第二十章 狭义相对论

本章作业

6，10，11，
13，14，20，
23，30，35

引言

物理学
- 经典物理
  - 力学
  - 热学
  - 电磁学
  - 光学
- 现代物理
  - 相对论
  - 量子论
  - 非线性

经典物理学的辉煌成就
- **经典力学**
- **热力学与统计力学**
- **光学**
- **电动力学**

从经典物理学到近代物理过渡时期的重要实验事实

- **迈克尔逊——莫雷实验：**否定了绝对参考系的存在；
- 经典物理学解释**热辐射现象**时：出现“紫外灾难”；
- **放射性**现象的发现：原子是可分的。
- **光电效应**
- **原子的线状光谱**

相对论：关于时空观及时空与物质关系的理论

（所谓经典力学遇到障碍之一是经典力学的时空观出现了问题，相对论从根本上改变了经典的时空观。）

相对论有狭义相对论和广义相对论之分：

狭义相对论（special relativity）

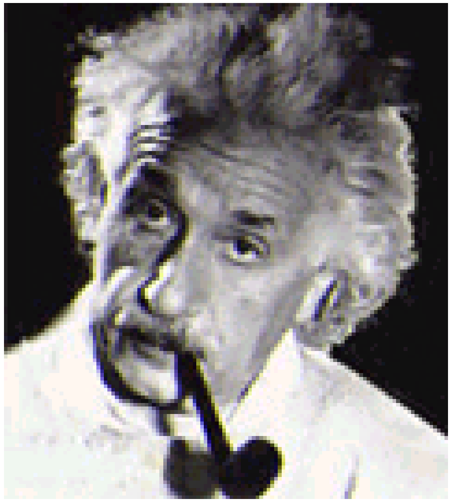
关于惯性系时空观的理论；

广义相对论（General relativity）

关于一般参照系及引力的理论；

相对论从根本上改变了旧的经典的时空观，那么，什么是旧的、经典的时空观呢？

爱因斯坦（Albert Einstein, 1879—1955）



20世纪最伟大的物理学改革家，相对论的创始人，主要科学业绩:
•早期对布朗运动的研究
•狭义相对论的创建
•推动量子力学的发展
•建立了广义相对论

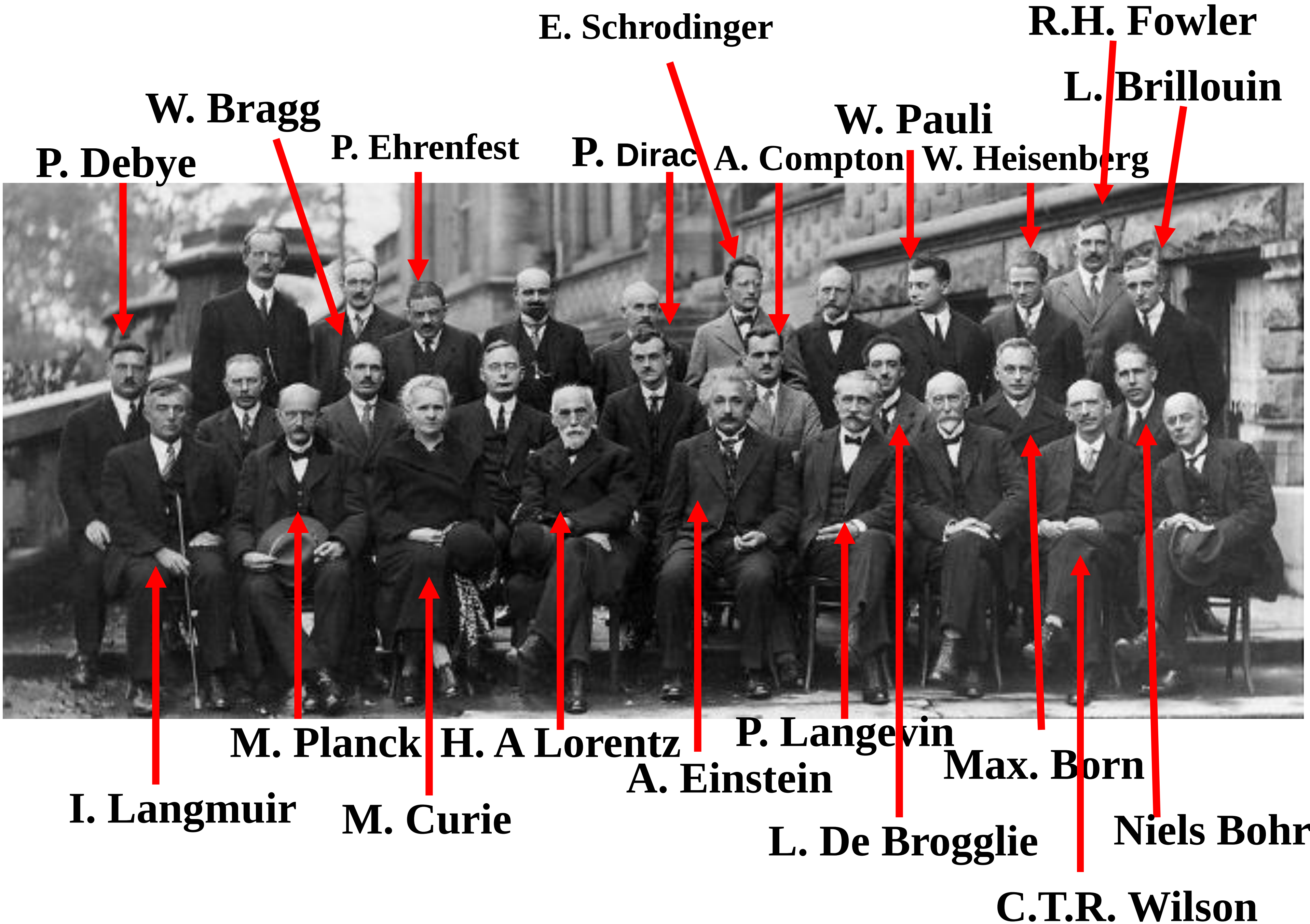
•1905年创建的**狭义相对论**
•1916年创建的**广义相对论**
•1921年获诺贝尔物理学奖金
•1906年用量子理论说明了**固体热容**与温度的关系
•1912年用**光量子**概念建立了光化学定律
•1916年提出自**激发射和受激发射**的概念，为激光的出现奠定了理论基础
•1924年提出了**量子统计方法**--玻色-爱因斯坦统计法。爱因斯坦用广义相对论研究整个**宇宙的时空结构**

爱因斯坦：Einstein现代时空的创始人，二十世纪的哥白尼

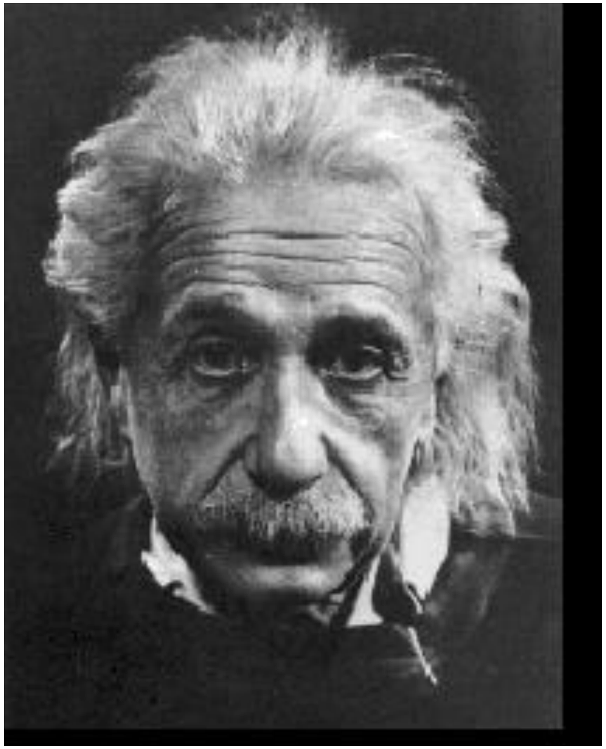
1905年，除去博士论文外，爱因斯坦连续发表了4篇重要论文，其中任何一篇，都够得上拿诺贝尔奖。3月发表解释光电效应的论文，提出光子说；5月发表关于布朗运动的论文，间接证明了分子的存在；6月发表“论动体的电动力学”的论文，提出了狭义相对论；9月发表质能关系的论文，指出能量等于质量乘光速的平方**E=*mc*²**。

相对论的时空观念与人们固有的时空观念差别很大，很难被普通人所理解。这使人们想起英国诗人波谱歌颂牛顿的诗句:自然界和自然界的规律隐藏在黑暗中，上帝说：“让牛顿去吧！”于是一切都成为光明。

后人续写道:上帝说完多少年之后，魔鬼说：“让爱因斯坦去吧，”于是一切又回到黑暗中。



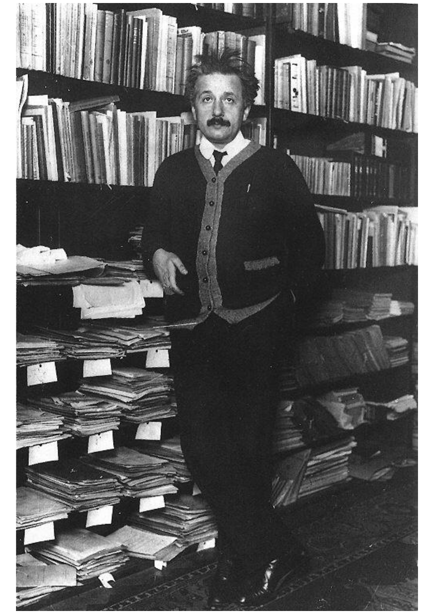
E. Schrodinger
R.H. Fowler
L. Brillouin
W. Bragg
W. Pauli
P. Ehrenfest
P. Debye
P. Dirac
A. Compton
W. Heisenberg
M. Planck
H. A Lorentz
P. Langevin
A. Einstein
Max. Born
I. Langmuir
M. Curie
L. De Brogglie
Niels Bohr
C.T.R. Wilson

