

# INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BUENOS AIRES

22.01 TEORÍA DE CIRCUITOS

---

## Trabajo práctico 3

---

### *Grupo 4*

GONZÁLEZ ORLANDO, Tomás Agustín	57090
PARRA, Rocío	57669
PIERDOMINICI, Matías Nicolás	57498
STEWART HARRIS, María Luz	57676

### *Profesores*

JACOBY, Daniel Andrés
IRIBARREN, Rodrigo Iñaki
BELAUSTEGUI GOITIA, Carlos

Presentado: 25/09/2018

# Índice

<b>1 Filtro con GIC</b>	<b>3</b>
1.1 Introducción: el GIC . . . . .	3
1.2 Filtro a diseñar . . . . .	4
1.2.1 Transferencia de $V_{in}$ a $V_{GIC}$ . . . . .	4
1.2.2 Transferencia de $V_{GIC}$ a $V_{out}$ . . . . .	4
1.3 Diseño del filtro pasabanda . . . . .	4
1.3.1 Función de $R_6$ . . . . .	5
1.3.2 Función de $R_8$ . . . . .	6
1.3.3 Análisis de sensibilidades . . . . .	6
1.3.4 Elección de <i>op amp</i> . . . . .	6
1.3.5 Elección de componentes . . . . .	7
1.4 Análisis de resultados . . . . .	7
1.4.1 Respuesta en frecuencia . . . . .	7
1.4.2 Respuesta al escalón . . . . .	8
1.4.3 Impedancia de entrada . . . . .	10
1.4.4 Impedancia de salida . . . . .	11
1.4.5 Limitaciones . . . . .	12
1.5 Conclusiones . . . . .	13
1.6 Anexo . . . . .	14
1.6.1 Respuesta en frecuencia . . . . .	14
1.6.2 Impedancia de entrada . . . . .	14
1.6.3 Impedancia de salida . . . . .	14
<b>2 Introducción a diseño de filtros</b>	<b>15</b>
2.1 Diseño de funciones transferencias con RLC ideal . . . . .	15
2.1.1 High-pass y low-pass . . . . .	15
2.1.2 Relación entre filtro low-pass y high-pass . . . . .	15
2.1.3 Low-pass . . . . .	15
2.1.4 High-pass . . . . .	17
2.1.5 Band-reject . . . . .	17
2.1.6 Band-pass . . . . .	17
2.2 Adaptación de las funciones transferencia a RLC con bobina con resistencia en serie $R_L$ . . . . .	18
2.3 EL POR QUÉ DE LA CANTIDAD DE INTEGRADOS Y SMD . . . . .	18

2.4	SALIDA DIFERENCIAL DEL LP . . . . .	18
2.5	Gyrator como simulador de un inductor . . . . .	18
2.5.1	Limitaciones en frecuencia . . . . .	18
2.5.2	Elección de componentes . . . . .	20
2.5.3	Otras limitaciones . . . . .	20
2.6	Análisis de resultados . . . . .	20
2.6.1	High-pass . . . . .	20
2.6.2	Low-pass . . . . .	20
2.6.3	Band-pass . . . . .	20
2.6.4	Band-reject . . . . .	20
2.7	Anexo . . . . .	32
2.7.1	Obtención funciones transferencia RLC ideal . . . . .	32
2.7.2	Obtención impedancia de entrada $Z_{in}$ . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Amplificadores de instrumentación</b>	<b>34</b>
3.1	Introducción . . . . .	34
3.2	Diseño del amplificador de instrumentación . . . . .	35
3.2.1	Análisis ideal del circuito . . . . .	35
3.2.2	Análisis de tolerancias para el caso ideal . . . . .	36
3.2.3	Análisis no ideal del circuito . . . . .	37
3.2.4	Implementación del circuito . . . . .	38
3.3	Diseño de un generador de señales de baja amplitud . . . . .	38
3.3.1	Análisis de tolerancias . . . . .	39
3.3.2	Importancia de la tierra compartida para generar señales . . . . .	39
3.4	Simulaciones . . . . .	40
3.5	Mediciones . . . . .	40
3.6	Conclusión . . . . .	41
<b>4</b>	<b>Control de tonos y ecualizador de fase</b>	<b>46</b>
4.1	Función transferencia . . . . .	46
4.1.1	Frecuencia central . . . . .	48
4.1.2	Factores de calidad . . . . .	48
4.2	Ánalisis paramétrico . . . . .	49
4.3	Ánalisis de singularidades . . . . .	50
4.3.1	Polos . . . . .	50
4.3.2	Ceros . . . . .	50
4.3.3	Sistema de fase mínima . . . . .	50
4.4	Ecualizador de fase . . . . .	50
4.5	Equalizador de 3 bandas . . . . .	50
4.5.1	Espectro audible . . . . .	50
4.5.2	Elección de la frecuencia central . . . . .	51
4.5.3	Ganancia en la frecuencia central - $A_0$ . . . . .	51
4.5.4	Conexión de las etapas . . . . .	51
4.5.5	Realización de la placa . . . . .	52
4.5.6	Mediciones . . . . .	52
4.6	Conclusión . . . . .	53

# Ejercicio 1

## Filtro con GIC

### 1.1 Introducción: el GIC

En el diseño de filtros, pueden existir requerimientos cuya solución más conveniente implique utilizar bobinas. Sin embargo, conseguir inductancias de valor elevado puede involucrar agregar a un circuito un componente de gran tamaño, puesto que puede hacerse necesario un gran número de vueltas, además de un núcleo magnético. A su vez, la resistencia serie de estos componentes suele ser elevada, dando lugar a comportamientos no deseados. Por otro lado, en general uno debe construir sus propias bobinas, lo cual es poco conveniente y sujeto a mayor error que simplemente adquirir capacitores y resistencias.

Si el rango de frecuencias donde se está trabajando permite utilizar amplificadores operacionales, una posible respuesta a este problema es construir un *general impedance converter*. La configuración general del mismo es la siguiente:

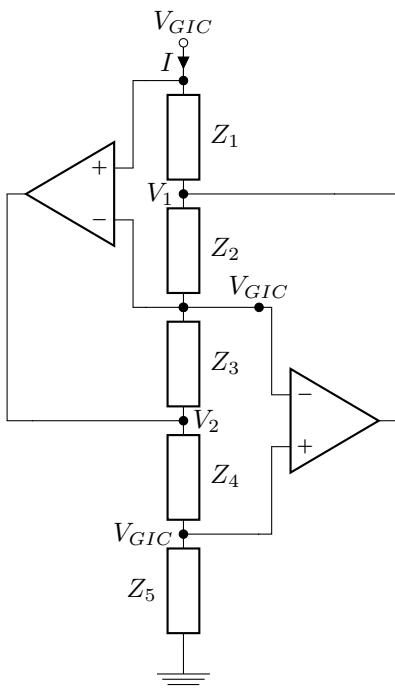


Figura 1.1: GIC genérico con *op amps* ideales

Como consideramos ideales a ambos operacionales, la tensión de entrada se encuentra replicada donde se encuentran los terminales inversores del circuito, y a su vez en la entrada no inversora del segundo operacional. Asimismo, como no hay corriente entre  $V^+$  y  $V^-$  para ninguno de los operacionales, hay sólo tres corrientes en el circuito: una que circula por  $Z_2$  y  $Z_3$ , otra por  $Z_4$  que y  $Z_5$ , y la de entrada. Quedan definidas entonces las ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{V_{GIC} - V_1}{Z_1} - I = 0 \\ \frac{V_{GIC} - V_1}{Z_2} + \frac{V_{GIC} - V_2}{Z_3} = 0 \\ \frac{V_{GIC} - V_2}{Z_4} + \frac{V_{GIC}}{Z_5} = 0 \end{cases}$$

Sustituyendo hacia atrás, podemos obtener la transferencia hasta la salida de cada operacional:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_{GIC}} = -\frac{Z_2 \cdot Z_4}{Z_3 \cdot Z_5} \\ \frac{V_2}{V_{GIC}} = 1 + \frac{Z_4}{Z_5} \end{cases} \quad (1.1)$$

De aquí se puede despejar la impedancia de entrada del GIC, es decir  $\frac{V_{GIC}}{I}$ :

$$Z = \frac{Z_1 \cdot Z_3 \cdot Z_5}{Z_2 \cdot Z_4} \quad (1.2)$$

De esta forma, combinando las impedancias convenientemente, se pueden obtener impedancias de toda índole (es decir, donde el número  $Z$  puede estar teóricamente en cualquier punto del plano complejo).

## 1.2 Filtro a diseñar

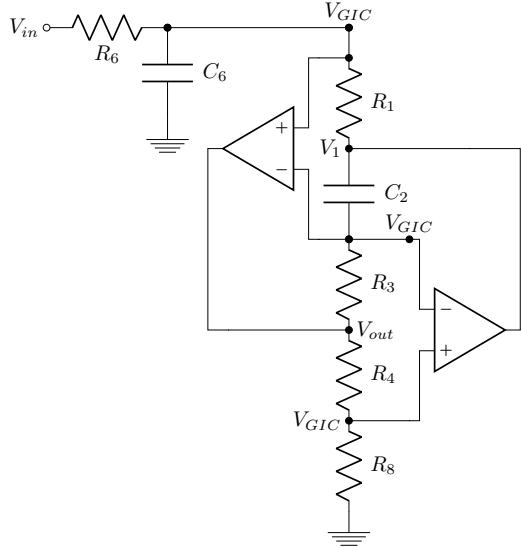


Figura 1.2: Esquema del circuito

El GIC que utilizaremos en este trabajo se obtiene con las siguientes sustituciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = R_1 \\ Z_2 = \frac{1}{s \cdot C_2} \\ Z_3 = R_3 \\ Z_4 = R_4 \\ Z_5 = R_8 \end{array} \right.$$

Por lo tanto, reemplazando en la ecuación (1.2) obtenemos la impedancia de este GIC:

$$Z(s) = s \cdot \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_8 \cdot C_2}{R_4} \quad (1.3)$$

Entonces, con esta sección del filtro estamos emulando una bobina ideal de inductancia:

$$L_{GIC} = \frac{R_1 \cdot R_3 \cdot R_8 \cdot C_2}{R_4} \quad (1.4)$$

La salida, sin embargo, se mide dentro del GIC. Trataremos a este sistema como la combinación en cascada de dos sistemas: de  $V_{in}$  a  $V_{GIC}$ , y de  $V_{GIC}$  a  $V_{out}$ .

### 1.2.1 Transferencia de $V_{in}$ a $V_{GIC}$

Teniendo en cuenta el resultado obtenido en la ecuación (1.3), podemos simplificar el circuito de la siguiente manera:

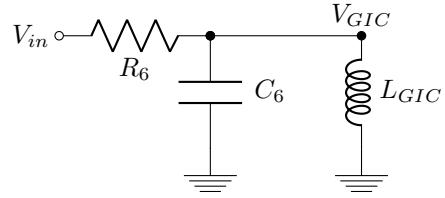


Figura 1.3: Reemplazo del GIC por su inductancia equivalente

La tensión de salida de esta sección, entonces, puede hallarse aplicando un divisor de tensión entre la impedancia de entrada desde  $V_{in}$  y del paralelo de la bobina y el capacitor. Se obtiene entonces que:

$$\frac{V_{GIC}}{V_{in}}(s) = \frac{s \cdot \frac{L_{GIC}}{R_6}}{L_{GIC}C_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1} \quad (1.5)$$

### 1.2.2 Transferencia de $V_{GIC}$ a $V_{out}$

Para obtener esta transferencia, basta observar que lo que ahora llamamos  $V_{out}$  es lo que en la introducción llamamos  $V_2$ . Por lo tanto, reemplazando los valores genéricos de la ecuación (1.1) por los particulares de este circuito, obtenemos que:

$$\frac{V_{out}}{V_{GIC}}(s) = 1 + \frac{R_4}{R_8} \quad (1.6)$$

Por lo tanto, la función transferencia del circuito se obtiene haciendo el producto de las ecuaciones (1.5) y (1.6):

$$H(s) = \left( 1 + \frac{R_4}{R_8} \right) \cdot \left( \frac{s \cdot \frac{L_{GIC}}{R_6}}{LC_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1} \right) \quad (1.7)$$

Esto corresponde a un **filtro pasabanda**, definido por los siguientes parámetros:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{L_{GIC}C_6}} \\ Q = R_6 \cdot \sqrt{\frac{C_6}{L_{GIC}}} \\ |H(i\omega_0)| = 1 + \frac{R_4}{R_8} \end{array} \right. \quad (1.8)$$

## 1.3 Diseño del filtro pasabanda

Las especificaciones de diseño de este filtro son:

$$\begin{cases} \omega_0 = 13,000^{\text{rad/s}} \Rightarrow f_0 = 2,079\text{Hz} \\ Q = 4 \Rightarrow f_1 = 1,827\text{Hz} \wedge f_2 = 2,344\text{Hz} \end{cases} \quad (1.9)$$

El parámetro  $|H(i\omega_0)|$  no está definido a priori. Sin embargo, se debe tener presente que el mismo corresponde a la salida de un *op amp* en la frecuencia en la cual más crítico es que el circuito funcione correctamente. Por lo tanto, sería poco práctico tener una gran ganancia en este punto, puesto que esto limitaría mucho el rango de tensiones de entrada admisibles, ya que si bien en esta frecuencia el *slew rate* no debería ser un problema, no ocurre lo mismo con la saturación.

Para simplificar la elección de componentes, se establecen las siguientes relaciones entre los mismos:

$$\begin{cases} R_1 = R_3 = R_4 = R_8 = R \\ R_6 = Q \cdot R = 4 \cdot R \\ C_2 = C_6 = C \end{cases} \quad (1.10)$$

Reemplazando en (1.8), se obtiene que:

$$\begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{RC} \\ Q = 4 \\ |H(i\omega_0)| = 2 \end{cases} \quad (1.11)$$

Resulta entonces que, si se respeta el criterio establecido en (1.10), sólo queda elegir  $R$  de tal manera que los valores de  $R_6 = 4 \cdot R$  y  $C = \frac{1}{13,000^{\text{rad/s}} \cdot R}$  puedan obtenerse con el

menor error posible con valores comerciales y estén en un rango razonable de valores.

Para definir dicho rango de valores, se tomará el siguiente criterio:

- $R_6$  se encuentra en serie con la entrada del circuito, y por lo tanto se establecerá entre ella y la resistencia interna del generador un divisor de tensión, cuyos efectos serán despreciables sólo si  $R_6 \gg R_G = 50\Omega$ . Por lo tanto,  $R_6$  debe ser al menos del orden de los  $k\Omega$
- Puesto que el ruido térmico es proporcional a la resistencia, no se utilizarán resistencias del orden de los  $M\Omega$ .
- Las capacidades deben ser mucho mayores a las que introducen las puntas del osciloscopio al medir, que son de alrededor de  $100pF$  si se utilizan en  $\times 1$ . Por ende, requeriremos que  $C$  sea mayor a  $10nF$ , de forma que sea al menos 100 veces mayor que la del osciloscopio.

### 1.3.1 Función de $R_6$

Si consideramos la simplificación del circuito utilizada en la figura (1.3),  $R_6$  es una resistencia serie en un circuito resonante. Como tal, su valor no influye en la frecuencia de resonancia, sino que determina el factor de calidad del circuito: a medida que  $R_6$  se hace más grande, el comportamiento del circuito se acerca más a un pasabanda ideal, es decir uno con ancho de banda tendiendo a 0. Análogamente, a medida que  $R_6$  se hace 0, el ancho de banda crece, convirtiendo al circuito en un pasa todo.

Esto se debe a que el factor de calidad del filtro  $Q =$

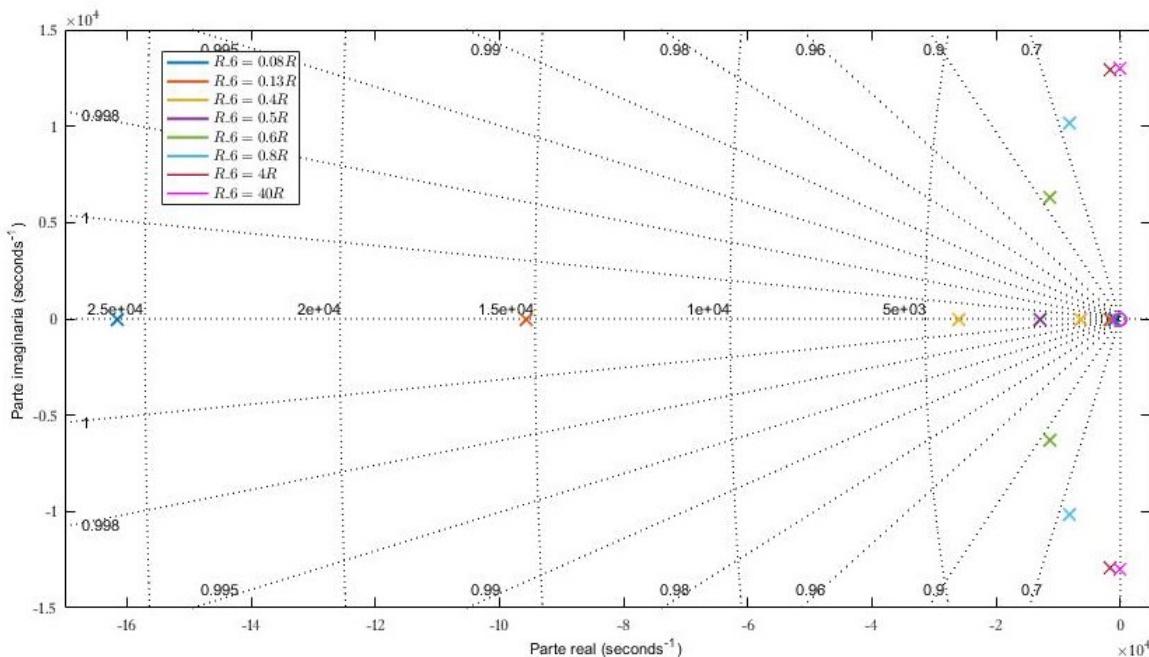


Figura 1.4: Ubicación de los polos para distintos valores de  $R_6$

$R_6/R$ , donde  $R$  lo consideramos constante, es directamente proporcional a esta resistencia. Por lo tanto, para  $R_6 = 0.5 \cdot R$ , el circuito tiene sus dos polos superpuestos en  $s = -\omega_0$ . A medida que aumenta, los polos se hacen complejos conjugados, acercándose cada vez más al eje imaginario, donde se encontrarían los polos del pasabanda ideal. Si  $R_6$  disminuye, en cambio, los polos se separan en dos reales distintos entre sí, aumentando cada vez más el ancho de banda del circuito.

Esto puede observarse en la figura (1.4). De la misma podemos concluir que la resistencia  $R_6$  es el componente que define la selectividad del filtro.

### 1.3.2 Función de $R_8$

La resistencia  $R_8$  establece la conexión entre los operacionales que integran el GIC y tierra. De no incluirse en el circuito, el GIC entero se comportaría como un circuito abierto, y lo mismo si se reemplazara por un cable: la impedancia total del GIC se haría 0.

Sin embargo, en este análisis no se está teniendo en cuenta las limitaciones de los operacionales. Si reemplazamos los valores genéricos de las ecuaciones (1.1) con los particulares de este GIC, podemos observar qué ocurre con la transferencia a cada operacional:

$$\begin{cases} \frac{V_1}{V_{GIC}} = -\frac{R_4}{R_8} \cdot \frac{1}{s \cdot C_2 R_3} \\ \frac{V_2}{V_{GIC}} = 1 + \frac{R_4}{R_8} \end{cases} \quad (1.12)$$

Resulta entonces que la ganancia máxima de ambos operacionales está limitada por la relación entre  $R_4$  y  $R_8$ . Por ende, a medida que  $R_4/R_8$  crece, el rango de tensiones en el cual los *op amps* no saturan ni se ven limitados por el *slew rate* se hace menor.

### 1.3.3 Análisis de sensibilidades

Dado que cumplir con los requisitos de diseño con un 0% de error utilizando valores comerciales de componentes *through hole* implicaría utilizar combinaciones serie o paralelo para todos los componentes, y que además cada componente tendrá asociada una tolerancia del 5% (según la información disponible sobre los componentes en el pañol de electrónica de la Universidad), analizaremos a continuación qué componentes son los más críticos del circuito. Utilizando la fórmula  $S_x^y = \frac{x}{y} \cdot \frac{\partial y}{\partial x}$ , donde  $S_x^y$  es la sensibilidad del parámetro  $y$  a cambios en  $x$ , partiendo de las relaciones obtenidas en (1.4) y (1.8), se confeccionó la siguiente tabla:

$x \backslash y$	$x$	$R_1$	$C_2$	$R_3$	$R_4$	$R_8$	$C_6$	$R_6$
$\omega_0$	-1/2	-1/2	-1/2	1/2	-1/2	-1/2	0	
$Q$	-1/2	-1/2	-1/2	1/2	-1/2	1/2	1/2	1

Tabla 1.1: Sensibilidad de  $\omega_0$  y  $Q$  a los componentes

Se puede observar que todos los componentes del GIC influyen de igual manera en los parámetros característicos del circuito, si bien los aumentos en  $R_4$  se ven reflejados de manera inversamente proporcional cuando las demás lo hacen de manera proporcional y viceversa. Lo mismo que ocurre con estos valores ocurre con  $C_6$ : cambios pequeños en este parámetro son un 50% menos visibles en  $\omega_0$  y  $Q$ , con lo cual por ejemplo su 5% de tolerancia puede llegar a cambiar hasta un 2.5% las características del filtro (en el peor caso).

El único componente que presenta otros efectos es  $R_6$ : mientras que no incide en absoluto en la frecuencia de resonancia, es el principal factor a tener en cuenta en el factor de calidad. Por lo tanto, es crítico obtener un valor preciso para esta resistencia, dentro de lo que permite la tolerancia.

### 1.3.4 Elección de *op amp*

Para poder simular adecuadamente el comportamiento del circuito y así elegir los valores de componentes más apropiados, se debe definir primero qué modelo de operacional utilizaremos, de forma tal que las simulaciones sean lo más fidedignas posibles.

Debido a que este filtro debe amplificar frecuencias de alrededor de los  $2kHz$  y atenuar las demás, el *bandwidth product* del operacional no es un requisito crítico: en frecuencias donde sus efectos puedan apreciarse, por ejemplo del orden de los  $100kHz$ , la señal debería estar atenuada más de  $40dB$ . Incluso si el polo del operacional afectase la respuesta en frecuencia en este punto, lo que haría sería introducir una atenuación aún mayor, y si el objetivo de un filtro pasabanda es anular estas frecuencias esto no sería un problema.

Lo mismo puede decirse del *slew rate*: en las frecuencias a partir de las cuales un *slew rate* modesto podría apreciarse, la salida está ya tan atenuada que no será observable, sobre todo considerando que con los generadores de funciones que utilizaremos no pueden entregar más de  $20V_{pp}$  en la entrada. A frecuencias cercanas a la de resonancia, los operacionales saturarán antes de que el *slew rate* traiga problemas.

Por lo tanto, se eligió el operacional TL082. Si bien hay operacionales con mayor *bandwidth product* en el pañol de la universidad, como el LM833, el TL cuenta con una gran impedancia de entrada, de  $10^{12}\Omega$ , una corriente de *bias* de  $90pA$ , y una gran amplificación de  $100mV/V$ . Esto no va en desmedro de su *slew rate*, que es de  $13V/\mu s$ , y su ancho

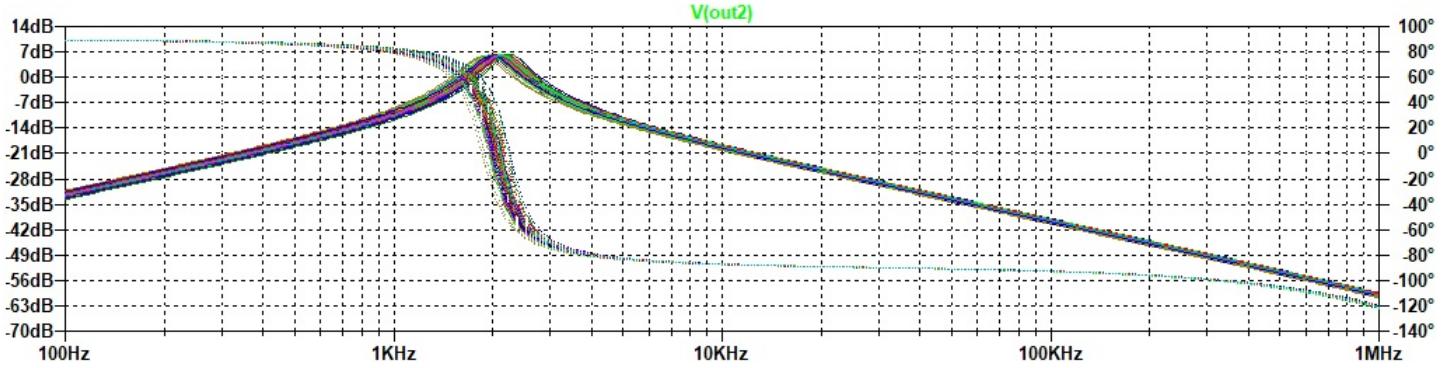


Figura 1.5: Análisis de montecarlo (tolerancias 5%)

de banda de  $4MHz$  es más que suficiente para el rango de frecuencias donde se va a trabajar.

### 1.3.5 Elección de componentes

El valor elegido para  $R$  fue  $2.2k\Omega$ . Los parámetros del circuito quedan determinados entonces de la siguiente manera:

	Valor ideal	Valor elegido	Error (%)
$R_1$	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
$C_2$	$34.965nF$	$34.878nF$	-0.25
$R_3$	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
$R_4$	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
$R_8$	$2.2k\Omega$	$2.2k\Omega$	0
$C_6$	$34.965nF$	$34.878nF$	-0.25
$R_6$	$8.8k\Omega$	$8.8k\Omega$	0
$\omega_0$	$13,000rad/s$	$13,032rad/s$	0.25
$Q$	4	4	0

Tabla 1.2: Valores de los componentes, y  $\omega_0$  y  $Q$  resultantes

De esta forma, todas las resistencias tienen su valor teórico exacto (dejando de lado la tolerancia del componente por el momento), y sólo se requiere hacer una combinación paralelo de  $12k\Omega$  con  $33k\Omega$  para obtener el valor de  $R_6$ . En cuanto a los capacitores, el valor de  $34.878nF$  se obtiene al conectar en serie un capacitor de  $39nF$  con uno de  $330nF$ . Tanto  $C_2$  como  $C_6$  afectan a  $\omega_0$  con una sensibilidad de  $-1/2$ , con lo cual sus efectos combinados sólo resultan en un 0.25% de desviación respecto de  $\omega_0$ . En cuanto al valor de  $Q$ , al ser iguales ambos capacitores sus efectos se compensan, y sólo depende de  $R_6$ , con lo cual se obtiene de forma exacta.

