Ejercicio 1

Filtro

1.1 Introducción

1.2 Análisis de sensibilidades

1.2.1 Celda Sallen-Key Pasabandas

$$w_0 = \sqrt{\frac{\frac{R_1}{R_3}+1}{C_1\,C_2\,R_1\,R_2}};\; Q = \frac{\sqrt{\frac{R_1}{R_3}+1}}{\sqrt{\frac{C_1\,R_1}{C_2\,R_2}}-\left(\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a}-1\right)\sqrt{\frac{C_2\,R_2}{C_1\,R_1}}+1};\; G = \frac{\frac{r_b}{r_a}+1}{\frac{R_1\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)}{R_2}-\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a}+1};$$

Obtenemos analíticamente las expresiones de las sensibilidades relativas de Q para algunos componentes:

$S^{G}_{R_1} = -\frac{R_1\left(\frac{\frac{C_1}{C_2}+1}{R_2}-\frac{r_b}{R_3\,r_a}\right)}{\frac{R_1\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)}{R_2}-\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a}+1}$

$S^{G}_{R_2} = \frac{R_1\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)}{R_2\left(\frac{R_1\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)}{R_2}-\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a}+1\right)}$

$S^{G}_{R_3} = -\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a\left(\frac{R_1\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)}{R_2}-\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a}+1\right)}$

$S^{G}_{R_4} = 0$

$S^{G}_{r_a} = -\frac{r_a\,r_b\,(C_1\,R_1\,R_3+C_2\,R_1\,R_2+C_2\,R_1\,R_3+C_2\,R_2\,R_3)}{(r_a+r_b)\,(C_1\,R_1\,R_3\,r_a+C_2\,R_1\,R_3\,r_a+C_2\,R_2\,R_3\,r_a-C_2\,R_1\,R_2\,r_b)}$

$S^{G}_{r_b} = \frac{r_a\,r_b\,(C_1\,R_1\,R_3+C_2\,R_1\,R_2+C_2\,R_1\,R_3+C_2\,R_2\,R_3)}{(r_a+r_b)\,(C_1\,R_1\,R_3\,r_a+C_2\,R_1\,R_3\,r_a+C_2\,R_2\,R_3\,r_a-C_2\,R_1\,R_2\,r_b)}$

$S^{G}_{C_1} = -\frac{C_1\,R_1}{C_2\,R_2\left(\frac{R_1\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)}{R_2}-\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a}+1\right)}$

$S^{G}_{C_2} = \frac{C_1\,R_1}{C_2\,R_2\left(\frac{R_1\left(\frac{C_1}{C_2}+1\right)}{R_2}-\frac{R_1\,r_b}{R_3\,r_a}+1\right)}$

$S^{w_0}_{R_1} = -\frac{R_3}{2\,(R_1+R_3)}$

$S^{w_0}_{R_2} = -\frac{1}{2}$

$S^{w_0}_{R_3} = -\frac{R_1}{2\,(R_1+R_3)}$

$S^{w_0}_{R_4} = 0$

$S^{w_0}_{r_a} = 0$

$$S^{w_0}_{r_b} = 0$$

$$S^{w_0}_{C_1} = -\frac{1}{2}$$

$$S^{w_0}_{C_2} = -\frac{1}{2}$$

$$S^{Q}_{R_1} = -\frac{\mathrm{r1}\left(\frac{\sqrt{\frac{\mathrm{r1}}{\mathrm{r3}}+1}\left(\frac{\mathrm{c1}}{2\,\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}\sqrt{\frac{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}}}-\frac{\mathrm{rb}\sqrt{\frac{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}}}{\mathrm{r3}\,\mathrm{ra}}+\frac{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}\left(\frac{\mathrm{r1}\,\mathrm{rb}}{\mathrm{r3}\,\mathrm{ra}}-1\right)}{2\,\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}^2\sqrt{\frac{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}}}\right)}{\left(\sqrt{\frac{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}}-\left(\frac{\mathrm{r1}\,\mathrm{rb}}{\mathrm{r3}\,\mathrm{ra}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}}+1\right)^2}-\frac{1}{2\,\mathrm{r3}\sqrt{\frac{\mathrm{r1}}{\mathrm{r3}}+1}\left(\sqrt{\frac{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}}-\left(\frac{\mathrm{r1}\,\mathrm{rb}}{\mathrm{r3}\,\mathrm{ra}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}}+1\right)}\right)\left(\sqrt{\frac{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}}-\left(\frac{\mathrm{r1}\,\mathrm{rb}}{\mathrm{r3}\,\mathrm{ra}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{c2}\,\mathrm{r2}}{\mathrm{c1}\,\mathrm{r1}}}+1\right)}{\sqrt{\frac{\mathrm{r1}}{\mathrm{r3}}+1}}$$