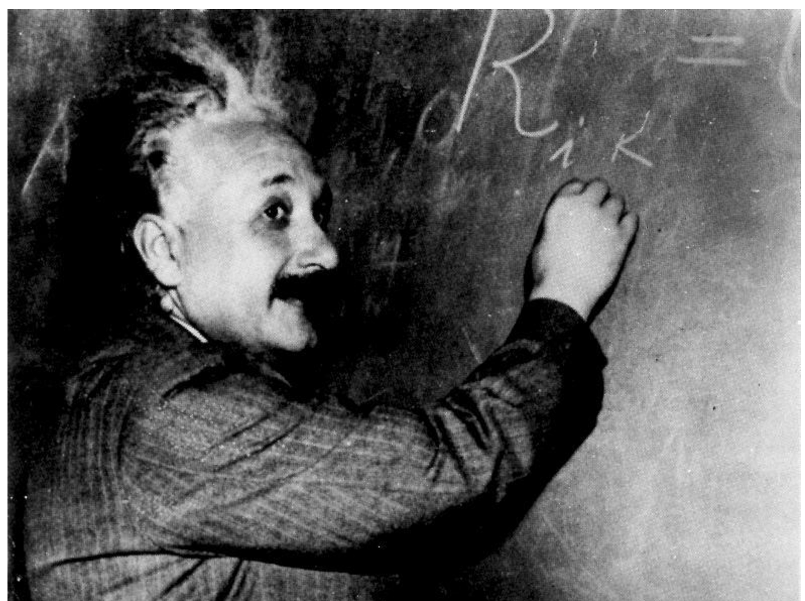


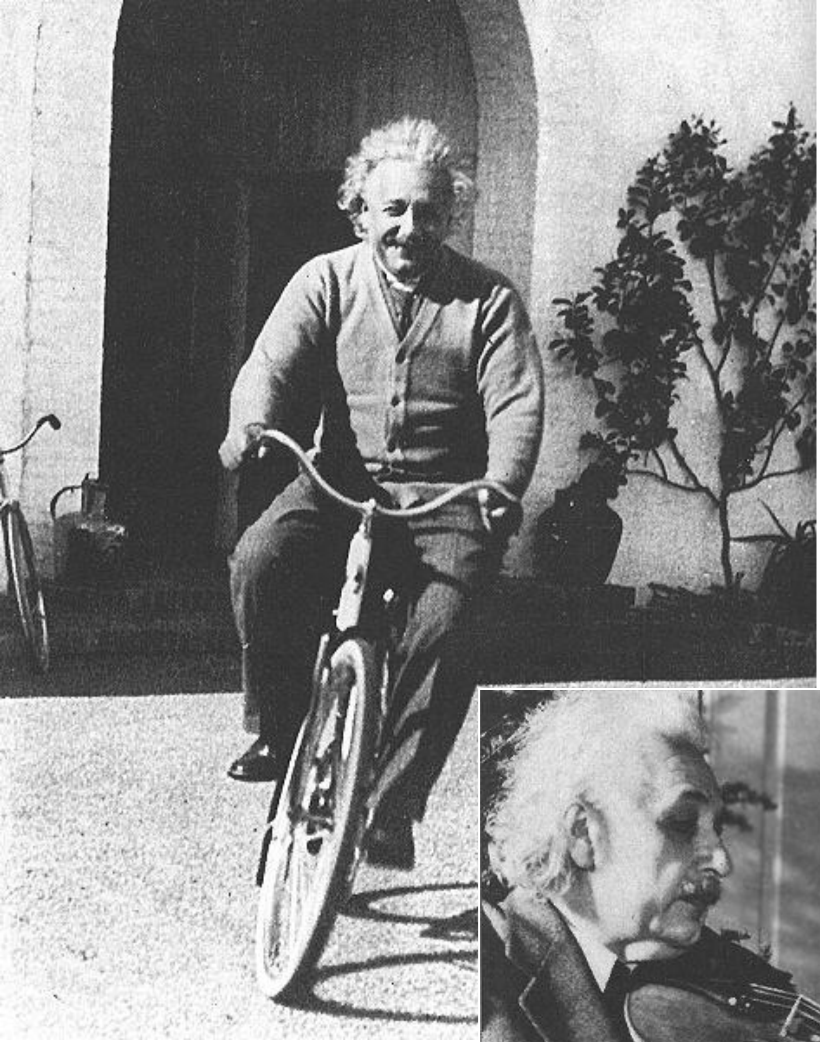
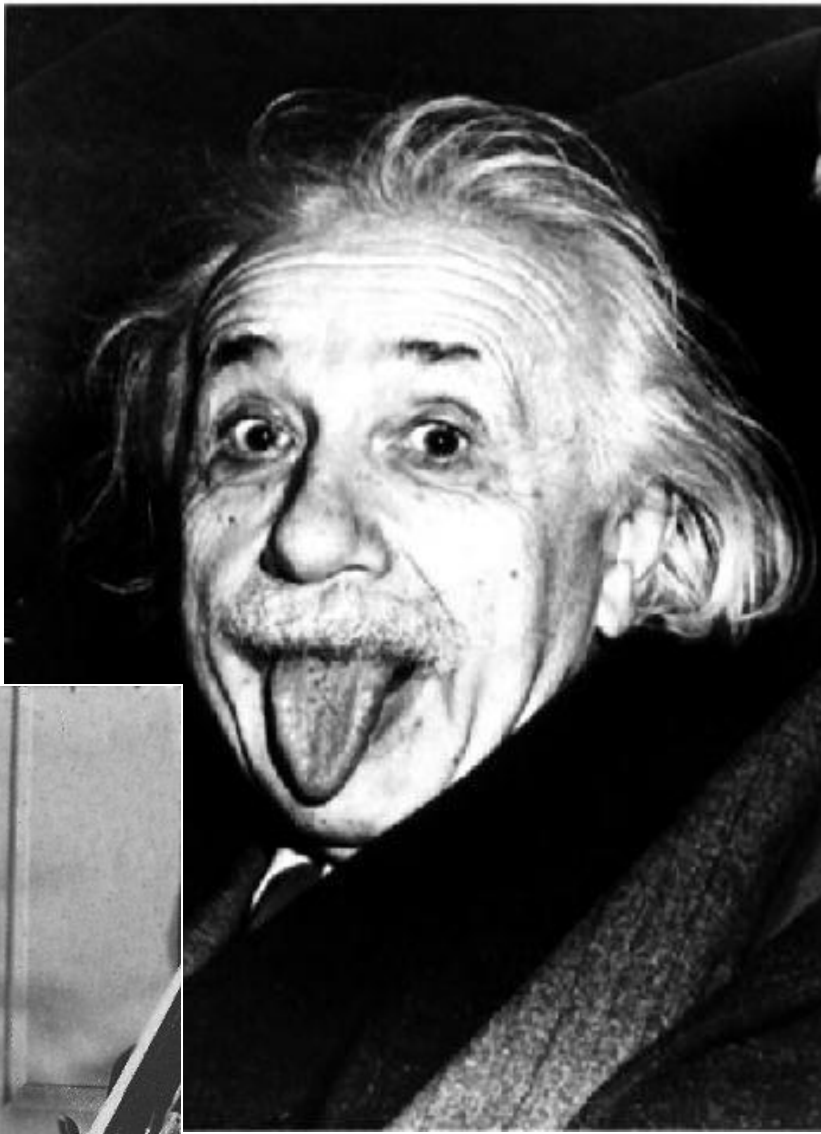
1895年(16岁)：追光假想实验(如果我以速度*c*追随一条光线运动，那么我就应当看到，这样一条光线就好象在空间里振荡着而停滞不前的电磁场。可是无论是依据经验，还是按照麦克斯韦方程，看来都不会有这样的事情。从一开始，在我直觉地看来就很清楚，从这样一个观察者来判断，一切都应当象一个相对于地球是静止的观察者所看到的那样按照同样一些定律进行。)

1999年：英国<<物理世界>>杂志推出的千年刊评选有史以来最杰出的十位物理学家：

1.爱因斯坦(美籍德国人，1921*)，2. 牛顿(英国)，3. 麦克斯韦(英国)，4. 玻尔(丹麦，1922)，5. 海森伯(德国，1932)，6. 伽利略(意大利)，7. 费因曼(美国，1965)，8. 狄拉克(英国，1933)，9. 薛定谔(奥地利，1933)，10. 卢瑟福(新西兰)



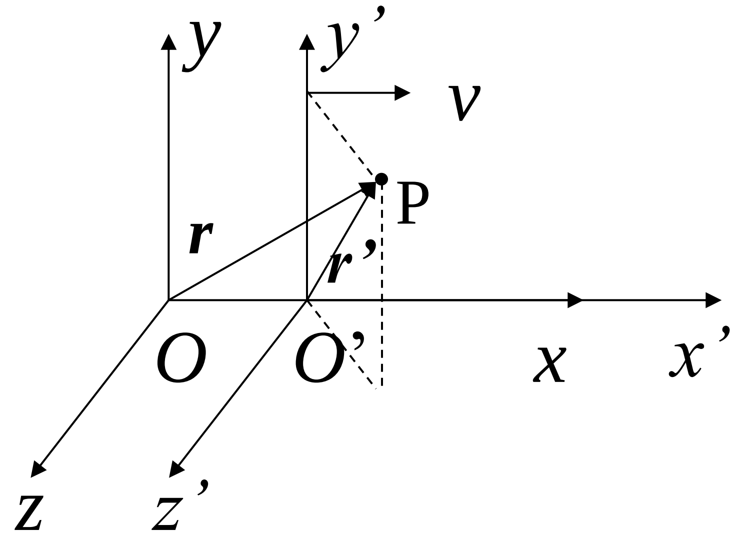



§20－1 经典力学与经典时空观

一　伽利略变换与经典时空观

$$\vec{r} = \overrightarrow{OO'} + \vec{r}'$$



$$\begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x' + vt' \\ y = y' \\ z = z' \\ t = t' \end{cases}$$

伽里略变换

$$\begin{cases} x' = x - vt \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$$

伽里略逆变换

绝对时空观（经典时空观）

1、时间：

•**同时性的绝对性：** 在一惯性系中同时发生的两件事，在其它惯性系中也是同时发生的。

在S系中，　$t_1=t_2$，

则由　$t_1'=t_1$，$t_2'=t_2$

得在S'系中　$t_1'=t_2'$

•**时间间隔测量的绝对性：**

在S系中，$\Delta t=t_2-t_1$，

则由　$t_1'=t_1$，$t_2'=t_2$

得在S'系中$\Delta t'=t_2'-t_1'=t_2-t_1=\Delta t$

2、长度：

•关于长度的定义及长度测量的说明：

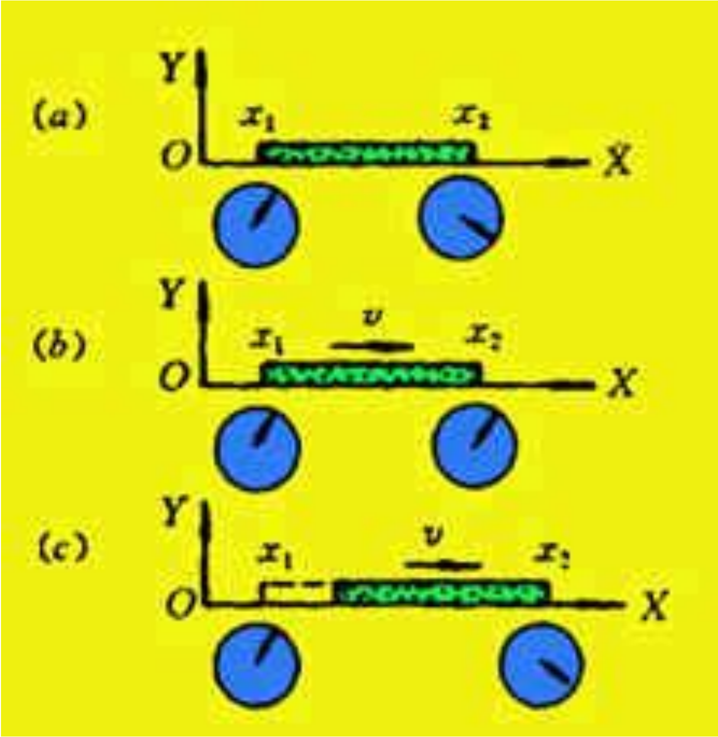
杆的长度由其两端的坐标差确定

$l = x_2 - x_1$

静止：端点坐标值不随时间变化，坐标测量可在不同时刻进行

运动：端点坐标值随时间变化，坐标测量必须在同时刻进行

若不是同时测量，则坐标差就不是杆的长度



•空间的绝对性

S'中，杆静止，测得x_2'、x_1'，则$l' = x_2' - x_1'$

S系运动，在S系中同时测量，当时刻为t 时，

$x_1' = x_1 - vt$，$x_2' = x_2 - vt$

S系中测得$l = x_2 - x_1 = (x_2' + vt) - (x1' + vt) = x_2' - x_1' = l'$

在彼此相对运动的惯性系中，测得同一杆的长度是相同的

二　经典力学的伽利略不变性与伽利略相对性原理

速度变换

$$\begin{cases} v_x' = v_x - v \\ v_y' = v_y \\ v_z' = v_z \end{cases} \qquad \begin{cases} v_x = v_x' + v \\ v_y = v_y' \\ v_z = v_z' \end{cases}$$