Con esta selección de componentes y operacional, se efectuó un análisis de Montecarlo en *LtSpice*. De acuerdo al mismo, la tolerancia de los componentes lleva a que el rango donde se encontrará la frecuencia de corte es aproximadamente entre  $1.85kHz$  y  $2.3kHz$ , lo cual implica un margen de error de  $\pm 10\%$ .

Consideramos que no se justifica elegir los componentes de manera tal que se gane precisión, pues esto es a costa de necesitar hacer más combinaciones serie o paralelo, y por tanto agregar complejidad al circuito, y al fin y al cabo con la tolerancia de los componentes la diferencia sería apenas apreciable. Entonces esta elección de componentes se determinó como la definitiva.

Por lo tanto, se procedió a implementar este filtro en una PCB con los componentes indicados y el amplificador TL082. Se utilizaron resistencias de metal-film y capacitores film. A su vez, se incluyeron dos capacitores de  $100nF$  multicapa de desacoplo: uno entre  $V_{CC}^+$  y tierra y otro entre  $V_{CC}^-$  y tierra. Estos capacitores tienen como función compensar pequeños cambios de tensión en la alimentación del operacional, para que la misma sea más estable.

## 1.4 Análisis de resultados

### 1.4.1 Respuesta en frecuencia

Como se observa en los gráficos de la figura (1.6), la respuesta en frecuencia del circuito coincide con la que se obtiene en la simulación. Para frecuencias altas, a partir de  $100kHz$ , comienzan a observarse en la fase los efectos del polo del operacional, que no se tuvieron en cuenta a la hora de calcular la función transferencia. Por otro lado, la medición de magnitud a  $1MHz$  discrepa de tanto la simulación como el cálculo. Esto puede deberse a que debido a la gran atenuación, la señal de salida era tan pequeña que resulta comparable con el ruido del osciloscopio, eliminando su validez. También es posible que a estas frecuencias, el comportamiento de los componentes se vea afectado por sus partes inductivas, lo cual no está contemplado en el modelo teórico ni en *Spice*.

Si consideramos que la frecuencia de resonancia del circuito es aquella donde la ganancia es máxima, la misma se determinó en  $1.94kHz$ , donde se amplifica la entrada  $5.6dB$  con un desfasaje de  $5^\circ$ .

Se observa una pendiente de  $+20dB$  por década hasta

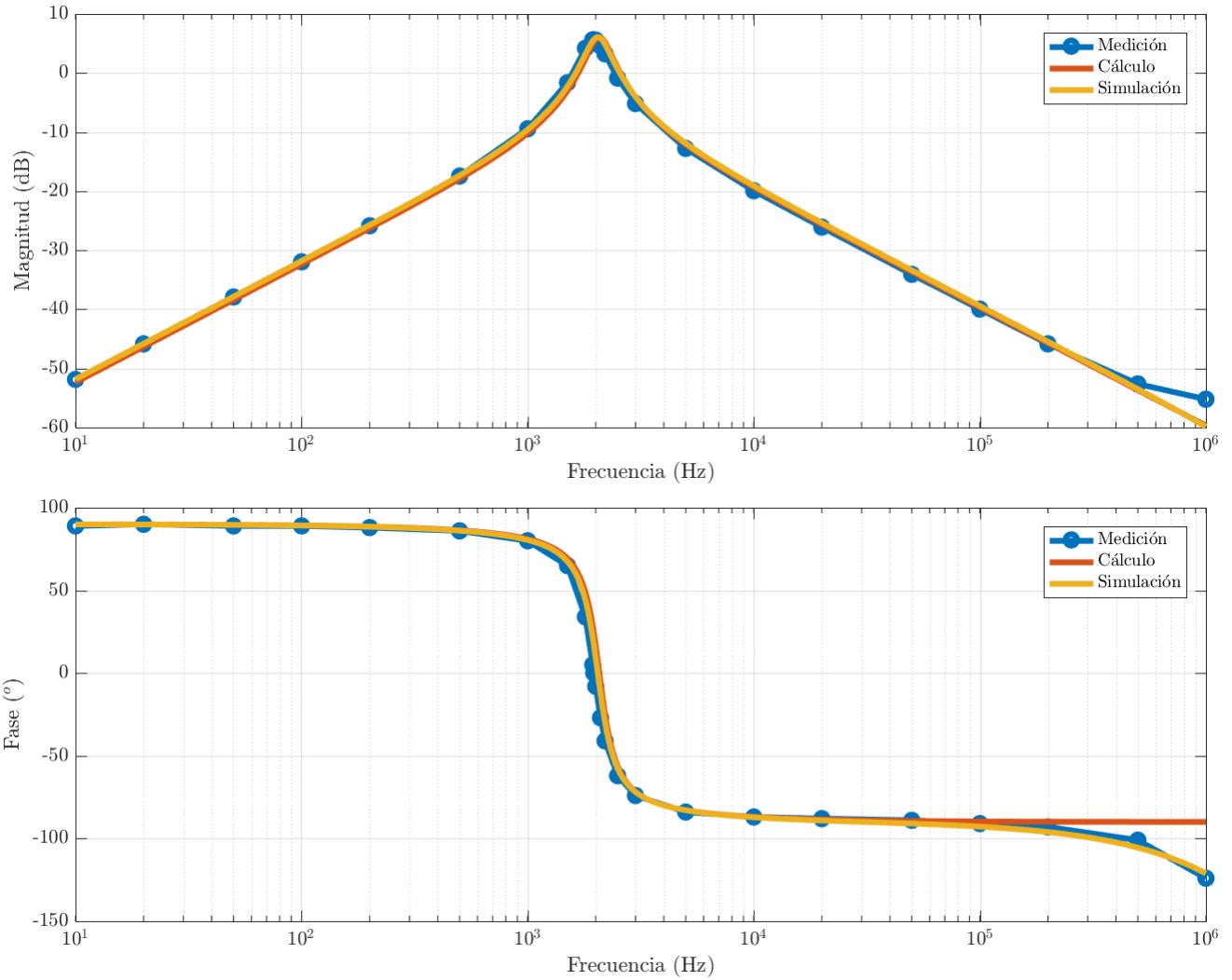


Figura 1.6: Diagrama de bode de la respuesta en frecuencia

la frecuencia de resonancia, alrededor de los  $2k\Omega$ , y -20dB por década a partir de la misma, con un salto de  $-180^\circ$  en la fase: de  $90^\circ$  a  $-90^\circ$ . Siendo que el factor de calidad calculado es  $Q = 4$ , y se observa en la medición el mismo comportamiento que en la simulación y el cálculo, se puede concluir que el filtro cumple con las prestaciones requeridas.

#### 1.4.2 Respuesta al escalón

De lo desarrollado en la sección anterior, podríamos preguntarnos si el circuito exhibirá el comportamiento de derivador para frecuencias mucho menores que la de resonancia, y de integrador para frecuencias mucho mayores. En esos rangos, el filtro tiene la pendiente y la fase adecuada para que esto suceda. Se realizaron pues mediciones de respuesta al escalón. Para la derivada, deberíamos observar un régimen permanente de 0 constante, y en el integrador deberíamos observar una señal triangular.

Calcularemos primero analíticamente qué debería obser-

varse a la salida. Siendo que ya contamos con la función transferencia del sistema (1.7) y que el mismo es BIBO-estable (pues la parte real de sus ceros es negativa, como se observa en el diagrama de polos (1.4)), para obtener la respuesta al escalón basta antitransformar la expresión:

$$Y(s) = H(s) \cdot \mathcal{L}\{u(t)\}(s) = \frac{H(s)}{s} \Leftrightarrow$$

$$Y(s) = \frac{\left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \cdot \frac{L_{GIC}}{R_6}}{LC_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1}$$

Si reemplazamos por los parámetros de este circuito  $\alpha = \frac{1}{2R_6C_6}$  (coeficiente de amortiguamiento) y  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$  (pseudofrecuencia, que es real porque los polos del sistema son complejos conjugados), entonces podemos reescribir la salida del sistema completando cuadrados y asociando como:

$$Y(s) = \frac{\left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \cdot \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot \frac{1}{L_{GIC}C_6}}{s^2 + \frac{1}{2R_6C_6} \cdot s + \frac{1}{L_{GIC}C_6}}$$

$$= \left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \cdot \frac{2\alpha}{\omega_d} \cdot \left(\frac{\omega_d}{(s + \alpha)^2 + \omega_d^2}\right)$$

Recordando que  $\mathcal{L}\left\{\frac{b}{(s+a)^2+b^2}\right\}(s) = e^{-at} \cdot \sin bt \cdot u(t)$ , entonces por linealidad la respuesta al escalón de este circuito es:

$$y(t) = u(t) \cdot \left(1 + \frac{R_4}{R_8}\right) \cdot \frac{2\alpha}{\omega_d} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \omega_d t \quad (1.13)$$

Por lo tanto, el transitorio que esperaríamos observar es una oscilación modulada por una exponencial decreciente, con pseudofrecuencia  $\omega_d \sim 12,930 \text{ rad/s} \sim 2,058 \text{ Hz}$  y tiempo característico  $\tau = \frac{1}{\alpha} \sim 614 \mu\text{s}$ . Por lo tanto, el tiempo de establecimiento de la señal debería ser de aproximadamente  $6\tau \sim 3.68 \text{ ms}$ , o el equivalente a  $\sim 7.57$  pseudoperíodos.

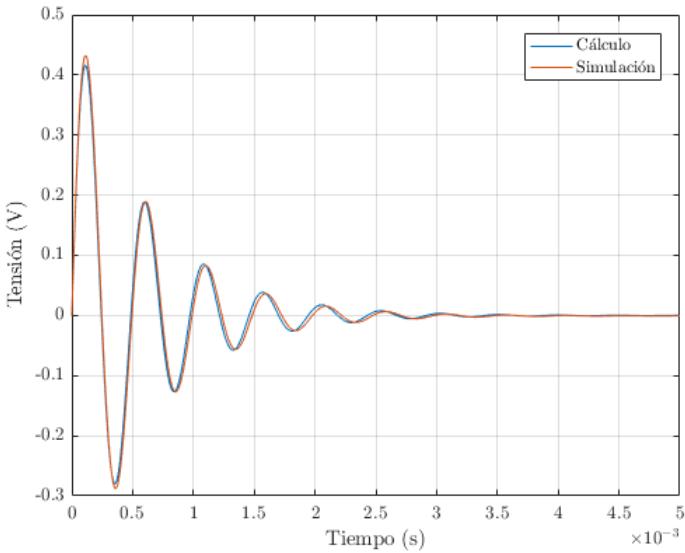


Figura 1.7: Simulación y cálculo de respuesta al escalón

La simulación en el *LtSpice* valida los cálculos realizados hasta el momento, con lo cual procederemos a comparar estos resultados con lo obtenido en las mediciones.



Figura 1.8: Respuesta a escalón de 100Hz

Esta respuesta al escalón coincide a grandes rasgos con la obtenida en la figura (1.7). Sin embargo, no llega a observarse que el sistema continúe oscilando más allá del sexto pseudoperíodo. Esto puede deberse a resistencias serie parásitas que amortigüen aún más el sistema, o puede que simplemente no sean apreciables frente al ruido del osciloscopio.

Por otro lado, respecto del comportamiento derivador, en esta frecuencia, observamos que una vez superado el régimen permanente, la señal se establece en 0V, lo cual coincide con el comportamiento esperado. Sin embargo, la duración del transitorio es del orden de la frecuencia. Para que este tiempo sea menos significante, deberíamos trabajar en frecuencias menores, pero esto a su vez conllevaría una atenuación cada vez mayor. Por lo tanto, no sería prudente usar este circuito como derivador.

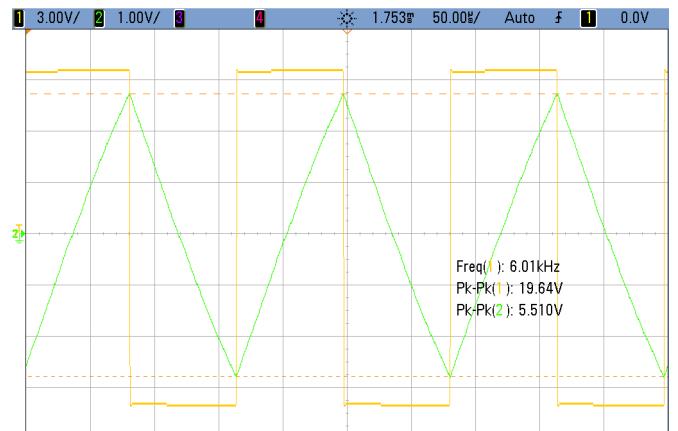


Figura 1.9: Respuesta a escalón de 6kHz

Con una frecuencia de  $6\text{kHz} \sim 3 \cdot f_0$ , en la salida ya se observa la integral de la entrada, que es lo que esperábamos observar. Recordando que la fase comienza a verse afectada por los polos del operacional a partir de los  $100\text{kHz}$  aproximadamente, este circuito podría usarse como integrador para señales de frecuencias entre los  $6\text{kHz}$  y los  $100\text{kHz}$ .

### 1.4.3 Impedancia de entrada

Si consideramos la simplificación del GIC a una bobina de la figura (1.3), la impedancia de entrada del circuito no es más que una resistencia en serie con una bobina y un capacitor en paralelo. Operando algebráicamente la expresión de la impedancia de entrada que se obtiene es:

$$Z_{in}(s) = R_6 \cdot \left( \frac{L_{GIC}C_6 \cdot s^2 + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1}{L_{GIC}C_6 \cdot s^2 + 1} \right) \quad (1.14)$$

Por lo tanto, esperaríamos que la impedancia de entrada presente un pico en la frecuencia de resonancia, donde idealmente debería tenerse impedancia infinita, y que para frecuencias mucho mayores o mucho menores se observe  $Z_{in}(f) \sim R_6 = 8.8k\Omega$ .

Sin embargo, como se observa en el diagrama de bode de la figura (1.10), esta expresión no es suficiente para explicar el comportamiento del circuito. Si bien mediciones y cálculo coinciden hasta los  $10kHz$  la fase y  $100kHz$  en la magnitud, es necesario tener en cuenta la presencia de las puntas del osciloscopio para poder tener un modelo representativo de lo que está sucediendo, como se observa en la simulación. En esta última están incluidos los efectos de las dos puntas conectadas para medir la impedancia de entrada: una antes de una resistencia de  $8.9k\Omega$  (medida con multímetro), y otra entre esta resistencia y el circuito, considerando a la impedancia de entrada como el cociente de la tensión de entrada al circuito y la corriente por esta resistencia.

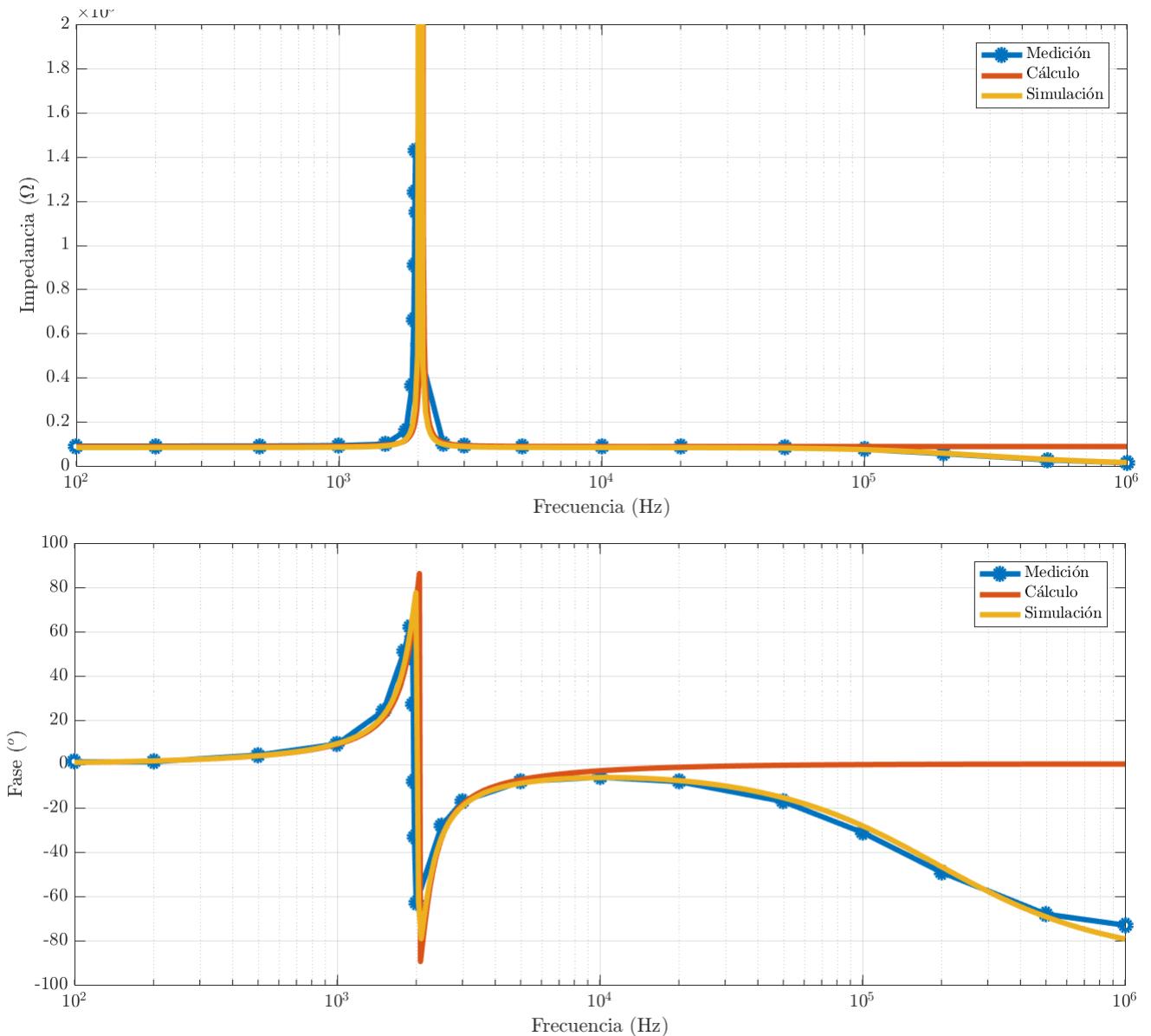


Figura 1.10: Diagrama de bode de la impedancia de entrada

#### 1.4.4 Impedancia de salida

La impedancia de salida de este circuito es la salida del uno de los *op amps* del TL082, y como tal idealmente es nula. Sin embargo, simulando en *LtSpice* se puede observar que si bien la misma es de unos pocos miliohms para frecuencias bajas, a partir de los  $10kHz$  comienza a crecer, llegando a aproximadamente  $90\Omega$  en  $1MHz$ .

Incluso utilizando el analizador de impedancias, la magnitud de la impedancia de salida era tan pequeña que el instrumento no lograba medir su fase. Sólo a partir de aproximadamente  $750Hz$ , cuando se superó el medio ohm, se comenzaron a obtener datos sobre la misma.

Como se puede observar en la figura (1.11), en el rango de valores donde la fase pudo medirse, la misma coincide con la de la simulación, y muestra un salto de aproximadamente  $120^\circ$  alrededor de la frecuencia de resonancia. Por otro lado, la magnitud coincide en forma, mas no así en valor: se midió consistentemente casi el doble de lo que predice la simulación. Esto puede deberse a discrepancias

entre el modelo utilizado por *Spice*, y el operacional concreto utilizado. Si bien cada modelo tiene características genéricas similares, algunos parámetros pueden poseer una gran dispersión, como es por ejemplo el caso de  $A_0$ .

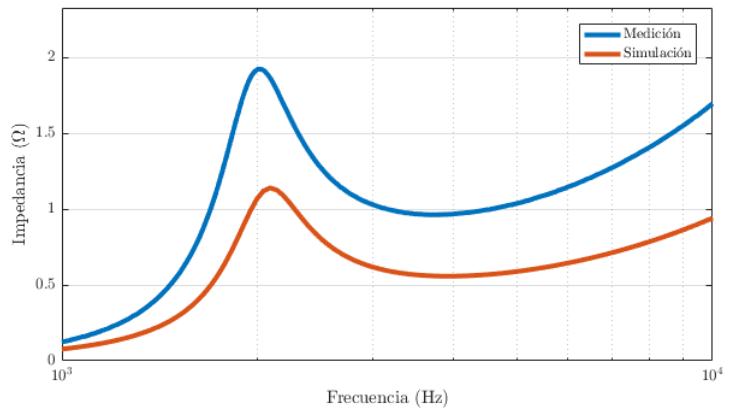


Figura 1.12: Detalle de la impedancia de salida alrededor de  $f_0$

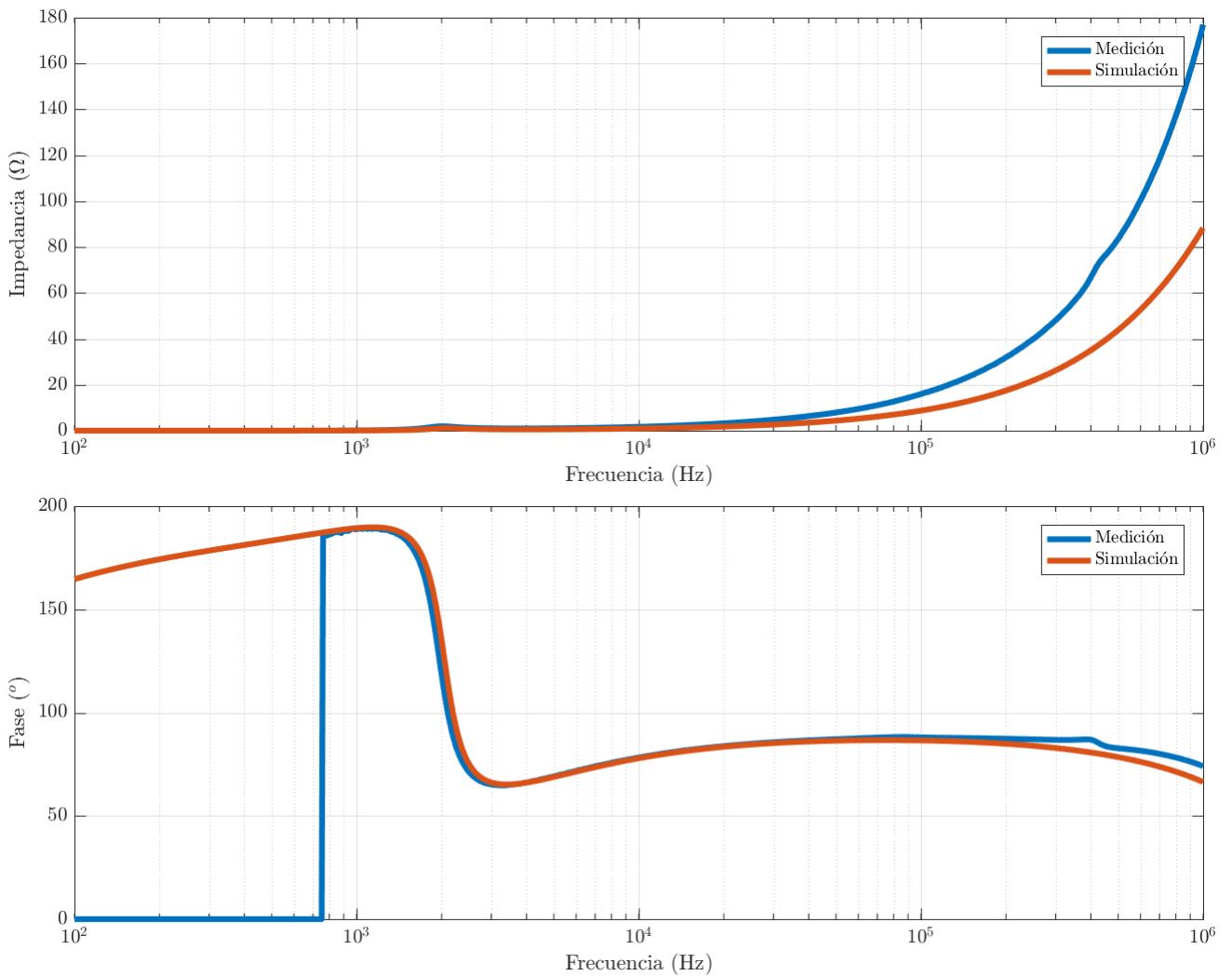


Figura 1.11: Diagrama de bode de la impedancia de salida

Siendo que observamos un salto en la fase alrededor de la frecuencia de corte, sería razonable que esto se vea reflejado en la magnitud de la impedancia. Si bien no es apreciable en la escala de la figura (1.11), al hacer *zoom* alrededor de  $f_0$  efectivamente se aprecia un pico en la impedancia, similar al que se veía a la entrada. Esto pone de manifiesto el comportamiento no ideal del operacional, puesto que al no ser su impedancia de salida verdaderamente 0, la del circuito ya no es sólo la del operacional sino ésta en paralelo con la salida del resto del circuito.

### 1.4.5 Limitaciones

#### Limitación por tensión

Como ya se ha discutido, si bien este circuito puede modelarse como un RLC, no se utiliza una bobina sino una combinación de resistencias, capacitores y operacionales. Por lo tanto, su comportamiento será el deseado siempre y cuando estos últimos estén trabajando en su zona lineal, para lo cual es fundamental evitar que lleguen a saturación.

Debido a que los operacionales se alimentaron con  $V_{CC}^{\pm} = \pm 15V$ , sería prudente dejar al menos 3V de margen, es decir no permitir que la salida deba superar los  $24V_{pp}$ .



Figura 1.13: Salida del circuito con el *op amp* saturado

Se observa aquí que la máxima tensión pico a pico que puede haber a la salida es  $25.3V_{pp}$ , por lo cual mantenerlo en  $24V_{pp}$  sería recomendable.

