

第十六章

§16-1 电磁振荡

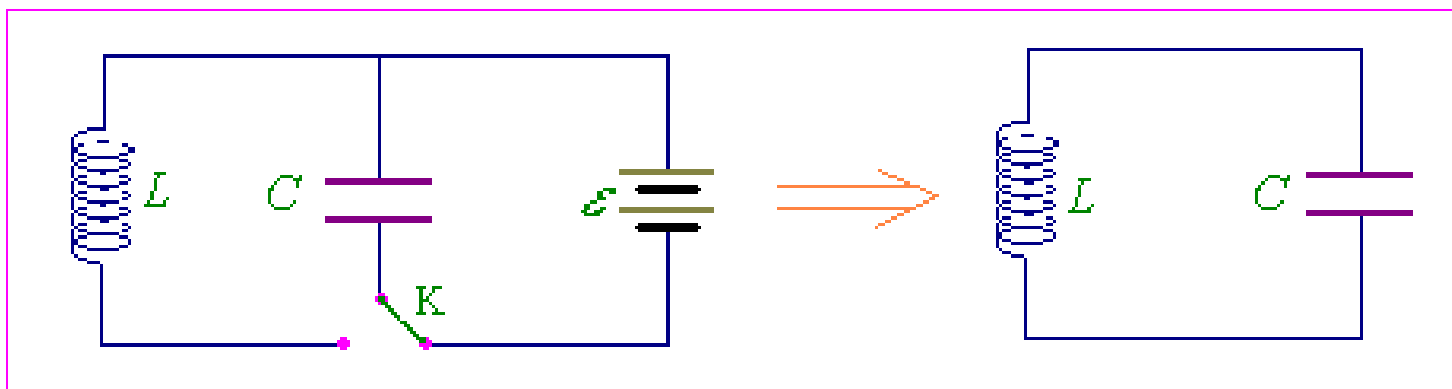
§16-2 电磁波的基本性质

本章作业

1, 4

§16-1 电磁振荡

1、LC振荡电路



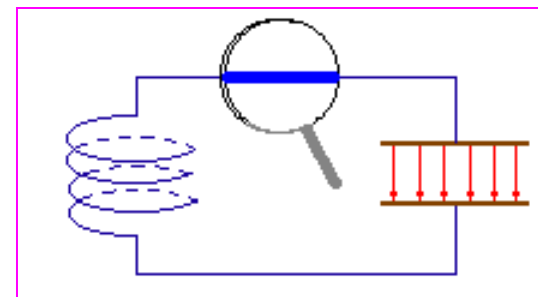
充电：

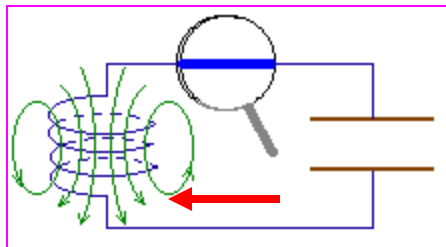
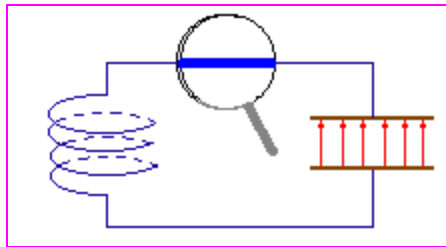
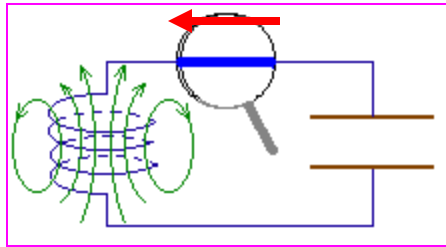
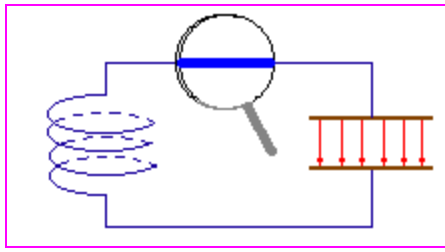
电容器 C 两极板间的电压： $U_0 = \mathcal{E}$

