

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ПЕРВОГО ПРЕЗИДЕНТА РОССИИ Б. Н. ЕЛЬЦИНА

РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА RLC -ЦЕПЕЙ

Рекомендовано методическим советом УрФУ
в качестве учебно-методического пособия для студентов,
обучающихся по программе бакалавриата по направлениям подготовки
011800 «Радиофизика», 222900 «Нанотехнология»,
221700 «Стандартизация и метрология», 222000 «Инноватика»

Екатеринбург
Издательство Уральского университета
2013

УДК 621.3.011.732.3 (075.8)
ББК 31.211я73-1
Р345

Составители

В. Х. Осадченко, Я. Ю. Волкова, Ю. А. Кандрина

Рецензенты

М. В. Я к у н и н, доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник лаборатории полупроводников
и полуметаллов Института физики металлов УрО РАН;
А. П. С т е п а н о в, кандидат физико-математических наук, ведущий
научный сотрудник лаборатории кинетических явлений Института
физики металлов УрО РАН

Резонансные свойства RLC -цепей : [учеб.-метод. пособие] /
Р345 [сост. В. Х. Осадченко, Я. Ю. Волкова, Ю. А. Кандрина]. —
Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2013. — 64 с.

ISBN 978-5-7996-0831-6

Представлены основные понятия резонансных свойств электрических колебательных контуров, характеристики последовательного и параллельного колебательных контуров. Рассмотрено явление резонанса напряжений и токов. Проанализированы резонансные характеристики последовательного и параллельного колебательных контуров и фазовые соотношения между токами и напряжениями при частотах ниже и выше резонансной.

Для студентов 1—3 курсов, обучающихся по направлениям естественно-научного и инженерного профилей.

УДК 621.3.011.732.3 (075.8)
ББК 31.211я73-1

СОДЕРЖАНИЕ

От составителей	4
1. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ.....	5
1.1. Колебания в RLC -цепях: основные понятия.....	5
1.2. Представление величин, изменяющихся во времени по гармоническому закону	7
1.3. Представление параметров пассивных элементов линейных цепей.....	8
1.3.1. ЭДС конденсатора	13
1.3.2. ЭДС катушки индуктивности	14
1.4. Затухающие колебания в реальных контурах.....	15
2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР.....	19
2.1. Условия резонанса	21
2.2. Резонанс напряжений	23
2.3. Зависимости резонансного тока от частоты	26
2.4. Резонансная кривая	29
2.5. Полоса пропускания	32
2.6. Измерение добротности последовательного контура.....	34
3. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР	38
3.1. Сопротивление при резонансе	40
3.2. Зависимость сопротивления от частоты	41
3.3. Резонанс токов. Условия возникновения резонанса	44
3.4. Резонанс токов в идеальном и реальном параллельных контурах	45
3.5. Поведение резонансных характеристик при различных внутренних сопротивлениях генератора.....	48
3.6. Расширение полосы пропускания контура	53
3.7. Измерение добротности параллельного контура	55
Задания к лабораторной работе 5 «Последовательный колебательный контур»	58
Задания к лабораторной работе 6 «Параллельный колебательный контур».....	60
Список литературы	62

ОТ СОСТАВИТЕЛЕЙ

Пособие предназначено для студентов 1—3 курсов естественно-научного и инженерного профилей университета и является вводной частью курсов «Электротехника», «Радиоэлектроника», «Физическая электроника», «Радиоэлектронные приборы и измерения», «Метрология».

Отобранный для учебно-методического пособия теоретический материал служит основой для понимания электрофизических процессов, изучаемых в перечисленных курсах. Рассматриваются резонансные явления в последовательном и параллельном колебательных контурах. Большое внимание уделяется физической стороне происходящих в них процессов.

Описанные в пособии резонансные свойства RLC -цепей способствуют более четкому представлению о физике процессов, происходящих в линейных электрических схемах. При выполнении практических заданий к лабораторным работам студенты приобретают навыки использования осциллографа как многофункционального измерительного прибора. Объем и последовательность заданий могут варьироваться в зависимости от конкретной специализации. Учебно-методическое пособие может быть полезно также широкому кругу читателей.

Цель пособия — сформировать у студентов представление о процессах, происходящих в последовательном и параллельном колебательных контурах, освоить методы измерения параметров контуров, их расчет и обработку погрешностей измерений.

1. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ

1.1. Колебания в RLC -цепях: основные понятия

Колебания — движения или изменения состояния величины x , обладающие той или иной степенью повторяемости во времени: $x = f(t + T)$, где T — период колебаний. Колебания, совершающиеся по закону $x = x_0 \cos \omega t$ или $x = x_0 \sin \omega t$, называются гармоническими.

Зарядим конденсатор до некоторого напряжения U , после чего замкнем свободный вывод катушки индуктивности на конденсатор. Конденсатор начинает разряжаться через катушку индуктивности. Изменение силы тока в катушке индуктивности приводит к возникновению электродвижущей силы (ЭДС), противоположной по знаку U , и в результате к перезарядке конденсатора. В контуре возникает колебательный процесс ввиду перехода энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот.