Debe tenerse en cuenta, además, que la salida de los dos operacionales describen dos comportamientos distintos, por lo cual que uno no sature no implica que el otro no lo haga. En la figura (1.13) se aprecia que con que uno sólo de los operacionales sature (en  $V_{out}$ , la señal verde) lleva a que el otro ( $V_1$ , señal violeta) tampoco exhiba el comportamiento deseado. Recordando los resultados obtenidos en (1.12) y (1.5), así como la expresión de  $L_{GIC}$  en función de los componentes en (1.4) podemos obtener la transferencia al otro operacional como:

$$\frac{V_1}{V_{in}}(s) = -\frac{R_1/R_6}{L_{GIC}C_6 \cdot s + \frac{L_{GIC}}{R_6} \cdot s + 1} \quad (1.15)$$

Esto corresponde a un filtro pasabajas de segundo orden, cuya frecuencia de corte es la misma que la de resonancia del circuito. Por lo tanto, para frecuencias bajas se deberá tener en cuenta la saturación de este *op amp* en lugar de la salida del circuito, puesto que la ganancia se estabilizará en  $R_1/R_6 = 1/4 \sim -12dB$  en lugar de decrecer 20dB por década. Sin embargo, esto no pudo observarse con los  $20V_{pp}$  máximos que entregan los generadores del laboratorio de la Universidad.

No es recomendable aumentar los valores elegidos de  $V_{CC}$ , puesto que la hoja de datos del operacional establece que el límite absoluto para este valor es de  $\pm 18V$ .

Por otro lado, incluso cuando la saturación no es un problema, debe tenerse en cuenta que los componentes utilizados tienen limitaciones de potencia. Por ejemplo, ambas resistencias utilizadas para formar  $R_6$  permiten disipar  $1/8W$ . La mayor proporción de corriente irá a  $R_{6a} = 12k\Omega$ , que puede disipar como máximo  $i_{a_{rms}} = \sqrt{\frac{1/8W}{12000\Omega}} \sim 3.23mA$ . Esto implica que la corriente de entrada debe mantenerse por debajo de  $i_{rms} = \left(\frac{33k\Omega+12k\Omega}{33k\Omega}\right) \cdot i_{a_{rms}} \sim 4.4mA$ . Siendo que la impedancia de entrada del circuito es la misma que  $R_6$  para casi todas las frecuencias, para estos valores la tensión debe ser mucho menor a  $38V_{rms}$ . La impedancia de entrada aumenta alrededor de la frecuencia de resonancia, pero en ese caso el circuito se ve limitado por la saturación de los operacionales, con lo cual tampoco es posible utilizar el circuito en esas condiciones.

#### Limitación por frecuencia

Como ya se mencionó, el ancho de banda del operacional utilizado es de  $4MHz$ . Sin embargo, en las mediciones de respuesta en frecuencia se pone de manifiesto que el polo del operacional afecta el comportamiento del filtro mucho antes, como se observa en los gráficos de la figura (1.6). Por lo tanto, sólo puede asegurarse que el filtro siga el comportamiento calculado hasta los  $100kHz$ .

#### Limitación por corriente

En hoja de datos del TL082 podemos observar que para una resistencia de carga de  $100\Omega$ , la tensión máxima de salida del operacional es  $4V_{pp}$ , lo cual implica una corriente máxima  $rms$  de aproximadamente  $mA$ . Para valores más elevados de carga, sin embargo, esta limitación se hace más estricta en  $\frac{28V}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{10k\Omega} \sim 1mA$ . Por lo tanto, al cargar este filtro debe tenerse en cuenta que la corriente a la salida del operacional no puede superar estos valores.

## 1.5 Conclusiones

Se logró implementar un filtro pasabandas con las prestaciones especificadas, que presentó el comportamiento esperado hasta  $100kHz$ . La frecuencia de resonancia del mismo es  $f_0 = 1.94kHz$ , la cual difiere de la frecuencia pedida de  $13,000rad/s$  por un 6%. Gráficamente se observa también que el factor de calidad es el pedido.

Asimismo, se logró comprobar que el modelo utilizado para la simulación predice satisfactoriamente el comportamiento de la impedancia de entrada, de salida y de respuesta al escalón. Sólo se observaron discrepancias significativas para el caso de la impedancia de salida, la cual depende intrínsecamente de parámetros del operacional que poseen una gran dispersión.

Todo esto fue posible gracias a la simplificación del GIC como una bobina cuya inductancia está definida por las impedancias presentes en este subcircuito. Sin embargo, de haber usado un RLC real no se habría tenido problemas con la saturación y ancho de banda de los operacionales. Pero esto habría sido a costa de tener que agregar una bobina al circuito, lo cual en general es un elemento de gran tamaño, con una elevada resistencia serie, o en su defecto más caro que el resto de los elementos utilizados. En cambio, con capacitores, resistencias y operacionales logramos simular el comportamiento de una bobina de alrededor de  $170mH$ , que es un valor considerablemente grande.

## 1.6 Anexo

### 1.6.1 Respuesta en frecuencia

$f(kHz)$	$V_{in_{pp}}(V)$	$V_{out_{pp}}(V)$	$\angle H(^{\circ})$	$ H (dB)$
0.01	19.8	0.051	89	-51.9
0.02	19.8	0.101	90	-45.8
0.05	19.8	0.252	89	-37.9
0.1	19.8	0.500	89	-32.0
0.2	19.8	1.01	88	-25.8
0.5	19.8	2.66	86	-17.4
1.0	19.8	6.68	80	-9.4
1.5	10.8	8.95	65	-1.6
1.8	10.8	17.5	34	4.2
1.94	10.2	19.5	5	5.6
1.96	10.2	19.5	0	5.6
2.00	10.9	20.7	-8	5.6
2.1	10.9	18.5	-27	4.6
2.2	10.8	15.7	-41	3.2
2.5	10.8	9.79	-62	-0.9
3.0	10.8	5.96	-74	-5.2
5.0	19.8	4.56	-84	-12.8
10	19.8	2.00	-87	-19.9
20	19.8	0.983	-88	-26.1
50	19.8	0.392	-89	-34.1
100	19.8	0.199	-91	-40.0
200	19.8	0.101	-93	-45.8
500	19.7	0.046	-101	-52.6
1000	19.6	0.034	-124	-55.2

### 1.6.2 Impedancia de entrada

Mediciones realizadas sobre una resistencia de  $r = 9.89k\Omega$ .

$f(kHz)$	$V_{r_{pp}}(V)$	$V_{in_{pp}}(V)$	$\angle Z(^{\circ})$	$ Z (\Omega)$
0.10	10.3	9.37	1	8997
0.20	10.3	9.37	1	8997
0.50	10.3	9.38	4	9007
1.00	10.2	9.48	9	9192
1.50	7.10	7.10	24	9890
1.80	5.88	9.47	51	15928
1.90	3.30	12.1	62	36263
1.93	1.91	12.8	57	66279
1.94	1.41	13.0	48	91184
1.95	1.04	13.0	27	123625
1.96	0.899	13.0	-8	143014
1.97	1.12	13.0	-33	114795
2.0	2.30	12.8	-63	55040
2.5	7.15	7.15	-28	9890
3.0	7.31	6.74	-17	9119
5.0	7.36	6.56	-8	8815
10	7.39	6.54	-6	8752
20	7.40	6.54	-8	8741
50	7.60	6.47	-17	8420
100	8.22	6.24	-31	7508
200	9.69	5.46	-49	5573
500	12.3	3.38	-68	2718
1000	13.2	1.92	-73	1439

### 1.6.3 Impedancia de salida

Estas mediciones se realizaron con la ayuda de un *software* automatizado. La tabla de valores no se incluye porque son demasiados. Se puede acceder a la misma en el siguiente link: [https://github.com/LAICACHAMPION/TC\\_TP3/blob/master/Ej1/Mediciones/tc\\_tp3\\_ej1\\_zout.csv](https://github.com/LAICACHAMPION/TC_TP3/blob/master/Ej1/Mediciones/tc_tp3_ej1_zout.csv). Tener en mente que hasta los  $\sim 750Hz$  la fase no es consistentemente  $0^{\circ}$  como los datos parecen indicar, sino que el analizador de impedancias no indicaba ninguna fase.

## Ejercicio 2

# Introducción a diseño de filtros

Criterios considerados en todos los pasos de la realización de filtros:

- Cumplir la plantilla con tolerancia del 0%.
- Minimizar la cantidad de componentes.
- Minimizar la cantidad de valores distintos de componentes.
- Utilizar un solo valor de inductancia para usar un solo diseño de gyrator.

Tipo de filtro	$f_p[kHz]$	$f_a[kHz]$	$f_c[kHz]$
LP	4	14	—
HP	14	4	—
BP	—	—	8
BR	—	—	4

Tabla 2.1: Plantilla

## 2.1 Diseño de funciones transferencias con RLC ideal

### 2.1.1 High-pass y low-pass

Los filtros se implementan con circuitos RLC serie. Para el low-pass la salida se toma en el capacitor, y para el high-pass, en el inductor. Se obtienen las siguientes funciones transferencia:

#### Low-pass

$$\frac{1}{\left(\frac{s}{2\pi f_{0LP}}\right)^2 + \frac{s}{2\pi f_{0LP}} \cdot 2\xi + 1} \quad (2.1)$$

#### High-pass

$$\frac{\left(\frac{s}{2\pi f_{0HP}}\right)^2}{\left(\frac{s}{2\pi f_{0HP}}\right)^2 + \frac{s}{\omega_0} \cdot 2\xi + 1} \quad (2.2)$$

### 2.1.2 Relación entre filtro low-pass y high-pass

- Como se observa en la tabla ??, las plantillas de los filtros high-pass y low-pass presentan una simetría: la frecuencia de paso ( $f_p$ ) de uno es la frecuencia de atenuación ( $f_a$ ) del otro, y la atenuación en  $f_a$  es igual para ambos filtros (ídem con  $f_p$ ).
- Siempre que la frecuencia sea analizada en escala logarítmica, la respuesta en frecuencia de un filtro high-pass de orden 2 tiene la forma de un filtro low-pass de orden 2 pero espejado sobre un eje vertical. Esto permite obtener la respuesta en frecuencia de un filtro high-pass de orden 2 a partir de la de un filtro low-pass de orden 2. Se detalla un ejemplo en la figura 2.1. Cabe destacar que los cambios de variables para pasar de una función transferencia a otra no modifican el  $\xi$  del sistema.

Teniendo en cuenta los dos puntos anteriores, se diseña la transferencia del low-pass y se la espeja en la media logarítmica <sup>1</sup>  $f_{medlog} = \sqrt{f_a f_p} \approx 7.5KHz$  para obtener la del high-pass.

### 2.1.3 Low-pass

De la sección 2.7.1 se obtiene la transferencia de un pasabajos RLC serie:

$$\frac{1}{\left(\frac{s}{2\pi f_{0LP}}\right)^2 + \frac{s}{2\pi f_{0LP}} \cdot 2\xi + 1} \quad (2.3)$$

Se verifica que una transferencia  $f_{0LP} = f_{medlog}$  cumple con la plantilla si  $\xi = 1$ <sup>2</sup>. Se eligen estos valores ya que al realizar la transformación de low-pass a high-pass se cumple que

$$f_{medlog} = f_{0LP} = f_{0HP} \quad (2.4)$$

<sup>1</sup>Se utiliza la media logarítmica y no la lineal ya que la simetría existe siempre que se analice a la frecuencia en escala logarítmica, no lineal.

<sup>2</sup>Solo hay sobrepico si  $\xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$

mejora  
el flujo  
de idea  
de esta  
sección  
porque  
media  
verga

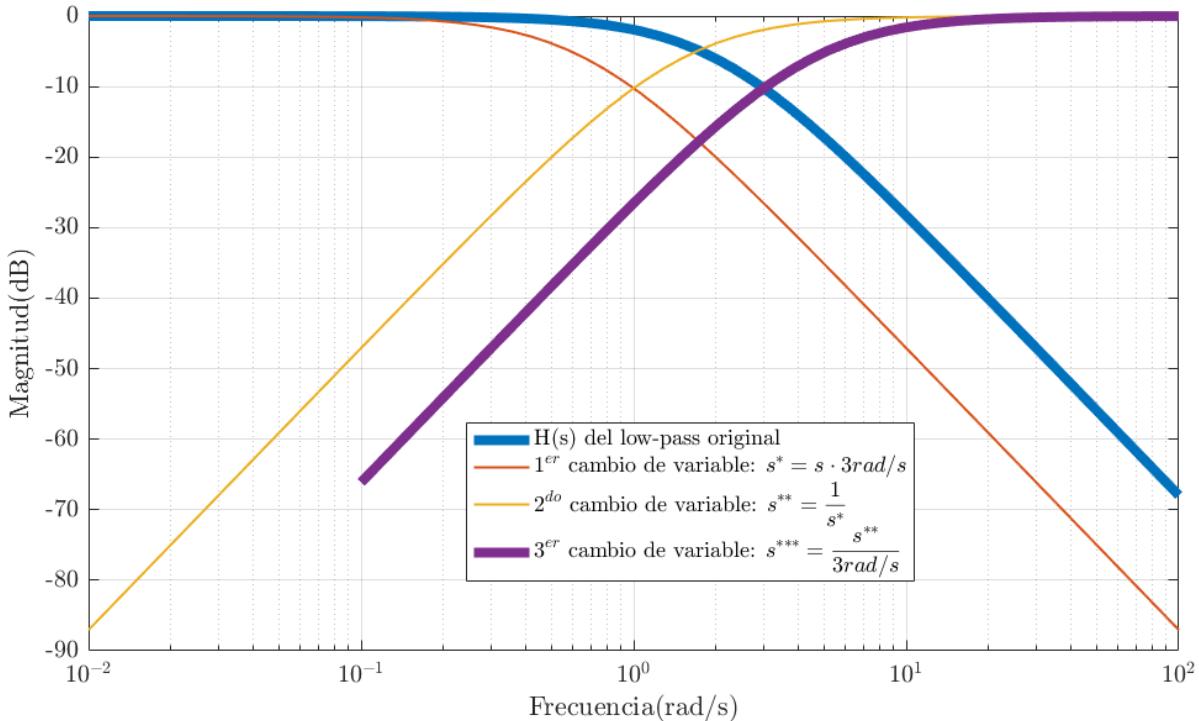


Figura 2.1: Trasformación de filtro low-pass a high-pass mediante inversión en el eje de  $3 \text{ rad/s}$ . El primer cambio de variable mueve la transferencia de forma que el punto que estaba en  $3 \text{ rad/s}$  se desplace hasta  $1 \text{ rad/s}$ . El segundo espeja respecto el eje de  $1 \text{ rad/s}$ , y el tercero desplaza nuevamente a  $3 \text{ rad/s}$ . La función transferencia inicial es  $H_{LP}(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{4} + s + 1}$ , y la final  $H_{HP}(s) = \frac{s^2 \cdot \frac{4}{81}}{\frac{s^2}{81} + s \cdot \frac{4}{9} + 1}$ . Notar que las frecuencias de corte ( $2 \text{ rad/s}$  para el low-pass y  $4.5 \text{ rad/s}$  para el high-pass) también se espejan respecto al eje de  $3 \text{ rad/s}$  y que  $\xi = 1$  no se modifica.

Esto presenta ventajas a la hora de elegir valores de componentes (ver sección 2.1.4).

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (2.5)$$

Como  $\xi = 1 \Rightarrow \alpha = \omega_0$ :

$$2\pi f_0 = \frac{R}{2L} \quad (2.6)$$

$$R = 2\pi f_0 \cdot 2L \quad (2.7)$$

$$= 1.88K\Omega \quad (2.8)$$

Ajustando a valores comerciales:

$$R = 1.8K\Omega \quad (2.9)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.10)$$

$$C = \frac{1}{L \cdot (2\pi f_0)^2} \quad (2.11)$$

$$= 22.5nF \quad (2.12)$$

Ajustando a valores comerciales:

$$C = 22nF \quad (2.13)$$

Una vez obtenidos los valores de los componentes, se puede concluir los valores reales de  $\xi$  y  $f_0$ :

$$\xi = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1.8K\Omega}{2} \cdot \sqrt{\frac{22nF}{0.02H}} = 0.9439$$

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.02H \cdot 22nF}} \approx 47.7K\Omega$$

## 2.1.4 High-pass

$$f_{0HP} = f_{0LP} \quad (2.14)$$

$$\frac{1}{\sqrt{L_{LP}C_{LP}}} = \frac{1}{\sqrt{L_{HP}C_{HP}}} \quad (2.15)$$

De acuerdo al criterio de diseño de reducir los diferentes valores de componentes, se elige que  $C_{HP} = C_{LP}$  y  $L_{HP} = L_{LP}$ . Como además la transformación no modifica el  $\xi$  del filtro,

$$\xi_{LP} = \xi_{HP} \quad (2.16)$$

$$\frac{\alpha_{LP}}{2\pi f_{0LP}} = \frac{\alpha_{HP}}{2\pi f_{0HP}} \quad (2.17)$$

$$\alpha_{LP} = \alpha_{HP} \quad (2.18)$$

$$\frac{R_{LP}}{2L_{LP}} = \frac{R_{HP}}{2L_{HP}} \quad (2.19)$$

$$R_{LP} = R_{HP} \quad (2.20)$$

## 2.1.5 Band-reject

El filtro band-reject se implementa con un circuito RLC serie tomando la salida en el capacitor e inductor. Tiene la siguiente función transferencia:

$$\frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{s}{\omega_0}\right) \cdot 2\xi + 1} \quad (2.21)$$

Sabiendo que  $f_c = 4K\Omega$ , es evidente que no se pueden mantener los valores de  $C$  y de  $L$  usados en los filtros low-pass y high-pass ya que tienen otra frecuencia de corte. Se elige cambiar la frecuencia de corte modificando el valor de  $C$  y no de  $L$  ya que de esta forma se puede usar el mismo diseño de gyrator.

$$C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{1}{0.02H \cdot (2\pi 4KHz)^2} = 79nF \approx 82nF \quad (2.22)$$

en donde en el último término se ajustó a valores comerciales. Con esta aproximación se obtiene la frecuencia de corte real:

$$f_{cBR} = \frac{1}{\sqrt{LC} \cdot 2\pi} = \frac{1}{\sqrt{0.02H \cdot 82nF} \cdot 2\pi} \approx 3.93KHz \quad (2.23)$$

Se elige mantener el valor de la resistencia del low-pass y high-pass ( $R = 1.8K\Omega$ ). Con todos los componentes elegidos, se obtiene el  $\xi$  del circuito:

$$\xi = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = 1.8223 \quad (2.24)$$

También se puede obtener  $Q = \frac{1}{2\xi}$

$$Q = \frac{1}{2\xi} = 0.2743 \quad (2.25)$$

## 2.1.6 Band-pass

Dado que todos los filtros usan el mismo diseño de gyrator, se mantiene el valor de  $L = 0.02H$ . Sabiendo que  $f_0 = 8KHz$ :

$$2\pi = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$C = \frac{1}{0.02H(2\pi 8KHz)^2} = 19.8nF$$

Ajustando a valores comerciales:

$$C = 22nF$$

Se decide aproximar a  $22nF$  y no a  $18nF$  ya que ambos valores presentaban una diferencia del mismo orden, y el primero era el mismo que fue asignado a  $C$  en dos de los otros tres filtros.

Al igual que en el filtro band-reject, se mantiene el valor de  $R = 1.8K\Omega$

## 2.2 Adaptación de las funciones transferencia a RLC con bobina con resistencia en serie $R_L$

ME DA TODO CASI IGUAL SI  $R_L = 50\Omega$

## 2.3 EL POR QUE DE LA CANTIDAD DE INTEGRADOS Y SMD

ELEGI DOS INTEGRADOS DE 4 AUNQUE PODRIA HABER USADO UNO DE 4 Y UNO DE 2 PARA SEPARAR LOS GYRATORS DE LOS DEL RESTADOR. SI POSTA QUERES USAR UN SOLO INTEGRADO, O TE BANCAS LA SALIDA DIFERENCIAL Y ELIMINAL EL INTEGRADO DEL RESTADOR, O TE COMPRAS UNO DE 6 OPAMPS QUE EXISTEN Y TIENEN BANDA ANCHA (10MHZ).

ELEGI SMD PORQUE SI NO NO ME DABA EL MONTECARLO PARA HACER EL LP Y EL HP JUNTOS.

## 2.4 SALIDA DIFERENCIAL DEL LP

Como se ve en las figuras ?? y ??, hay bocha de diferencia si uso el restador o si no lo uso, pero me empieza a joder arriba de la frecuencia maxima a la cual el gyrator anda piola (aprox 20k).

## 2.5 Gyrator como simulador de un inductor

a ciertas frecuencias tiene impedancia de entrada aprox  $sL+RL$ , con  $L = R_{gyr} RL C_{gyr}$

En la sección 2.7.2 se obtiene que la impedancia de entrada del gyrator es

$$Z_{in} = \frac{sC_{gyr}R_{gyr}R_L + R_L}{sC_{gyr}(R_{gyr}(1 - K) + R_L) + 1} \quad (2.26)$$

en donde  $K \approx \frac{1}{1 + \frac{s}{2\pi BWP}}$  (ecuación 2.46).

Si el denominador puede aproximarse a 1 (ver sección 2.5.1), la impedancia de entrada se puede aproximar a la del modelo de un inductor con resistencia serie con valores  $L = CR_L R_1$  y  $R_{coil} = R_L$

$$Z_{in} = sC_{gyr}R_L R_{gyr} + R_L \quad (2.27)$$

$$|Z_{in}| = R_L \sqrt{4\pi^2 f^2 C_{gyr}^2 R_{gyr}^2 + 1} \quad (2.28)$$

$$\angle Z_{in} = \arctg(2\pi f C_{gyr} R_{gyr}) \quad (2.29)$$

### 2.5.1 Limitaciones en frecuencia.

Se analiza el denominador de la impedancia de entrada (ecuación 2.50) y se busca en qué rango de frecuencias puede aproximarse a 1. Siendo  $D(s)$  el denominador:

$$D(s) = sC_{gyr}(R_{gyr}(1 - \frac{1}{1 + \frac{s}{2\pi BWP}}) + R_L) + 1 \\ = \frac{C_{gyr}R_T s^2 + 2\pi BWP C_{gyr}R_L s + 2\pi BWP}{s + 2\pi BWP}$$

Siendo  $R_T = R_L + R_{gyr}$ .

$$= \frac{\frac{C_{gyr}R_T}{2\pi BWP}s^2 + C_{gyr}R_L s + 1}{\frac{s}{2\pi BWP} + 1}$$

A continuación se analizan los polos y ceros de  $D(s)$ :

**Cero doble en  $f_{cero} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi BWP}{C_{gyr}R_T}}$ :** Se observa que el denominador tiene un cero doble en  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi BWP}{C_{gyr}R_T}}$ . La existencia o no del sobrepecho (y de existir, su altura y posición) depende de la relación entre el coeficiente lineal  $b = C_{gyr}R_L$  y  $f_0$ .

$$b = \frac{2\xi}{2\pi f_0} \\ \xi = \frac{2\pi f_0 b}{2} \\ \xi = \sqrt{\frac{\frac{2\pi BWP}{C_{gyr}R_T} \cdot C_{gyr}R_L}{2}} \\ = \frac{1}{2} R_L \sqrt{\frac{2\pi BWP C_{gyr}}{R_L + R_{gyr}}}$$

Si  $R_{gyr} \gg R_L$ :

$$\approx \frac{1}{2} R_L \sqrt{\frac{2\pi BWP C_{gyr}}{R_{gyr}}}$$

Si  $\xi \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $D(s)$  tiene sobrepecho (va a ser cada vez mas pronunciado mientras más chico sea  $\xi$ ).

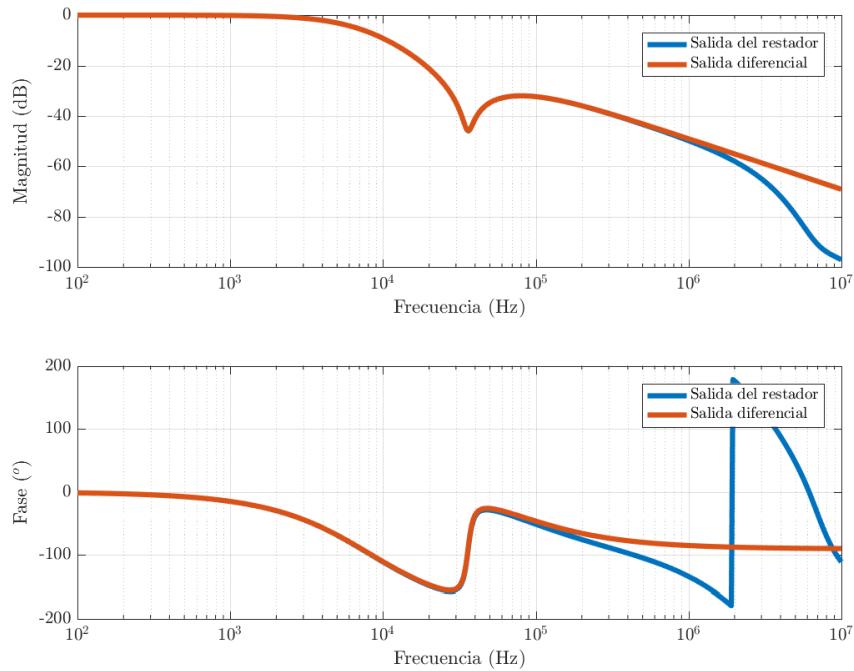


Figura 2.2: Simulación del filtro low-pass con bobina real tomando salida diferencial y usando el restador

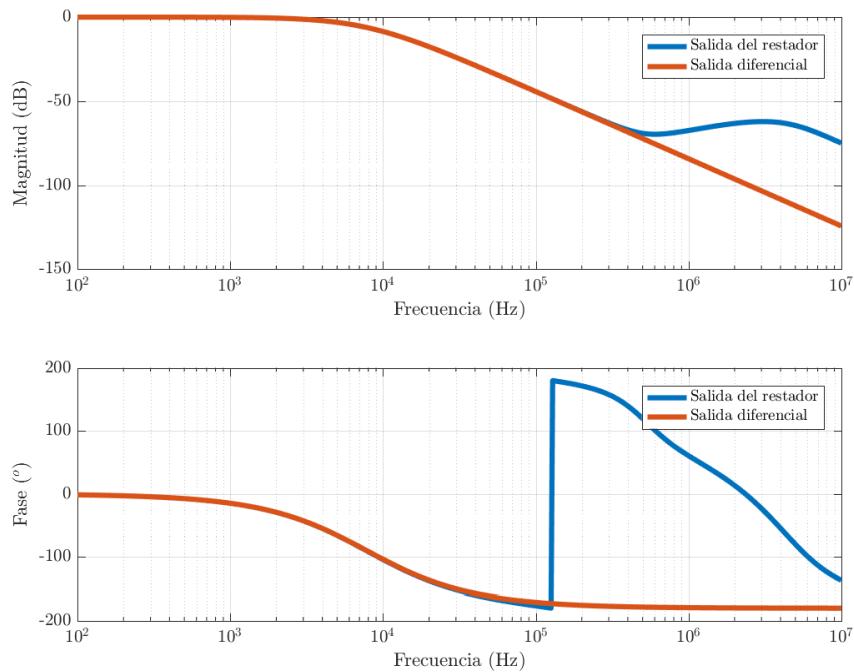


Figura 2.3: Simulación del filtro low-pass con bobina real tomando salida diferencial y usando el restador

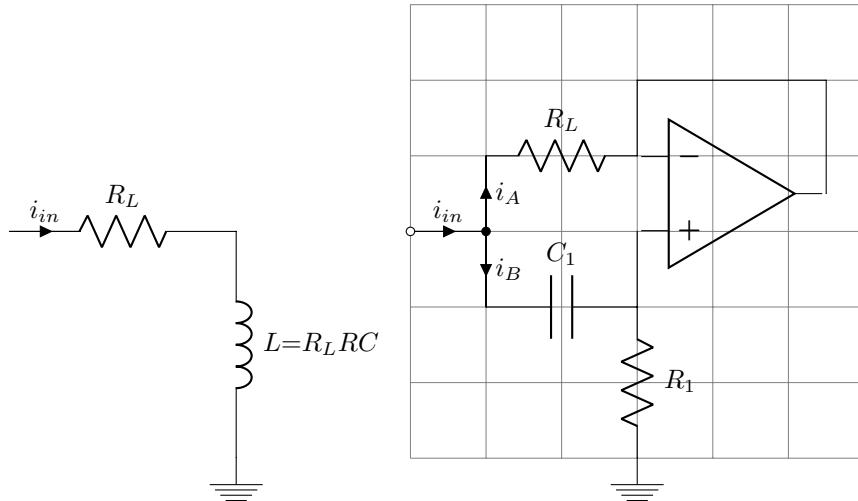


Figura 2.4: Uso de gyrator como inductor

**Polo simple en**  $f_{polo} = BWP$  NO ESTA EN BWP MITERIO MITERIO MITERIO MITERIO

$f_{cero} < f_{polo} \Rightarrow f_{cero}$  es la frecuencia que me delimita hasta donde  $D(s) \approx 1$ , y en consecuencia hasta donde anda el gyrator. EN VERDAD ANDA HASTA MENOS DE D(S) PORQUE HAY SOBREPICO Y TODA ESA GILADA.