两极板上等量异号电荷： $+Q_0$ 、 $-Q_0$ ；

放电：

电路无电流，电场能量集中在
电容器两极板间





线圈激起磁场，电路中电流逐渐增大，电荷减小，放电终了，电容器电场能量全部转化为磁场能量

对电容器反向充电，随着电流的减弱，两极板上电荷逐渐增多，磁场能量又全部转化为电场能量

电容器放电，电场能量又转化为磁场能量

2、几个基本概念

电磁振荡：

电荷和电流、电场和磁场随时间作周期性变化的现象。

振荡电路：

产生电磁振荡的电路。

无阻尼自由振荡电路：

电路中没有任何能量耗散(转换为焦耳热、电磁辐射等)，称为无阻尼自由振荡电路。

振荡方程：

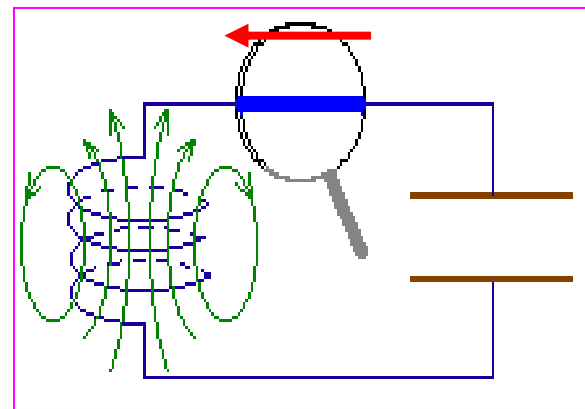
振荡电路所遵循的欧姆定律。

3、电量

设某时刻电路中电流为*i*，则自感电动势

$$-L \frac{di}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$i = \frac{dq}{dt}$$



$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega^2 q = 0$$

$$q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = 2\pi\sqrt{LC}$$

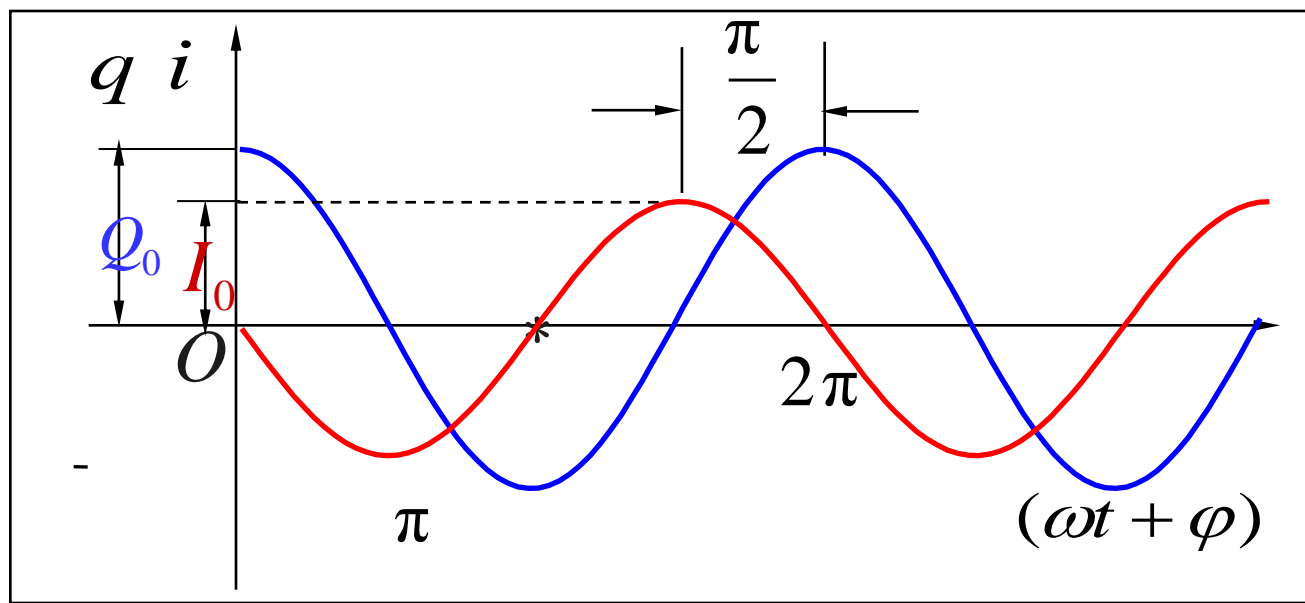
4、电流

把电量对时间求导 $i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$

$$i = -I_0 \sin(\omega t + \varphi) = I_0 \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad I_0 = \omega Q_0$$

