

3 Projekt – řešení vložte do odevzdávárny s klíčem el6ieb2

Kombinatorika

3.1. Populace lišky ostrovní

Na odlehлý ostrov byly v rámci záchranného programu vysazeny **tři páry lišek ostrovních**. Ve druhém roce bylo napočítáno již **sedm párů**.

Od třetího roku se vývoj populace začal řídit přirozenými vlivy prostředí a přítomností predátorů. Biologové zjistili, že:

- přibližně $\frac{3}{4}$ všech párů přežívá do dalšího roku,
- z párů, které jsou na ostrově alespoň dva roky, vzejde každoročně v průměru dalších $\frac{5}{8}$ nových párů,
- predátoři (např. orli mořští) každoročně usmrtí přibližně 2 páry lišek.

Předpokládejme, že tyto vztahy platí beze změny v průběhu dalších let.

Úkoly

1. Ze slovního popisu sestav **rekurentní rovnici** pro počet párů lišek a_n v n -tém roce.
2. Pomocí této rekurence vypočítej počty párů v letech 3 až 7 (zaokrouhl na **celá čísla**).
3. Najdi **vzorec pro n -tý člen posloupnosti**, která je řešením této rekurentní rovnice.

Poznámka

V příkladu nezohledňujeme omezené množství potravy ani prostorové možnosti ostrova. Nezávisle na těchto vlivech daný model rychle konverguje k jisté konstatní hodnotě na které se počet párů ustálí.

(6 b)

Teorie grafů

3.2. Mějme zadané číselné posloupnosti $(5, 4, 4, 3, 3, 3, 2, 2)$ a $(5, 5, 4, 4, 2, 1, 1)$.

- a) Ověřte s využitím věty Havla Hakimiho zda jsou zadané posloupnosti grafové. Je-li posloupnost grafová, pak zpětným postupem dle věty Havla Hakimiho zkonztruujte alespoň dva grafy s danou stupňovou posloupností, které nejsou izomorfní. (Zakreslete všechny jednotlivé malé (menší) grafy odpovídající konstrukci dle věty Havla Hakimiho.)
- b) Pro vám zkonztruované grafy nalezněte a zapište platné argumenty dokazující, že grafy nejsou izomorfní.

(4 b)

Pokyny

Projekt vypracujte na počítači včetně titulního listu, na kterém uvedete následující údaje: jméno studenta, osobního číslo, číslo projektu, rok, tabulka pro bodování příkladů (podobně jako ve vzorovém projektu). Dále bude text obsahovat vzorově vypracované řešení všech zadaných příkladů. Pečlivě vysvětlete jednotlivé kroky postupu. Projekt se od domácích úkolů liší formou zpracování a složitostí řešených problémů. V případě, že se rozhodnete některý příklad neřešit, je nutno do vypracování napsat například „*Příklad X jsem se rozhodl(a) neřešit*“. Text napište na počítači v rozsahu asi 2 až 5 stran A4.

V projektu se hodnotí každý příklad zvlášť, bodové hodnocení je 0 až 4, resp. 0 až 5, resp. 0 až 6 celých bodů body (podle zadání).

Způsob odevzdání

Projekty odevzdávejte elektronicky ve formátu PDF přes tzv. odevzdávárnu. Nejprve na adresu <http://odevzdaj.cz> vyplníte klíč (je uveden nahoře v zadání projektu) a stisknete tlačítko „Použít klíč“. Potom vyplníte své jméno a osobní číslo (ve formátu „Jan Novák NOV0001“) a nahrajete soubor s řešením projektu tlačítkem vložit. Systém automaticky provede kontrolu na plagiáty. Pokud máte na serveru odevzdaj.cz založený účet, budete o výsledku kontroly informováni.

Termín odevzdání

Termín odevzdání je nejpozději **v pondělí 1.12.2025 ve 23:59**. Po tomto termínu již systém odevzdání neumožní.