### 2.5.2 Elección de componentes

$$R_L = 50\Omega$$

$$R_{gyr} = 39k\Omega$$

$$C_{gyr} = 10nF$$

### 2.5.3 Otras limitaciones

**Almacenamiento energético** no puede almacenar energía de la misma manera que un inductor. La magnitud de la fem producida ante cambios de corriente ( $V = \frac{di}{dt}$ ) tiene limitaciones propias de las características eléctricas del circuito (ej.: op-amp no puede largar 100.000kV a pesar de lo que diga spice)

**Terminal a tierra** una de las terminales del inductor simulado siempre debe estar a tierra

**Propiedades magnéticas** No crean campos magnéticos de la misma forma que los inductores, por lo que no se puede conseguir un efecto de mutua inducción.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>por eso no se puede hacer un transformador con desacople eléctrico como si se puede hacer con bobinas posta. Si se puede hacer un transformador poniendo dos en cascada pero es que no tiene nada que ver y no hay desacople eléctrico. Desacople eléctrico es un término que existe o invente?

**Transformador de aislación** un transformador implementado con gyrators no tiene aislación eléctrica como si tiene un transformador real. Por ejemplo, no se podría implementar un transformador de aislación

traducción  
de isolat...  
tion tra...  
former  
esta bi...

## 2.6 Análisis de resultados

### 2.6.1 High-pass

??

### 2.6.2 Low-pass

??

### 2.6.3 Band-pass

??

### 2.6.4 Band-reject

??

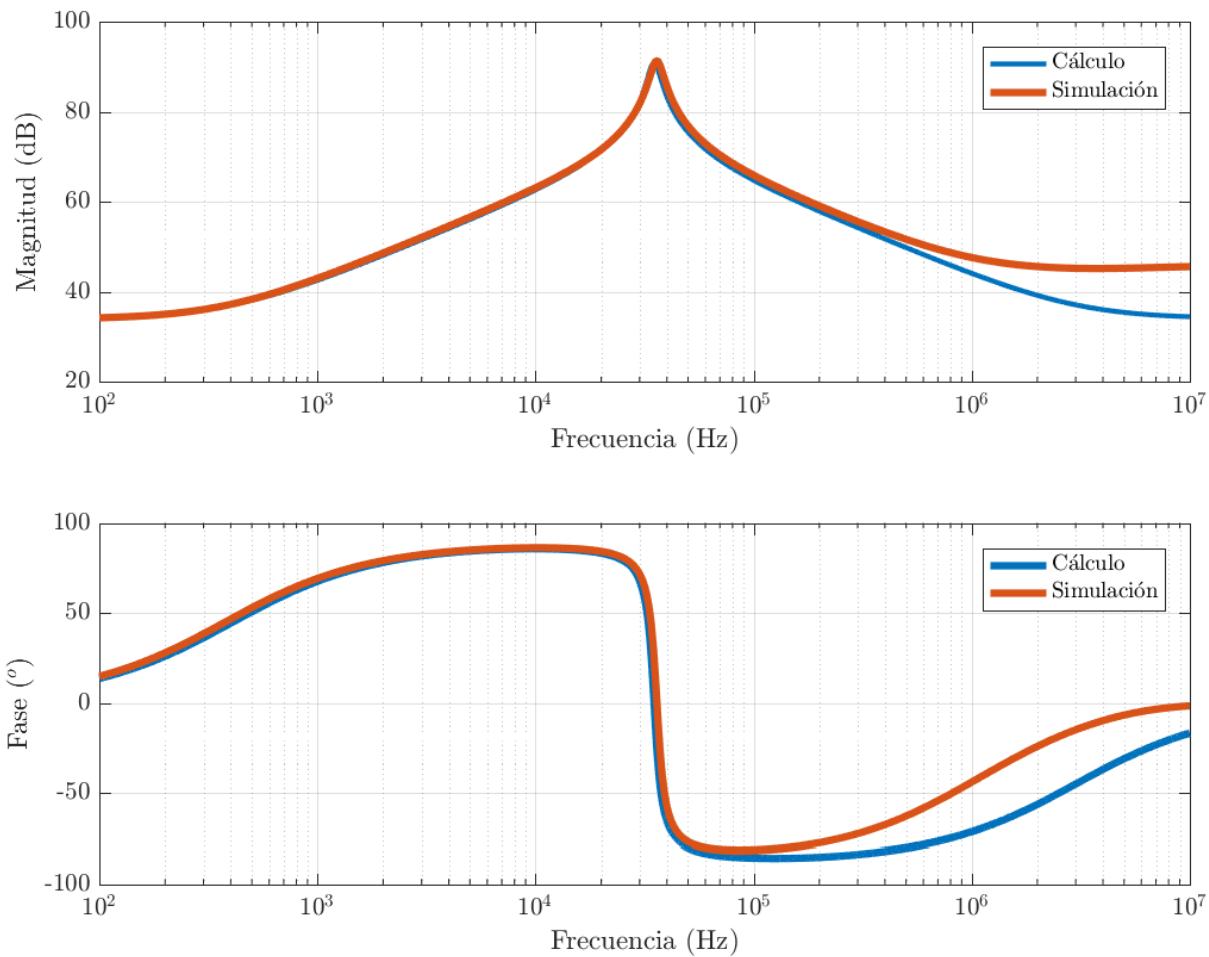


Figura 2.5: Cálculo y simulación de la impedancia de entrada del gyrator

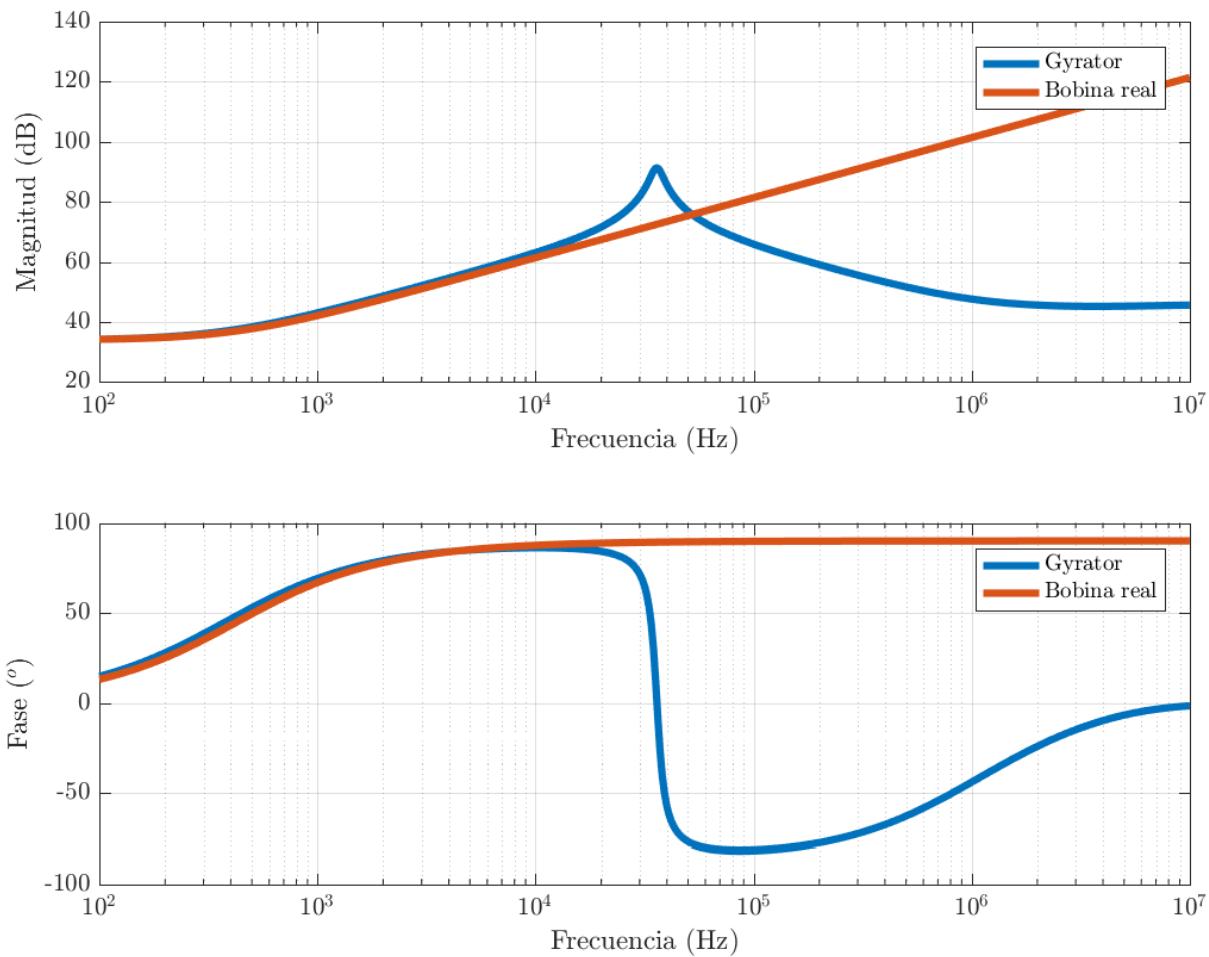


Figura 2.6: Simulación de la impedancia de entrada del gyrator y de la de una bobina real

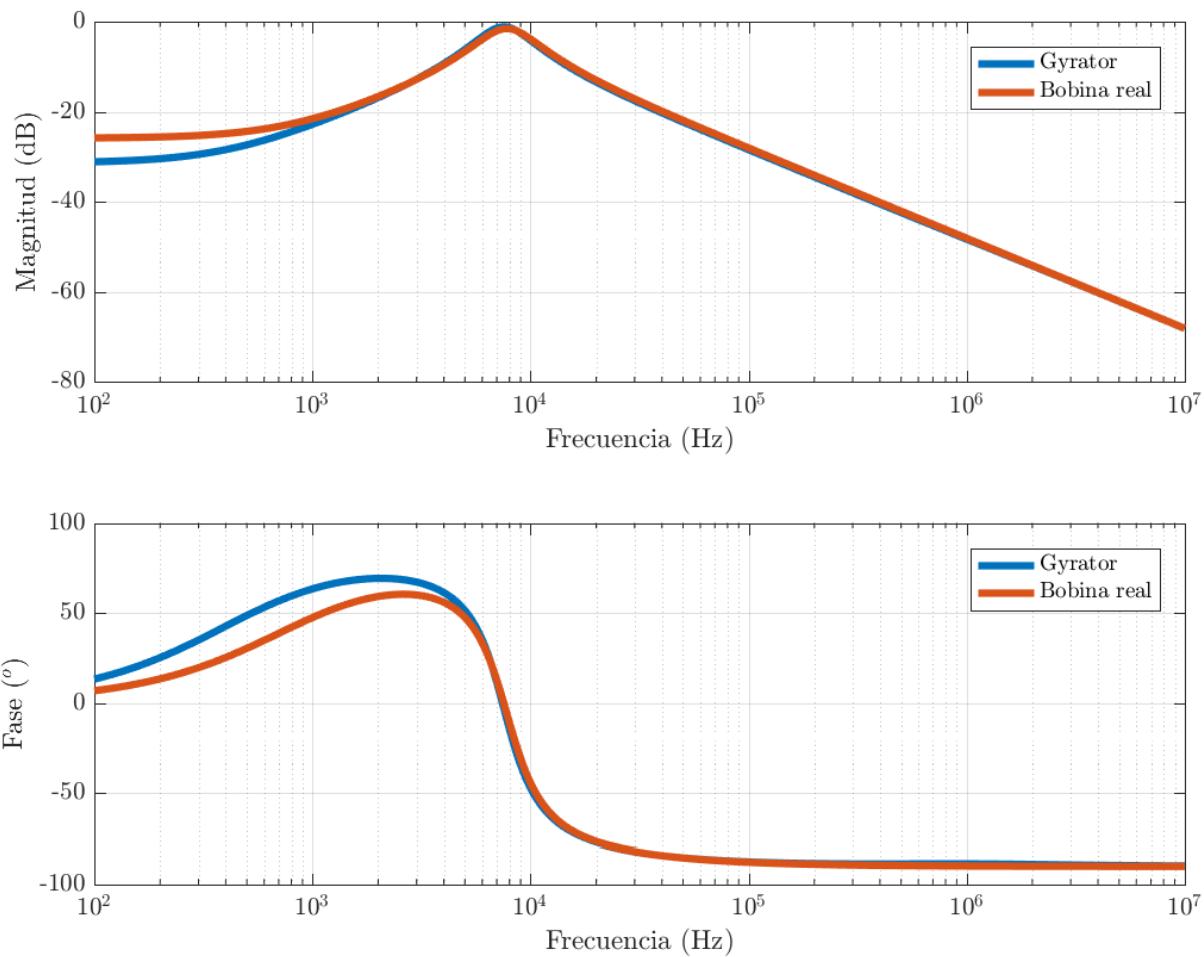


Figura 2.7: Simulación filtro band-pass implementado con bobina real y con gyrator

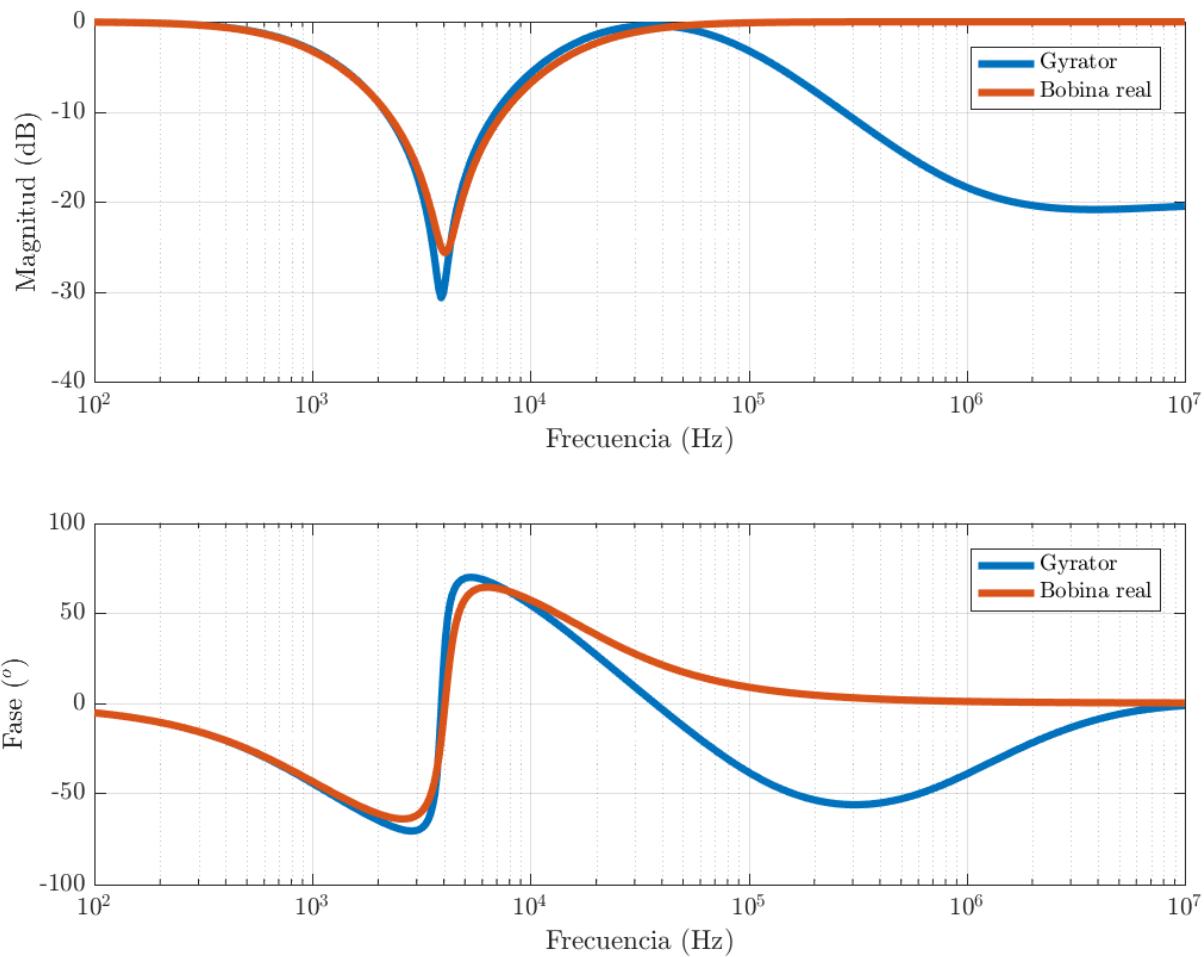


Figura 2.8: Simulación filtro band-reject implementado con bobina real y con gyrator

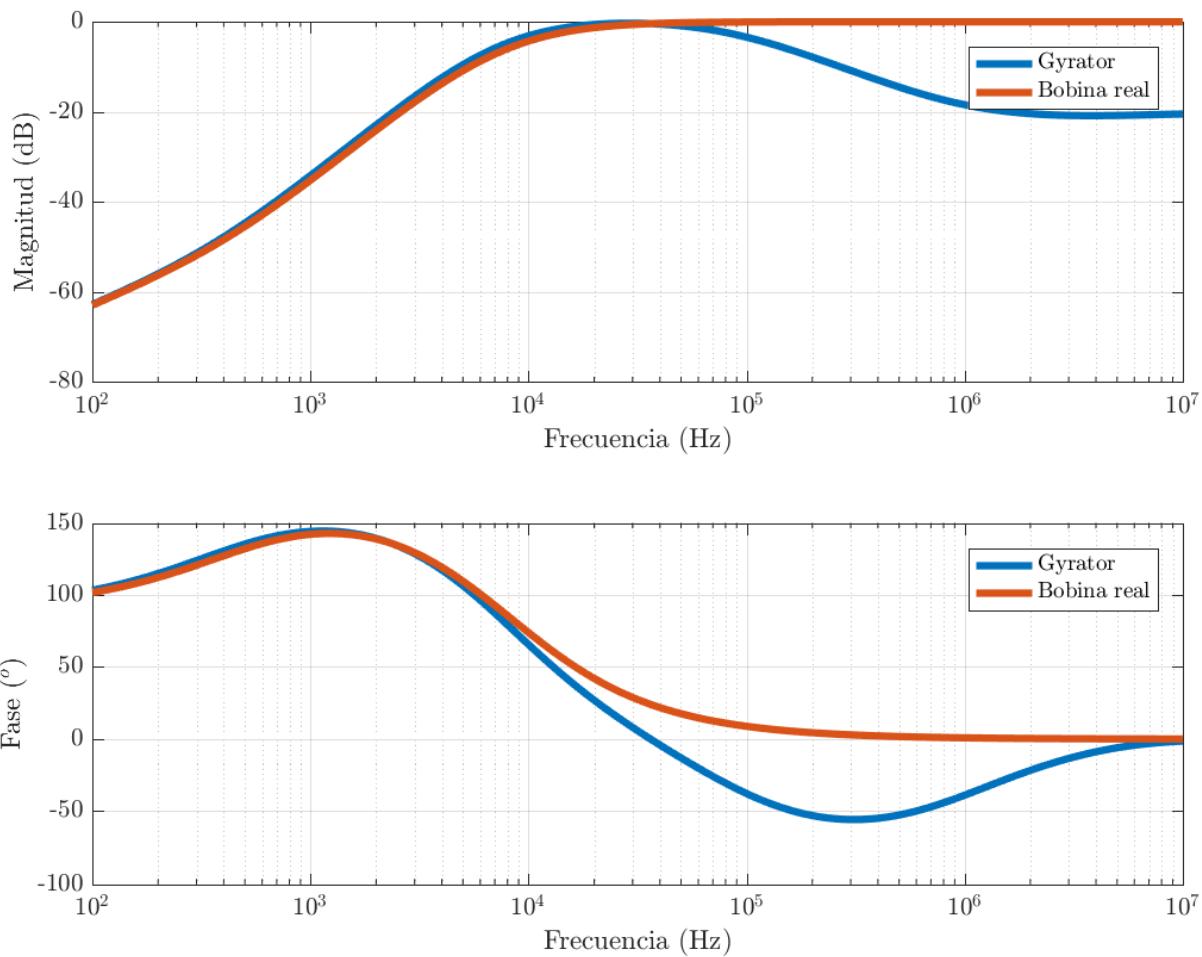


Figura 2.9: Simulación filtro high-pass implementado con bobina real y con gyrator

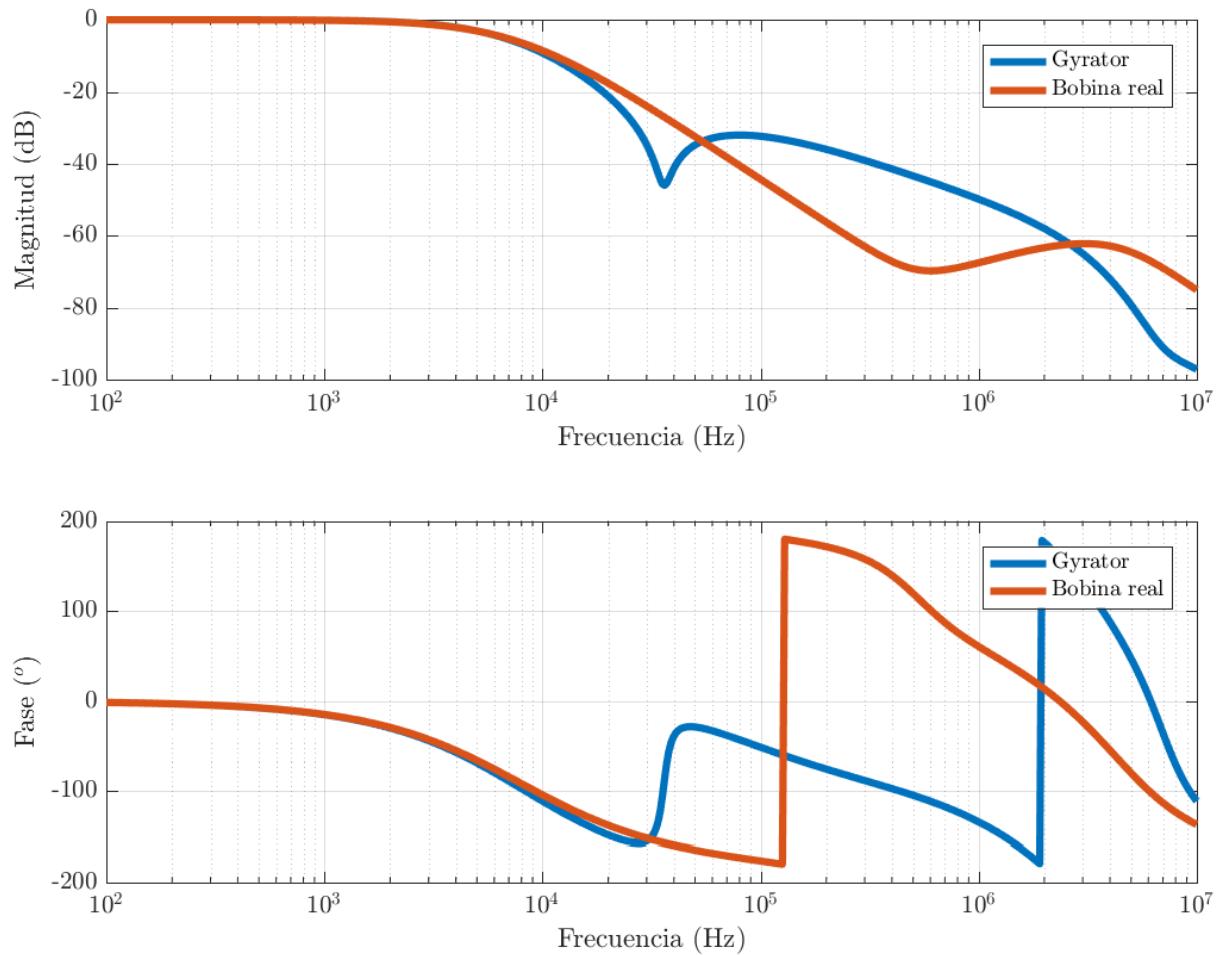


Figura 2.10: Simulación filtro low-pass implementado con bobina real y con gyrator. Salida del restador