说明 • 电量与电流都作周期性变化，电流相位比电量的相位超前

- LC振荡电路的频率由振荡电路本身的性质决定
- 改变电感L或电容C就可以得到所需的频率



5、电磁场能量

$$E_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} LI_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2} LI_0^2 = \frac{Q_0^2}{2C}$$

- 电场能量与磁场能量互相转化，但总能量保持不变。
- 无阻尼自由电磁振荡是理想化的模型，它要求：
 - 电阻为零，不因为产生的焦耳热而损失电磁能；
 - 不存在电动势，没有其他的能量转化为电磁能；
 - 电磁还不能以电磁波的形式辐射出去。

【例】 已知LC电路中的电场能量与磁场能量之和为一常量，试由此导出LC电路的振荡方程。

【解】 电场能量 $E_e = \frac{1}{2}CU^2$

磁场能量 $E_m = \frac{1}{2}LI^2$

$$E = E_e + E_m = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2 = \text{const}$$

将上式对 t 求导，得 $CU \frac{dU}{dt} + LI \frac{dI}{dt} = 0$

$$q = CU, \quad I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt} \quad \frac{d^2U}{dt^2} + \frac{1}{LC}U = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = C \frac{d^2U}{dt^2}$$

$$IU + LIC \frac{d^2U}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC}Q = 0$$

【例】 在 LC 电路中, 已知 $L = 260\mu\text{H}$, $C = 120\text{pF}$, 初始时两极板间的电势差 $U_0 = 1\text{V}$, 且电流为零. 求:

(1) 振荡频率;

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad \nu = 9.01 \times 10^5 \text{ Hz}$$

(2) 最大电流; 当 $t = 0$ 时

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= Q_0 \cos \phi = CU_0 \\ i_0 &= -\omega Q_0 \sin \phi = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \phi = 0 \\ Q_0 = CU_0 \end{cases}$$

$$I_0 = \omega Q_0 = \omega CU_0 = \sqrt{\frac{C}{L}} U_0 = 0.679 \text{ mA}$$

§ 16-2 电磁波

电场发生变化

→ 产生变化的磁场

→ 产生新的变化电场

变化的电场与变化的磁场交替变化，由近及远传播出去，**这种变化的电磁场在空间以一定的速度传播的过程，就是电磁波。**

产生电磁波的物理基础

变化的磁场激发涡旋电场（即感应电场）

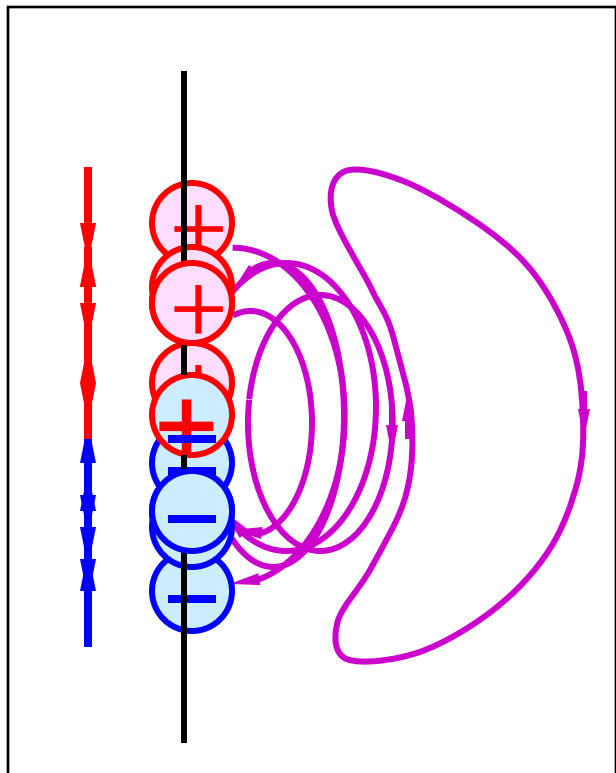
$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