Для контура есть характеристическая величина, имеющая размерность частоты и связанная с параметрами контура соотношением

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Если колебания в системе возникают под действием внешних сил, периодически изменяющихся с течением времени, то они называются вынужденными. Если в системе отсутствует затухание, амплитуда вынужденных колебаний растет до бесконечности при некоторой частоте ω_0 . При наличии затухания амплитуда достигает наибольшего значения при частоте $\omega_{\text{рез}}$ вынуждающей силы,

которая не совпадает с частотой свободных незатухающих колебаний ω_0 :

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2},$$

где δ — коэффициент затухания.

Явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к значению $\omega_{\text{рез}}$ называется резонансом.

Электрическая цепь, состоящая из соединенных в контур конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L , обладающая сопротивлением R (сопротивление активных потерь в катушке), называется электрическим колебательным контуром.

При приближении частоты вынужденных колебаний к этой частоте происходит нарастание тока I_x в контуре. При $\delta \rightarrow 0$ $\omega_0 = \omega_{\text{рез}}$, поэтому будем называть частоту ω_0 резонансной частотой контура. При дальнейшем увеличении частоты ($\omega > \omega_0$) происходит уменьшение силы тока (рис. 1).

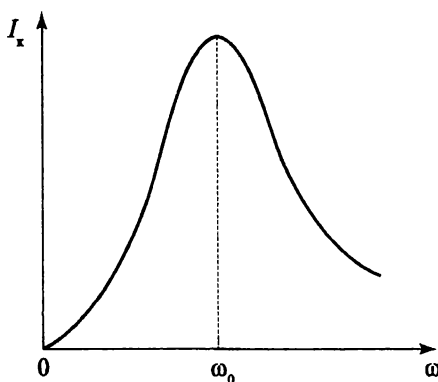


Рис.1. Зависимость тока последовательного контура от частоты

Резонансные явления в электрических контурах используются при приеме слабых электрических сигналов в радиоприемных

устройствах. Величина резонансной частоты контура ω_0 изменяется, как правило, с помощью переменного конденсатора.

Если известна несущая частота ω_0 какой-либо передающей радиостанции, то, изменяя величину емкости конденсатора, можно настроить резонансную частоту контура, включенного последовательно с приемной антенной так, чтобы $\omega_0 = \omega$. Выделение сигнала из смеси различных побочных сигналов и шумов осуществляется частотно-избирательными линейными цепями, которые строятся на основе колебательных контуров.

1.2. Представление величин, изменяющихся во времени по гармоническому закону

Величины, зависящие от времени по закону $E_1 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$ или $E_2 = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$, где E_0 — амплитуда, $\omega = 2\pi f$ — круговая частота, φ — начальная фаза, называются гармоническими. Любую гармоническую величину можно сопоставить некоторым радиусом-вектором E длиной E_0 , вращающимся против часовой стрелки относительно начала координат с угловой скоростью ω (рис. 2).

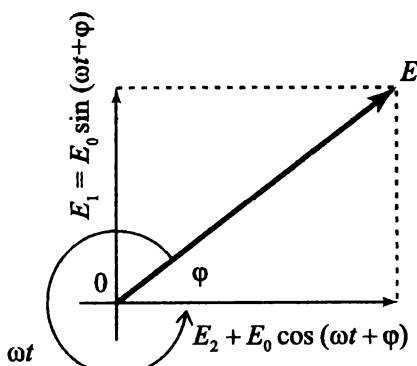


Рис.2. Векторное представление гармонических величин

В начальный момент времени угол между вектором и осью абсцисс равен φ . По мере вращения вектора величина его проекции на ось OX будет меняться в соответствии с функцией $E_1 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$, а величина его проекции на ось OY — с функцией $E_2 = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$.

При таком рассмотрении сумма нескольких гармонических величин одной частоты может быть получена как проекция суммы векторов, соответствующих отдельным слагаемым. Совокупность нескольких векторов, соответствующих гармоническим величинам одной определенной частоты, называется векторной диаграммой.

Вместо вектора каждая гармоническая величина в определенный момент времени может быть сопоставлена с некоторой точкой на комплексной плоскости, т. е. с комплексным числом:

$$E = E_0 (\cos(\omega t + \varphi) + i \sin(\omega t + \varphi)) = E_0 \exp(i(\omega t + \varphi)),$$

где i — мнимая единица. Тогда

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t + \varphi) = \operatorname{Im} E, \quad E_2 = E_0 \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re} E.$$

Таким образом, вместо гармонических величин E_1 и E_2 можно рассматривать соответствующую им комплексную величину E , при этом сами гармонические величины будут равны соответственно ее мнимой ($\operatorname{Im} E$) или действительной ($\operatorname{Re} E$) части¹.

1.3. Представление параметров пассивных элементов линейных цепей

Цепи, описываемые линейными дифференциальными уравнениями, называются **линейными цепями**.