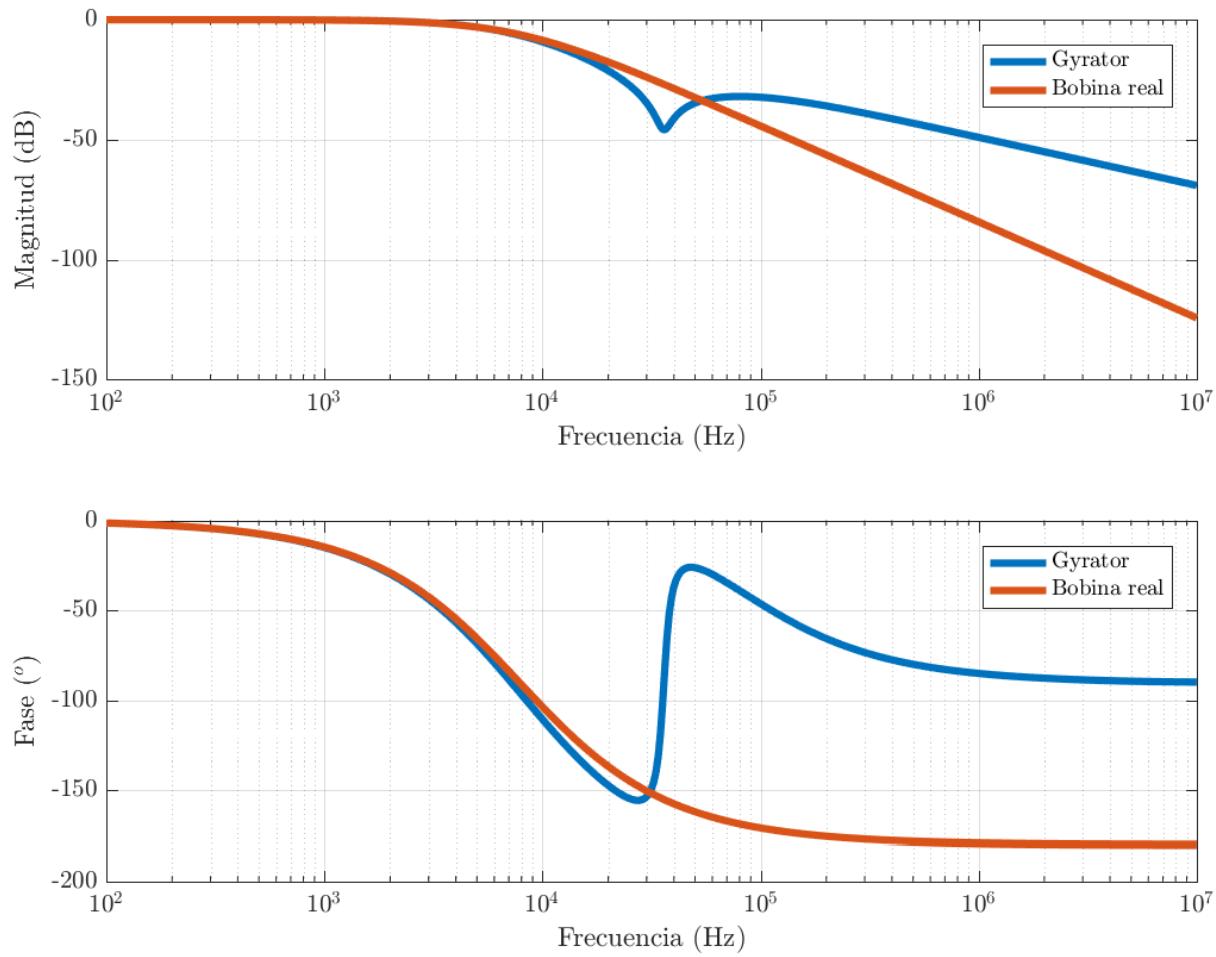


Figura 2.11: Simulación filtro low-pass implementado con bobina real y con gyrator. Salida diferencial

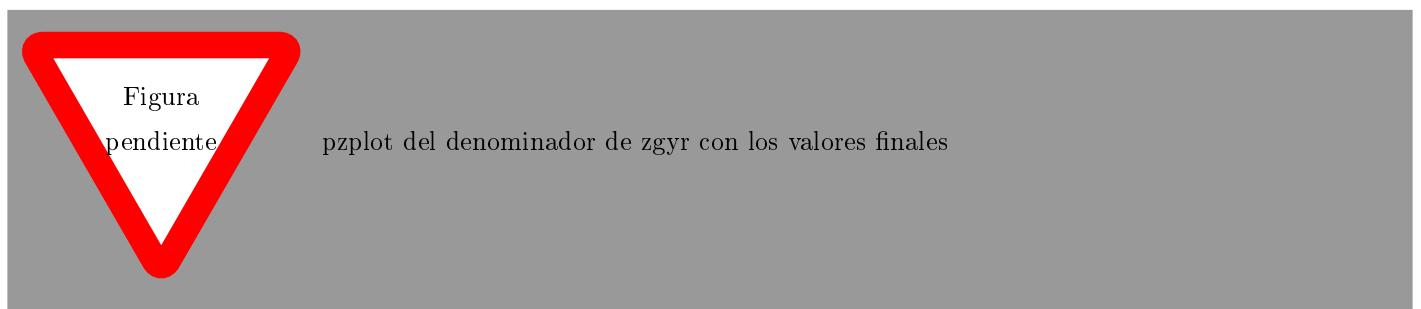


Figura 2.12: Diagrama de polos y ceros de la impedancia de entrada del gyrator

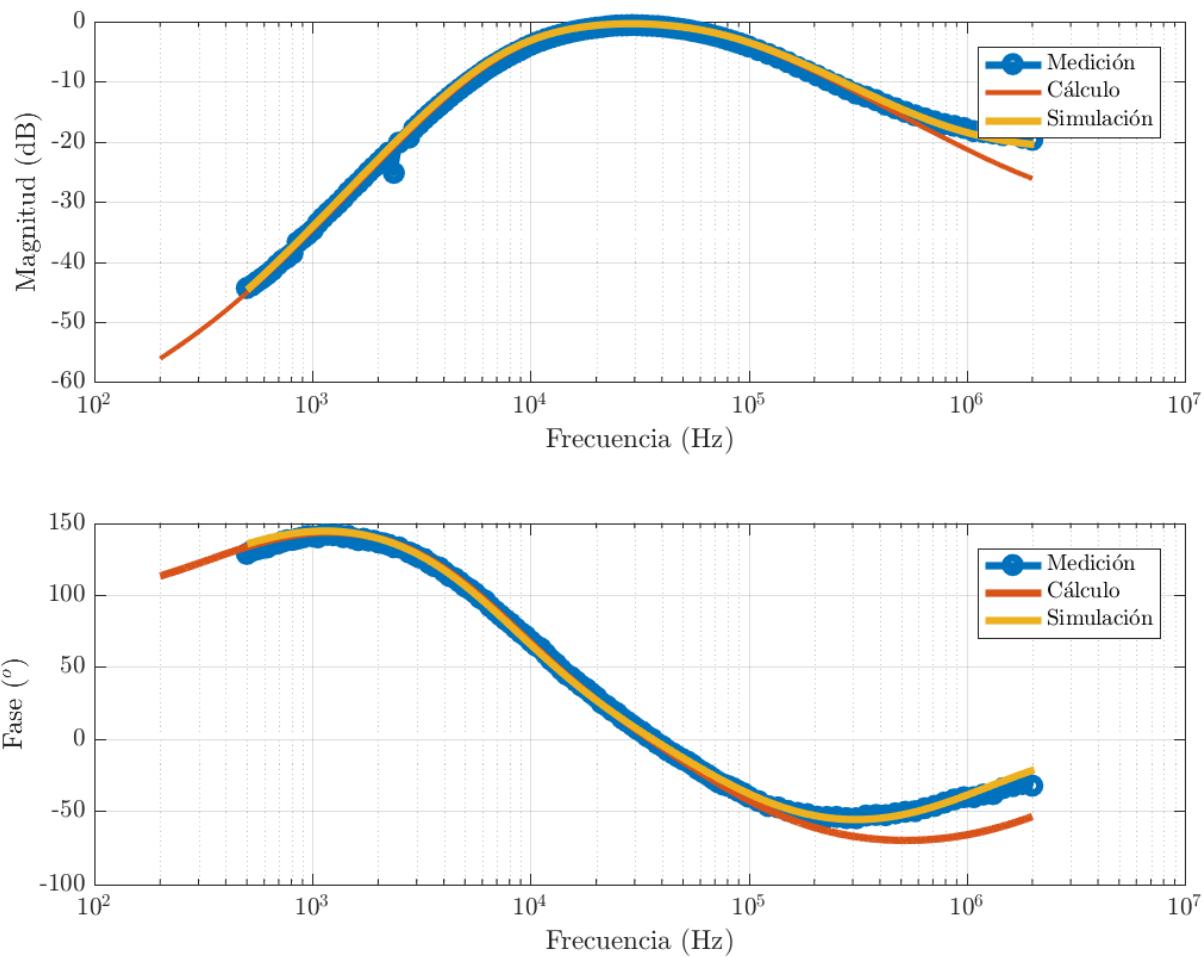


Figura 2.13: Respuesta en frecuencia del filtro high-pass calculada, simulada, y medida

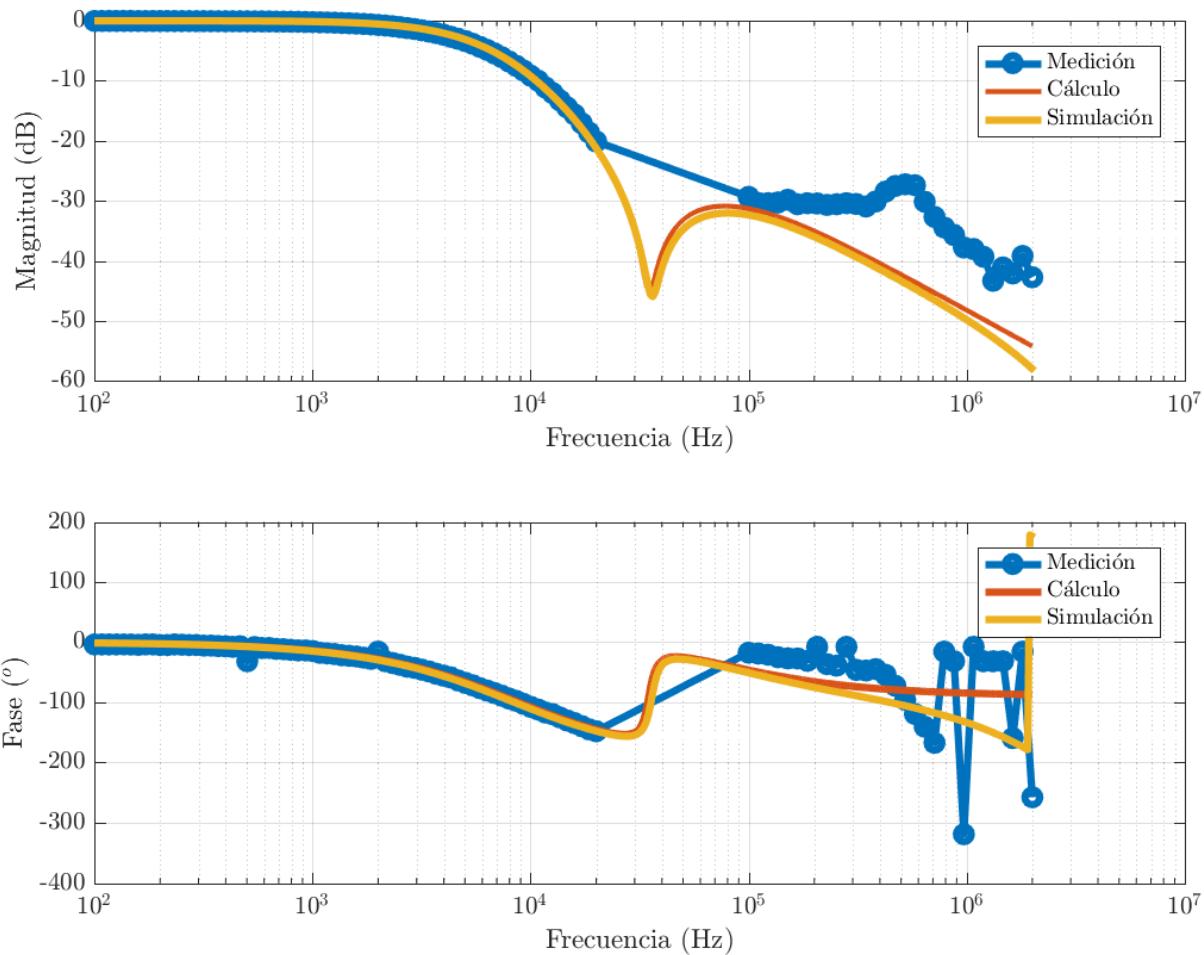


Figura 2.14: Respuesta en frecuencia del filtro low-pass calculada, simulada, y medida. El cálculo fue hecho para salida diferencial, y la simulación y la medición para la salida del restador

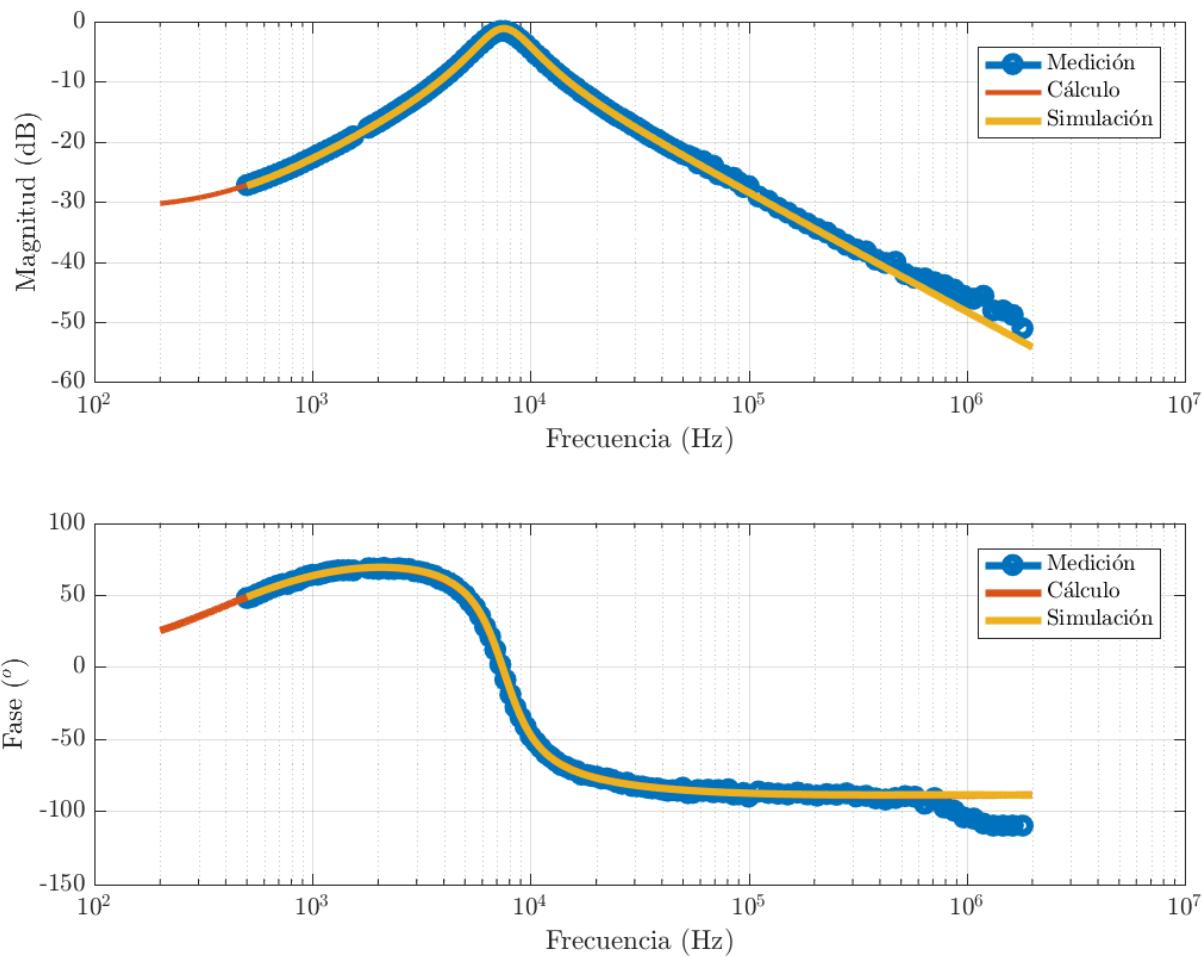


Figura 2.15: Respuesta en frecuencia del filtro band-pass calculada, simulada, y medida

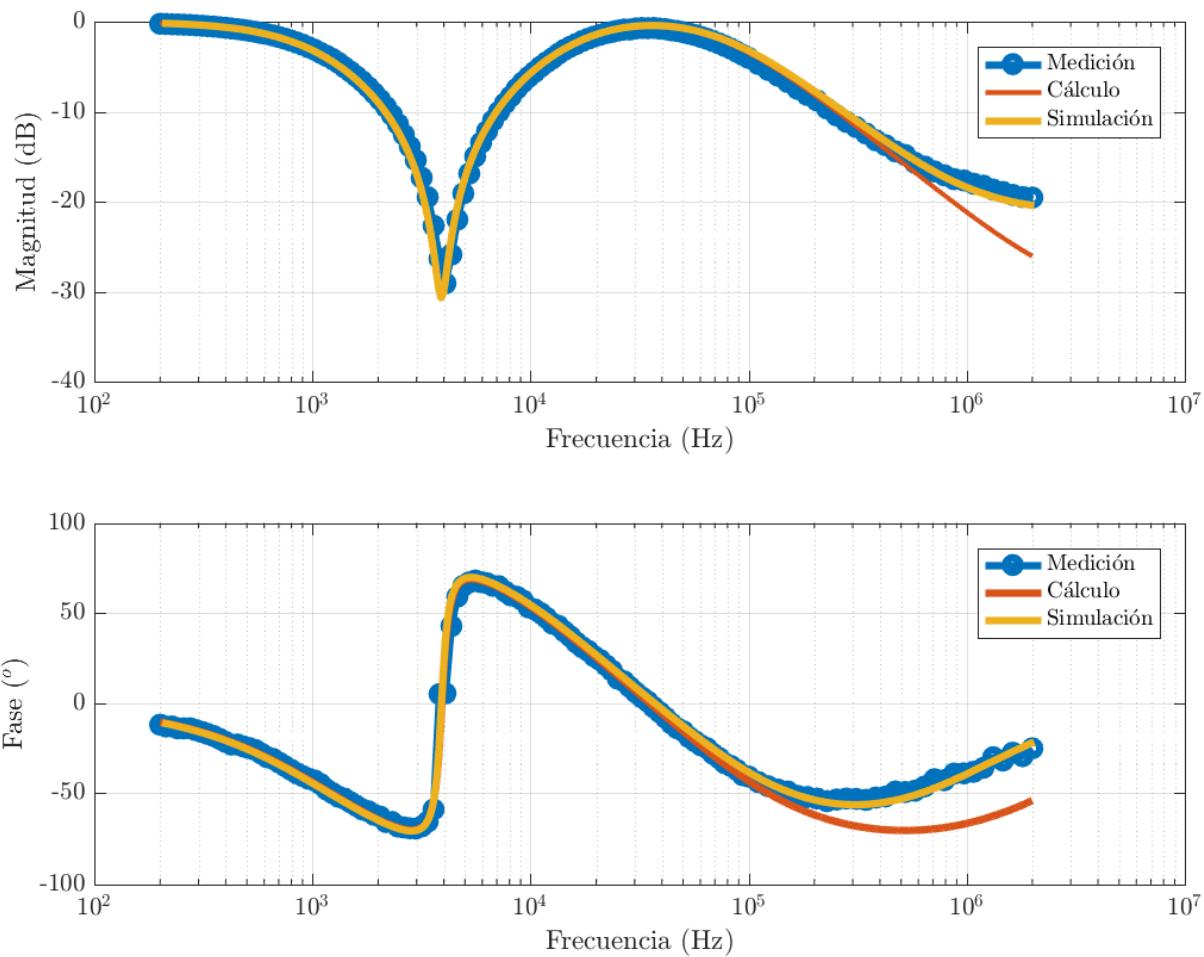


Figura 2.16: Respuesta en frecuencia del filtro band-reject calculada, simulada, y medida

## 2.7 Anexo

### 2.7.1 Obtención funciones transferencia RLC ideal

Para todos los filtros se considera

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L}$$

$$\xi = \frac{\alpha}{\omega_0}$$

$$= \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi}$$

$$= \frac{1}{R} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

ir  
as las  
ero  
RL en  
con la  
na

#### Filtro high-pass

RLC serie tomando la salida en el capacitor:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R + sL} \quad (2.30)$$

$$= \frac{1}{s^2 LC + s RC + 1} \quad (2.31)$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_0} 2\xi + 1} \quad (2.32)$$

#### Filtro low-pass

RLC serie tomando la salida en el inductor:

$$H(s) = \frac{sL}{\frac{1}{sC} + R + sL} \quad (2.33)$$

$$= \frac{s^2 LC}{s^2 LC + s RC + 1} \quad (2.34)$$

$$= \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_0} 2\xi + 1} \quad (2.35)$$

#### Filtro band-reject

RLC serie tomando la salida en el inductor y el capacitor:

$$H(s) = \frac{sL + \frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R + sL} \quad (2.36)$$

$$= \frac{s^2 LC + 1}{s^2 LC + s RC + 1} \quad (2.37)$$

$$= \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{\omega_0} 2\xi + 1} \quad (2.38)$$

#### Filtro band-pass

R en serie con un paralelo LC tomando la salida en el paralelo:

H BP

### 2.7.2 Obtención impedancia de entrada $Z_{in}$

Para el siguiente cálculo se desprecian las corrientes de bias y la tensión de offset.

Relación entre  $V^-$  y  $V^+$ :

$$V^- = A_{vol} (V^+ - V^-) \quad (2.39)$$

$$V^- (1 + A_{vol}) = A_{vol} V^+ \quad (2.40)$$

$$V^- = V^+ \frac{A_{vol}}{1 + A_{vol}} \quad (2.41)$$

$$V^- = V^+ K \quad (2.42)$$

Con  $K = \frac{A_{vol}}{1+A_{vol}}$ . Usando el modelo de  $A_{vol}$  del polo dominante se obtiene la expresion de K:

$$K = \frac{\frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1}}{\frac{A_o}{\frac{s}{\omega_p} + 1} + 1} \quad (2.43)$$

$$= \frac{A_o}{(A_o + 1) + \frac{s}{\omega_p}} \quad (2.44)$$

$$= \frac{A_o}{A_o + 1} \cdot \frac{1}{1 + \frac{s}{(A_o + 1)\omega_p}} \quad (2.45)$$

Considerando que  $A_o + 1 \approx A_o$ :

$$K = \frac{1}{1 + \frac{s}{2\pi BWP}} \quad (2.46)$$

Siendo  $2\pi BWP = A_o \cdot \omega_p$

$$(2.47)$$

Se buscan las tensiones en las entradas del op-amp para luego hallar las corrientes  $i_A$  y  $i_B$ .

Por divisor resistivo:

$$V^+ = V_{in} \frac{R_{gyr}}{R_{gyr} + \frac{1}{sC_{gyr}}} \quad (2.48)$$

De la ecuación 2.42:

$$V^- = V_{in} \cdot K \frac{R_{gyr}}{R_{gyr} + \frac{1}{sC_{gyr}}} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} i_A &= \frac{1}{R_L} (V_{in} - V^-) \\ &= V_{in} \frac{1}{R_L} \left( 1 - K \frac{R_{gyr}}{R_{gyr} + \frac{1}{sC_{gyr}}} \right) \\ &= V_{in} \frac{sCR_{gyr} + 1 - KsC_{gyr}R_{gyr}}{R_L(sC_{gyr}R_{gyr} + 1)} \\ &= V_{in} \frac{(1-K)sC_{gyr}R_{gyr} + 1}{R_L(sC_{gyr}R_{gyr} + 1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_B &= V_{in} \frac{1}{\frac{1}{sC_{gyr}} + R_{gyr}} \\ &= V_{in} \frac{sC_{gyr}}{1 + sC_{gyr}R_{gyr}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i_{in} &= i_A + i_B \\ &= V_{in} \left( \frac{(1-K)sC_{gyr}R_{gyr} + 1}{R_L(sC_{gyr}R_{gyr} + 1)} + \frac{sC_{gyr}}{1 + sC_{gyr}R_{gyr}} \right) \\ &= V_{in} \frac{(1-K)sC_{gyr}R_{gyr} + 1 + sC_{gyr}R_L}{R_L(sC_{gyr}R_{gyr} + 1)} \\ &= V_{in} \frac{sC_{gyr}(R_{gyr}(1-K) + R_L) + 1}{R_L(sC_{gyr}R_{gyr} + 1)} \end{aligned}$$

De este resultado ?? se obtiene la impedancia de entrada:

$$Z_{in} = \frac{sCR_{gyr}R_L + R_L}{sC_{gyr}(R_{gyr}(1-K) + R_L) + 1} \quad (2.50)$$

en donde  $K \approx \frac{1}{1 + \frac{s}{2\pi BWP}}$  (ecuación 2.46).

impedancia de entrada gyrator

como sale la media logaritmica

## Ejercicio 3

# Amplificadores de instrumentación

### 3.1 Introducción

A modo de delimitar un marco teórico y notacional a partir del cual se presentarán con mayor claridad y precisión los términos técnicos siguientes, se procede a definir las dos entradas genéricas,  $V_1$  y  $V_2$ , de un circuito de tipo MISO (multiple inputs, single output) como:

$$\begin{cases} V_1 = V_{CM} + V_{DM1} \\ V_2 = V_{CM} + V_{DM2} \end{cases} \quad (3.1)$$

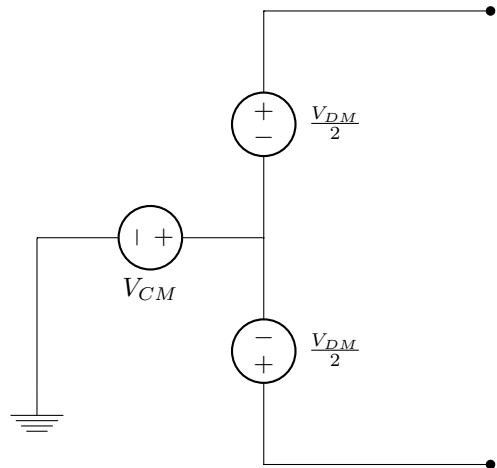
donde  $V_{CM}$  es la tensión de modo común, es decir, la componente compartida por las dos señales  $V_1$  y  $V_2$ , y  $V_{DMi}$  es la tensión diferencial o la componente única/diferente de la tensión  $i$ , con  $i = 1, 2$ .