加速度变换

$$\begin{cases} a_x' = a_x \\ a_y' = a_y \\ a_z' = a_z \end{cases}$$

伽利略时空变换式

$S \quad \vec{F} \quad m \quad \vec{a}$

$S' \quad \vec{F}' \quad m' \quad \vec{a}'$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}' = m'\vec{a}'$$

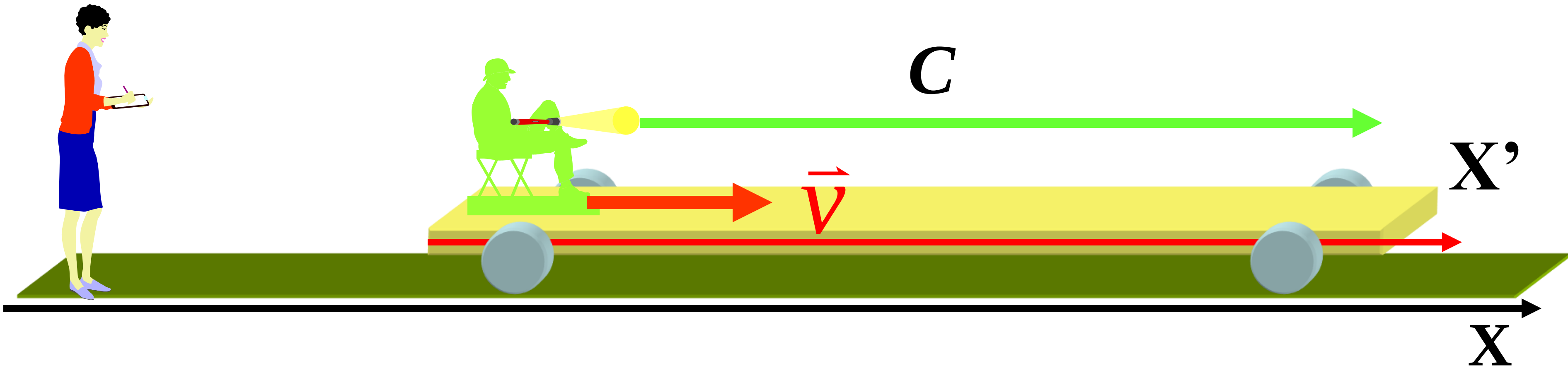
$m' = m \qquad \vec{a}' = \vec{a}$

结论：牛顿运动定律对任何惯性系都是成立的。

推广：对于所有的惯性系，牛顿力学的规律都应有相同的形式——**力学相对性原理**。

所有的惯性系在力学上都是等价的，不存在任何一个惯性系比其他惯性系更为特别（优越）。

例 一小车以速度 $\vec{v}$ 沿X轴运动，人在小车上打开手电筒，灯光在小车中（*K*'系）以光速*c*传播，则地面的人（K系）测得的光速为多大？



由“GT”地面上的人测得的光速为：

$$u_C = c + v > c$$

可见在“GT”下光速是没有限度的

或
$$\begin{cases} u_x = u'_{x'} + v \\ u_y = u'_{y'} \\ u_z = u'_{z'} \end{cases}$$

§20—2 狭义相对论原理

一 电磁理论的相对性讨论

问题

对于不同的惯性系，电磁现象基本规律的形式是一样的吗？

19世纪末电磁学有了很大发展

1865年麦克斯韦(Maxwell)总结出电磁场方程组;

预言了电磁波的存在，并指出其速率各向均为c (真空中)(与参考系无关);

1888年赫兹(Hertz)在实验上证实了电磁波的存在。

- 这显然和伽利略变换矛盾，按伽利略变换,光速在一个参考系中若是c，在另一参考系中必不是c。

要么伽利略速度变换公式不成立，要么电磁现象的基本规律在不同的坐标系中有不同的形式！

取谁，舍谁？光速是关键！

二　关于“以太”模型

为不和伽利略变换矛盾，人们假设:宇宙中充满了叫“以太 (ether)”的物质，电磁波靠“以太”传播。把以太选作绝对静止的参考系；电磁场方程组只在“以太”参考系成立;

电磁波在“以太”参考系中速率各向为*c*。

按伽利略变换，电磁波相对于其他参考系(如地球)速率就不会各向均匀，而和此参考系相对于“以太”的速度有关。

若此，如在地球上测光速, 可能 >*c*或<*c*，同时可以测出地球相对于以太的速度 *v*

——寻找“以太风”　的热潮

①没有质量；　　②完全透明；
③对运动物体没有阻力；④非常刚性。

爱因斯坦认为：这些困难是由于绝对空间和绝对时间的概念引起的。

三　迈克耳孙—莫雷实验

美国物理学家。1852 年12月19日，1837年毕业于美国海军学院，曾任芝加哥大学教授，美国科学促进协会主席、美国科学院院长；还被选为法国科学院院士和伦敦皇家学会会员，1931年5月9日在帕萨迪纳逝世。

迈克耳逊主要从事光学和光谱学方面的研究，以毕生精力从事光速的精密测量。

1887年他与莫雷合作，进行了著名的迈克耳孙-莫雷实验，这是一个最重大的否定性实验，它动摇了经典物理学的基础。

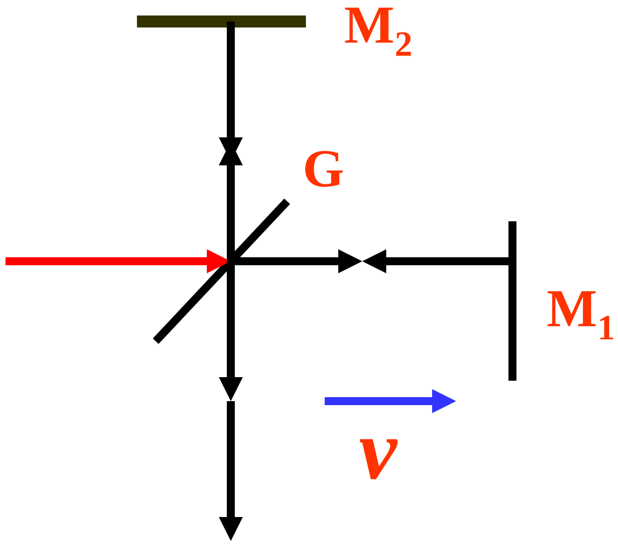
迈克尔逊在光谱研究和气象学方面所取得的出色成果，使他获得了1907年的诺贝尔物理学奖金。

1、实验目的：

测量运动参考系（主要是地球）相对以太的速度。

2、实验装置：

迈克尔逊干涉仪



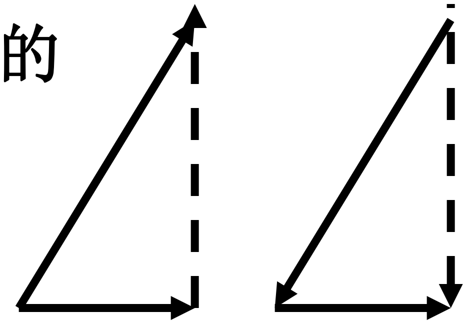
3、实验原理：

地球定沿GM_1方向运动。若伽利略变换成立，光沿GM_1速度为c-v，光沿M_1G，速度$c+v$，光从G-M_1-G所需时间为

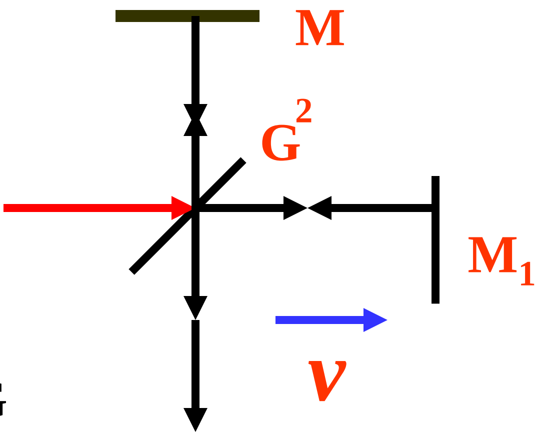
$$t_1 = \frac{l}{c-v} + \frac{l}{c+v} = \frac{2l}{c\left(1-v^2/c^2\right)}$$

光沿GM_2的速度和光沿M_2G的速度

$$\left(c^2 - v^2\right)^{1/2}$$



光沿GM_2　光沿M_2G



光从G-M_2-G所需时间为

$$t_2 = \frac{2l}{\left(c^2 - v^2\right)^{1/2}} = \frac{2l}{c\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

G点发出的两束光到达望远镜的时间差

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2l}{c\left(1 - v^2/c^2\right)} - \frac{2l}{c\left(1 - v^2/c^2\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{2l}{c}\left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2} + \cdots\right) - \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \cdots\right)\right]$$

$$= \frac{l}{c}\frac{v^2}{c^2} \qquad (v \ll c)$$

光程差 $$\delta = c\Delta t = lv^2 / c^2$$

仪器旋转90^0，前后两次光程变化2δ，干涉条纹移动

$$\Delta N = \frac{2\delta}{\lambda} = \frac{2lv^2}{\lambda c^2}$$

测出条纹的离动ΔN，可由上式计算出地球相对以太的绝对速度。

4、实验结果：零结果

在不同季节，不同地理条件下做实验，没有观察到条纹的移动。实验表明：

- 相对以太的绝对运动是不存在的，以太不能作为绝对参考系，以太假设不能采用；
- 地球上沿各个方向的光速都是相等的。
- 迈克耳逊—莫雷实验一直被认为是狭义相对论的主要实验支柱。