¹ Напомним, что любое комплексное число $z = a + ib$ можно характеризовать его модулем $|z| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$ и аргументом $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$. Кроме того, его можно представить в тригонометрическом ($z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$) или в показательном ($z = r \exp i\varphi$) виде.

Свойства элементов электрической цепи математически описываются уравнениями, связывающими напряжение U на концах элемента с током I , протекающим через него. Так, для резистора сопротивлением R

$$U_R = RI.$$

Для конденсатора емкостью C и зарядом q

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int I dt, \quad I = C \frac{dU_C}{dt}.$$

Для катушки индуктивностью L

$$U_L = L \frac{dI}{dt}, \quad I = \frac{1}{L} \int U_L dt.$$

Для линейных цепей справедлив принцип суперпозиции: действие суммы причин равно сумме действий, вызываемых каждой отдельно взятой причиной. Из принципа суперпозиции следует, что если в линейной электрической цепи действует переменное напряжение, меняющееся во времени по гармоническому закону (например, $U = U_0 \sin \omega t$, где U_0 — амплитуда), то в цепи возникает переменный ток, который также изменяется по гармоническому закону с той же частотой, но колебания тока в общем случае будут сдвинуты относительно колебаний напряжения на угол ϕ , который называется углом сдвига фаз:

$$I = I_0 \sin (\omega t + \phi).$$

Если цепь содержит только сопротивление R , то фаза тока совпадает с фазой напряжения:

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \sin \omega t,$$

а их амплитуды связаны соотношением

$$I_0 = \frac{U_0}{R}.$$

Из совпадения фаз следует, что в комплексном представлении R — действительная величина².

Если переменное напряжение $U = U_0 \sin \omega t$ подать на конденсатор емкостью C , то для тока получим

$$I = C \frac{dU}{dt} = C\omega U_0 \cos \omega t = C\omega U_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Из полученной формулы видно, что между током, протекающим через конденсатор, и поданным на него напряжением возникает сдвиг фаз, который равен $\frac{\pi}{2}$, причем колебания тока опережают колебания напряжения. Согласно данной формуле амплитуда колебаний тока

$$I_0 = C\omega U_0 = \frac{U_0}{X_C}.$$

Коэффициент пропорциональности между амплитудами напряжения и тока через конденсатор, имеющий размерность сопротивления, называется емкостным сопротивлением:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}.$$

Переходя к комплексным величинам, получим что X_C — мнимая величина:

$$X_C = \frac{1}{i\omega C}.$$

² Действительно, если мы сопоставим с приложенным напряжением комплексную величину $U = U_0 \exp i\omega t$, а с возникающим током — величину $I = I_0 \exp [i(\omega t + \varphi)]$, то комплексная величина, соответствующая сопротивлению R при $\varphi = 0$, будет равна $R = \frac{U}{I} = \frac{U_0 \exp i\omega t}{I_0 \exp i\omega t} = \frac{U_0}{I_0} = R$.

Аналогично для катушки индуктивности: если ток в цепи изменяется по закону

$$I = I_0 \sin \omega t,$$

то падение напряжения на катушке будет:

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = L \omega I_0 \cos \omega t = L \omega I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Таким образом, колебания напряжения на катушке опережают по фазе колебания тока на $\frac{\pi}{2}$.

Амплитуды протекающего через катушку тока и падение на ней напряжения связаны соотношением

$$U_0 = \omega L I_0 = X_L I_0.$$

Коэффициент пропорциональности между напряжением и током, имеющий размерность сопротивления, называют индуктивным сопротивлением:

$$X_L = \omega L.$$

В комплексном представлении X_L будет также мнимой величиной $X_L = i\omega L$.

Рассмотрим цепь из последовательно соединенных элементов R , L и C , к входу которой приложено напряжение произвольной формы $U(t)$. По второму правилу Кирхгофа сумма электродвижущих сил (ЭДС), действующих в замкнутом контуре, равна сумме падений напряжений в этом контуре:

$$U(t) = RI + L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int Idt, \text{ или } \frac{dU}{dt} = L \frac{d^2 I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I.$$

Решение этого уравнения описывает ток в цепи. Если $U(t)$ является гармонической электродвижущей силой $U(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi_U)$, то, переходя к комплексному представлению, получим

$$U = RI + X_L I + X_C I = (R + X_L + X_C) I = ZI.$$

Мы видим, что в комплексном представлении дифференциальное уравнение второго порядка заменяется простым алгебраическим.

Величина $Z = R + X_L + X_C$ называется комплексным сопротивлением цепи, или импедансом:

$$Z = R + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + iX = |Z| \exp i\varphi.$$

Мнимую часть iX комплексного сопротивления Z называют реактивным сопротивлением, действительную R — активным. Модуль комплексного сопротивления

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

определяет коэффициент пропорциональности между амплитудами действующего напряжения и возникающего в цепи тока:

$$|Z| = \frac{U_0}{I_0}.$$

Аргумент комплексного сопротивления

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

определяет сдвиг фаз между током и напряжением: $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$.

