

第五次作业：有理函数积分

请于 4 月 13 日 23:59 前提交

作业说明

提交方式

- 只需提交电子版作业到 yukeshuxuea@163.com。若作业为手写，请拍照上传，并合成为一个 PDF，命名为“第五次作业 + 学号 + 姓名.pdf”。提交格式不对的作业将不予批改，请大家注意提交的格式，谢谢！
- 提交作业后的下一个工作周之内会收到批改反馈。如果你没有收到反馈，请先检查自己的提交情况，再联系孙老师核实自己的作业成绩。

评分标准

- 部分习题的题号旁边有 *。这部分题目属于附加题，比较困难，因此它们并不参与作业的评分。如果你做了这些题我们会很高兴，如果你没做也不会扣分。
- 拒绝抄袭。抄袭的作业按零分计算；完成度越高，作业分数越高；我们重视作业的过程。如果你没有做对题目，但是过程中有一部分是正确的，我们也会给你相应的分数。
- 如果你使用了 AI 协助答题，没有关系，但请给出你所使用的 prompt 和对应的输出作为附件。
- 如果无法按时提交作业，请及时告诉习题课老师。一个学期有 2 次不交作业的机会。如果在课前没有收到作业且没有提前告诉习题课老师的，将视作使用一次机会。当机会用完后，缺交的作业视作 0 分。
- 若对题目中的描述（包括中文理解）有任何问题，请及时向我们提出。

解答题

以下题目无需写出过程，只需写出答案

1. 计算下列积分

$$(1) \int \frac{1}{\sin x + \cos x + 1} dx$$

$$(2) \int \frac{1}{\cos x + 1} dx$$

$$(3) \int \frac{2 \sin^3 x}{\cos 2x} dx$$

$$(4) \int \tan^8 x dx$$

$$(5) \int \frac{x-1}{x^2+6x+8} dx$$

$$(6) \int \frac{2x^2-5}{x^4-5x^2+6} dx$$

$$(7) \int \frac{x^2}{1-x^4} dx$$

$$(8) \int \frac{x^3}{x^4+x^2-2} dx$$

$$(9) \int x^3 \ln x dx$$

$$(10) \int \arctan x dx$$

$$(11) \int x \arctan x dx$$

$$(12) \int \arcsin x dx$$

$$(13) \int x^2 e^{2x} dx$$

$$(14) \int e^{2x} \sin 3x dx$$

$$(15) \int \sin^n x dx$$

复习题

以下题目不要求完成，可作为复习习题

$$1. \int \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2}{1 - \cos 3x}$$

$$3. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h)^2 - \sin x^2}{h}$$

4. 排序: $2^{\frac{1}{2}}, 3^{\frac{1}{3}}, 6^{\frac{1}{6}}$

5. $\int_{-1}^1 x^2(\sin x + 1) \, dx$

6. $\int_{-1}^1 \frac{1}{1+e^x} \, dx$

7. $f(x) = \frac{x-1}{e^x}$, 求 $f^{(2025)}(x)$

8. $\int \frac{e^{ax}}{1+e^{ax}} \, dx$

9. $\int \frac{1}{1+e^{ax}} \, dx$

10. $\int \frac{e^{ax} - e^{bx}}{(1+e^{ax})(1+e^{bx})} \, dx$

11. 已知 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4x - 2 & x \geq 1 \\ -2x^2 + 3 & x < 1 \end{cases}$, 求 $f(x)$ 的极值和最值

12. a 取什么值的时候, 积分 $\int_a^{a+2} (\ln x - x) \, dx$ 有最大值。