obtenemos una expresion para hallar C_2

$$C_2 = \frac{\sqrt{5}}{20\pi R_2 f_0} \tag{4.50}$$

A partir de este resultado, de las frecuencias de corte y de las condiciones de diseño ya mencionadas, se calcularon los componentes de cada etapa.

Etapa	R_1	R_2	R_3	C_1	C_2	f_0
1	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	1µF	$100n$F	71Hz
2	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$100n$F	$10n$F	776Hz
3	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$12n$F	$1.2n$F	6000Hz

Tabla 4.2: Compoenentes

4.5.4 Conexión de las etapas

Las etapas se podrían conectar de dos maneras, en cascada o en paralelo.

Cascada

La salida de una etapa se conecta a la entrada de la otra etapa. Si H_1, H_2 y H_3, son las funciones transferencia de cada etapa,entonces la función transferencia del sistema es $H = H_1 H_2 H_3$.

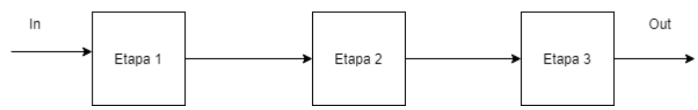


Figura 4.12: Esquema de conexion cascada

Paralelo

Las entradas de cada etapa se conectan juntas y las salidas también. Sin embargo las salidas se deben conectar juntas a través de por ejemplo un sumador.
En esta configuración la función transferencia del sistema es $H = H_1 + H_2 + H_3$.

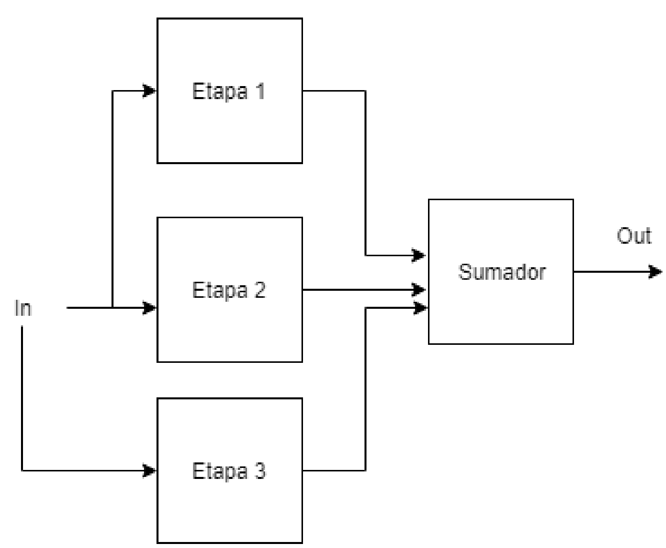


Figura 4.13: Esquema de conexion paralelo

Simulación

Se simularon ambas configuraciones cascada y paralelo.