Как и в цепях постоянного тока, полное сопротивление Z (импеданс) последовательно соединенных n элементов с сопротивлениями Z_i равно $Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$

При параллельном соединении n элементов цепи

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}.$$

1.3.1. ЭДС конденсатора

Ток контура I , создаваемый напряжением генератора, проходя через конденсатор, поочередно заряжает и разряжает его. При этом на конденсаторе получается переменная разность потенциалов e_c , называемая электродвижущей силой (ЭДС) конденсатора.

В начале первой четверти периода разность потенциалов (ЭДС) между обкладками конденсатора увеличивается быстро, а к концу — медленнее. Это означает, что зарядный ток в начале четверти периода велик, а к концу уменьшается. В течение первой четверти периода конденсатор заряжается, и энергия поступает из генератора в конденсатор. ЭДС емкости в этом случае действует навстречу току (рис. 3).

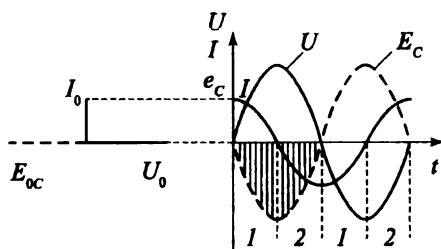


Рис. 3. Векторная и временная диаграммы токов и напряжений на конденсаторе:

1 — заряд; 2 — разряд

В течение второй четверти периода мгновенное значение напряжения генератора U уменьшается, конденсатор разряжается и отдает энергию генератору. В этом случае напряжение генератора действует навстречу току. О количестве электричества, которое отдает конденсатор, можно судить по изменению разности потенциалов между его пластинами: в начале второй четверти периода она изменяется медленно, а в конце — быстро. ЭДС емкости препятствует прохождению переменного тока по цепи и обуславливает емкостное сопротивление конденсатора. Амплитудное значение этой ЭДС равно амплитудному значению приложенного

напряжения. Количество электричества, требующегося для заряда конденсатора до определенной разности потенциалов, зависит от его емкости. Чем больше емкость конденсатора, тем большее количество электричества необходимо для создания между его пластинами определенной разности потенциалов. Этим объясняется зависимость емкостного сопротивления от емкости конденсатора.

Электродвижущая сила емкости E_C опережает по фазе на четверть периода (90°) ток, проходящий в цепи, и равна напряжению, которое требуется для преодоления емкостного сопротивления:

$$E_C = -U_C.$$

Знак «минус» говорит о противофазности ЭДС и напряжения.

Падение напряжения на конденсаторе

$$U_C = I_K X_C = I_K \frac{1}{\omega C} = I_K \frac{1}{2\pi f C} = -E_C.$$

1.3.2. ЭДС катушки индуктивности

Переменный синусоидальный ток, проходя через катушку, возбуждает в ней электродвижущую силу индукции. В течение первой четверти периода (рис. 4), когда мгновенное значение тока возрастает, в катушке, согласно правилу Ленца, возникает ЭДС индукции, препятствующая увеличению тока.

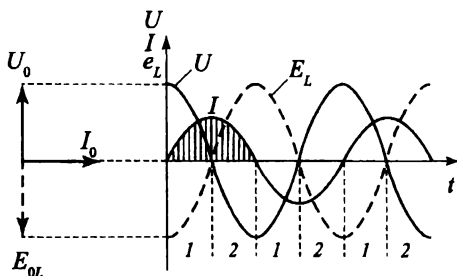


Рис. 4. Векторная и временная диаграммы токов и напряжений на катушке индуктивности:

1 — генератор отдает энергию катушке; 2 — катушка отдает энергию генератору

В течение второй четверти периода, когда мгновенное значение тока уменьшается, в катушке возникает ЭДС индукции, которая препятствует уменьшению тока. Можно считать, что в течение второй четверти периода источником энергии является катушка, а нагрузкой — генератор.

Величина ЭДС индукции определяется скоростью изменения тока. ЭДС индукции в любой момент времени уравнивает напряжение генератора. В цепи, содержащей индуктивность, ток отстает по фазе на четверть периода (90°) от напряжения генератора и опережает на четверть периода ЭДС индукции. ЭДС индукции отстает по фазе от тока, ее создавшего, на четверть периода, препятствует изменению тока через катушку и обуславливает индуктивное сопротивление катушки переменному току.

Напряжение, требующееся для преодоления индуктивного сопротивления катушки,

$$U_L = I_k X_L = I_k \omega L = I_k 2\pi f L.$$

ЭДС индукции и падение напряжения на индуктивном сопротивлении равны и уравнивают друг друга:

$$E_L = -U_L.$$

1.4. Затухающие колебания в реальных контурах

Как известно, реальный колебательный контур всегда содержит активное сопротивление, в котором в процессе колебаний часть энергии контура безвозвратно расходуется на тепло. Вследствие этого количество энергии в контуре непрерывно уменьшается и колебания затухают. Амплитуда колебаний (амплитуда тока и амплитуда напряжения) убывает по экспоненциальному закону: вначале быстро, а затем медленнее. Степень затухания зависит главным образом от активного сопротивления контура. Из двух контуров, имеющих одинаковые L и C , но разные активные

сопротивления, колебания быстрее затухают в контуре, где активное сопротивление больше.