变化的电场（位移电流）激发涡旋磁场

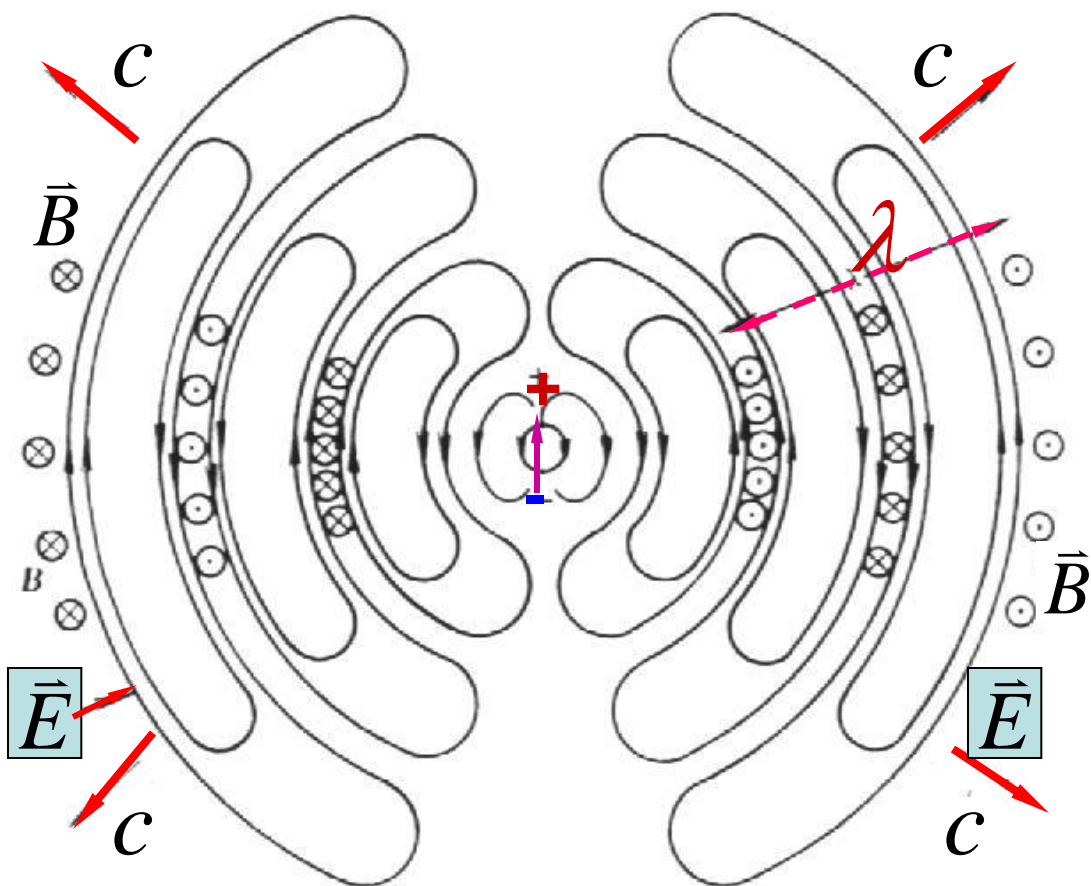
$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_s = \iint_S \left(\vec{j}_c + \frac{d\vec{D}}{dt} \right) \cdot d\vec{S}$$