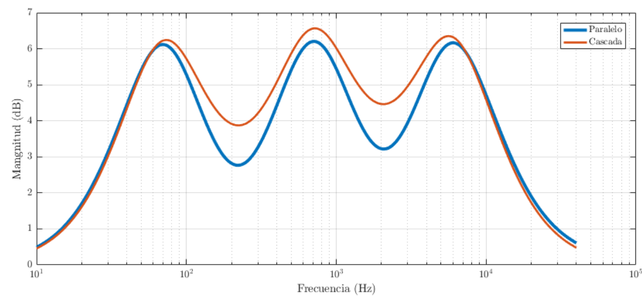


Figura 4.14: Maxima ganancia - magnitud

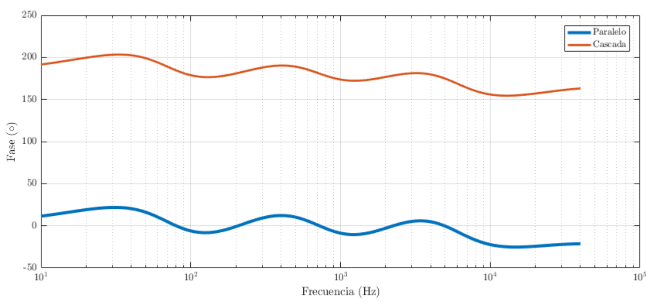


Figura 4.15: Maxima ganancia - fase

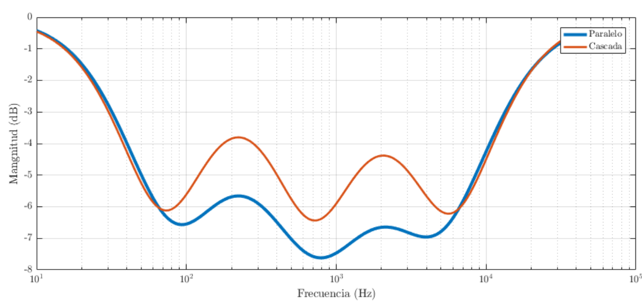


Figura 4.16: Maxima atenuación - magnitud

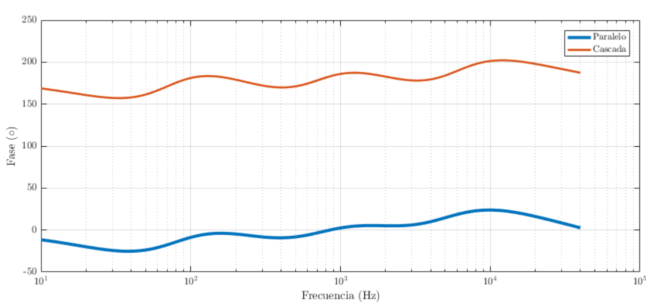


Figura 4.17: Maxima atenuación - fase

Como se observa en los gráficos, en la condición de máxima ganancia la amplitud de los sobre picos es mayor en paralelo y en máxima atenuación la máxima atenuación de los sobre picos corresponde a la configuración cascada.

Just-noticeable difference (JND)

Es al minima cantidad de algo que el humano puede persicir, por lo menos en la mtidad de los casos. En el caso del audio, la minama variacion perceptible es de 1dB.

Figura de ruido

El objetivo es determinar que configuración que es más susceptible al ruido. Los componentes, tantos pasivos como activos generan ruido. En la conexión cascada el ruido de cada etapa es amplificado por la etapa posterior, por ende posee más ruido que la configuración en paralelo.

mejora
del rui

Elección de topología

En cuanto al JND tanto el paralelo como serie, dependiendo si se encuentra en máxima ganancia o atenuación, tienen máxima amplitud, por ende no es criterio para elegir. El oído humano no puede percibir la diferencia de fase, por lo tanto no aporta a la elección de topología.
Sobre el ruido, la configuración paralelo, tiene una leve ventaja sobre la cascada, sin embargo para realizarla se debe agregar un sumador, lo que complejiza el circuito. Por ende se eligió la topología cascada.

4.5.5 Realizacion de la placa

Se conectaron las tres etapas en cascada, se agregó una entrada de audio mono (Jack 3,5 mini plug) además de pines, también esto se hizo a la salida. En cuanto al amplificador operacional, se decidió utilizar tres Tl081, debido a sus altas prestación en cuanto al slew rate, y ruido.

4.5.6 Mediciones

Se realizaron las siguientes mediciones al circuito:

- Respuesta en frecuencia a máxima ganancia.
- Respuesta en frecuencia a máxima atenuación.
- Respuesta en frecuencia si atenuar o ganar.
- Impedancia de entrada máxima y mínima.
- Impedancia de salida máxima y mínima.