Контур с точки зрения затухания колебаний характеризуется декрементом затухания (отвлеченным числом), показывающим, какая часть энергии расходуется в контуре на тепло за половину периода.

Согласно определению,

$$\delta = \frac{W_R}{W_L},$$

где W_R — количество энергии, расходуемой в активном сопротивлении за половину периода; W_L — полное количество колеблющейся энергии.

Количество энергии в джоулях, расходуемой в активном сопротивлении контура за половину периода,

$$W_R = \frac{I_0^2 R}{2} \cdot \frac{T}{2} \text{ Дж.}$$

Полный запас энергии контура

$$W_L = \frac{LI_0^2}{2}.$$

Декремент затухания

$$\delta = \frac{W_R}{W_L} = \frac{\frac{I_0^2 R T}{2}}{\frac{LI_0^2}{2}} = \frac{R}{2L} T.$$

Имея в виду, что $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, получим

$$\delta = \frac{R}{2L} \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{\pi R}{\omega_0 L} = \frac{\pi R}{\rho},$$

где $\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ — сопротивление реактивных элементов контура при резонансе, или характеристическое (волновое) сопротивление контура.

Зависимость декремента затухания от волнового сопротивления можно пояснить следующим образом. Чем меньше волновое сопротивление ρ , тем больше амплитуда тока в контуре и тем большее количество энергии превращается в тепло в активном сопротивлении R при той же его величине.

Декремент затухания прямо пропорционален активному сопротивлению и обратно пропорционален волновому сопротивлению контура. Обычно он имеет величину в несколько сотых долей единицы.

Кроме декремента затухания контура, на практике пользуются такими понятиями, как затухание контура и добротность контура. Затуханием контура называют отношение активного сопротивления контура к волновому:

$$d = \frac{R}{\rho}.$$

Величину, обратную затуханию, называют добротностью (или качеством) контура:

$$Q = \frac{\rho}{R}.$$

Так как характеристическое сопротивление контура равно реактивному сопротивлению катушки и реактивному сопротивлению конденсатора, то

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega_0 L}{R},$$

или

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{X_L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR}.$$

Чем меньше активное сопротивление контура по сравнению с реактивным, тем лучше контур (выше его добротность). А так как потери энергии в контуре происходят в основном в активном сопротивлении катушки (потери в конденсаторе обычно значительно меньше), то добротность контура определяется добротностью катушки. У контуров, содержащих катушку из провода с хорошо проводящей поверхностью и имеющих изоляцию высокого качества, величина Q достигает 200—300. Добротность контура среднего качества составляет несколько десятков.

Необходимо иметь в виду, что при включении контура в схему добротность контура может понизиться из-за дополнительных потерь энергии в шунтирующих цепях.

Активное сопротивление влияет также на частоту свободных колебаний. Частота свободных колебаний реального контура определяется выражением

$$f = f_0 \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}},$$

т. е. при увеличении активного сопротивления R частота колебаний уменьшается. Однако для радиотехнических контуров (с добротностью порядка десятков и сотен единиц) влияние активного сопротивления на частоту колебаний ничтожно. Поэтому при всех практических расчетах влиянием R на частоту колебаний контура пренебрегают.

2. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Последовательный колебательный резонансный контур состоит из последовательно соединенных сопротивления R , катушки индуктивности L и конденсатора C (рис. 5).

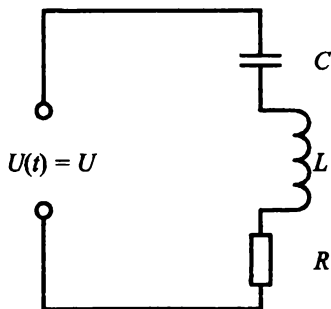


Рис. 5. Последовательный колебательный контур

Как правило, резистор R определяет сопротивление омических потерь провода, из которого выполнена индуктивность, и представляет потери на переполаризацию в диэлектрике конденсатора C .

Предположим, что на входе действует гармоническое напряжение $U(t)$. В комплексной форме $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi_U)$, тогда $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_I)$.

Запишем закон Ома для такой цепи:

$$I = \frac{U}{Z}.$$

$Z = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ — полное входное сопротивление контура.

Так как через все элементы протекает один и тот же ток, можно вычислить падение напряжения на каждом элементе, а следовательно, и коэффициенты передачи входного напряжения на каждый элемент:

$$U_L = X_L I = \frac{i\omega L}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} U,$$

$$U_C = X_C I = \frac{-\frac{i}{\omega C}}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} U,$$

$$U_R = RI = \frac{R}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} U.$$

При частоте ω_0 реактивная часть комплексного сопротивления равна нулю, т. е.

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

или

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

и ток в цепи достигает максимального значения: $I_{\text{рез}} = \frac{U}{R}$, т. к.