在迈克耳逊-莫雷实验中，l约为10米，光的波长为0.5μm。实验的具体做法是先将迈克耳逊干涉仪的一个臂放在地球的黄道上，另一个臂指向北极，调整光路得到干涉图像后，再整体旋转90°观察干涉条纹的移动。若取地球相对以太的速度为地球绕太阳的公转速度（3×10^4m/s），则估算出干涉条纹移动数目为0.4条。

但是，迈克耳逊-莫雷在他们的实验中并没有观察到这个预期的条纹移动。通过不同地点、不同时期的反复多次实验测量，仍然没有观察到条纹移动。物理学史称为迈克耳逊-莫雷实验的零结果。

两种解释：

1. 根本没有以太，所以没有以太风；

2. 以太和地球（迈克尔孙干涉仪）一起运动，没有风。

洛仑兹收缩假定

假定认为沿相对以太运动方向上物体长度收缩为：$l\sqrt{1-v^2/c^2}$

则在地球上观测，光沿MM_1M时间：

$$t_1=\frac{l_1\sqrt{1-v^2/c^2}}{c-v}+\frac{l_1\sqrt{1-v^2/c^2}}{c+v}=\frac{2l_1/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

沿MM_2M无收缩：$t_2\dfrac{2l_2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ $\Rightarrow$ $\delta_1=\dfrac{2(l_2-l_1)/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

同理：$t_1'=\dfrac{2l_2/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$，$t_2'=\dfrac{2l_1/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ $\Rightarrow$ $\delta_2=\dfrac{2(l_1-l_2)/c}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

因此：$\delta=\delta_2-\delta_1=0$

洛仑兹、庞加莱在此基础上建立了洛沦兹变换关系，并证明了麦克斯韦方程在此变换下不变。

但洛沦兹本人没能突破经典时空观，没有建立相对论，并对自己结果持怀疑态度。长度为什么会收缩，长度定义是什么，变换中时间的意义是什么……？

五　狭义相对论原理

1）光速不变原理

在一切惯性系中，真空中的光速都具有相同的值 c .

它与光源或观察者的运动无关，即不依赖于的选择。

2）相对性原理：物理定律在所有的惯性系中都具有相同的表达形式 。

- 相对性原理是自然界的普遍规律。
- 所有的惯性参考系都是等价的 。
- 关键概念：相对性和不变性 。
- 伽利略变换与狭义相对论的基本原理不符 。

★ 观念上的变革

牛顿经典力学

长度、时间、质量 → 与参照系无关

速度 → 与参照系有关 (相对性)

狭义相对论力学

光速不变 → 与参照系无关

长度、时间、质量 → 与参照系有关(相对性)

★实验　　光速近代测量值:

$$c \approx 2.99792458 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

§20—3 相对论时空观

1、记录一个事件发生的位置和时间（时空坐标）：
除了使用一个参照系外还要在参照系中每一点处放一个时钟。

2、时钟校准：

设参照系中各点处的时钟都是理想的—走时准确、规格一致，为了将它们校准可以在其中一个时钟为零时让它向其它时钟发送一个编码的电磁波（使用光的特殊性--光速不变），其它时钟在接受到这个编码时将它自己的时间调整为（为其它时钟与发射编码时钟的间距），则参照系中的时钟都被校准了。

3、时空坐标系：

每点都有时钟并进行了校准的参照系叫时空坐标系。

一 同时性的相对性

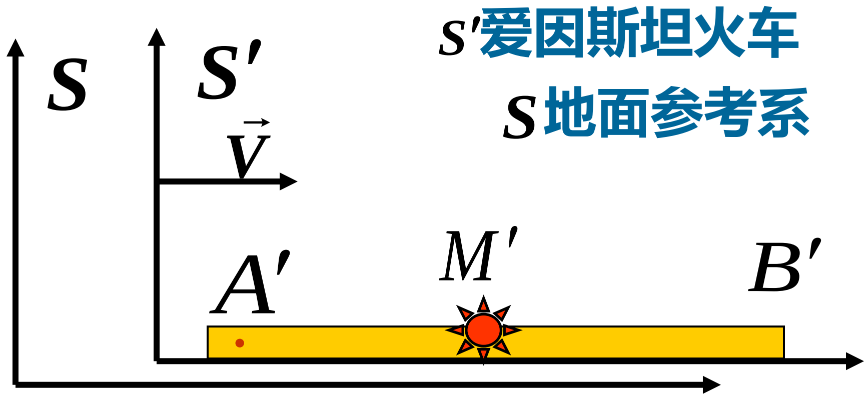
在火车上,车头B',车尾A'

分别放置信号接收器

中点M' 放置光信号发生器

当$t' = t = 0;$

M'向两侧发一光信号



以爱因斯坦火车为例

事件1:A'接收到闪光　　事件2: B'接收到闪光

研究的问题 :在不同参考系S,S'中两事件发生的时间间隔.

S' M'处闪光,光速为c　　$\because A'M' = B'M'$

所以事件1、事件2 对于S' 是同时发生的。

S 光速也为c , A'迎着光,应比B'早接收到光。

所以事件1、事件2 对于S是不同时发生的!

讨论:

1. 异地同时的相对性是光速不变原理的直接结果.
是相对论时空观的精髓! (必然结果)

2. 相对效应.(S '系与S系等价):
S异地同时事件, 对S'也一定是非同时事件!

3. 当速度远远小于 c 时，两个惯性系结果相同。

二　时间延缓效应

研究的问题是：

在某惯性系中，同一地点先后发生的两个事件的时间间隔，与在另一系中观察（为发生在两个地点的两个事件）的时间间隔的关系。

本征（固有）时间

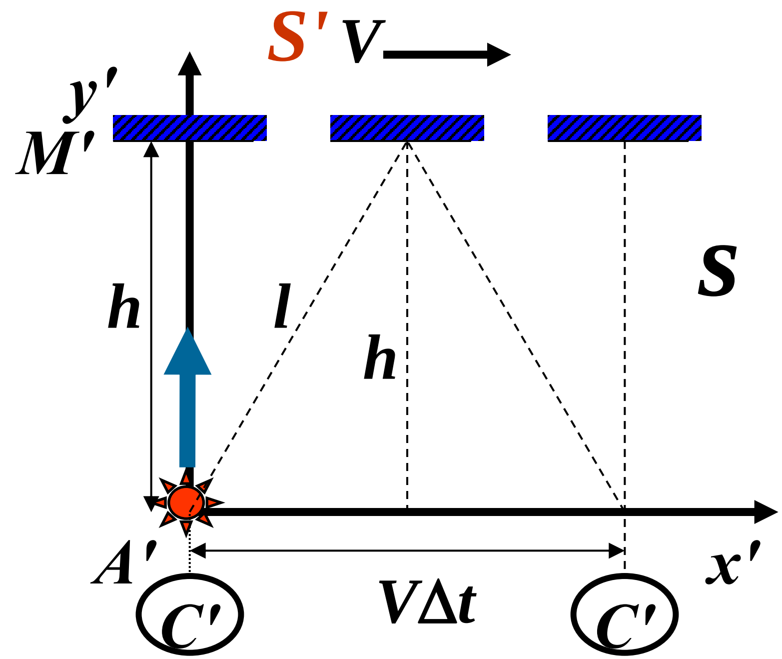
在某一惯性系中，同一地点先后发生的两个事件之间的时间间隔叫本征时间 $\Delta t' \equiv \tau$（同一只钟测量）。

运动时间

在另一个惯性系中测到的这两个事件的时间间隔

$$\Delta t$$

S'系中,A'处有闪光光源及时钟C',M'为反射镜。



第一事件：闪光从 A'发出

第二事件：经发射返回A'

S'系中： $\Delta x' = 0 \quad \Delta t' = \dfrac{2h}{c}$

S系中：(地面) $\Delta x \neq 0 \quad \Delta t = \dfrac{2l}{c}$

$$\Delta t = \frac{2h/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \qquad \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

$\Delta t > \Delta t'$ ——时间膨胀!

令 $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \beta = \dfrac{v}{c}$ $\quad \Delta t = \gamma \Delta t'$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

上式表明，光源发光到接收器接收到光束这两个事件的时间间隔在S系中测量的结果与S’系不同的。

设想有两个完全相同的时钟，一个相对于我们是静止的，另一个相对于我们在运动。设运动时钟的秒针跳动1秒（相对于运动时钟是本征时间），当测量这个运动时钟秒针的跳动时，其时间间隔将大于1秒。即我们观察到运动时钟跳动1秒，静止时钟将跳动1秒多。这种现象叫做狭义相对论的**时间延缓**效应。由于各个运动惯性系测量出的时间间隔都比本征时间长，所以也叫**时间膨胀**效应。

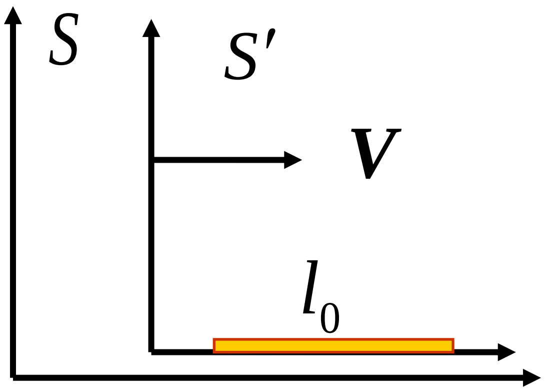
- 式中γ一侧的时间间隔必是本征时间，另一侧是膨胀后的时间。

- 时间延缓效应只有当相对运动速度很大时才很明显。从γ的表达式我们可以看到，当v远小于c时，$\gamma \approx 1$。

三　长度收缩效应

对运动长度的测量。怎么测？
两端的坐标必须同时测。

指进行测量的参考系中
同时，即$\Delta t=0$



•本征长度（静止长度）

——在相对静止的参考系中测量的物体长度。

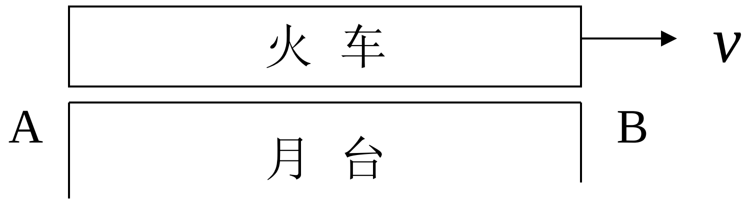
•运动长度

在相对静止的参考系中测量的物体长度。

棒以接近光速的速度相对*S*系运动：

***S*系测得棒的长度值是什么呢?**

在月台参照系（S系）上看，火车司机驾驶火车经过月台A端点的时间为t_1，经过B端点的时间为t_2，则月台长度为：



$$L = v(t_2 - t_1) = v\Delta t$$

这个长度就是月台的本征长度。

在火车参照系（S'系）上看，月台相对于火车以速度v运动。当火车司机驾驶火车经过月台A端点时，火车司机可以记录下时间设为t'_1，经过B端点的时间设为t'_2，则火车参照系测量的月台长度为：

$$L' = v(t'_2 - t'_1) = v\Delta t'$$

注意：$\Delta t'$是两个事件的本征时间，而Δt则为运动时间

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

$$L' = L/\gamma = L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

上式表明，火车上的观察者测量的“运动月台”的长度要比地面上的观察者测量“静止月台”的长度（即本征长度）短，这种相对论现象叫做**长度收缩效应**（在运动方向上）。