Nótese que tanto  $V_{CM}$  como  $V_{DMi}$  pueden ser nulas o no, dependiendo de las señales  $V_1$  y  $V_2$  y de la relación existente entre ellas.

En particular, cuando la señal  $V_1$  y  $V_2$  comparten el mismo canal de transmisión se podrá decir que las señales comparten el ruido proveniente del mismo<sup>1</sup> y por lo tanto  $V_{CM}$  será una variable aleatoria de distribución de probabilidad acorde, a determinar. Además, aquellas señales que estén montadas sobre tensiones continuas también tendrán una componente continua común.

Debe también hacerse notar el hecho de que  $V_1 - V_2 = V_{DM1} - V_{DM2}$ , por lo que el modo común se verá eliminado al restar las dos señales de input. De aquí se desprende la notación a utilizar para el modo diferencial:  $V_{DM} = V_{DM1} - V_{DM2}$

Esta notación permite expresar a las entradas del sistema MISO como un circuito dispuesto de la siguiente forma:



Una vez establecida la notación anterior, procedemos a definir los siguientes términos:

- Un amplificador diferencial es un circuito cuya función será atenuar significativamente el modo común (idealmente eliminarlo) de las dos entradas y amplificar el modo diferencial de las mismas, realizando la diferencia entre las dos señales.

En efecto, teniendo en cuenta la linealidad del sistema o circuito, se puede tratar al efecto sobre las entradas por superposición, por lo que definiendo a la ganancia del modo común a la salida del circuito como  $A_{CM}$  y a la del modo diferencial como  $A_{DM}$ , si  $H$  es el efecto del sistema sobre las entradas, entonces  $H(V_1; V_2) = A_{DM} * V_{DM} + A_{CM} * V_{CM}$

A continuación se presenta un modelo típico de un amplificador de diferencias.

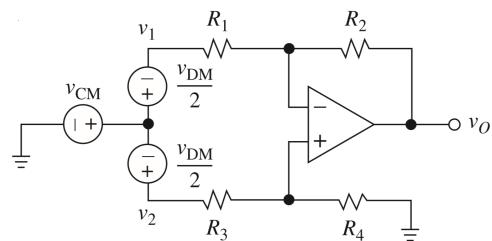


Figura 3.1: Modelo simple de amplificador diferencial

<sup>1</sup>Sólo cuando la longitud de onda del ruido es muy superior al tamaño del circuito e interfieren con la medición

- El CMRR o Common Mode Rejection Ratio se define como la relación entre la ganancia del modo diferencial y el modo común, de forma tal que  $CMRR = \frac{A_{DM}}{A_{CM}}$ . El mismo puede ser expresado en decibeles como  $CMRR_{dB} = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{A_{DM}}{A_{CM}} \right)$ .

La definición presentada anteriormente debe ser entendida entonces como una medida de cuánto prevalecerá el modo diferencial por sobre el modo común, es decir, permitirá cuantificar qué tan "bueno" es el amplificador diferencial: Cuanto mayor el CMRR, mejor cumple su función el amplificador diferencial. Así, un amplificador diferencial ideal tendrá un CMRR infinito.

- Un amplificador de instrumentación es un amplificador diferencial que cumple con las siguientes condiciones:

1. Impedancia de entrada muy grande (idealmente infinita) tanto para el modo diferencial como para el común.
2. Impedancia de salida muy baja (idealmente nula).
3. Ganancia estable y precisa.
4. Un CMRR extremadamente grande.

Cabe destacar que si un amplificador de instrumentación utilizara el modelo de amplificador diferencial presentado anteriormente, la impedancia de entrada del circuito sería finita y en consecuencia se cargaría el resto del circuito. Esto resultaría en un deterioro de las señales de entrada, perdiéndose la tensión ideal que estas proveerían. Es así como se degradaría el CMRR, ya que el modo común conformado por el ruido no sufriría pérdida mientras la señal diferencial sí lo haría.

Para solucionar este problema, se inserta un buffer en cada entrada, con una impedancia de entrada resultante infinita que idealmente no deterioraría la señal de entrada.

En este trabajo se justificará el uso del diseño de un amplificador instrumental propuesto por la cátedra, al cual se le asignará valores específicos para los componentes, justificando también la elección de dichos valores y analizando su comportamiento, intentando corroborar la relación de lo teórico y simulado con lo práctico.

## 3.2 Diseño del amplificador de instrumentación

La cátedra propone un circuito con el cual se implementará un amplificador de instrumentación. Los valores de los componentes serán determinados mediante un análisis completo y detallado del circuito.

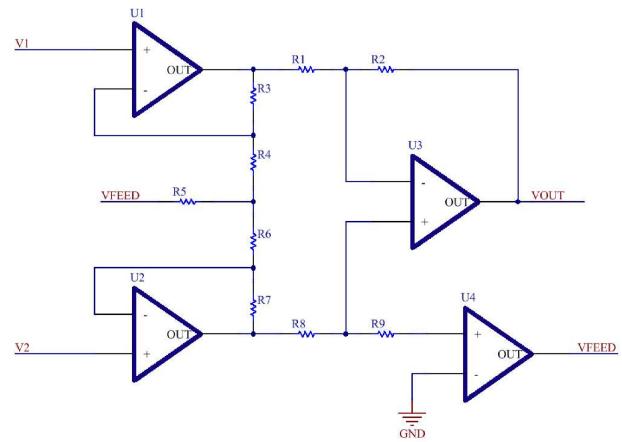


Figura 3.2: Circuito propuesto por la cátedra

Al poseer 4 opamps, algunos con reatralimentaciones entre sí, el tener en cuenta todas las no idealidades de estos 4 implicaría ecuaciones resultantes de alta complejidad y con tantas variables que el análisis sería engorroso y con pocas conclusiones que resulten de utilidad para los objetivos propuestos. Es por esto que las deducciones y los razonamientos con los cuales se podrá determinar los valores de los componentes para el buen funcionamiento del dispositivo provendrán de un análisis partido, con idealizaciones que se asuma contraerán un error bajo o aceptable y con algunos valores impuestos mediante la técnica de prueba y error a la hora de simular.

Primero, comenzaremos asumiendo que todos los opamps actúan bajo condiciones ideales.

### 3.2.1 Análisis ideal del circuito

Para simplificar el análisis del circuito, como primer instancia se considera a todos los opamps ideales: cada uno con función transferencia constante para todas las frecuencias, impedancia de entrada infinita (y por lo tanto corrientes de entrada nulas) y con tensiones iguales en las dos entradas.

Las condiciones mencionadas anteriormente reducen el circuito anterior a la siguiente figura:

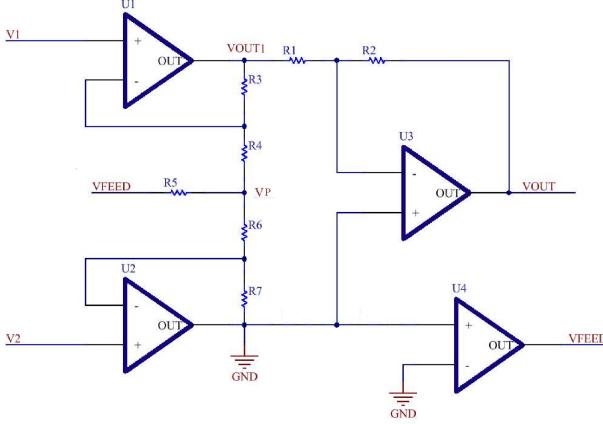


Figura 3.3: Circuito resultante con opamps ideales

Por lo que, usando divisor resistivo, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{V_p}{R_4} - V_1 \cdot \left( \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{V_{out1}}{R_3} = 0 \\ \frac{V_p}{R_6} - V_2 \cdot \left( \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \right) = 0 \\ \frac{V_{out1}}{R_1} + \frac{V_{out}}{R_2} = 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

del cual se puede calcular la señal de salida en función de las entradas como:

$$V_{out} = \frac{R_2 \cdot [R_3 \cdot (R_6 + R_7) \cdot V_2 - R_7 \cdot (R_4 + R_3) \cdot V_1]}{R_1 \cdot R_4 \cdot R_7}$$

Dado que se requiere que la salida sea directamente proporcional a la resta de las dos señales, para eliminar el modo común, se pide que:

$$R_3 \cdot (R_6 + R_7) = R_7 \cdot (R_4 + R_3)$$

que resulta en la condición:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_7}{R_6}$$

Y cuya función transferencia final es:

$$V_{out} = \frac{R_2 \cdot R_7 \cdot (R_4 + R_3)}{R_1 \cdot R_4 \cdot R_7} \cdot (V_1 - V_2)$$

Entonces:

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right) \cdot (V_1 - V_2)$$

Esta relación ideal muestra una ganancia en modo diferencial potencialmente grande y constante para todas las frecuencias. De esta manera el modelo ideal cumple efectivamente con el modelo de un amplificador de instrumentación. Además, se logra un CMRR ideal infinito, es decir que el modo común sería eliminado en su totalidad en un análisis ideal.

Tanto por comodidad como para lograr simetría en la primera etapa de amplificación (como se explicará más adelante), se tomo  $R_3 = R_7$  y  $R_4 = R_6$ . Luego, en el contexto ideal, si se requiere una ganancia  $X$ , se puede solucionar este problema mediante las siguientes asignaciones:

$$\begin{cases} \sqrt{X} = \frac{R_2}{R_1} \\ \sqrt{X} - 1 = \frac{R_3}{R_4} \end{cases} \quad (3.3)$$

por lo que la razón  $\frac{R_7}{R_6}$  quedaría también determinada como  $\frac{R_7}{R_6} = \sqrt{X} - 1$  por la relación antes propuesta. Nótese que esta asignación busca una ganancia repartida de manera equitativa o uniforme entre las dos etapas de amplificación, una dada por la relación  $\frac{R_3}{R_4}$  y otra por  $\frac{R_2}{R_1}$ .

Sin embargo, según la fórmula de Friis, cuando se conecta opamps en cascada la ganancia deberá ser superior en las últimas etapas de amplificación (en nuestro caso en  $1 + \frac{R_3}{R_4}$ ) para disminuir la amplificación del ruido. Es por esto que se decidió hacer que la ganancia fuera superior en la segunda etapa. Esta decisión, como se comentará más adelante, fue errónea: el opamp U4 tiene realmente a los opamps U1 y U2, por lo que este sistema resulta ser circular y por ende la fórmula no tiene el sentido que antes tenía. Se cree que es por esta razón el sistema osciló en un primer intento de confección, contrario a lo que mostraban las simulaciones.

El problema se solucionó al alterar los valores de las resistencias para que la ganancia fuese más balanceada y aumentando el valor de  $R_5$ , que según mostraron las simulaciones y la función de transferencia no ideal (más en detalle más adelante), tenía una gran influencia sobre la estabilidad del circuito, al determinar dónde se encuentran los polos de esta función.

Interpretando el análisis anterior, se puede decir que el sistema idealmente busca la simetría en la primera etapa de modo tal que las corrientes del medio para las resistencias  $R_4$ ,  $R_3$  y  $R_6$ ,  $R_7$  sean nulas. Esto implicaría que el modo común pasaría inadvertido por la primera etapa, procediendo a ser eliminado por el opamp restador de la segunda etapa. Su fundamento es el teorema de simetría: si un circuito puede ser descompuesto en dos hemi circuitos iguales de forma tal que el circuito pueda ser expresado como la conexión simétrica de estos hemi circuitos mediante cables, y si las tensiones de entrada están cada una conectada a un emi circuito, entonces si las tensiones de entrada son iguales entre sí, las corrientes de los cables conectores serán nulas. Es aquí donde planteamos el problema de las tolerancias de las resistencias y con ello la razón de ser del opamp U4.

### 3.2.2 Análisis de tolerancias para el caso ideal

Se intenta buscar el efecto de las tolerancias sobre la ganancia ideal del circuito.

Se hace notar que si una resistencia real  $R$  tuviera una variación sobre su valor ideal de  $\Delta x$ , entonces ya no se cumpliría la condición  $R_3 \cdot (R_6 + R_7) = R_7 \cdot (R_4 + R_3)$  mencionada en el tratamiento ideal, por lo que el modo común no se vería totalmente eliminado como se planeaba.

Es aquí donde entra en juego el funcionamiento del opamp U4, que viene a realizar la calibración del circuito, reacomodando la tensión del punto medio V<sub>p</sub> mediante VFEED y R<sub>5</sub> para que en este punto haya una tensión de 0V o lo más cercana posible a este valor cosa tal de que se siga cumpliendo la simetría necesaria para eliminar al modo común. Este opamp intentará forzar la tierra virtual sobre la entrada negativa, teniendo para esto que acomodar su tensión de salida de forma acorde.

Si la tensión de entrada del cuarto opamp no fuera nula, se lograría por lo tanto una tensión de offset, ya que se intentaría forzar en el punto medio la tensión anterior más un corrimiento dado por el cambio de tensión de la tierra virtual.

Un análisis más comprensivo de lo dicho anteriormente es siguiendo el razonamiento de las corrientes mencionadas anteriormente: en caso de no cumplirse la simetría deseada, las corrientes intermedias dejarán de ser nulas y por ende forzarán caídas de tensión distintas en cada extremo. Las distintas corrientes causarán un desbalance a la entrada de los opamps: el opamp U4 tendrá que suplir entonces con una corriente a su salida tal que el anterior equilibrio se logre de nuevo y las corrientes intermedias vuelvan a ser nulas, para que se produzca la resta y con esto se elimine el modo común.

Como la caída sobre la resistencia R9 cambiará con la corriente de entrada del opamp U4, con la corriente de entrada se cambiará la tensión de la tierra virtual, que deberá ser acomodada por el opamp con una tensión y corriente de salida correspondiente.

Es así como se logra la calibración en tiempo continuo del circuito mediante la presencia del opamp U4.

### 3.2.3 Análisis no ideal del circuito

Se puede obtener la transferencia total del circuito en modo diferencial y en modo común por separado teniendo en cuenta las limitaciones propias de los opamps que conforman el circuito. Estas limitaciones están dadas por la consideración de una ganancia y una impedancia de entrada finitas (aunque muy grandes) y una respuesta en frecuencia con polo dominante.

Sin embargo, la función transferencia del circuito utilizando estos modelos resulta tener una complejidad demasiado grande para realizar un análisis exhaustivo que resulte provechoso contra un análisis realizado por prueba y error mediante simulaciones con estas propiedades para cada opamp en LTSPICE. Sin embargo, dicho análisis teórico se ha hecho porque así lo pedía la consigna del trabajo. Se consideró la respuesta en frecuencia de todos los opamps con polo dominante e impedancia de entrada finita para todos menos el opamp U4. Al final de esta subsección se muestra tanto el sistema de ecuaciones como el desape-

básico mediante el cual se intentó reducir la expresión a algo manejable, sin éxito.

Por la complejidad de la función de transferencia, se decidió utilizar las relaciones de resistencias antes mencionados en la consideración ideal y luego determinar valores apropiados para R<sub>5</sub>, R<sub>8</sub> y R<sub>9</sub> mediante iteraciones inteligentes en LTSPICE, observando tanto la respuesta en frecuencia como la transitoria para verificar que se pudiese obtener la ganancia requerida y estabilidad en el sistema.

Estas simulaciones arrojaron rangos de valores para R<sub>8</sub> y R<sub>9</sub> para que la ganancia ideal con el planteo anterior no se viese alterada significativamente y de R<sub>5</sub> para lograr que el circuito convergiese a la ganancia esperada y no oscilara (sea inestable) ni atenuara toda la señal en su totalidad, ni tampoco amplificara tanto el modo común y el modo diferencial a la vez. Dentro de los rangos mencionados, se eligió un valor intermedio para que los posibles desvíos de los valores reales originados por las tolerancias (1% para SMD, que fue lo que se decidió utilizar) no interfirieran en la ganancia ideal.

Cabe destacar a su vez que variaciones en el valor de R<sub>5</sub> alteraban enormemente al valor de VFEED, por lo que se requirió un análisis más detallado de la función del cuarto opamp y de R<sub>5</sub> para lograr entender al circuito en mayor profundidad y así poder encontrar los valores apropiado. Este análisis fue presentado en la subsección anterior. Es importante señalar también que variaciones en R<sub>8</sub> y R<sub>9</sub> no modifican significativamente la ganancia ideal, pero que se buscó optimizar este valor ideal con los valores elegidos por simulación.

Para el análisis analítico, se planteó el siguiente sistema de ecuaciones en Matlab:

### Matlab Code

```

1 clc ;
2 clearvars ;
3
4 syms v1 v2 vx vfeed vout1 vout2 vout vd
      vd1 vd2
5 syms r1 r2 r3 r4 r5 r6 r7 a0 wp positive
6 syms s
7 %seteo el sistema de ecuaciones del
      %circuito
[VX, VFEED, VOUT1, VOUT2, VOUT, VD, VD1,
      VD2] = solve(...,
(vout2-vd-vout)/r2 - (vout1-(vout2-vd))/r1
      == 0 ,...
vd*(a0/(1+s/wp)) - vout == 0 ,...
(vout1-(v1-vd1))/r3 -((v1-vd1)-vx)/r4 ==
      0 ,...
vd1*(a0/(1+s/wp))-vout1 == 0 ,...

```

```

13 ( vfeed -vx ) / r5 - (vx - (v1-vd1)) / r4 - (vx - (v2-vd2)
     ) / r6 == 0 , ...
14 (vx - (v2-vd2)) / r6 - ((v2-vd2)-vout2) / r7 ==
     0 , ...
15 vd2*(a0/(1+s/wp))-vout2 == 0 , ...
16 vout2*(a0/(1+s/wp))-vfeed == 0 , ...
17 [ vx vfeed vout1 vout2 vout vd vd1 vd2 ] ;
18 VOUT;
19 VOUT = subs(VOUT, r3, r7);
20 VOUT = subs(VOUT, r4, r6);
21 VOUT = simplify(VOUT);
22 %VOUT = collect(VOUT, wp);
23 VOUT = collect(VOUT, s);
24 % VOUT = collect(VOUT, a0);
25 % VOUT = collect(VOUT, r5);
26 % latex(VOUT)

```

que conlleva una expresión de 6500 caracteres, que a su vez puede simplificarse aún más tratando al numerador y al denominador por separado, con los coeficientes de cada potencia de  $s$  también por separado. Se usó el código de java del anexo para poder parsear con simplicidad la función de transferencia. Esta terminó con una forma del estilo  $V_{out} = (V_1 - V_2) \cdot H(s)$  solamente en el caso en que  $R_1 = 0$ , lo cual no coincide con el análisis ideal. Se muestra en el anexo la función de transferencia simplificada para el caso en que  $R_1 = 0$ .<sup>2</sup> Independientemente de si  $R_1$  fuera nula o no, la transferencia  $H(s)$  tendría la forma  $\frac{N(s)}{D(s)}$ , donde  $N(s)$  es un polinomio de orden 2 de  $s$  y  $D(s)$  un polinomio de orden 4 de  $s$ . Dado la complejidad del análisis de ceros para un polinomio de orden 4 y la extensión de su expresión, un análisis de polos para  $H(s)$  resulta completamente impráctico para resolver problemas de estabilidad y de ganancia constante y precisa, condiciones necesarias para todo amplificador de instrumentación. Es por esto que se recurrió a la simulación.

Se llega entonces a la conclusión de que si los polos de la  $H(s)$  estuviesen todos del lado izquierdo del eje imaginario (la parte real de los polos fuese negativa) y la función fase de  $H(s)$  no llegase a los  $180^\circ$  dentro de un margen seguro, entonces se podría asegurar que el circuito será estable. Un análisis más detallado en estos términos resulta también impráctico con los conocimientos actuales (todavía no se ha visto en profundidad el criterio de Barkhausen ni métodos para identificar lazos de retroalimentación).

Mediante simulaciones, se determinó que los valores de  $R_5$  para garantizar la convergencia debían ser superiores o iguales a  $10k\Omega$ , y se simuló con valores hasta  $50k\Omega$ .

Por otra parte, se eligió por comodidad que los valores de  $R_8$  y  $R_9$  fueran iguales. Se observó que valores de entre  $100\Omega$  y  $5K\Omega$  garantizaban estabilidad para los valores mencionados anteriormente de  $R_5$  y la ganancia teórica ideal

<sup>2</sup>La versión impresa en la que  $R_1$  no es nula será presentada en el examen oral si así se requiere

del análisis anterior.

### 3.2.4 Implementación del circuito

Se busca implementar un amplificador de instrumentación con una ganancia en modo diferencial  $G$  dada por  $G = 120 + 20 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) \approx 125.17$

El primer intento de confección del circuito (el cual osciló, originando una salida senoidal montada a otra senoidal), intentó discriminar entre etapas de ganancia, otorgando una ganancia mucho mayor a la primer etapa de amplificación. Al intentar solucionar la oscilación, se decidió modificar los valores de los componentes elegidos. Se cometió un error al hacer esta substitución en el cálculo de los valores para la ganancia ideal. Es por esta razón que con los valores elegidos se obtuvo una ganancia del orden de las 136 veces para el modo diferencial en vez de las 125 esperadas.

Los valores finales para las resistencias elegidas fueron:

1.  $R_3 = R_7 = 15k\Omega$
2.  $R_4 = R_6 = 1.3k\Omega$
3.  $R_8 = R_9 = 1k\Omega$
4.  $R_2 = 68k\Omega$
5.  $R_1 = 6.2k\Omega$
6.  $R_5 = 20k\Omega$

Se eligieron valores del orden de los  $10k\Omega$  porque impedancias de alto valor se corresponden con altos valores de ruido ya que variaciones muy pequeñas de corriente debido a la presencia de ruido producirán grandes cambios de tensión, aumentando así el ruido del sistema. Es por esto que se evitó agregar ruido extra al sistema al no utilizar impedancias altas.

El integrado utilizado en el primer intento fue un TL084, pero debido a que el mismo dejó de funcionar y a que en el pañol no se contaba con otro TL084, se utilizó el TL074, que luego se supo tenía mayor tolerancia al ruido, lo cual benefició al circuito.

### 3.3 Diseño de un generador de señales de baja amplitud

Se pretende desarrollar un generador de señales de baja amplitud mediante el uso de un puente de wheatstone, que cumple con el siguiente modelo:

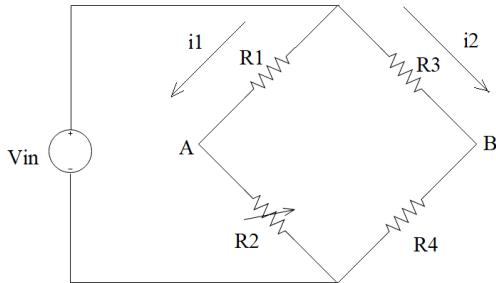


Figura 3.4: Modelo del puente de wheatstone

Del cual se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

$$\begin{cases} V_{in} = i_1 \cdot (R_1 + R_2) \\ V_{in} = i_2 \cdot (R_3 + R_4) \\ V_a = i_1 \cdot R_1 \\ V_b = i_2 \cdot R_3 \end{cases} \quad (3.4)$$

De donde se puede obtener que  $V_a - V_b = V_{ab} = V_{in} \cdot \left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right)$ . Además, de aquí se observa que si se toma los valores de las resistencias fijas y de la variable de forma tal que  $\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}$  resulta que  $V_{ab} = 0$ .

Es así como, tomando la salida del circuito sobre  $V_{ab} = V_{out}$  se puede lograr una salida nula, y haciendo variar a  $R_2$  se logrará variar también la tensión de salida, siendo ésta inversamente proporcional al cambio sobre  $R_2$ . Así, con pequeñas variaciones sobre  $R_2$  se podrá lograr una salida de amplitud muy baja.

### 3.3.1 Análisis de tolerancias

Las resistencias a utilizar tendrán las mismas tolerancias. Se eligió utilizar resistencias SMD por su menor tolerancia, del 1%.

Si  $\Delta x_i$  es el error del valor nominal de la resistencia  $R_i$  versus su valor real y si  $E_{R_i}$  es el error total (en valor absoluto) que tiene ese error sobre la tensión de salida real con respecto a la teórica, entonces se obtiene:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_{out}}{\partial R_1} = \frac{V_{in}}{R_2^2} \\ \frac{\partial V_{out}}{\partial R_2} = -\frac{V_{in} \cdot R_1}{R_2^3} \end{cases} \quad (3.5)$$

por lo que

$$\begin{cases} E_{R_1} = \int_{R_1 - \Delta x_1}^{R_1 + \Delta x_1} \frac{V_{in}}{R_2^2} dR_1 \\ E_{R_2} = \int_{R_2 - \Delta x_2}^{R_2 + \Delta x_2} -\frac{V_{in} \cdot R_1}{R_2^3} dR_2 \end{cases} \quad (3.6)$$

y de aquí que:

$$\begin{cases} E_{R_1} = \frac{V_{in}}{R_2} \cdot 2 \cdot \Delta x_1 \\ E_{R_2} = V_{in} \cdot R_1 \cdot \frac{2 \cdot \Delta x_2}{R_2^2 - \Delta x_2^2} \end{cases} \quad (3.7)$$

Si se toma en cuenta que la tolerancia es del 1%, entonces  $\Delta x_i = R_i \cdot 0.01$ , y utilizando estos resultados:

$$\begin{cases} E_{R_1} = \frac{V_{in}}{R_2} \cdot 2 \cdot 0.01 \cdot R_1 = 0.02 \cdot \frac{V_{in} \cdot R_1}{R_2} \\ E_{R_2} = \frac{V_{in} \cdot R_1}{R_2} \cdot \frac{0.02}{1 - 0.01^2} \approx 0.02 \cdot \frac{V_{in} \cdot R_1}{R_2} \end{cases} \quad (3.8)$$

Los errores  $E_{R_3}$  y  $E_{R_4}$  son obtenidos análogamente, por lo que resulta que :

$$\begin{cases} E_{R_3} = 0.02 \cdot \frac{V_{in} \cdot R_3}{R_4} \\ E_{R_4} \approx 0.02 \cdot \frac{V_{in} \cdot R_3}{R_4} \end{cases} \quad (3.9)$$

El error total máximo será por lo tanto  $E = E_{R_1} + E_{R_2} + E_{R_3} + E_{R_4}$

Dado que el puente mencionado será utilizado para generar tensiones de baja amplitud, en valores de tensión de salida cercanos a cero  $\frac{R_1}{R_2} \approx \frac{R_3}{R_4}$ , por lo que  $E_{R_1} \approx E_{R_2} \approx E_{R_3} \approx E_{R_4}$ . De esta forma:

$E \approx 0.08 \cdot \frac{V_{in} \cdot R_3}{R_4}$ . De aquí se observa que si el cociente teórico  $\frac{R_3}{R_4}$  se mantiene bajo, entonces el error también lo será para amplitudes bajas de tensión de salida. Una tensión  $V_{in}$  apropiadamente elegida también implicará un menor error.