不同时刻振荡电偶极子附近的电场线

$$p = p_0 \cos \omega t$$



振荡电偶极子附近的电磁场线

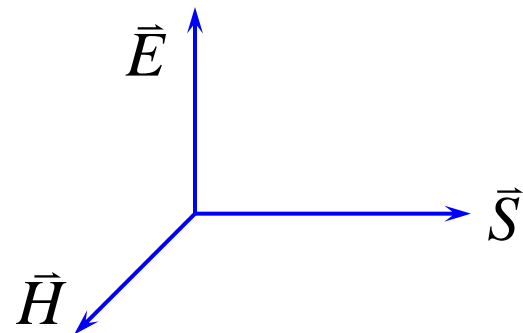


二，电磁波的基本性质

1. 电磁波的速度 $u = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$

真空中 $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$

2. 电磁波是横波，电矢量、磁矢量与传播速度垂直

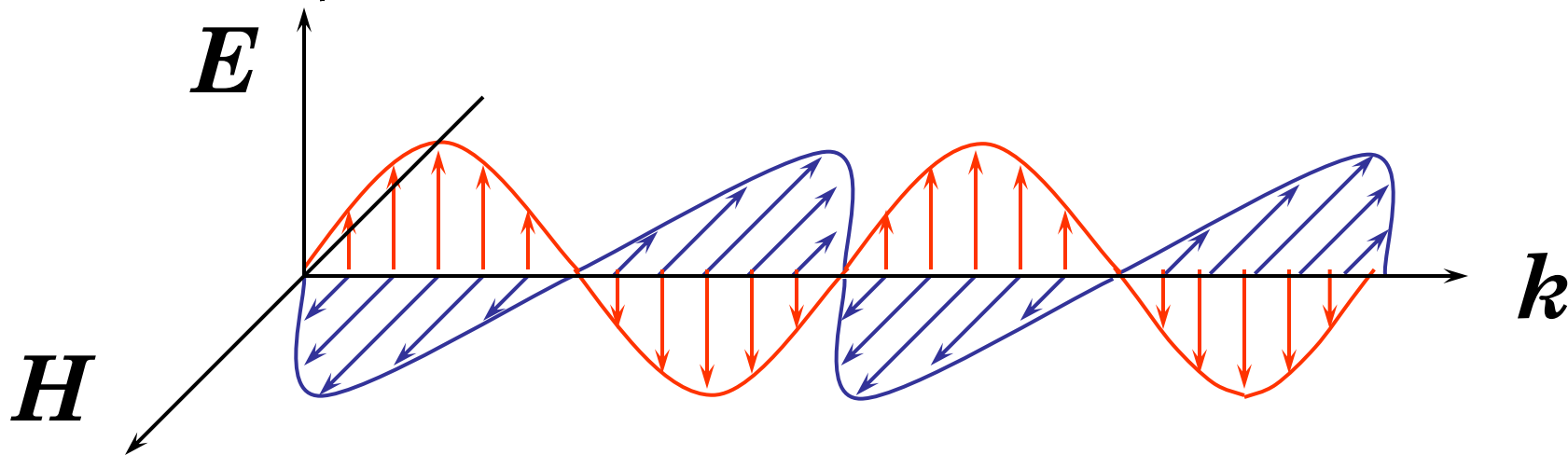


3. 电场与磁场同相位，电场与磁场幅值成比例

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\sqrt{\epsilon}E = \sqrt{\mu}H$$

$$E = uB$$



三，电磁波的能量

以波的形式传播出去的电磁能量叫做**辐射能**。

能量密度 $w_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$ $w_m = \frac{1}{2} \mu H^2$

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2} (\varepsilon E^2 + \mu H^2)$$

$$w = \varepsilon E^2 = \mu H^2 = \frac{EH}{u}$$

波平均能量密度 $\bar{w} = \frac{1}{2} \varepsilon E_0^2 = \frac{1}{2} \mu H_0^2 = \frac{E_0 H_0}{2u}$

能流密度（辐射强度） $S = uw = \frac{u}{2} (\varepsilon E^2 + \mu H^2)$

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\varepsilon} E &= \sqrt{\mu} H \\ u &= 1 / \sqrt{\varepsilon \mu} \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

坡印廷矢量

$$S = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}} (\varepsilon E^2 + \mu H^2) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} E^2 + \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} H^2 \right) = \frac{1}{2} (HE + HE) = HE$$

$$S = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu^3} P_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{16\pi^2 r^2} \cos \omega^2 \left(t - \frac{r}{u} \right)$$