讨论：

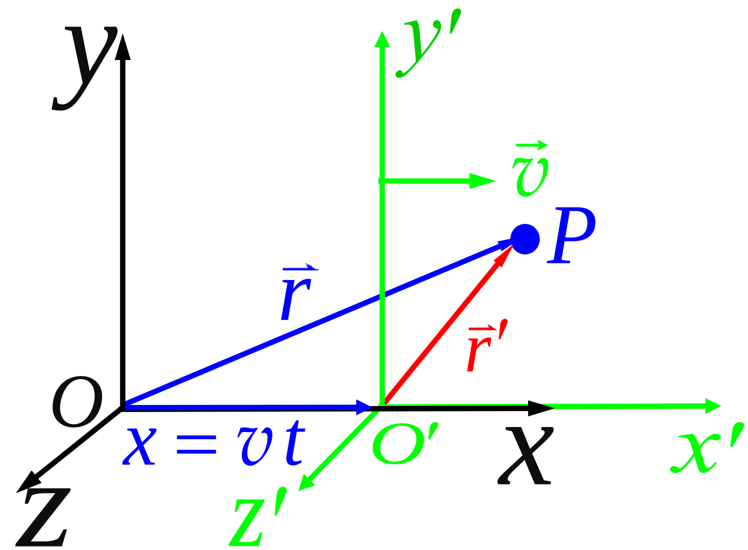
- 长度收缩只发生在运动方向，在与运动垂直的方向上没有长度收缩。
- 上式是本征长度与运动长度的关系，并不是任意两个参照系中测量的物体长度之间的关系。
- 当v远小于c时，$\gamma\approx 1$，本征长度与运动长度是近似相等的，这是与经典时空观的结果一致的。

§20—4 洛伦兹变换

一　洛伦兹坐标变换与洛伦兹坐标差变换

$t = t' = 0$ 时 $O\,,O'$ 重合

有一个事件P发生，在两个坐标系中测量的时空坐标分别为：



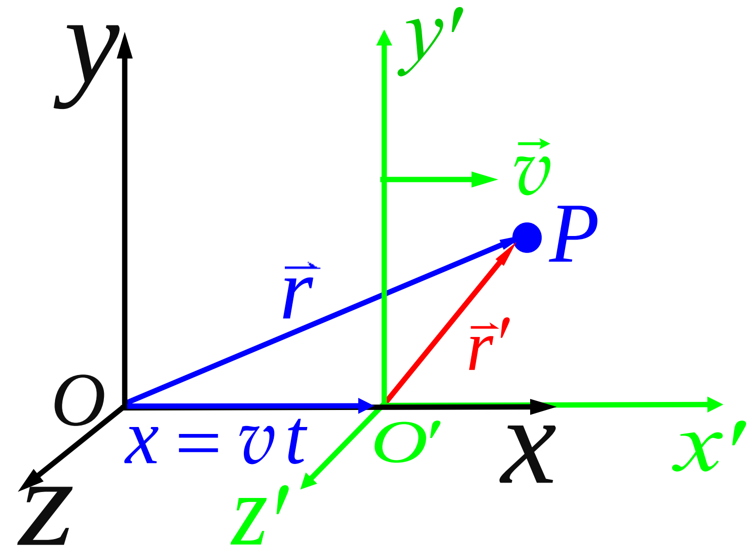
S系：$P(x, y, z, t)$

S'系：$P(x', y', z', t')$

寻找两个参照系中相应的坐标值之间的关系：

在S系中测量我们显然有

$$x = vt + O'x'$$



在S系看$O'x'$来是运动长度，由长度收缩公式我们有：

$$O'x' = \frac{x'}{\gamma}$$

此时，S'系的测量值x'是本征长度

所以，我们有：$x = vt + \dfrac{x'}{\gamma}$

同理，在S’系中进行测量时则有

$$x' = ox - vt' = \frac{x}{\gamma} - vt'$$

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

考虑到S系和S'系只在x（x'）轴方向有相对运动，在与之垂直的方向上没有长度收缩效应，所以上式可以扩充为：

洛仑兹变换

相对论的

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) & (1) \\ y' = y & (2) \\ z' = z & (3) \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) & (4) \end{cases}$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

伽利略变换

经典力学的

$$\begin{cases} x' = x - vt & (1) \\ y' = y & (2) \\ z' = z & (3) \\ t' = t - \dfrac{v}{c^2}x & (4) \end{cases}$$

v不能达到光速，否则$\gamma \to \infty$，将使变换失去物理意义。

当速度v很小时 $\begin{cases} \beta \to 0 \\ \gamma \to 1 \end{cases}$ 洛仑兹变换过渡到伽利略变换

S系与S'系之间的时空坐标变换是相对的，我们把S系到S'系的变换称为正变换，把S'系到S系的变换称为逆变换。显然，逆变换可以通过正变换把 $x' \Leftrightarrow x$ $y' \Leftrightarrow y$ $z' \Leftrightarrow z$ $v \Leftrightarrow -v$ 而得到。

正变换

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \dfrac{v}{c^2}x'\right) \end{cases}$$

在洛仑兹变换下，不同惯性系的物理规律是一致的，物理定律在洛仑兹变换下保持不变；在洛仑兹变换下，时空不再是相互独立的，没有时间的空间是不存在的，脱离空间的时间也是不存在的。

洛伦兹变换可以得到两个事件的时间间隔和空间间隔在两个惯性系之间的变换公式

$$\begin{cases} \Delta x' = \gamma(\Delta x - v\Delta t) \\ \Delta y' = \Delta y \\ \Delta z' = \Delta z \\ \Delta t' = \gamma(\Delta t - \dfrac{v}{c^2}\Delta x) \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta x = \gamma(\Delta x' + v\Delta t') \\ \Delta y = \Delta y' \\ \Delta z = \Delta z' \\ \Delta t = \gamma(\Delta t' + \dfrac{v}{c^2}\Delta x') \end{cases}$$

上两式也叫做**洛伦兹差值变换式**

例 1　一固有长度为 100m 的火箭以速度 $v_0 = 0.8c$ 相对于以地面飞行，发现一流星从火箭的头部飞向尾部，掠过火箭的时间在火箭上测得为 1.0×10^{-6}s 。试问地上的观察者测量时

（1）流星掠过火箭的时间是多少？

（2）该时间内流星飞过的距离是多少？

（3）流星运动的速度和方向如何？

解　设火箭为 S' 系，地面为 S 系，并以火箭的运动方向为 x 轴的正方向。令流星到达火箭首、尾端的事件分别为事件 1 和事件 2，依照题意，已知条件为 $u = 0.8c$ ，$\Delta x' = x_2' - x_1' = -100\text{m}$ ，$\Delta t' = 1.0\times10^{-6}\text{s}$ ，且

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0.8^2}} = \frac{5}{3}$$

（1） 由时间间隔变换公式

$$\Delta t=\gamma(\Delta t'+\frac{u}{c^2}\Delta x')$$

得地上测得流星掠过火箭的时间

$$\Delta t=\frac{5}{3}(10^{-6}-\frac{0.8c}{c^2}\times 100)=1.2\times 10^{-6}\mathrm{s}$$

（2） 由空间间隔变换公式

$$\Delta x=\gamma(\Delta x'+u\Delta t')$$

得地上测得 Δt 时间内流星飞过的距离

$$\Delta x=\frac{5}{3}(-100+0.8c\times 10^{-6})=2.2\times 10^{2}\,\mathrm{m}$$

（3） 流星飞过的距离 Δx 和时间 Δt，是同一 S 系中的测量值，故飞行速度为

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{2.2\times 10^{2}}{1.2\times 10^{-6}}=1.8\times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$$

$v>0$，表示与 S 系也即与火箭的运动同方向。由于 $v<v_0$，实际上是火箭在追赶流星，造成流星由火箭头部飞向尾端。

二　洛伦兹变换与相对论时空观

1，同时性的相对性

S' :事件1 (x_1', t_1')

事件2 (x_2', t_2')

若两事件同时发生

$\Delta t' = t_2' - t_1' = 0$

S :事件1 (x_1, t_1)

事件2 (x_2, t_2)

两事件是否同时发生?

$\Delta t = t_2 - t_1 = ?$

由洛仑兹变换

$$t_1 = \gamma(t_1' + \frac{v}{c^2}x_1'); \qquad t_2 = \gamma(t_2' + \frac{v}{c^2}x_2')$$

$$\because \Delta t' = 0; \qquad \Delta x' = x_2' - x_1' \neq 0$$

$$\therefore \Delta t = \frac{\gamma v}{c^2}\Delta x' \neq 0$$

结论: S 异地同时事件, 对 S 一定是非同时事件!

若 $x_2' < x_1'$; $\Delta x' < 0$

$$\Rightarrow \quad t_2 - t_1 < 0 \qquad B \text{ 先发生}$$

若 $x_2' > x_1'$; $\Delta x' > 0$

$$\Rightarrow \quad t_2 - t_1 > 0 \qquad A \text{ 先发生}$$

对一个参考系的同时不同地事件，在另一个参考系测得不同时，沿该参考系（后一个）相对运动方向前方的那个事件发生的早。

讨论:

1. 同时性的相对性本身也是相对的。

2. 只有异地的事件才有同时的相对性。

当 $\Delta t' = 0; \quad \Delta x' = 0$

$$\therefore \Delta t = t_2 - t_1 = \gamma(\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x') = 0$$

3. 同时性的相对性只发生在相对运动方向上。

4. 当速度远远小于 c 时，两个惯性系结果相同。

思考: S'系的同时事件,对S系一定是非同时事件吗?

同地同时事件对任何惯性参考系都是同时事件!!!

时空是相互联系的!

2，时间膨胀效应

S'：事件1 (x'_1, t'_1)

事件2 (x'_2, t'_2)

两事件同地发生

$$\Delta x' = x'_2 - x'_1 = 0$$

$$\Delta t' = \tau$$

S：事件1 (x_1, t_1)

事件2 (x_2, t_2)

两事件的时间间隔

$$\Delta t = t_2 - t_1 = ?$$

由洛仑兹逆变换 $\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'\right)$

$\because \Delta x' = 0$ ； $\Delta t' = \tau$ $\therefore \Delta t = \gamma \Delta t' = \gamma \tau$

$\gamma > 1$ $\Delta t > \tau$ ——本征时间最短!