$Z_{\text{рез}} = R$ — минимальный активный импеданс контура. При этом выражения для падений напряжения на катушке и конденсаторе примут вид

$$U_{L_{\text{рез}}} = \frac{i\omega_0 L}{R} U = \frac{i}{R\sqrt{L/C}} U,$$

$$U_{C_{\text{рез}}} = -\frac{i}{\omega_0 CR} U = -\frac{i}{R\sqrt{L/C}} U.$$

Таким образом,

$$U_{L_{\text{рез}}} = -U_{C_{\text{рез}}},$$

т. е. напряжения на катушке и конденсаторе при резонансе равны по величине и противофазны (сдвинуты по фазе друг относительно друга на π). Их сумма в любой момент времени равна нулю, но каждое из них может быть существенно больше, чем напряжение генератора. Это явление называется **резонансом напряжений**.

2.1. Условия резонанса

Рассмотрим последовательный контур, схема которого изображена на рис. 5. Активное сопротивление R учитывает потери энергии в катушке и конденсаторе и для удобства анализа и расчетов изображается на схеме в виде отдельного элемента. Под действием переменного напряжения генератора в цепи проходит переменный ток. Полное сопротивление последовательного контура равно геометрической (векторной) сумме емкостного, индуктивного и активного сопротивлений.

В общем случае оно содержит активную и реактивную составляющие, т. е.

$$Z_{\Sigma} = \sqrt{R^2 + X^2}.$$

Реактивная составляющая X равна разности индуктивного и емкостного сопротивлений:

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}.$$

По характеру реактивное сопротивление X контура может быть емкостным или индуктивным в зависимости от того, какое из сопротивлений (индуктивное сопротивление катушки или емкостное сопротивление конденсатора) имеет большую величину. Ток в контуре зависит от напряжения генератора и полного сопротивления контура:

$$I_{\kappa} = \frac{U}{Z_{\kappa}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Емкостное сопротивление конденсатора X_C и индуктивное сопротивление катушки X_L зависят от частоты питающего тока: первое с повышением частоты уменьшается, второе — увеличивается (рис. 6). Как было показано выше, в последовательной цепи напряжение на катушке и конденсаторе компенсируют друг друга. При этом емкостное и индуктивное сопротивления имеют разные знаки: индуктивное сопротивление считается положительным, а емкостное — отрицательным.

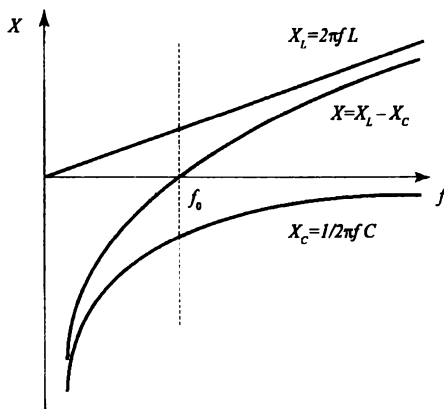


Рис. 6. Зависимость реактивного сопротивления последовательного контура от частоты генератора:

X — индуктивное сопротивление катушки; X_C — емкостное сопротивление конденсатора; f — частота генератора; f_0 — собственная частота контура

При частоте генератора, равной резонансной частоте контура, эти сопротивления оказываются численно равными.

Режим, возникающий в цепи последовательного контура при равенстве емкостного и индуктивного сопротивлений, называют режимом резонанса напряжений.

Ранее была получена формула, связывающая резонансную частоту с величинами индуктивности и емкости колебательного контура,

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

или соответственно

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Получилась такая же формула, как и для частоты свободных (собственных) колебаний контура.

Таким образом, условием резонанса является равенство (совпадение) частоты питающего генератора и собственной частоты контура (частоты свободных колебаний):

$$f = f_0, \text{ или } \omega = \omega_0,$$

где f_0 — собственная частота контура (частота свободных колебаний).

2.2. Резонанс напряжений

Ток контура I_r , создаваемый напряжением генератора, проходя через конденсатор, поочередно заряжает и разряжает его. При этом на конденсаторе получается переменная разность потенциалов U_c , противоположная по знаку ЭДС конденсатора. Эта разность потенциалов отстает по фазе от тока на 90° . В то же время ток контура I_r , проходя через катушку, возбуждает в ней ЭДС индукции, отстающую по фазе от тока на четверть периода (90°). В результате на катушке индуктивности возникает переменная разность потенциалов U_L , опережающая по фазе ток на 90° . Как было показано в начале раздела 2, на резонансной частоте эти напряжения равны друг другу и противоположны по знаку, т. е. сдвинуты по фазе на 180° . Именно поэтому резонанс в последовательном контуре называют резонансом напряжения.