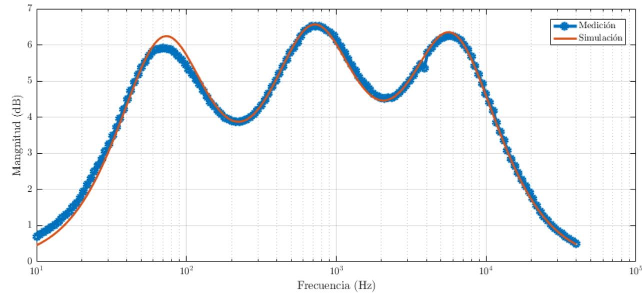


Figura 4.18: Maxima ganancia - magnitud

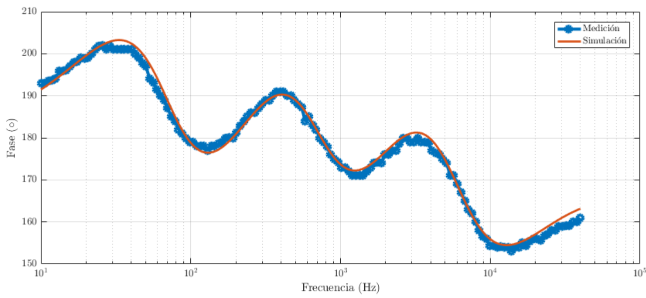


Figura 4.19: Maxima ganancia - fase

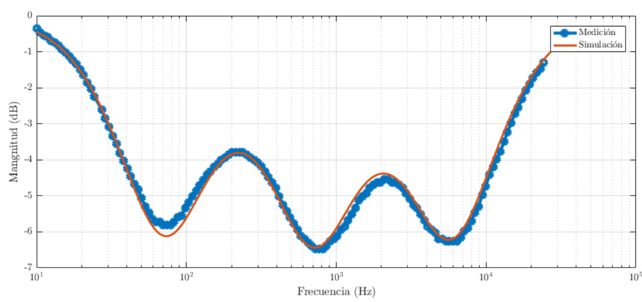


Figura 4.20: Maxima atenuación - magnitud

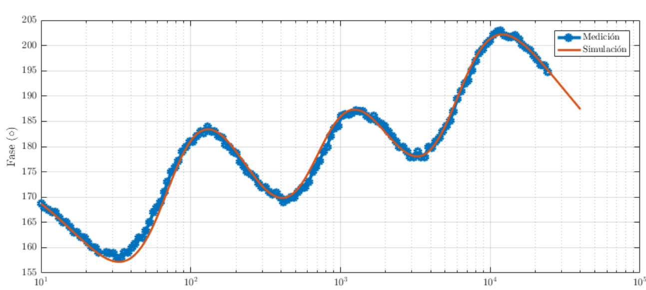


Figura 4.21: Maxima atenuación - fase

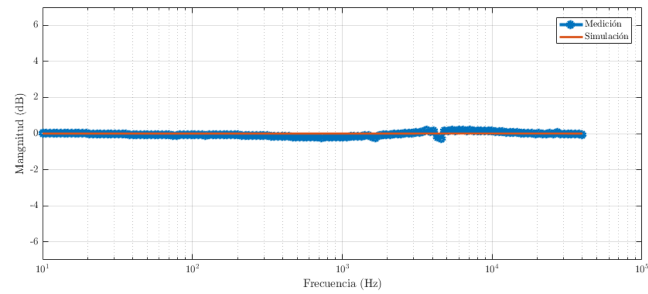


Figura 4.22: Sin ganancia ni atenuación - magnitud

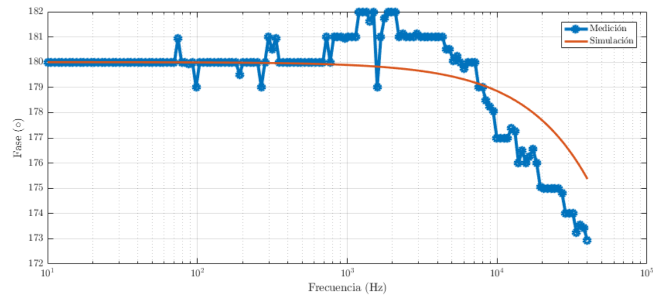


Figura 4.23: Sin ganancia ni atenuación - fase

Impedancia	Maxima	Minima
Entrada	3.69 $K\Omega$	1.584 $K\Omega$
Salida	8.122Ω	0.022Ω

Tabla 4.3: Impedancia

4.6 Conclusión

Se logró realizar el ecualizador de tres bandas, dicho circuito se comportó como era de esperarse en el rango de frecuencias audibles. Tal como se observan en las mediciones, las simulación y las mediciones ajustan perfectamente.

Ejercicio 5

Medición automática de respuesta en frecuencia

Anexo