同时 $$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right) = \gamma\Delta t$$

$\because \Delta x' = 0$ ； $\Delta t' = \tau$ $\therefore \Delta t = \gamma\Delta t'$

讨论:

I. 时间膨胀公式中，γ一侧的时间必是本征时间，另一侧是膨胀后的时间；

II. 时间膨胀常用于讨论物体在一个过程中所经历的时间；本征时间 / 运动时间

III. $\gamma > 0$，所以时间不会颠倒，因果关系不会颠倒；

IV. 时间延缓效应只有在相对速度很大时才很明显。当速度远小于c时， $\gamma \approx 1$，时间间隔相同；

时钟延缓效应

例: 一飞船以$v=9\times10^3$m/s的速率相对于地面匀速飞行。飞船上的钟走了5s,地面上的钟经过了多少时间?

解:

$$\Delta t' = \tau = 5.00(\mathrm{s})$$

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{1-\left(9\times10^3 / 3\times10^8\right)^2}} = 5.000000002(\mathrm{s})$$

飞船的时间膨胀效应实际上很难测出.

3，长度收缩效应

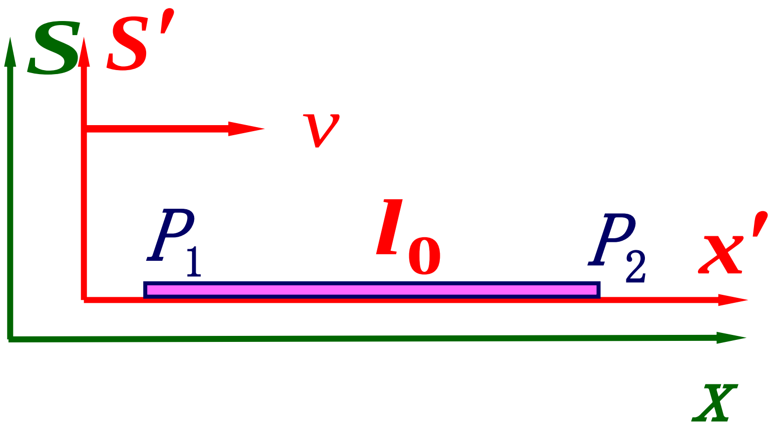
1. 本征长度与运动长度

本征长度 — 相对物体静止的观察者测得的物体长度。（静长或原长）。

设棒静止在 S' 系中，其静长为 l_0 。

测棒的左端为事件 P_1：(x_1', t_1')

测棒的右端为事件 P_2 ：(x_2', t_2')



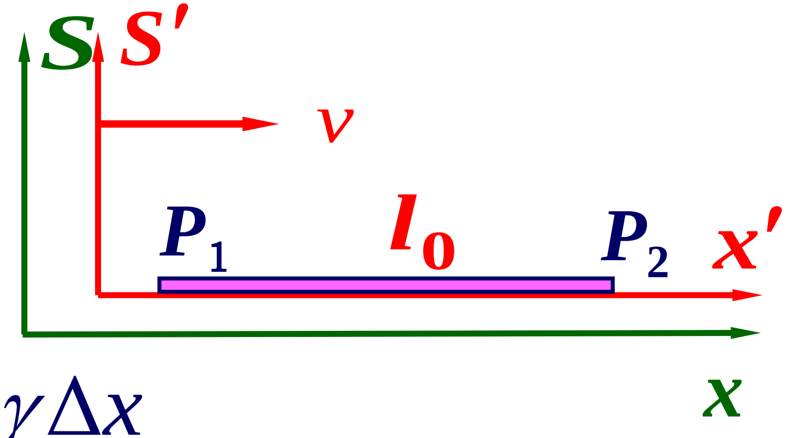
可以不同时测量 x_1' 和 x_2'

静长： $l_0 = x_2' - x_1'$

棒随S'系相对S系运动，S系中的观察者测得棒的长度是l。

对运动长度l应怎么测？ 必须同时测棒的两端！

事件$P_1(x_1, t)$，事件$P_2(x_2, t)$



运动长度： $l = x_2 - x_1$

由 L-T： $$\Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \gamma \Delta x$$

将 $\Delta t = 0$，$l = \Delta x$，$l_0 = \Delta x'$ 代入上式得：

$$l = l_0/\gamma \ < l_0$$

$$l = l_0\sqrt{1-(u/c)^2} < l_0$$

2. 长度收缩效应 —— 物体的长度沿运动方向收缩。

长度收缩效应是“同时的相对性”的直接结果。

3. 说明

(1) 本征长度最长，且只有一个，运动长度有很多。

(2) 长度会缩短，但是不会反转。

(3) 纵向效应：长度收缩效应只发生在运动方向上。

(4) 长度收缩效应是相对的。

(5) 当 $u \to c$ 时，长度收缩效应显著；

当 $u << c$ 时，$\Delta x = \Delta x'$，$l = l_0$

成为经典力学绝对量，转化为 G-T 。

例：飞船相对地球的速率为 $u=0.95c$ ，若以飞船为参照系测得飞船长15m，问地球上测得飞船长为多少?

解：

$$l_0 = 15\,\mathrm{m}, \qquad u = 0.95c$$

$$l = l_0\sqrt{1-(u/c)^2}$$

$$= 15\times\sqrt{1-(0.95)^2} = 4.68\,\mathrm{m}$$

三　时空的运动相关性与对应原理

对应原理

如果一个新理论是由一个旧理论发展而来，则他首先应该在应用条件与旧理论相同时能回复成旧理论。

在可以把普朗克常数h看成零的情况下，量子力学则会归结为经典力学。

相对论满足对应原理！

例：地面上有一直线跑道长100m，运动员跑完所用时间为10s。

现在以$0.8c$ 的速度沿跑道飞行的飞船中观测，试问：

(1) 跑道多长？(2) 运动员跑完该跑道所用的时间；

(3) 运动员的速度。

解：设地面为 S 系，选飞船为 S' 系，则:$v = 0.8c$

(1) 跑道固定于S 系，则：$l_0 = 100\text{m}$

在飞船中观测跑道长：

$$l' = l_0\sqrt{1-(v/c)^2} = 100\times\sqrt{1-0.64} = 60\text{m}$$

(2) 运动员起跑和冲线是两个不同时不同地事件，

S系： $\Delta x = 100\text{ m},\quad \Delta t = 10\text{s}$

由 L-T得在 S' 系中：

$$\Delta x' = \frac{\Delta x - u\Delta t}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{100 - 0.8 \times 3 \times 10^8 \times 10}{0.6}$$

负号表示在飞船中观察，运动员沿 $-x'$ 方向后退。

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{10 - 0.8 \times 100 / 3 \times 10^8}{0.6} \approx \frac{10}{0.6} \approx 16.6\,\mathrm{s}$$

注意：按长度收缩计算出跑道的长度并非运动员对 S' 系跑过的距离(跑道也相对 S' 系运动)。$l' \neq \Delta x'$！

(3) 运动员对 S 系的平均速度为:

$$u_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{100}{10} = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

对 S' 系:

$$u'_x = \frac{\Delta x'}{\Delta t'} \approx \frac{-4 \times 10^9}{16.6} \approx -2.4 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = -0.8c$$

或:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x}$$

例:带正电的π介子是一种不稳定的粒子，当它静止时，平均寿命为2.5×10^{-8}s,之后即衰变成一个μ介子和一个中微子，会产生一束π介子，在实验室测得它的速率为v=0.99c,并测得它在衰变前通过的平均距离为52m,这些测量结果是否一致?

解： 若用平均寿命$\Delta t'=2.5\times10^{-8}$s 和$u$相乘，

得7.4m,

与实验结果不符。考虑相对论的时间膨胀效应，

$\Delta t'$是静止π介子的平均寿命,是原时.

考虑相对论的时间膨胀效应，

$\Delta t'$是静止π介子的平均寿命,是原时.

当π介子运动时,在实验室测得的平均寿命应是：

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{2.5\times10^{-8}}{\sqrt{1-(0.99)^2}} = 1.8\times10^{-7}(s)$$

实验室测得它通过的平均距离应该是：

$v\Delta t$=53m， 与实验结果符合得很好。

实验室测得的平均距离必须用实验室测得的速度乘以实验室测得的时间。

小结

在狭义相对论中讨论运动学问题的思路如下：

1.确定两个做相对运动的惯性参照系；

2.确定所讨论的两个事件；

3.表示两个事件分别在两个参照系中的时空坐标或其时空间隔；

4.**用洛仑兹变换讨论。**

特别提示

注意

本征时间一定是在某坐标系中同一地点发生的两个事件的时间间隔；

本征长度一定是物体相对某参照系静止时两端的空间间隔。

例 μ子问题

μ子的平均寿命为2×10^{-6}s(固有寿命),后衰变为电子和中微子

设在9km高空，由于π介子的衰变产生一个速率为0.998c的μ子, 试问μ子能否到达地球?

若从经典时空观

$$v\times\tau \ =0.998c\times2\times10^{-6}\approx600\text{m} \quad <9000\text{m}\ !$$

但实验结果:可检测到μ子!

从地球参考系上看：（时间膨胀）！

$$\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - (0.998)^2}} = 3.17 \times 10^{-5} (s)$$

μ子能飞行距离为：

$$v \times \Delta t = 0.998c \times 3.17 \times 10^{-5} > 9000\ \mathrm{m}$$

μ子能到达地球！

从μ子参考系上看：（长度缩短）！

大气层相对于μ子运动，μ子从产生到地面的距离将会收缩为：

$$h = h_0 \sqrt{1 - V^2 / c^2} = 569 \quad \mathrm{m}$$

μ子能飞行h所需要的时间是：

$$\Delta t' = \frac{h}{v} = 1.9 \times 10^{-6}\,\mathrm{s} \quad < \tau$$

μ子能到达地球！

无论从地球参考系还是在μ子参考系上来看,虽然距离和时间不同,是**相对**的.

