Ejercicio 1

Control de tonos y ecualizador de fase

introduccion al tema

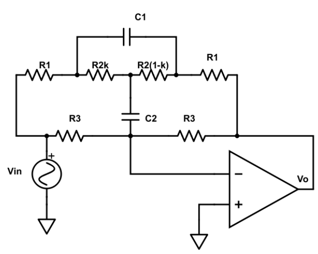

Figura 1.1: Circuito del control de tonos

1.1 Función transferencia

Para hallar la función transferencia $H(S) = \frac{V_o}{V_{in}}$ del circuito de la figura 1.1, se realizaron transformaciones estrella a triangulo y viceversa, reduciendo el circuito. Dichas transformaciones se realizaron con Matlab.

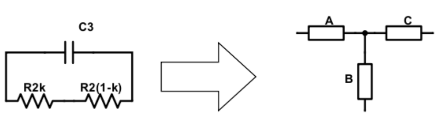

Figura 1.2: Transformación triangulo a estrella

Reemplazando el circuito triangulo por el estrella, permitio agrupar A con R_1, C conR_1 yB con C_1. Obteniendo un nuevo circuito estrella con las siguientes impedancias K_1 , K_2 y K_3, tal como se observa en la figura 1.3.

$$A = \frac{K\, R_2}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2\right)} \tag{1.1}$$

$$B = -\frac{R_2\, (K-1)}{C_1\, S\, \left(\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2\right)} \tag{1.2}$$

$$C = -\frac{K\, {R_2}^2\, (K-1)}{\frac{1}{C_1\, S} - R_2\, (K-1) + K\, R_2} \tag{1.3}$$

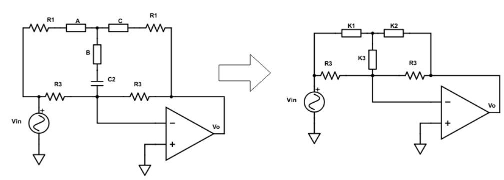

Figura 1.3: Agrupo impedancias en serie

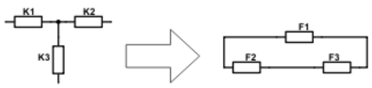

Figura 1.4: Transformación estrella a triangulo

Dicho circuito estrella se lo transformó a triangulo para de esta manera poder agrupar F_2 con R_3 y F_3 con R_3 (figura 1.5).

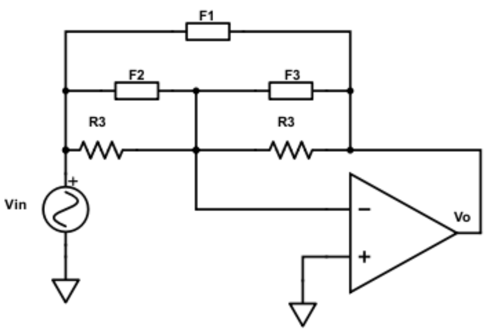

Figura 1.5: Agrupo impedancias en paralelo

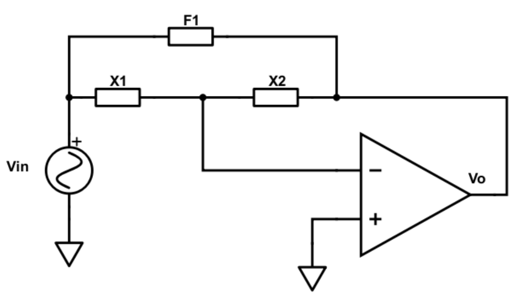

Figura 1.6: Circuito equivalente

Finalmente se obtiene el circuito de la figura 1.6. Considerando que el OpAmp se comporta idealmente y la corriente que circula internamente por la entrada del amplificador es cero, resulta la siguiente función transferencia:

$$H(S) = -\frac{X_2}{X_1} \tag{1.4}$$

Donde

ver que pasa con las ecuaciones

$$X_1 = \tag{1.5}$$

$$X_2 = \tag{1.6}$$

Aplicando las siguientes condiciones de diseño sobre la función transferencia

$$R_3 >> R_1 \tag{1.7}$$

$$R_3 = 10R_2 \tag{1.8}$$

$$C_1 = 10C_2 \tag{1.9}$$

Obtenemos

ecuacion reducida

Si

$$-20C_2^2K^2R_2^2R_1S^2 + 20C_2^2KR_1R_2^2 + 10C_2^2R_1^2R_2S^2 + 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \approx 100C_2^2R_1R_2^2S^2 \tag{1.10}$$

ecuacion reducida

La ecuacion xx posee la forma

$$H(S) = \frac{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1}{\left(\frac{S}{W_0}\right)^2 + \frac{S}{Q_Z W_0} + 1} \tag{1.11}$$

Dicha función transferencia corresponde a un circuito pasa banda de segundo orden, donde W_0 es la frecuencia central de la banda y Q_Z , Q_P, son los respectivos factores de calidad.

1.1.1 Frecuencia central

El coeficiente normalizado del término S^2, tanto para el numerado como en el denominador (ecuación zz), es:

$$\frac{100C_2^2R_1R_2^2}{2R_1 + R_2} \tag{1.12}$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.12, se obtiene la frecuencias central del pasa banda.

$$W_0^2 = \frac{1}{ecuacion1.12} = \frac{2R_1 + R_2}{100C_2^2 R_1 R_2^2} \quad (1.13)$$

$$W_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{10C_2R_2} \quad (1.14)$$

$$f_0 = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2R_2} \quad (1.15)$$

1.1.2 Factores de calidad

A partir de los coeficientes normalizados de los términos de S, obtenemos los factores de calidad

Factor de calidad Q_Z

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del numerador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 - 9C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2 + 10C_2R_2^2}{2R_1 + R_2} \quad (1.16)$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.16, se obtiene:

$$Q_Z = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion1.16} \quad (1.17)$$

$$Q_Z = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{(-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \quad (1.18)$$

Factor de calidad Q_P

El coeficiente normalizado correspondiente al termino de S del denominador, es

$$\frac{-C_2K^2R_2^2 + 11C_2KR_2^2 + C_2R_1^2 + 31C_2R_1R_2}{2R_1 + R_2} \quad (1.19)$$

Entonces por la ecuación 1.11 y 1.19, se obtiene:

$$Q_P = \frac{1}{W_0 \cdot ecuacion1.19} \quad (1.20)$$

$$Q_P = \frac{(2R_1 + R_2)\,10R_2}{(-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2)\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}} \quad (1.21)$$

Modulo de $H(f)$ en W_0

Definimos A_0 como:

$$A_0 \widehat{=} \mid H(S = jW_0) \mid \quad (1.22)$$

Reemplazamos $S = jW_0$ en 1.11

$$A_0 = \frac{Q_P}{Q_Z} \quad (1.23)$$

$$A_0 = \frac{-K^2R_2^2 - 9KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{-K^2R_2^2 + 11KR_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \quad (1.24)$$

Si $K = 0$

$$\begin{aligned} A_0(K=0) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2 + 10R_2^2}{R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &= \frac{R_1(R_1 + 31R_2) + 10R_2^2}{R_1(R_1 + 31R_2)} \quad (1.25) \\ &\approx \frac{R_1 31 + 10R_2}{31R_1} \end{aligned}$$

$$A_0(K=0) \approx \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \quad (1.26)$$

Si $K = 1$

$$\begin{aligned} A_0(K=1) &= \frac{R_1^2 + 31R_1R_2}{10R_2^2 + R_1^2 + 31R_1R_2} \\ &\approx \frac{R_1 31}{10R_2 + 31R_1} \quad (1.27) \\ &\approx \frac{3R_1}{R_2 + 3R_1} \end{aligned}$$

$$A_0(K=1) \approx \frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \tag{1.28}$$

A partir de 1.26 y 1.28 obtenemos que

$$\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{1.29}$$