Una posible solución a este problema sería medir las resistencias fijas antes de colocarlas en el puente, de manera tal de conocer el valor exacto del cociente  $\frac{R_3}{R_4}$  y el valor de  $R_1$ . Así, se podría luego determinar fácilmente el valor de  $R_2$  que logrará tensión nula y de allí determinar el rango de valores que deberá tomar la  $R_2$  para el rango de tensiones que se querrá tomar como salida.

Otra manera de solucionar el problema de tolerancias sería agregar presets en serie con las resistencias, para acomodar los valores reales a los valores teóricos previamente calculados.

Debe hacerse notar que del problema de las tolerancias se desprenden dos errores importantes: en el caso en que se desconociesen los valores reales de las resistencias antes o después de haberlas insertado en el circuito, no habría forma de determinar qué valor de resistencia del preset haría que la salida sea nula completamente, por lo que se tendría que medir la salida en tiempo real para ubicar este punto.

El segundo problema es que el nuevo generador de señales será asimétrico en amplitud:

### 3.3.2 Importancia de la tierra compartida para generar señales

El generador con la salida del amplificador de instrumentación deberán compartir tierra, es decir, deberán ser conectados de la siguiente manera:

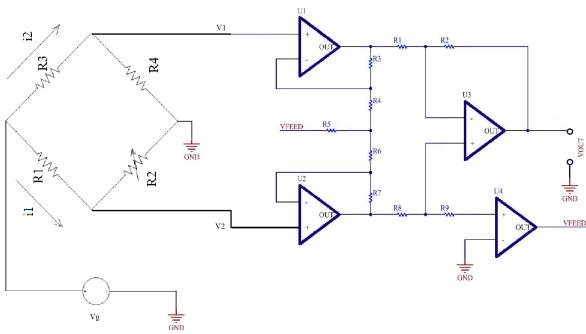


Figura 3.5: Disposición del circuito con generador, tierra compartida.

Esto es así porque en el caso en que la salida no comparta tierra con el generador (como en la siguiente figura), el amplificador de instrumentación eliminará al modo común, y con éste al error, proveniente de la tierra del generador pero a la salida se le sumará un nuevo error proveniente de la segunda tierra, la de la salida. Es así como en el caso en que no se comparta la tierra el amplificador de instrumentación deja de funcionar correctamente.

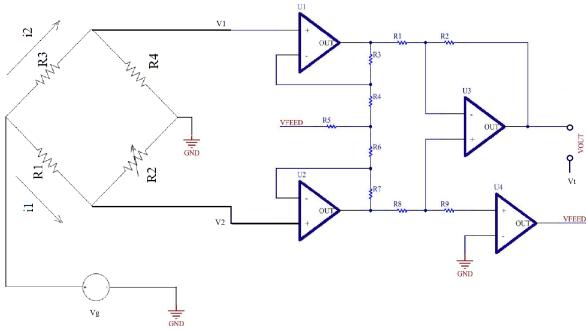


Figura 3.6: Disposición del circuito con generador, tierra NO compartida.

## 3.4 Simulaciones

Las simulaciones fueron realizadas en LTSPICE.

Debe tenerse en cuenta el error en el cálculo de ganancia comentado anteriormente.

Se muestra como el CMRR va disminuyendo exponencialmente (linealmente en escala logarítmica) a medida que se aumenta la frecuencia. Esto se debe a que la atenuación del modo común disminuye mientras que la amplificación del modo diferencial se mantiene prácticamente constante en el mismo rango de frecuencias.

Se observa de la imagen anterior como la ganancia de

## 3.5 Mediciones

Encontrará las imágenes de las simulaciones y las mediciones al final del ejercicio.

Las mediciones se realizaron con un analog discovery 2.

Las ondas de baja amplitud fueron generadas mediante el uso del puente de Wheatstone conectado de la manera explicada en la sección anterior. Para la respuesta en frecuencia, se comenzó a medir a partir de 1kHz porque el modo común estaba demasiado atenuado para frecuencias menores a ese valor como para ser medido.

Esta respuesta en frecuencia nos dará la ganancia del modo común a partir de la cual se consigue el CMRR.

La menor atenuación del modo común medido contra el teórico se cree que se debe a la presencia de armónicos provenientes de una fuente no ideal, además de la imposibilidad de medir a partir de cierta atenuación por parte del osciloscopio para una entrada de 1 V de amplitud, que en futuros trabajos se elevará en magnitud en caso de deber medir atenuaciones tan grandes.

Se observa la misma forma para la respuesta en frecuencia de la curva simulada con la medida: mismos puntos de inflexión, zonas lineales y zonas planas en los mismos rangos de frecuencia.

En cuanto a la fase, si bien se puede apreciar la forma de campana de la simulación, se encuentra que la fase comienza a sufrir cambios contra lo esperado para frecuencias mayores a 100k.

Dado el análisis anterior, se espera que el circuito funcione correctamente para frecuencias de hasta 100kHz. El siguiente análisis de montecarlo muestra claramente que la respuesta en frecuencia lograda estaba dentro de lo esperado:

Se muestra de aquí que el sistema es altamente sensible a las tolerancias. Sin embargo, la razón de ser el opamp U4 es lograr calibrar el sistema en tiempo real de modo tal que no se tenga que usar presets para su calibración al contar con resistencias no ideales (las relaciones no se cumplen estrictamente), por lo que es predecible que esta calibración o mejora en precisión se pague con una menor atenuación del modo común y una peor ganancia para el modo diferencial.

A continuación se presentan el gráfico de bode en modo diferencial.

Se corrobora lo medido como lo simulado en módulo y fase, por lo que un análisis de montecarlo parece innecesario.

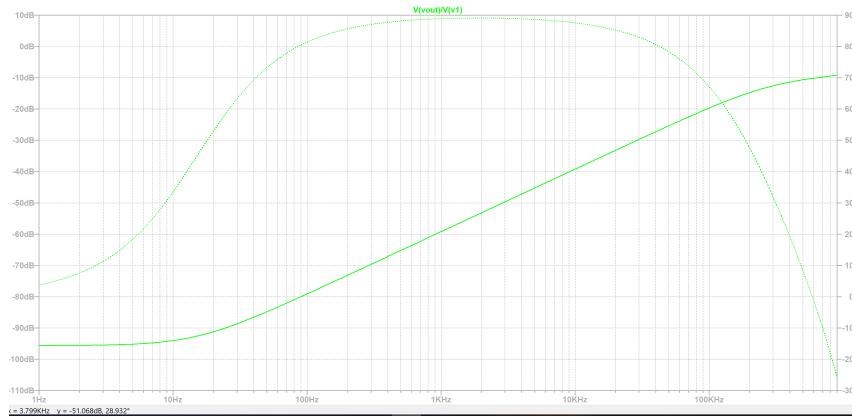


Figura 3.7: Respuesta en frecuencia simulada para el modo común

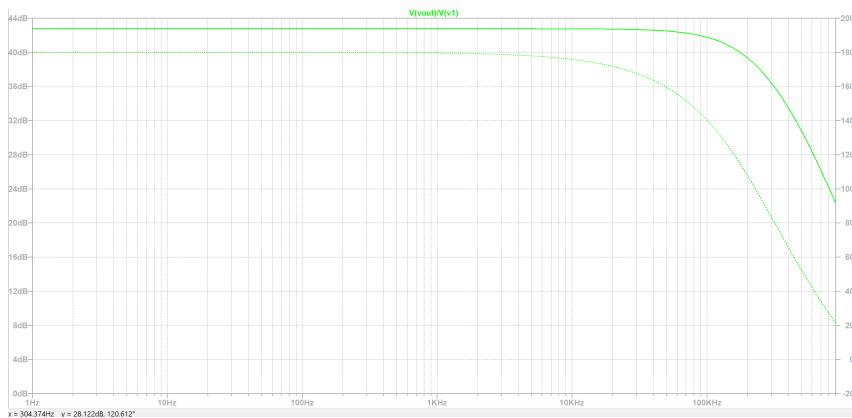


Figura 3.8: Respuesta en frecuencia simulada para el modo diferencial

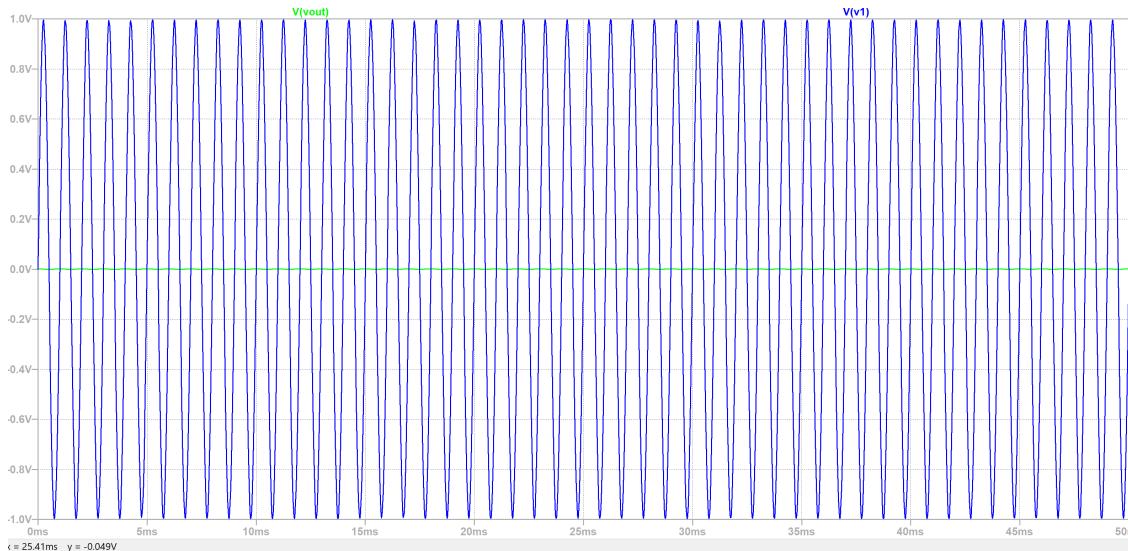


Figura 3.9: Simulación de la entrada y salida en modo común a 1kHz

### 3.6 Conclusión

stone.

Se logró implementar exitosamente el amplificador instrumental, utilizando un generador de señales de baja amplitud realizado mediante el uso de un puente de Wheat-

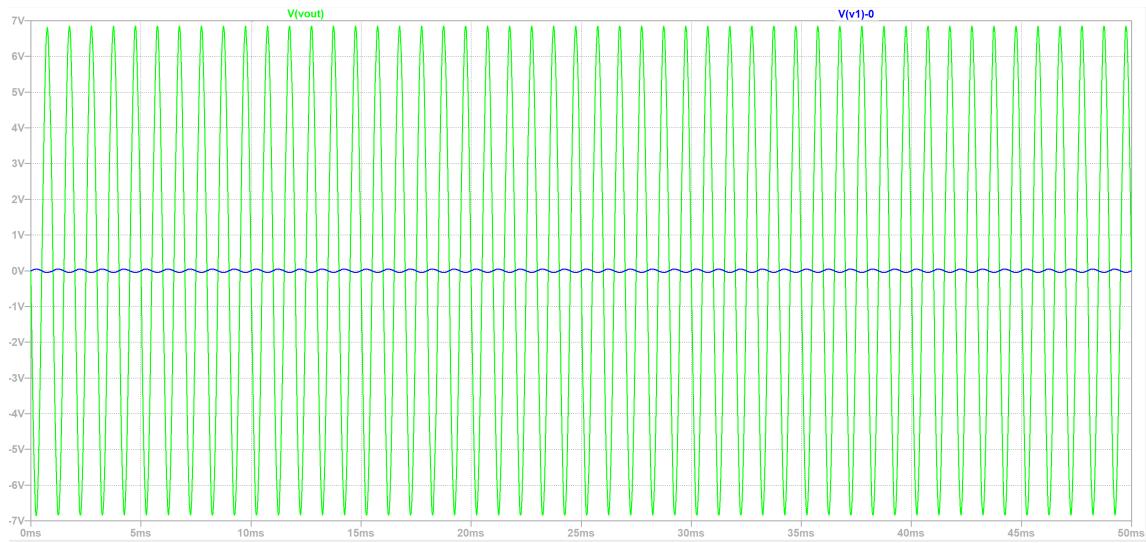


Figura 3.10: Simulación de la entrada y salida en modo diferencial a 1kHz



Figura 3.11: Respuesta en frecuencia medida para el modo común

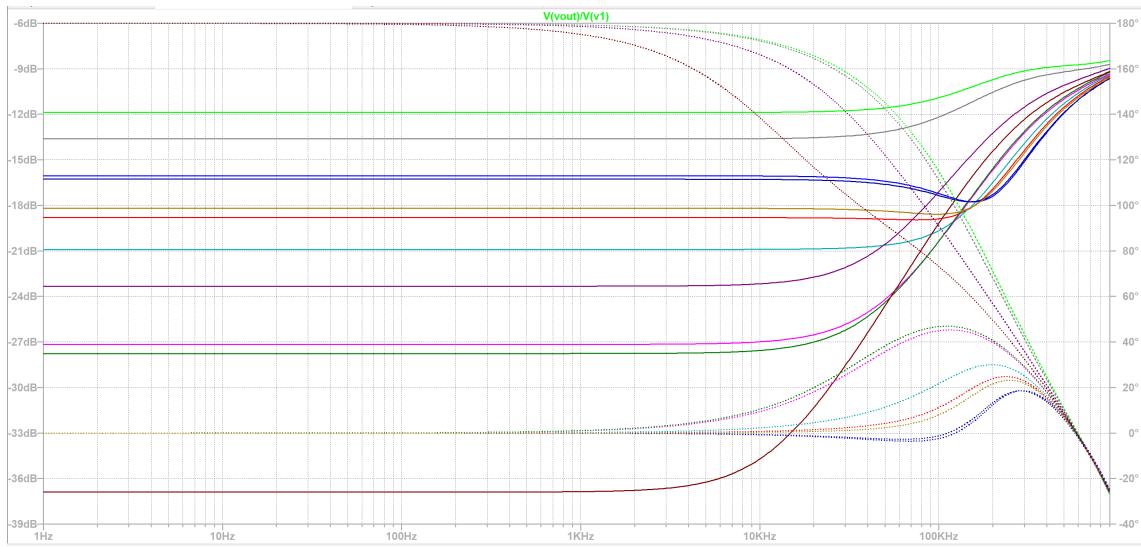


Figura 3.12: Análisis de montecarlo



Figura 3.13: Muestra de la entrada y salida en modo común a 1kHz

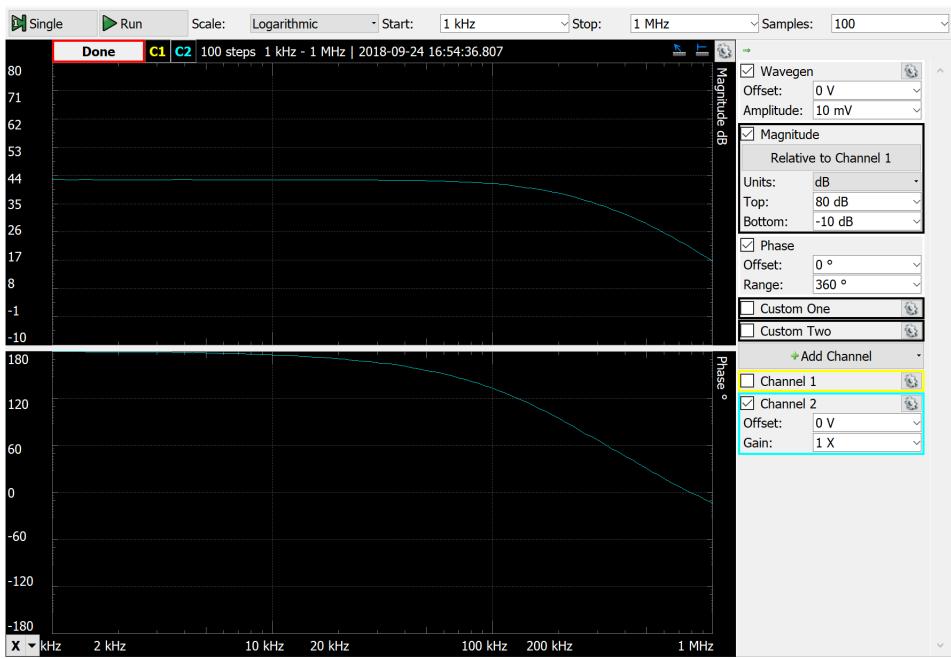


Figura 3.14: Respuesta en frecuencia medida para el modo diferencial



Figura 3.15: Muestra de la entrada y salida en modo diferencial a 1kHz

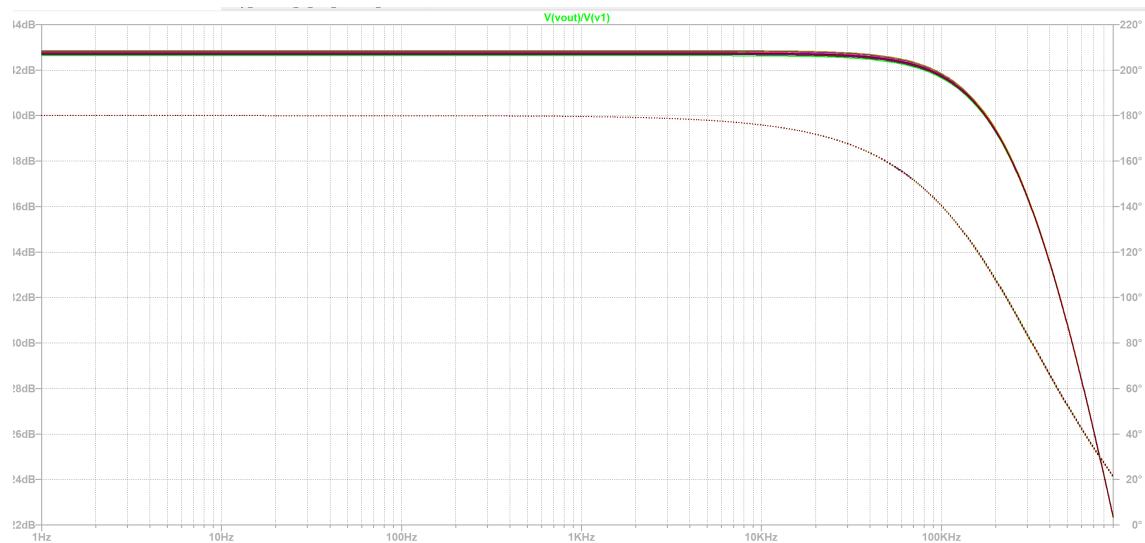


Figura 3.16: Bode diferencial, análisis de montecarlo

## Ejercicio 4

# Control de tonos y ecualizador de fase

Un ecualizador es un dispositivo que modifica la ganancia de determinadas frecuencias, y de esta manera altera el contenido de graves, medios y agudos.

Se implementó el siguiente ecualizador, donde  $K$  es una constante que vale entre 0 y 1, modelando un potenciómetro.

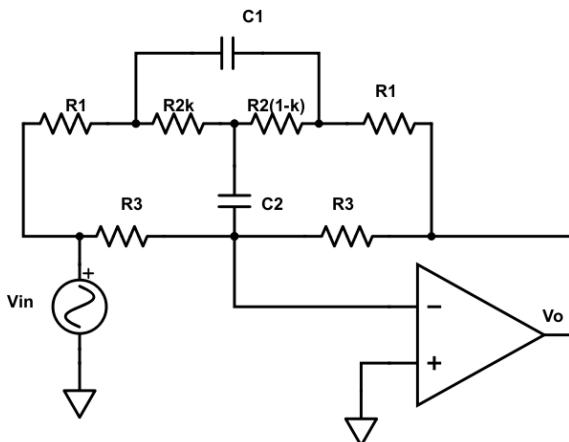


Figura 4.1: Circuito del control de tonos

### 4.1 Función transferencia

Para hallar la función transferencia  $H(s) = \frac{V_o}{V_{in}}$  del circuito de la figura 4.1, se realizaron transformaciones estrella a triángulo y viceversa, reduciendo el circuito. Dichas transformaciones se realizaron con Matlab.

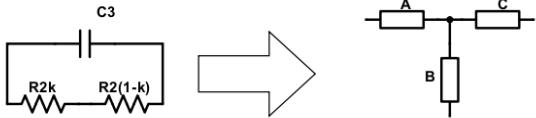


Figura 4.2: Transformación triángulo a estrella

Reemplazando el circuito triángulo por el estrella, se puede agrupar  $A$  con  $R_1$ ,  $C$  con  $R_1$  y  $B$  con  $C_1$ . Se ob-

tiene así un nuevo circuito estrella con las impedancias  $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$ , tal como se observa en la figura 4.3.

$$A = \frac{K R_2}{C_1 s \left( \frac{1}{C_1 s} - R_2 (K - 1) + K R_2 \right)} \quad (4.1)$$

$$B = -\frac{R_2 (K - 1)}{C_1 s \left( \frac{1}{C_1 s} - R_2 (K - 1) + K R_2 \right)} \quad (4.2)$$

$$C = -\frac{K R_2^2 (K - 1)}{\frac{1}{C_1 s} - R_2 (K - 1) + K R_2} \quad (4.3)$$

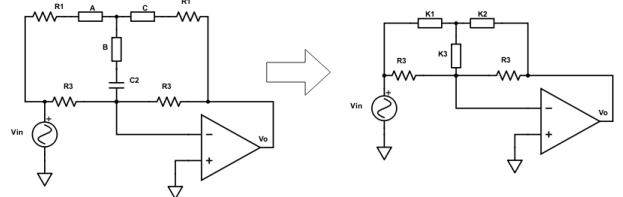


Figura 4.3: Agrupación de impedancias en serie

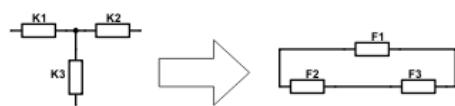


Figura 4.4: Transformación estrella a triángulo

Dicho circuito estrella se transformó a triángulo, para de esta manera poder agrupar  $F_2$  con  $R_3$  y  $F_3$  con  $R_3$  (figura 4.5).

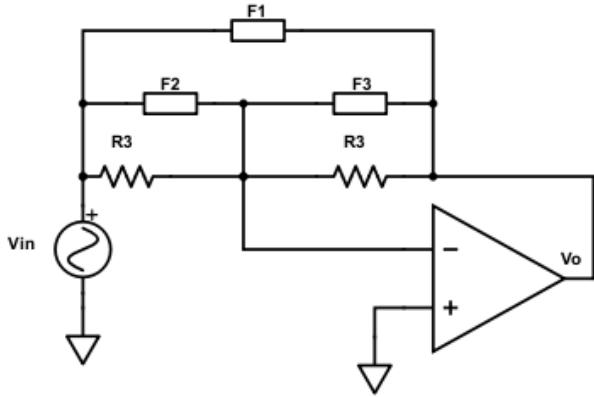


Figura 4.5: Agrupación de impedancias en paralelo

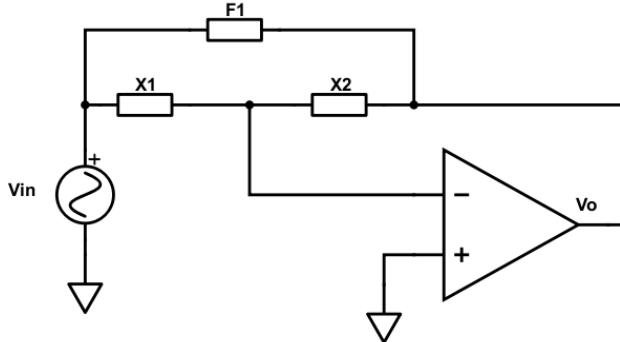


Figura 4.6: Circuito equivalente

Finalmente se obtiene el circuito de la figura 4.6. Considerando que el opamp se comporta idealmente, y por lo tanto la corriente que circula internamente por la entrada del amplificador es cero, resulta la siguiente función transferencia:

$$H(S) = -\frac{X_2}{X_1} \quad (4.4)$$

Donde

$$X_1 = \frac{1}{\frac{\#1}{\#3*2+\#1*\#3+\#1*\#2} + \frac{1}{R_3}} \quad (4.5)$$

$$X_2 = \frac{1}{\frac{*1}{*3*2+*1*3+*1*2} + \frac{1}{R_3}} \quad (4.6)$$

$$\#1 = R_1 + \frac{KR_2}{C_1 s \left( \frac{1}{C_1 s} - R_2(K-1) + KR_2 \right)} \quad (4.7)$$

$$\#2 = \frac{1}{C_2 s} - \frac{KR_2^2(K-1)}{\left( \frac{1}{C_1 s} - R_2(K-1) + KR_2 \right)} \quad (4.8)$$

$$\#3 = R_1 - \frac{KR_2}{C_1 s \left( \frac{1}{C_1 s} - R_2(K-1) + KR_2 \right)} \quad (4.9)$$

$$\#1 = R_1 - \frac{R_2(K-1)}{C_1 s \left( \frac{1}{C_1 s} - R_2(K-1) + KR_2 \right)} \quad (4.10)$$

$$\#2 = \frac{1}{C_2 s} - \frac{R_2^2(K-1)K}{\left( \frac{1}{C_1 s} - R_2(K-1) + KR_2 \right)} \quad (4.11)$$

$$\#3 = R_1 + \frac{R_2 K}{C_1 s \left( \frac{1}{C_1 s} - R_2(K-1) + KR_2 \right)} \quad (4.12)$$

Aplicando las siguientes condiciones de diseño sobre la función transferencia

$$R_3 \gg R_1 \quad (4.13)$$

$$R_3 = 10R_2 \quad (4.14)$$

$$C_1 = 10C_2 \quad (4.15)$$

Obtenemos

$$H(s) = -\frac{As^2 + Bs + C}{As^2 + Ds + C} \quad (4.16)$$

$$A = -20C_2^2 K^2 R_2^2 R_1 + 20C_2^2 K R_1 R_2^2 + 10C_2^2 R_2^2 R_2 + 100C_2^2 R_1 R_2^2 \quad (4.17)$$

$$B = -C_2 K^2 R_2^2 - 9C_2 K R_2^2 + C_2 R_1^2 + 31C_2 R_1 R_2 + 10C_2 R_2^2 \quad (4.18)$$

$$D = -C_2 K^2 R_2^2 + 11C_2 K R_2^2 + C_2 R_1^2 + 31C_2 R_1 R_2 \quad (4.19)$$

$$C = 2R_1 + R_2 \quad (4.20)$$

Si

$$\begin{aligned} & -20C_2^2 K^2 R_2^2 R_1 S^2 + 20C_2^2 K R_1 R_2^2 + \\ & 10C_2^2 R_2^2 R_2 S^2 + 100C_2^2 R_1 R_2^2 S^2 \\ & \approx 100C_2^2 R_1 R_2^2 S^2 \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$H(S) = -\frac{AS^2 + BS + C}{AS^2 + DS + C} \quad (4.22)$$

$$A = 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \quad (4.23)$$

$$B = -C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 \quad (4.24)$$

$$+C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2 \quad (4.24)$$

$$D = -C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 \quad (4.25)$$

$$C = 2R_1 + R_2 \quad (4.26)$$

La ecuación 4.22 posee la forma

$$H(s) = \frac{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{Q_Z\omega_0} + 1}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{Q_Z\omega_0} + 1} \quad (4.27)$$

Dicha función transferencia corresponde a un circuito pasa banda de segundo orden, donde  $\omega_0$  es la frecuencia central de la banda y  $Q_Z$ ,  $Q_P$ , son los respectivos factores de calidad.