但μ子能到达地球的结果是**绝对**的！

对事实的描述可以是相对，但事实的结果是绝对的。

$$\begin{cases} x' = \gamma\left(x - vt\right) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma\left(t - \dfrac{v}{c^2}x\right) \end{cases}$$

四　相对论速度变换与光速不变

洛仑兹速度变换

$$\because \quad u_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ u_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ u_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}$$

$$u'_x = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'},\ u'_y = \frac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'},\ u'_z = \frac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'}$$

$$\frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{\gamma\left(\Delta x - v\Delta t\right)}{\gamma\left(\Delta t - \dfrac{v}{c^2}\Delta x\right)} = \frac{\Delta x/\Delta t - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}\dfrac{\Delta x}{\Delta t}}$$

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2}u_x}$$

$\therefore$ **由洛仑兹坐标变换得速度变换：**

正变换

$$\begin{cases} u_x' = \dfrac{u_x - v}{1 - \dfrac{v}{c^2} u_x} \\ u_y' = \dfrac{u_y}{\gamma\left(1 - \dfrac{v}{c^2} u_x\right)} \\ u_z' = \dfrac{u_z}{\gamma\left(1 - \dfrac{v}{c^2} u_x\right)} \end{cases}$$

逆变换

$$\begin{cases} u_x = \dfrac{u_x' + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} u_x'} \\ u_y = \dfrac{u_y'}{\gamma\left(1 + \dfrac{v}{c^2} u_x'\right)} \\ u_z = \dfrac{u_z'}{\gamma\left(1 + \dfrac{v}{c^2} u_x'\right)} \end{cases}$$

洛仑兹变换满足光速不变原理。

例： S' 系： 光速 $u'_x = c$

S 系： 光速 $u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} = \dfrac{c + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} c} = c$

例： S' 系： 光速 $u'_y = c$

S 系： 光速 $u_x = \dfrac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x} = v,\quad u_y = \dfrac{u'_y}{\gamma\left(1 + \dfrac{v}{c^2} u'_x\right)} = \dfrac{c}{\gamma}$

$u_z = 0$

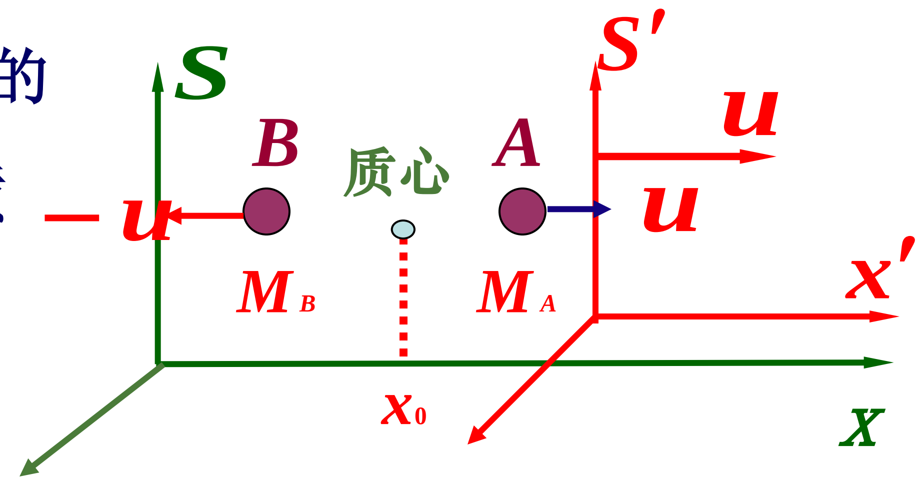
$$u = c$$

§20—6 相对论动力学基础

一　相对论动力学方程、质速关系

设惯性系 S' 以匀速 u 沿 x 方向相对惯性系 S 运动，

S 惯性系中有一静止在 $x = x_0$ 处的粒子，由于内力的作用分裂为质量相等的两部分，即



$M_A = M_B$， M_A 以速度 u 沿 x 轴正向运动，M_B 以速度 $-u$ 沿 $-x$ 运动。

在惯性系 S' 看来，M_A 静止不动，$v_A' = 0$，M_B 的速度 v_B'：

$$v_B' = \frac{-u-u}{1-(-u)u/c^2} = \frac{-2u}{1+u^2/c^2}.$$

在惯性系S看来，粒子分裂后其质心仍在x_0处不动。根据质心的定义，质心相对于S'系的运动速度为$-u$：

在惯性系S'中粒子动量守恒：

$$-(M_A+M_B)u=M_A v'_A+M_B v'_B,$$

式中$v_A'=0$，故：

$$\left.\begin{aligned}\frac{M_B}{M_A}&=\frac{u}{u-v'_B}=\frac{1+u^2/c^2}{1-u^2/c^2},\\ v'_B&=\frac{-2u}{1+u^2/c^2}.\end{aligned}\right\}\quad \frac{M_B}{M_A}=\frac{1}{\sqrt{1-(v'_B/c)^2}},$$

M_A 为静止质量，用 m_0 表示，则运动质量：

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}=\gamma m_0\ ,$$

相对论质量

讨论

(1) 质量m和速率υ 有关(相对于测量m所在的参考系的速度, 不是参考系的相对速度u) 。

质量和参考系的选择有关。

(2) $\upsilon\uparrow \Rightarrow m\uparrow$, 速度越大惯性就越大, 越不易改变原来的运动状态。

(3)$\upsilon > c$时, m将为虚数,无意义,

c**是一切物体速度的极限**。(与洛仑兹变换所得结论一致)

(4)对于光子, 速度为c ,而m又不可能为无限大 ,

所以光子的静止质量$m_0 = 0$

(5)如 $\upsilon << c$,则$m \approx m_0$回到牛顿力学情况,符合“ **对应原理**”。

	绝对时空观	相对论时空观
空间变换关系	$x' = x - vt$	$x' = \gamma(x - vt)$
时间变换关系	$t' = t - \frac{v}{c^2}x$	$t' = \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right)$
质量变换关系	$m = m_0$	$m = \gamma m_0$
动量变换关系	$\vec{p} = m\vec{v} = m_0\vec{v}$	$\vec{p} = m\vec{v} = \gamma m_0\vec{v}$

静质量 m_0：物体相对于惯性系静止时的质量。

$$\boxed{\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}+\vec{v}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$

当 $v<<c$ 时 $m\to m_0$ $\vec{F}=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$

当 $v\to c$ 时, $\mathrm{d}m/\mathrm{d}t$ 急剧增加 ,而 $\vec{a}\to 0$ ，所以光速 ***c*** 为物体的极限速度。

◈ 相对论动量守恒定律

当 $\sum\limits_i \vec{F}_i=0$ 时， $\sum\limits_i \vec{p}_i=\sum\limits_i \frac{m_{i0}\vec{v}_i}{\sqrt{1-\beta^2}}$ 不变。

二　相对论能量

1. 相对论动能

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{k}} = \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \frac{\mathrm{d}\vec{P}}{\mathrm{d}t}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = \mathrm{d}\vec{P}\cdot\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \mathrm{d}\vec{P}\cdot\vec{v}$$

$$= (\vec{v}\mathrm{d}m + m\mathrm{d}\vec{v})\cdot\vec{v}$$

$$= (\vec{v}\cdot\vec{v})\mathrm{d}m + m(\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{v})$$

$$= v^2\mathrm{d}m + mv\mathrm{d}v$$

其中： $\vec{v}\cdot\mathrm{d}\vec{v} = v_x\mathrm{d}v_x + v_y\mathrm{d}v_y + v_z\mathrm{d}v_z$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{d}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{1}{2}\mathrm{d}(v^2) = v\mathrm{d}v$$

$$\because\ m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \qquad \therefore\ m^2c^2-m^2v^2=m_0^2c^2$$

两端微分得： $$mv\mathrm{d}v+v^2\mathrm{d}m=c^2\mathrm{d}m$$

$$\therefore\quad \mathrm{d}E_{\mathrm{k}}=\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=v^2\mathrm{d}m+mv\mathrm{d}v=c^2\mathrm{d}m$$

$$E_{\mathrm{k}}=\int_L\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r}=\int_{m_0}^{m}c^2\mathrm{d}m=mc^2-m_0c^2$$

m_0为质点静止时的本征质量，

m为质点速度为v时的动质量。

相对论动能公式： $$E_{\mathrm{k}}=m\,c^2-m_0c^2$$

$$E_k = mc^2 - m_0c^2$$

★ 说明：

(1) 上式指静质量为m_0 的质点以速度 v 运动时的相对论动能，与经典动能形式完全不同。

例：若电子速度为 $v = \frac{4}{5}c$，则有

$$E_k = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right) = \frac{2}{3}m_0c^2$$

(2) 随着外力不断作功，质点动能可不断增加至非常大，但其速率不可能超过光速 c 。

$$E_k \to \infty,\ v \to c$$

(3) 在$v \ll c$的低速时，转化为经典力学动能。

$$E_k = (m - m_0)c^2 = m_0 c^2 \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} - 1\right]$$

$$= m_0 c^2 \left[\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \underbrace{\frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \cdots}_{\text{略去高阶无穷小}}\right) - 1\right]$$

得：$$E_k \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$$

2. 相对论能量

$$\because \quad E_k = mc^2 - m_0c^2$$ （相对论动能公式）

$$\therefore \quad mc^2 = E_k + m_0c^2$$

其中： E_k — 动能 ， $E_0 = m_0c^2$ — 静能

总能 = 静能 + 动能： $E = m_0c^2 + E_k$

相对论质能关系式： $E = mc^2$

质能关系预言：物质的质量就是能量的一种储藏 。

爱因斯坦认为（1905）

懒惰性 ⟹ 惯性 (inertia)

活泼性 ⟹ 能量 (energy)

物体的懒惰性就是物体活泼性的度量 。

- 静能 m_0c^2：物体静止时所具有的能量。

电子的静质量 $m_0 = 0.911\times10^{-30}\,\mathrm{kg}$

电子的静能 $m_0c^2 = 8.19\times10^{-14}\,\mathrm{J} = 0.511\,\mathrm{MeV}$

质子的静质量 $m_0 = 1.673\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$

质子的静能 $m_0c^2 = 1.503\times10^{-10}\,\mathrm{J} = 938\,\mathrm{MeV}$

1千克的物体所包含的静能 $= 9\times10^{16}\,\mathrm{J}$

1千克汽油的燃烧值为 4.6×10^{7} 焦耳。

说明：

（1） $E_0 = m_0 c^2$ 是任何宏观静止的物体具有的能量，即最小能量。

（2） $E = mc^2$ 表明相对论质量是能量的量度，根据质速关系，E 和 m 是与惯性系有关的相对量。

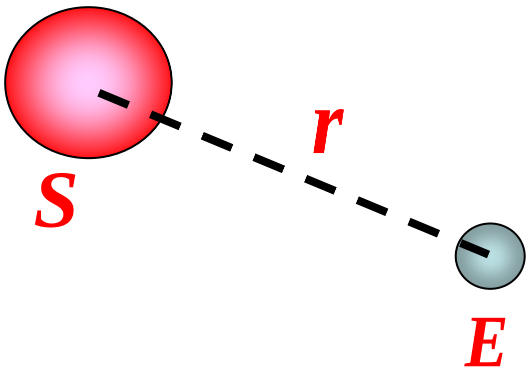
(3) 质能关系 $E = mc^2$ 是狭义相对论重要推论之一，反映质能统一性。对孤立系统，总能量守恒就代表总质量守恒，反之亦然（常数c^2）。