Разность потенциалов на реактивной части контура (элементах L и C , включенных последовательно) можно найти путем вычитания E_L из E_C (или наоборот). Как видно из рис. 3 и 4, ЭДС конденсатора опережает по фазе ток контура I_k на четверть периода (90°), а ЭДС индукции отстает от тока также на четверть периода. Между собой ЭДС емкости и ЭДС индукции сдвинуты по фазе на полпериода (180°). Таким образом, в последовательной цепи ЭДС емкости и ЭДС индукции компенсируют друг друга. При этом можно считать, что емкостное и индуктивное сопротивления имеют разные знаки: индуктивное сопротивление считается положительным, а емкостное — отрицательным (см. рис. 6). При резонансе емкостное сопротивление конденсатора и индуктивное сопротивление катушки равны. Это означает, что реактивное сопротивление и разность потенциалов на реактивной части контура (L и C) равны нулю, т. е.

$$X = X_L - X_C = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

и

$$E = E_L - E_C = -U_L + U_C = -I_{\text{рез}} X_L + I_{\text{рез}} X_C = 0.$$

Полное сопротивление контура при резонансе является чисто активным и равно R :

$$Z_{\text{рез}} = \sqrt{R^2 + \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \right)^2} = R.$$

Как было показано выше, ток в контуре при резонансе зависит только от активного сопротивления R и напряжения генератора:

$$I_k = \frac{U}{R}.$$

Ввиду активного характера сопротивления последовательного контура при резонансе ток $I_{\text{рез}}$ совпадает по фазе с напряжением генератора. Благодаря малой величине активного сопротивления R ток в контуре при резонансе достигает больших значений. Падение напряжения на активном сопротивлении R равно напряжению генератора:

$$U_R = I_{\text{рез}} R = U.$$

Индуктивное сопротивление катушки при резонансе в Q раз превышает активное сопротивление R контура, так как

$$Q = \frac{X_L}{R}.$$

То же самое можно сказать о величине емкостного сопротивления конденсатора:

$$Q = \frac{X_C}{R}.$$

Для радиотехнических контуров Q имеет значение от нескольких десятков до 300. Следовательно, индуктивное сопротивление катушки и емкостное сопротивление конденсатора, взятые каждое в отдельности, больше активного сопротивления в десятки или сотни раз. Из этого следует, что ЭДС емкости и ЭДС самоиндукции катушки, взятые в отдельности, в Q раз (т. е. в десятки или сотни раз) больше напряжения на активном сопротивлении R , т. е. напряжения генератора. В этом состоит сущность резонанса напряжений.

Величина Q , показывающая, во сколько раз при резонансе амплитуды этих напряжений превышают амплитуду ЭДС генератора, называется добротностью контура:

$$Q = \frac{|U_{L_{\text{рез}}}|}{U_0} = \frac{|U_{C_{\text{рез}}}|}{U_0} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{\sqrt{L/C}}{R}.$$

Нетрудно показать, что это определение добротности вытекает из решения, рассмотренного в подразделе 1.4.

2.3. Зависимости резонансного тока от частоты

Величина тока в последовательном контуре зависит от напряжения генератора и от сопротивления контура. Сопротивление контура складывается из емкостного, индуктивного и активного сопротивлений. Полное сопротивление в общем случае равно геометрической (векторной) сумме емкостного, индуктивного и активного сопротивлений.

Величина тока в последовательном контуре

$$I_k = \frac{U}{Z_k} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Полное сопротивление контура (импеданс) — непостоянная величина, так как емкостное сопротивление конденсатора и индуктивное сопротивление катушки зависят от частоты (см. рис. 6). При резонансе полное сопротивление контура равно активному сопротивлению R контура. При частоте ниже резонансной преобладает емкостное сопротивление, полное сопротивление контура носит емкостный характер и контур эквивалентен конденсатору. При частоте выше резонансной преобладает индуктивное сопротивление и полное сопротивление контура имеет индуктивный характер. При частоте выше резонансной последовательный контур эквивалентен катушке индуктивности. Контур также обладает активным сопротивлением R (сопротивлением потерь), величину которого в пределах рабочего диапазона частот контура можно считать неизменной. Реактивное сопротивление контура при разных частотах различно, поэтому угол фазового сдвига между напряжением питающего генератора и током в контуре зависит от частоты. При изменении частоты генератора от нуля до максимальной угол

фазового сдвига изменяется от -90° до $+90^\circ$. При резонансной частоте фазовый сдвиг равен нулю.

Кривая, показывающая зависимость угла фазового сдвига между напряжением питающего генератора и током в контуре, называется фазочастотной характеристикой контура (рис. 7).

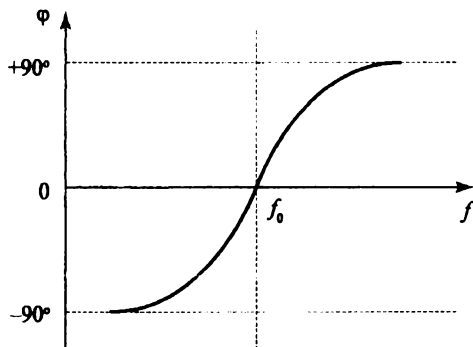


Рис. 7. Фазочастотная характеристика последовательного колебательного контура

Таким образом, при изменении частоты питающего тока изменяются величина и характер полного сопротивления последовательного контура. Поэтому амплитуда тока в контуре зависит от частоты генератора. При резонансе сопротивление контура имеет наименьшее значение и ток максимальный:

$$I_{\text{к}} = \frac{U}{R}.$$

При уменьшении и увеличении частоты сопротивление контура возрастает, а ток уменьшается. Одновременно с этим увеличивается фазовый сдвиг между напряжением и током. Кривая, показывающая зависимость тока в контуре от частоты генератора вблизи резонанса, называется резонансной кривой.