$$S^{Q}_{R_2} = \frac{\mathrm{R_2}\left(\frac{\mathrm{C_2}\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)}{2\,\mathrm{C_1\,R_1}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}}+\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{2\,\mathrm{C_2\,R_2}^2\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}}\right)}{\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}-\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}+1}$$

$$S^{Q}_{R_3} = -\frac{\mathrm{R_1}\left(\mathrm{R_3\,r_a}+\mathrm{R_3\,r_a}\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}+\mathrm{R_3\,r_a}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}+\mathrm{R_1\,r_b}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}+2\,\mathrm{R_3\,r_b}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}\right)}{2\left(\mathrm{R_1}+\mathrm{R_3}\right)\left(\mathrm{R_3\,r_a}+\mathrm{R_3\,r_a}\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}+\mathrm{R_3\,r_a}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}-\mathrm{R_1\,r_b}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}\right)}$$

$$S^{Q}_{R_4} = 0$$

$$S^{Q}_{r_a} = -\frac{\mathrm{R_1\,r_b}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}}{\mathrm{R_3\,r_a}\left(\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}-\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}+1\right)}$$

$$S^{Q}_{r_b} = \frac{\mathrm{R_1\,r_b}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}}{\mathrm{R_3\,r_a}\left(\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}-\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}+1\right)}$$

$$S^{Q}_{C_1} = -\frac{\mathrm{C_1}\left(\frac{\mathrm{R_1}}{2\,\mathrm{C_2\,R_2}\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}}+\frac{\mathrm{C_2\,R_2}\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)}{2\,\mathrm{C_1}^2\,\mathrm{R_1}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}}\right)}{\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}-\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}+1}$$

$$S^{Q}_{C_2} = \frac{\mathrm{C_2}\left(\frac{\mathrm{R_2}\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)}{2\,\mathrm{C_1\,R_1}\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}}+\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{2\,\mathrm{C_2}^2\,\mathrm{R_2}\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}}\right)}{\sqrt{\frac{\mathrm{C_1\,R_1}}{\mathrm{C_2\,R_2}}}-\left(\frac{\mathrm{R_1\,r_b}}{\mathrm{R_3\,r_a}}-1\right)\sqrt{\frac{\mathrm{C_2\,R_2}}{\mathrm{C_1\,R_1}}}+1}$$

Reemplazando las expresiones anteriores por los valores teóricos de los componentes, obtenemos:

Parámetro	R_1	R_2	R_3	r_a	r_b	C_1	C_2
S^G_x	-0.2788	1.4425	-1.1637	-1.7811	1.7811	-0.7212	0.7212
$S^{w_0}_x$	-0.25	-0.5	-0.25	0	0	-0.5	-0.5
S^Q_x	0.8319	0.5819	-1.4137	-1.1637	1.1637	-0.5819	0.5819

1.2.2 Celda Sallen-Key Pasa-altos

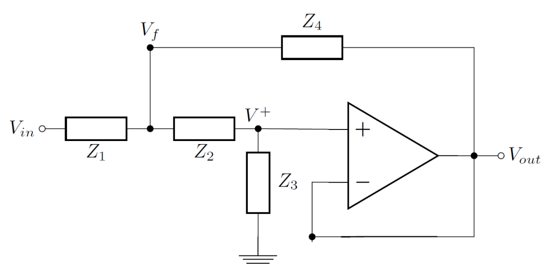

Figura 1.1: Celda Sallen-Key Pasa-altos

Obtenemos analíticamente las expresiones de las sensibilidades relativas de Q para algunos componentes:

$S_{C_1}^{Q} = -\frac{\mathrm{C_1 - C_2}}{2\,(\mathrm{C_1 + C_2})}$

$S_{C_2}^{Q} = \frac{\mathrm{C_1 - C_2}}{2\,(\mathrm{C_1 + C_2})}$

El resto de las sensibilidades derivan directamente valores numéricos, por lo que reemplazando las expresiones anteriores por los valores teóricos de los componentes, obtenemos:

Parámetro	R_1	R_2	C_1	C_2
$S_x^{w_0}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
S_x^{Q}	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0

1.2.3 Celda Sallen-Key Pasa-altos con factor ganancia

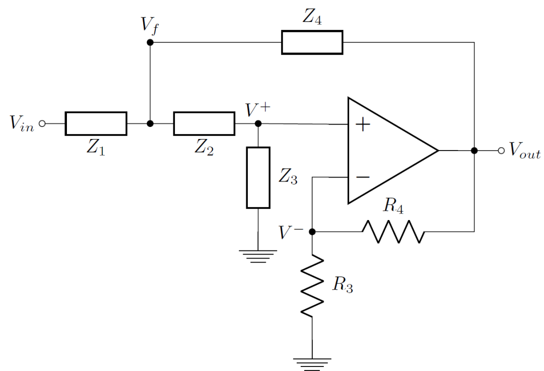

Figura 1.2: Celda Sallen-Key Pasa-altos con factor ganancia

Obtenemos analíticamente las expresiones de las sensibilidades relativas para Q y para G para algunos componentes:

$S_{R_1}^{Q} = -\frac{\mathrm{C_1\,R_1\,R_3 + C_2\,R_1\,R_3 + C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{2\,C_1\,R_1\,R_3 + 2\,C_2\,R_1\,R_3 - 2\,C_2\,R_2\,R_4}}$

$S_{R_2}^{Q} = \frac{\mathrm{C_1\,R_1\,R_3 + C_2\,R_1\,R_3 + C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{2\,C_1\,R_1\,R_3 + 2\,C_2\,R_1\,R_3 - 2\,C_2\,R_2\,R_4}}$

$S_{R_3}^{Q} = -\frac{\mathrm{C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{R_3}\left(\mathrm{R_1\,(C_1 + C_2)} - \frac{\mathrm{C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{R_3}}\right)}$

$S_{R_4}^{Q} = \frac{\mathrm{C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{R_3}\left(\mathrm{R_1\,(C_1 + C_2)} - \frac{\mathrm{C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{R_3}}\right)}$

$S_{C_1}^{Q} = -\frac{\mathrm{C_1\,R_1\,R_3 - C_2\,R_1\,R_3 + C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{2\,C_1\,R_1\,R_3 + 2\,C_2\,R_1\,R_3 - 2\,C_2\,R_2\,R_4}}$

$S_{C_2}^{Q} = \frac{\mathrm{C_1\,R_1\,R_3 - C_2\,R_1\,R_3 + C_2\,R_2\,R_4}}{\mathrm{2\,C_1\,R_1\,R_3 + 2\,C_2\,R_1\,R_3 - 2\,C_2\,R_2\,R_4}}$

$S_{R_3}^{G} = -\frac{\mathrm{R_4}}{\mathrm{R_3 + R_4}}$

$S_{R_4}^{G} = \frac{\mathrm{R_4}}{\mathrm{R_3 + R_4}}$

El resto de las sensibilidades derivan directamente valores numéricos, por lo que reemplazando las expresiones anteriores por los valores teóricos de los componentes, obtenemos:

Parámetro	R_1	R_2	R_3	R_4	C_1	C_2
S_x^{G}	0	0	-0.4842	0.4842	0	0
$S_x^{w_0}$	-0.5	-0.5	0	0	-0.5	-0.5
S_x^{Q}	-1.8931	1.8931	-1.3931	1.3931	-0.7535	0.7535

1.2.4 Celda Tow-Thomas

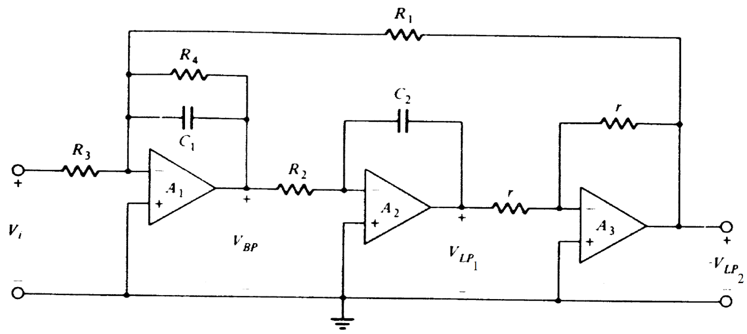

Figura 1.3: Celda Tow-Thomas

Se despeja la transferencia total del sistema:

$$H(s) = -\frac{\mathrm{R_1\,R_4\,r_b}}{\mathrm{R_3\,(C_1\,C_2\,R_1\,R_2\,R_4\,r_b}\,s^2+\mathrm{C_2\,R_1\,R_2\,r_a}\,s+\mathrm{R_4\,r_b})}$$

De la cual se despejan los siguientes parámetros:

$$w_0 = \sqrt{\frac{r_b}{C_1 \cdot C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot r_a}};\ Q = \sqrt{\frac{C_1 \cdot r_b}{C_2 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot r_a}};\ G = -\frac{R_1}{R_4};$$

para la ganancia, obtenemos las sensibilidades con respecto a todos los componentes:

Parámetro	R_1	R_2	R_3	R_4	r_a	r_b	C_1	C_2
S_x^G	1	0	-1	0	0	0	0	0
$S_x^{w_0}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
S_x^Q	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$