能量守恒 $\sum E_i = \sum \left(m_i c^2\right) =$ 常量

质量守恒 $\sum m_i =$ 常量

（4） 质量变化与能量变化的关系： $\Delta E = \Delta m c^2$

例：　太阳由于热核反应而辐射能量　　质量亏损



$$I = 1.74 \times 10^{3}\ \mathrm{W \cdot m^{-2}}$$

$$P = 4\pi r^{2} I = 4.29 \times 10^{26}\ \mathrm{W}$$

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = 4.29 \times 10^{26}\ \mathrm{J \cdot s^{-1}}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta E}{c^{2} \Delta t} = 5.4 \times 10^{9}\ \mathrm{kg \cdot s^{-1}}$$

$$\frac{\Delta m}{m} = 8.5 \times 10^{-14}$$

三　相对论能量动量关系

$$\because \quad m=\frac{m_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

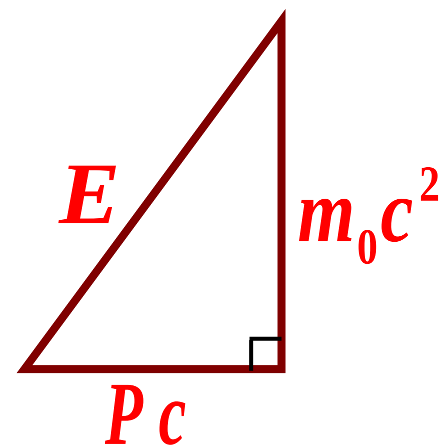
将该式两边平方得：

$$m^2=\frac{m_0^2c^2}{c^2-v^2},\qquad \therefore\ m^2c^2(c^2-v^2)=m_0^2c^4$$

$$\because \quad P=mv,\qquad E=mc^2$$

$$E^2=P^2c^2+m_0^2c^4$$

—— 相对论动量与能量的关系



对动能为E_k的粒子，$E=m_0c^2+E_k$

$$P^2c^2=E_k^2+2E_km_0c^2 \qquad E_k=\frac{P^2}{2m_0}c^2,\ (v\ll c)$$

光子的质量、动量和能量：

光子： $v=c$ 静质量： $m_0=0$

静能： $E_0=0$ 动量： $P=mc$

总能： $E=mc^2=Pc$ 质量： $m=\dfrac{E}{c^2}=\dfrac{h\nu}{c^2}$

且有： $\begin{cases} E=h\nu \\ P=\dfrac{E}{c}=\dfrac{h\nu}{c}=\dfrac{h}{\lambda} \end{cases}$

四　结合能与质量亏损

1、结合能

实验发现，当一个动能近似为零的自由电子和一个动能近似为零的质子结合成一个氢原子时就会以发光的形式释放出13.6eV的能量。这个能量叫做氢原子的**结合能**。同样地，当一个动能近似为零的中子子和一个动能近似为零的质子结合成一个氘原子核时也会以发光的形式释放出2.224MeV的能量。这个能量叫做氘原子核的**结合能**。结合能是一个应用广泛的概念。可以定义为：***任何两个或多个粒子结合成一种新物质时释放的能量***。

2、质量亏损与结合能

$$\Delta E = \Delta m c^2$$

两个或多个粒子结合成一种新物质时释放能量就意味着在结合成新物质的过程前后系统总质量减少。这种形式的质量减少也叫做“**质量亏损**”。结合能就是通过质能关系与质量亏损一一对应的。即

$$E_B = \Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

例如，实验测量可得质子、中子和氘核各自的静质量分别为：1.007825u，1.008665u，2.014102u。显然，结合成氘核前质子和中子的质量总和比结合成的氘核质量大，即发生了“质量亏损”。计算可得上述核反应中的质量亏损为：

$$\Delta M = 0.002388u$$

于是可得结合能

$$E_B = \Delta Mc^2 = 2.224MeV$$

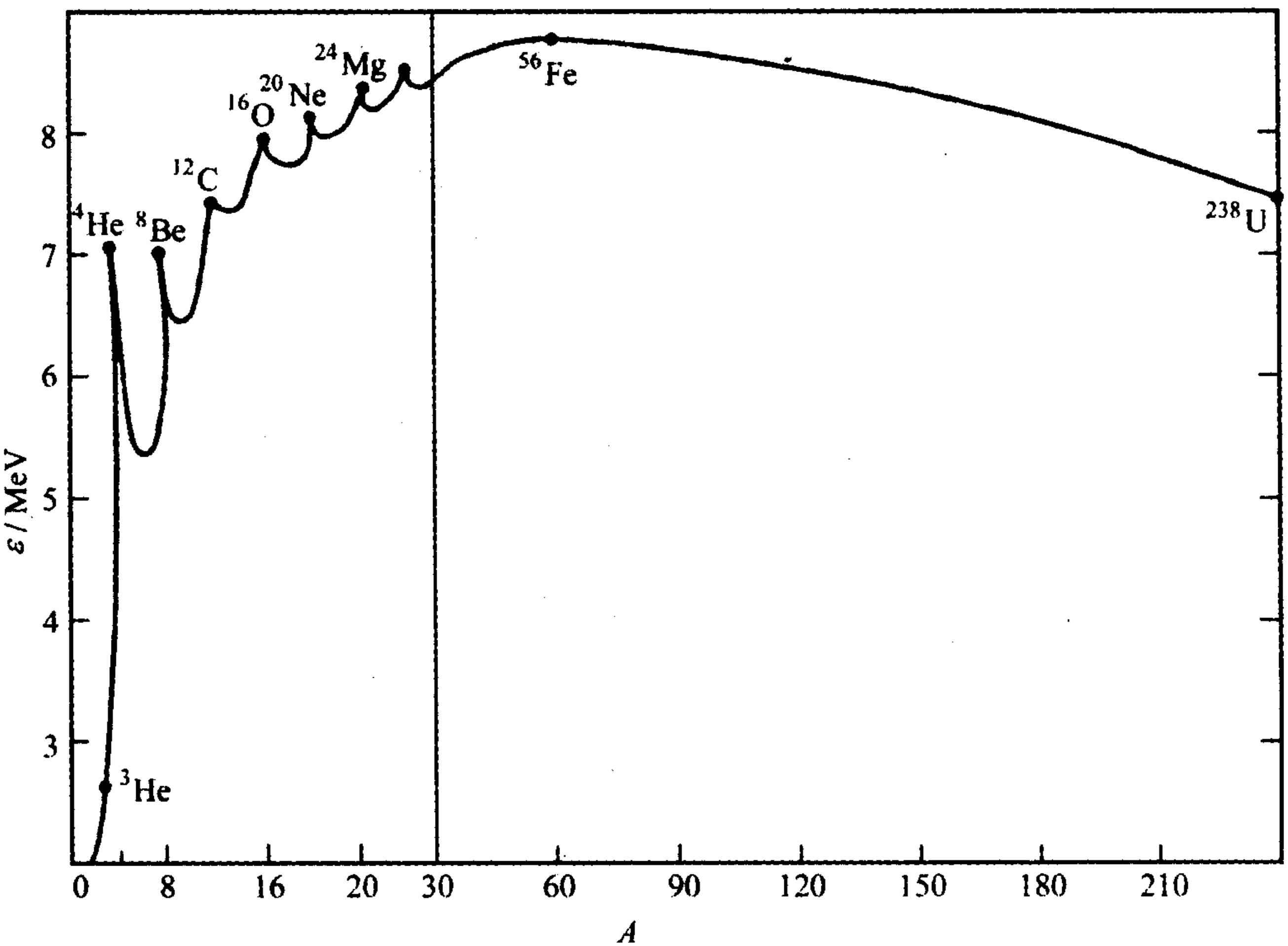
3、核能

从前面可以看到，氢原子的结合能远小于氘核的结合能，这是因为电子与质子结合成氢原子是电磁相互作用，结合不够紧密，而质子与中子结合成氘核是强相互作用的核力，结合紧密。因此，结合能的大小不仅反映了相互作用的强弱，也反映了粒子结合的紧密程度。

为了表示原子核结合的紧密程度，我们引入**比结合能**的概念。比结合能 ε 是某原子核的结合能与其核子（原子核中质子、中子统称为核子）数之比。即

$$\varepsilon = \frac{E_B}{A}$$

它表示由单个核子结合成原子核时，每个核子平均释放的能量，所以又称为每个核子的平均结合能。显然，比结合能大的结合的紧，比较稳定，反之则结合得松，不太稳定。

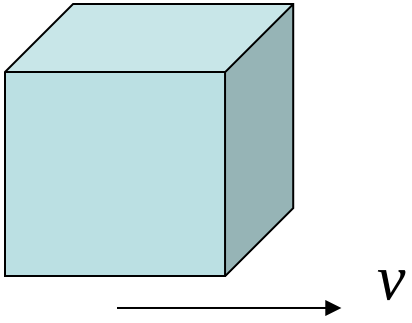


裂变能:重核裂变成中等质量的原子核有能量释放.

聚变能:轻核聚变成中等质量的原子核有能量释放.

例题1、一立方形物体静止时的质量密度为ρ_0，当该物体以速度v沿其一边长方向运动时，质量密度为多少？

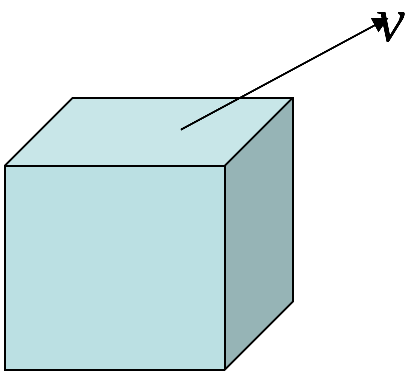
解：设物体静质量为m_0，边长为l，则有：



$$\rho_0 = \frac{m_0}{l^3}$$

当该物体以速度v运动时，由于长度收缩和质量随速度的变化则有：

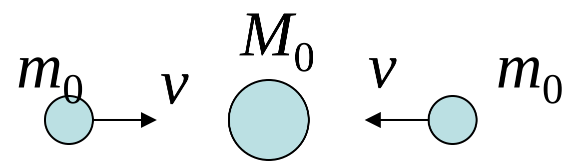
$$m = \gamma m_0 \qquad l^3 \rightarrow l^2 \times l / \gamma$$



$$\rho = \frac{m}{V} = \gamma^2 \frac{m_0}{l^3} = \gamma^2 \rho_0$$

例题2、如图所示，在S系中有两个静止质量为m_0的粒子分别以速度v和-v运动，相碰后合在一起为一个静止质量为M_0的粒子，求M_0。

解：碰撞前两个粒子的动质量均为m：



$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

根据动量守恒，两个粒子合成M后是静止的。即：

$$M=M_0$$

根据能量守恒， $$Mc^2=2mc^2$$

即：$$M=M_0=2m=\frac{2m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

例题3、在氘氚热核反应 $${}_{1}^{2}H+{}_{1}^{3}H\rightarrow{}_{2}^{4}He+{}_{0}^{1}n$$

各个粒子的质量分别为：

$$m_{{}_{1}^{2}H}=3.343\times10^{-27}kg$$

$$m_{{}_{1}^{3}H}=5.004\times10^{-27}kg$$

$$m_{{}_{2}^{4}He}=6.642\times10^{-27}kg$$

$$m_{{}_{0}^{1}n}=1.675\times10^{-27}kg$$

求核反应所释放的能量。

解：先计算质量亏损：

$$\Delta m=(m_{{}^2_1H}+m_{{}^3_1H})-(m_{{}^4_2He}+m_{{}^1_0n})$$

$$=0.0311\times10^{-27}kg$$

所释放的能量为：

$$E=\Delta mc^2$$

$$=0.0311\times10^{-27}\times9\times10^{16}$$

$$=2.799\times10^{-12}(J)$$