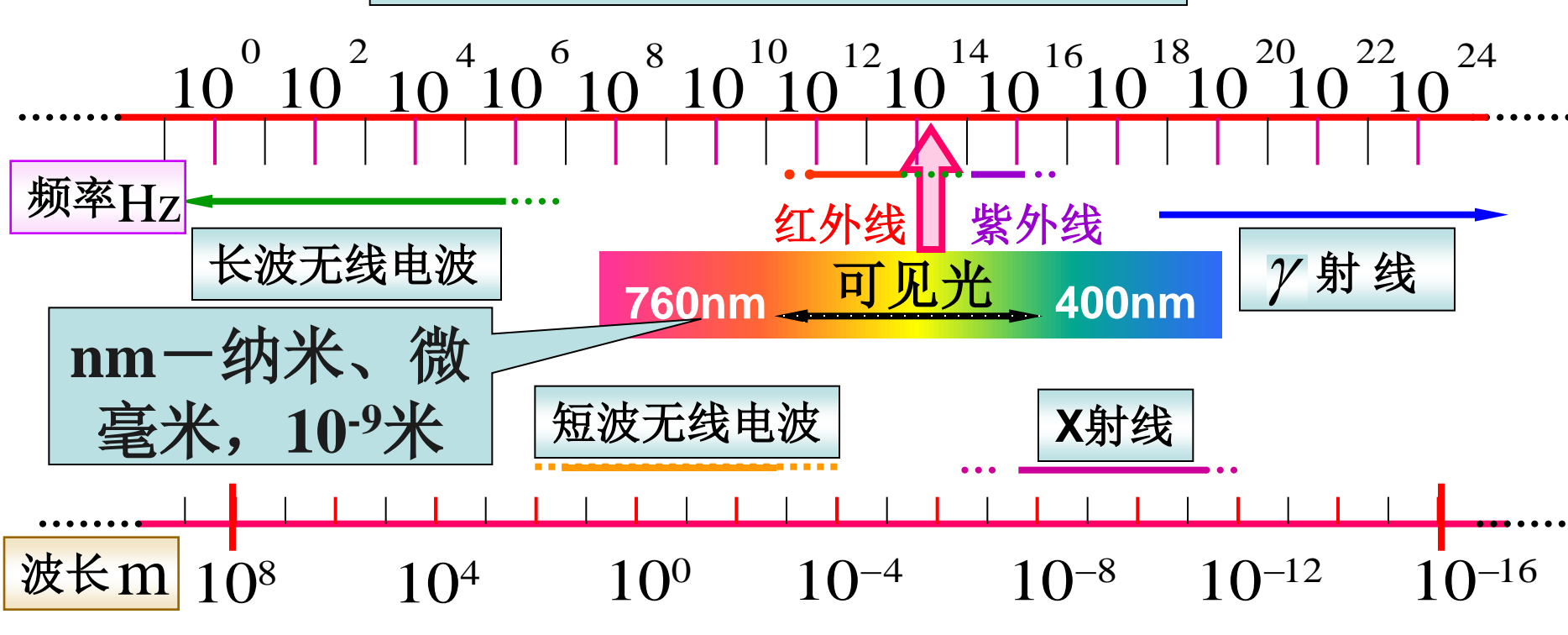
对简谐电磁波，平均辐射强度（波的强度）

$$\bar{S} = u \bar{w} = \frac{1}{2} \varepsilon E_0^2 u = \frac{1}{2} \mu H_0^2 u = \frac{E_0 H_0}{2}$$

辐射能量与频率的四次方成正比；
辐射能量与距离的平方成反比。

四，电磁波谱

电 磁 波 谱



无线电波	$3 \times 10^4 \text{ m} \sim 0.1 \text{ cm}$	紫外光	$400 \text{ nm} \sim 5 \text{ nm}$
红外线	$6 \times 10^5 \text{ nm} \sim 760 \text{ nm}$	X射线	$5 \text{ nm} \sim 0.04 \text{ nm}$
可见光	$760 \text{ nm} \sim 400 \text{ nm}$	γ射线	$< 0.04 \text{ nm}$

电磁波的范围很广。为了便于比较，以便对各种电磁波有全面的了解，我们可以按照波长（或频率）的大小，把它们依次排成波谱，称为**电磁波谱**。

无线电波：长波： $3 \times 10^3 \sim 3 \times 10^4 \text{m}$ ，远洋长距离通讯与导航

中波： $200 \sim 3 \times 10^3 \text{m}$ ，航海，航空定向，无线电广播

短波： $10 \sim 200 \text{m}$ ，无线电广播，电极通讯等。

超短波： $1 \sim 10 \text{m}$ ，电视，雷达电导航

微波： $0.1 \text{cm} \sim 1 \text{m}$ ，电视，雷达电导航

红外线： $0.76 \sim 600 \text{mm}$ 热效应

可见光： $0.40 \sim 0.76 \text{mm}$

紫外光： $0.4 \mu\text{m} \sim 50 \text{A}^0$ 生理作用，杀菌，诱杀昆虫，医疗

x射线： $50 \sim 0.4 \text{A}^0$ 穿透能力强，人体透视晶体结构分析

γ 射线： $< 0.4 \text{A}^0$ 与研究原子核结构