#### 4.1.1 Frecuencia central

El coeficiente normalizado del término  $s^2$ , tanto para el numerador como en el denominador (4.22), es:

$$\frac{100C_2^2R_1R_2^2}{2R_1 + R_2} \quad (4.28)$$

Entonces por la ecuación 4.27 y 4.28, se obtiene la frecuencias central del pasa banda.

$$\omega_0^2 = \frac{1}{ecuacion4.28} = \frac{2R_1 + R_2}{100C_2^2R_1R_2^2} \quad (4.29)$$

$$\omega_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{10C_2R_2} \quad (4.30)$$

$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2R_2} \quad (4.31)$$

#### 4.1.2 Factores de calidad

A partir de los coeficientes normalizados de los términos de  $s$ , obtenemos los factores de calidad

##### Factor de calidad $Q_Z$

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de  $s$  del numerador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2}{2R_1 + R_2} \quad (4.32)$$

Entonces por la ecuación 4.27 y 4.32, se obtiene:

$$Q_Z = \frac{1}{\omega_0 \cdot ecuacion4.32} \quad (4.33)$$

$$Q_Z = \frac{(2R_1 + R_2) 10R_2}{(-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2) \sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \quad (4.34)$$

##### Factor de calidad $Q_P$

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de  $S$  del denominador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2}{2R_1 + R_2} \quad (4.35)$$

Entonces por la ecuación 4.27 y 4.35, se obtiene:

$$Q_P = \frac{1}{\omega_0 \cdot ecuacion4.35} \quad (4.36)$$

$$Q_P = \frac{(2R_1 + R_2) 10R_2}{(-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2) \sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \quad (4.37)$$

##### Módulo de $H(f)$ en $\omega_0$

Definimos  $A_0$  como:

$$A_0 \hat{=} | H(S = j\omega_0) | \quad (4.38)$$

Reemplazamos  $s = j\omega_0$  en 4.27

$$A_0 = \frac{Q_P}{Q_Z} \quad (4.39)$$

$$A_0 = \frac{-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \quad (4.40)$$

Si  $K = 0$

$$\begin{aligned} A_0(K = 0) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &= \frac{R_1(R_1 + 31R_2) + 10R_2^2}{R_1(R_1 + 31R_2)} \\ &\approx \frac{R_131 + 10R_2}{31R_1} \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$A_0(K = 0) \approx \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \quad (4.42)$$

Si  $K = 1$

$$\begin{aligned}
A_0(K=1) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2}{10R_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \\
&\approx \frac{R_131}{10R_2 + 31R_1} \\
&\approx \frac{3R_1}{R_2 + 3R_1}
\end{aligned} \tag{4.43}$$

$$A_0(K=1) \approx \frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \tag{4.44}$$

A partir de 4.42 y 4.44 obtenemos que

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{4.45}$$

## 4.2 Análisis paramétrico

La función transferencia depende de un parámetro K que pertenece al intervalo  $[0,1]$ . Dicho parámetro provino del modelado del potenciómetro. Para analizar el funcionamiento del circuito, se realizaron gráficos de las distintas características del circuito en función de la constante.

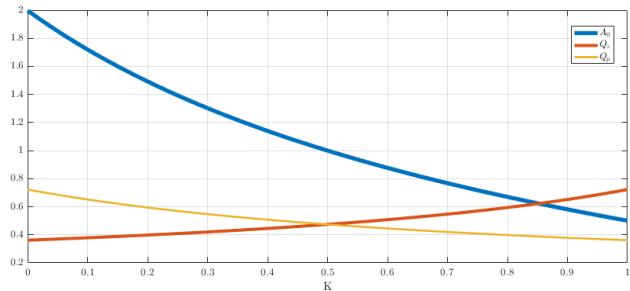


Figura 4.7: Diagrama paramétrico

Como se observa en la figura, la posición del potenciómetro altera la ganancia del circuito (línea azul), con  $K=0$  el circuito multiplica la entrada por 2 (gana 6dB) y con  $K=1$  multiplica a la entrada por 0.5 (atenúa 6dB).

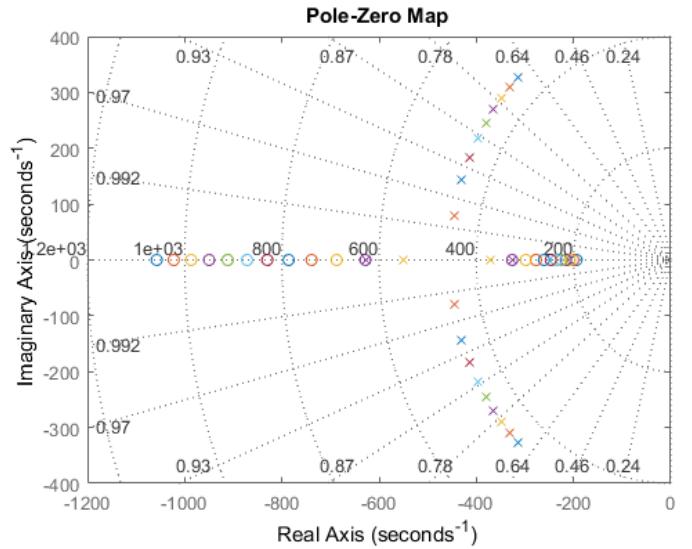


Figura 4.8: Diagrama paramétrico de polos y ceros,  $K \in [0, 0.5]$

Con K variando desde 0 a 0.5, se observa que los ceros son reales y se aproximan hacia el valor de  $-\omega_0$  en el eje real. En cuanto a los polos, se alejan del eje imaginario.

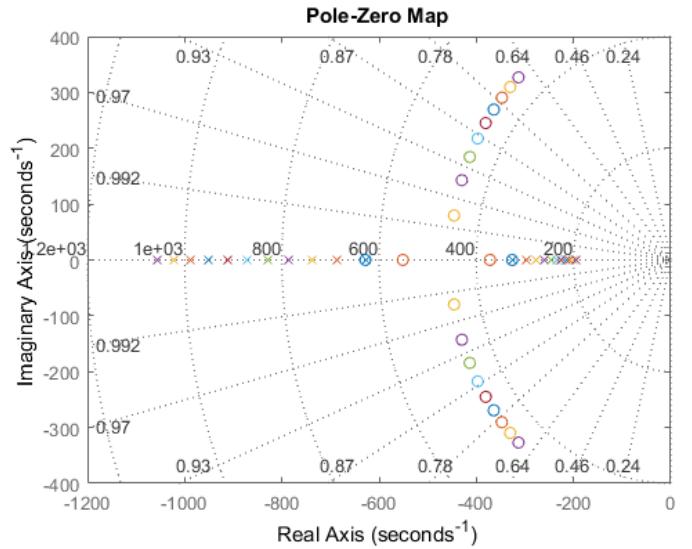


Figura 4.9: Diagrama paramétrico de polos y ceros,  $K \in [0.5, 1]$

Con k variando desde 0.5 a 1, se observa que los polos son reales y que a medida que aumenta K se alejan del valor de  $-\omega_0$ . Los ceros son imaginarios y a medida que aumenta K se acercan al eje imaginario.

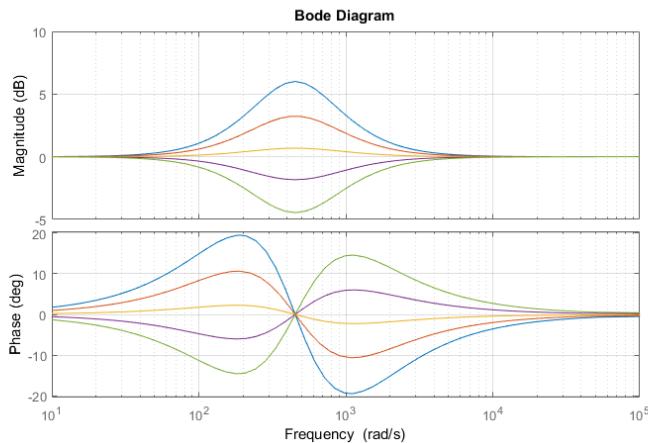


Figura 4.10: Diagrama paramétrico, respuesta en frecuencia

Como se observa en el gráfico de la respuesta en frecuencia, cuando  $K$  vale 0 se produce la máxima ganancia, y a medida que aumenta disminuye la ganancia hasta el punto de no atenuar ni ganar ( $K=0.5$ ), y a partir de ese punto comienza a atenuar.

## 4.3 Análisis de singularidades

Partimos de que el comportamiento del circuito es descripto por la ecuación 4.27 , y que  $Q_p$  se refiere al factor de calidad de los polos,  $Q_z$  se refiere al factor de calidad de los ceros y  $\omega_0$  es la frecuencia de pasa banda.

### 4.3.1 Polos

Aplicando la fórmula resolvente obtenemos:

$$Polos_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q_p} \pm \frac{\omega_0}{2} \sqrt{\frac{1}{Q_p^2} - 4}$$

Como  $Q_p$  siempre es positivo para todo valor de  $R_1$ ,  $R_2$  ,  $C_2$  y  $K$  entre 0 y 1, entonces la parte real de los polos siempre es negativa. Por ende el sistema es estable. Además los polos que tienen parte imaginaria no nula son complejos conjugados

### 4.3.2 Ceros

El resultado de aplicar la fórmula resolvente:

$$Ceros_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q_z} \pm \frac{\omega_0}{2} \sqrt{\frac{1}{Q_z^2} - 4}$$

Análogamente a los polos, también se cumple que  $Q_z$  sea positivo para todas las combinaciones admisibles de parámetros. Por ende, la parte real de los ceros es negativa y son complejos conjugados.

### 4.3.3 Sistema de fase mínima

Se definen los sistemas de fase mínima como aquellos en los cuales todas sus singularidades se encuentran en el semiplano izquierdo.

Como se mostró anteriormente, tanto los polos y ceros se encuentran en el semiplano izquierdo, por ende el sistema es de fase mínima.

## 4.4 Ecualizador de fase

Un ecualizador de fase es un circuito que no altera la amplitud de la señal pero sí la fase. Se desea implementar un circuito de segundo orden, que pueda convertir un sistema de fase mínima a uno de fase no mínima.

Se implementó el siguiente circuito:

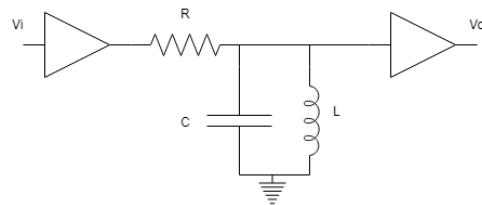


Figura 4.11: Circuito ecualizador de fase

Aplicando la fórmula de divisor de tensión se obtiene la función transferencia:

$$H(S) = \frac{L}{R} \frac{S}{\frac{S^2}{LC} + \frac{SL}{R} + 1} \quad (4.46)$$

Tal como se observa en la función transferencia, los polos poseen su parte real negativa (por ende el sistema es estable). En cuanto al cero, éste se encuentra en el origen, entonces el sistema no es de fase mínima.

Para hallar la función transferencia final, basta con multiplicar 4.46 y 4.22.

## 4.5 Equalizador de 3 bandas

### 4.5.1 Espectro audible

Los seres humanos pueden percibir un rango de frecuencias desde 20Hz hasta 20KHz. Dicho rango depende de la salud auditiva de cada persona.

El espectro se puede dividir en tres partes, llamadas graves, medios y agudos.

- Tonos graves, frecuencias comprendidas entre 20Hz y 256Hz.

- Tonos medios, frecuencias comprendidas entre 256Hz y 2KHz.
- Tonos Agudos, frecuencias comprendidas entre 2KHz y 20KHz.

Etapa	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$C_1$	$C_2$	$f_0$
1	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$1\mu F$	$100nF$	71Hz
2	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$100nF$	$10nF$	776Hz
3	$1.6K\Omega$	$5K\Omega$	$50K\Omega$	$12nF$	$1.2nF$	6000Hz

Tabla 4.2: Componentes

#### 4.5.2 Elección de la frecuencia central

Como se trata de un ecualizador de tres bandas, se deben elegir una frecuencia central para cada pasa banda. Consideramos que las frecuencias deben estar equiespaciadas en escala logarítmica, para lograr abarcar todo el espectro audible.

Para ello utilizamos la media geométrica,  $f_0 = \sqrt{f_{\text{initial}} f_{\text{final}}}$ . De esta manera calculamos las frecuencias de cada banda, representando los tonos graves, medios y agudos.

Etapa	Tonos	$f_0$
1	Graves	64Hz
2	Medios	716Hz
3	Agudos	6324Hz

Tabla 4.1: Frecuencias centrales

#### 4.5.3 Ganancia en la frecuencia central - $A_0$

Los ecualizadores comerciales se construyen de 3 ganancias/attenuaciones en las frecuencias centrales de cada banda, de 6dB, 12dB y 18dB.

En este caso elegimos que nuestro ecualizador atenúa o amplifique 6dB, para así evitar que el amplificador operacional saturé.

Reemplazando el criterio de los 6dB en 4.45

$$\frac{3R_1 + R_2}{3R_1} = 2 \quad (4.47)$$

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} = 0.5 \quad (4.48)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones obtenemos

$$R_2 = 3R_1 \quad (4.49)$$

Reemplazando 4.49 en 4.31 y despejando, obtenemos una expresión para hallar  $C_2$

$$C_2 = \frac{\sqrt{5}}{20\pi R_2 f_0} \quad (4.50)$$

A partir de este resultado, de las frecuencias de corte y de las condiciones de diseño ya mencionadas, se calcularon los componentes de cada etapa.

#### 4.5.4 Conexión de las etapas

Las etapas se podrían conectar de dos maneras, en cascada o en paralelo.

##### Cascada

La salida de una etapa se conecta a la entrada de la otra etapa. Si  $H_1$ ,  $H_2$  y  $H_3$ , son las funciones transferencia de cada etapa, entonces la función transferencia del sistema es  $H = H_1 \cdot H_2 \cdot H_3$ .



Figura 4.12: Esquema de conexión cascada

##### Paralelo

Las entradas de cada etapa se conectan juntas y las salidas también. Sin embargo las salidas se deben conectar juntas a través de por ejemplo un sumador.

En esta configuración la función transferencia del sistema es  $H = H_1 + H_2 + H_3$ .

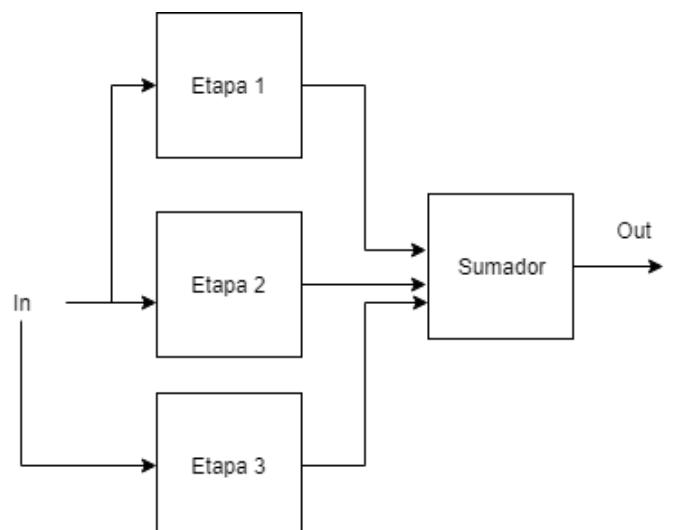


Figura 4.13: Esquema de conexión paralelo

## Simulación

Se simularon ambas configuraciones cascada y paralelo.

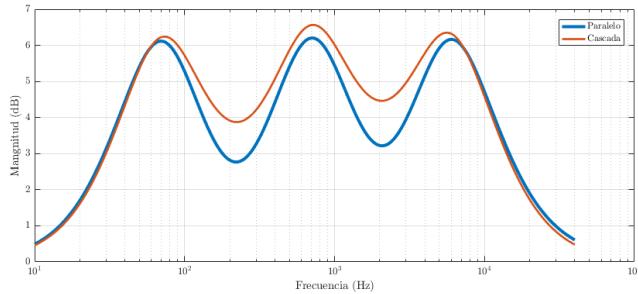


Figura 4.14: Máxima ganancia - magnitud

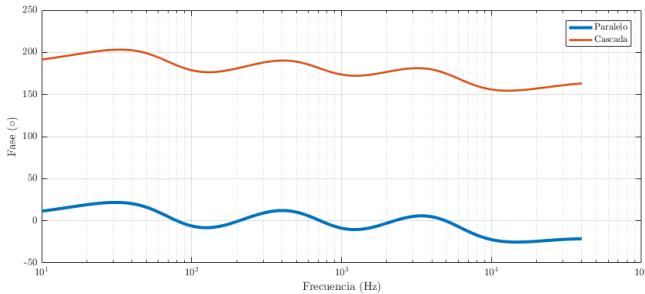


Figura 4.15: Máxima ganancia - fase

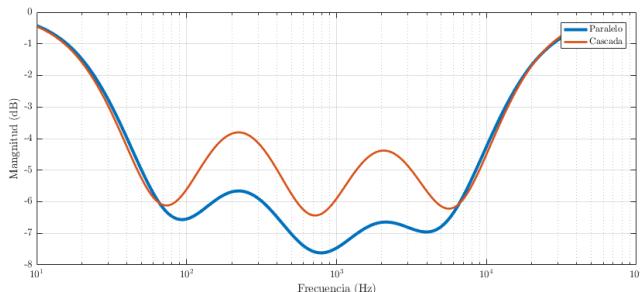


Figura 4.16: Máxima atenuación - magnitud

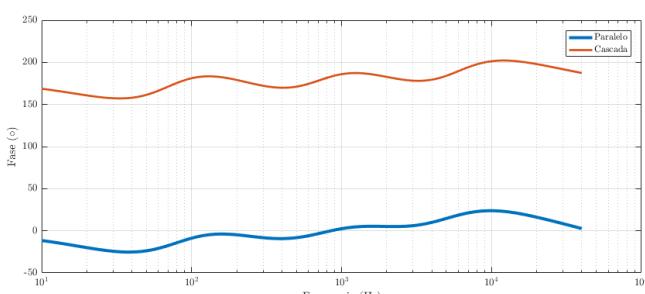


Figura 4.17: Máxima atenuación - fase

Como se observa en los gráficos, en la condición de máxima ganancia la amplitud de los sobre picos es mayor en paralelo y en máxima atenuación la máxima atenuación de los sobrepicos corresponde a la configuración cascada.

## Just-noticeable difference (JND)

Es la mínima variación perceptible por el humano en al menos el 50% de los casos. En el caso del audio, la just noticeable difference es de 1dB.

## Figura de ruido

El objetivo es determinar qué configuración es más susceptible al ruido. Los componentes, tanto pasivos como activos generan ruido. En la conexión cascada, el ruido de cada etapa es amplificado por la etapa posterior, por ende posee más ruido que la configuración en paralelo.

## Elección de topología

En cuanto al JND tanto el paralelo como serie, dependiendo si se encuentra en máxima ganancia o atenuación, tienen máxima amplitud, por ende no es criterio para elegir. El oído humano no puede percibir la diferencia de fase, por lo tanto no aporta a la elección de topología.

Sobre el ruido, la configuración paralelo tiene una leve ventaja sobre la cascada, sin embargo para realizarla se debe agregar un sumador, lo que complejiza el circuito. Por ende se eligió la topología cascada.

### 4.5.5 Realización de la placa

Se conectaron las tres etapas en cascada, se agregó una entrada de audio mono (Jack 3,5 mini plug) además de pines, y lo mismo se hizo a la salida. En cuanto al amplificador operacional, se decidió utilizar tres TL081, debido a sus altas prestaciones en cuanto al slew rate y ruido.

### 4.5.6 Mediciones

Se realizaron las siguientes mediciones del circuito:

- Respuesta en frecuencia a máxima ganancia.
- Respuesta en frecuencia a máxima atenuación.
- Respuesta en frecuencia sin atenuar ni ganar.
- Impedancia de entrada máxima y mínima.
- Impedancia de salida máxima y mínima.

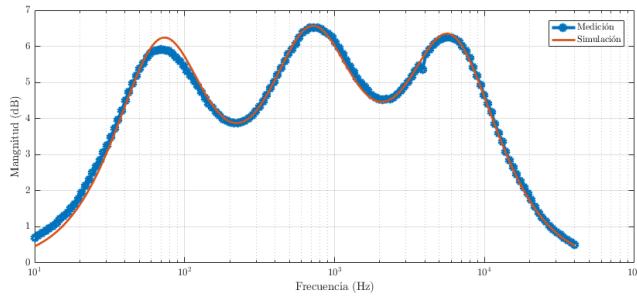


Figura 4.18: Máxima ganancia - magnitud

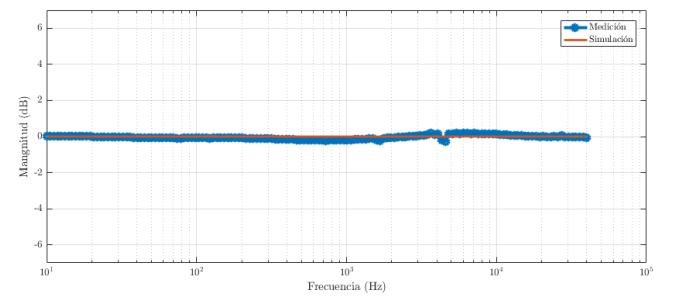


Figura 4.22: Sin ganancia ni atenuación - magnitud

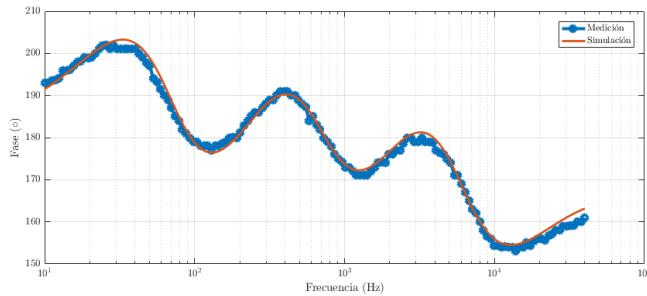


Figura 4.19: Máxima ganancia - fase

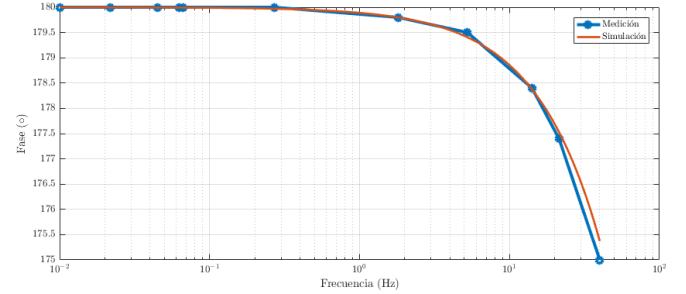


Figura 4.23: Sin ganancia ni atenuación - fase

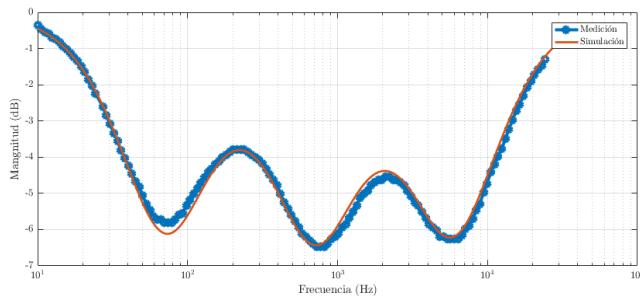


Figura 4.20: Máxima atenuación - magnitud

Impedancia	Máxima	Mínima
Entrada	$3.69 K\Omega$	$1.584 K\Omega$
Salida	$8.122\Omega$	$0.022\Omega$

Tabla 4.3: Impedancia

## 4.6 Conclusión

Se logró realizar el ecualizador de tres bandas. El circuito se comportó como era de esperarse en el rango de frecuencias audibles. Tal como se observan en las mediciones, las simulación y las mediciones ajustan perfectamente.

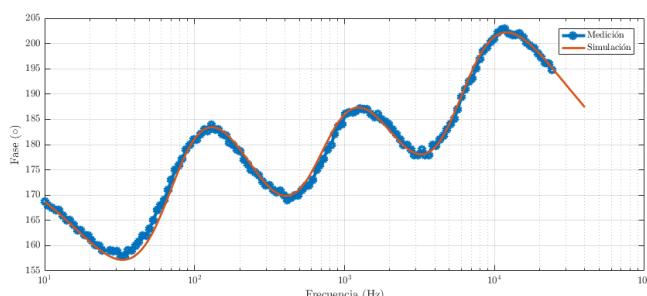


Figura 4.21: Máxima atenuación - fase

## Ecualizador de tres bandas

Características generales:

- Entrada Jack mini plug 3,5 mm mono, con pines de prueba.
- Salida Jack mini plug 3,5 mm mono, con pines de prueba.
- Alimentación con fuente partida.
- Máxima atenuación/amplificación 6dB.

Características eléctricas:

Alimentación del ecualizador		
+VCC	15	volt
-VCC	-15	volt

Impedancia			
	Máxima	Mínima	
Entrada	3,69	1,584	K Ω
Salida	8,122	0,022	Ω

Frecuencias centrales de cada banda		
Graves	71	Hz
Medios	776	Hz
Agudos	6000	Hz