Форма резонансной кривой бывает различной и определяется добротностью контура, т. е. отношением его активного и волно-

вого сопротивлений. Форма резонансной кривой зависит не только от величины активного сопротивления контура, но и от соотношения между индуктивностью L и емкостью C контура, т. е. от характеристического сопротивления контура. Как было показано ранее, соотношение между характеристическим и активным сопротивлениями контура определяет добротность контура

$$Q = \frac{\rho}{R}.$$

Таким образом, форма резонансной кривой последовательного контура зависит от добротности контура: чем выше добротность контура, тем острее резонансная кривая.

При изменении частоты питающего генератора изменяется напряжение на элементах контура из-за изменяющегося тока через контур.

Практический интерес представляет зависимость напряжения на конденсаторе от частоты генератора. Напряжение на конденсаторе пропорционально току в контуре и емкостному сопротивлению конденсатора:

$$U_C = I_{\star} X_C.$$

Ток в контуре вблизи резонанса резко изменяется при изменении частоты, сопротивление конденсатора при этом изменяется относительно мало. Если пренебречь этим изменением, то напряжение на конденсаторе при резонансе можно считать максимальным. Если бы емкостное сопротивление оставалось неизменным, то кривая, показывающая зависимость напряжения на конденсаторе от частоты генератора, была бы точно подобна резонансной кривой тока. Но так как емкостное сопротивление конденсатора при повышении частоты уменьшается, то резонансная кривая напряжения оказывается расположенной несимметрично относительно кривой тока (рис. 8).

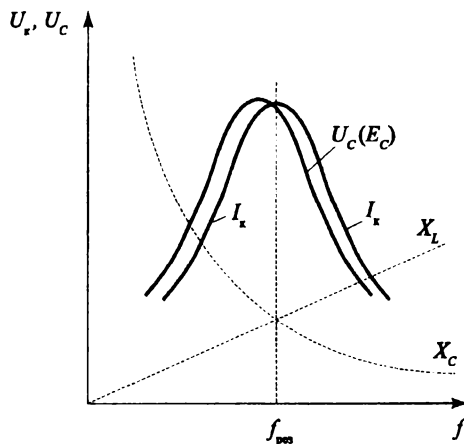


Рис. 8. Зависимость напряжения на конденсаторе последовательного контура от частоты

2.4. Резонансная кривая

Когда частота питающего генератора не равна собственной частоте контура, контур называют расстроенным. Разность между частотой генератора и собственной частотой контура принято называть абсолютной расстройкой и обозначать Δf :

$$\Delta f = f - f_0.$$

Абсолютная расстройка выражается в единицах частоты. При резонансе частота генератора и собственная частота контура равны и абсолютная расстройка равна нулю.

Если частота генератора f больше собственной частоты f_0 контура, расстройка считается положительной ($\Delta f > 0$). При частоте генератора меньше собственной частоты контура расстройка отрицательна ($\Delta f < 0$).

Отношение абсолютной расстройки к собственной частоте контура $\frac{\Delta f}{f_0}$ называют относительной расстройкой. При резонансе относительная расстройка равна нулю:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{f - f_0}{f_0} = 0.$$

Ток в контуре тем меньше, чем больше расстройка контура.

Иногда оказывается более удобной резонансная кривая, построенная в относительном масштабе. Для получения такой кривой вдоль вертикальной оси откладывается отношение тока в контуре при данной расстройке к току при резонансе $\frac{I_{\kappa}}{I_{\text{рез}}}$, а вдоль горизонтальной оси — абсолютная или относительная расстройка (на рис. 9 — абсолютная расстройка). Выведем уравнение резонансной кривой.

Ток в контуре при любой частоте ω

$$I_{\kappa} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Ток при резонансе

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{R}.$$

Отсюда получаем

$$\frac{I_{\kappa}}{I_{\text{рез}}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} : \frac{U}{R} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Числитель и знаменатель полученной дроби сначала разделим на $\omega_0 L$, где Q — собственная частота контура, умножим на Q и преобразуем выражение

$$\frac{1}{\omega_0 L \omega C} = \frac{1}{\omega_0 \omega L C} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0 \omega} = \frac{\omega_0}{\omega}.$$

Получаем выражение

$$\frac{I_{\kappa}}{I_{\text{рез}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}.$$

Учитывая, что $\omega = 2\pi f$, получим

$$\frac{I_{\kappa}}{I_{\text{рез}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\pi f}{2\pi f_0} - \frac{2\pi f_0}{2\pi f} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2}}.$$

Преобразуем выражение

$$\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} = \frac{f^2 - f_0^2}{f_0 f} = \frac{(f + f_0)(f - f_0)}{f_0 f}.$$

Считая приближенно, что $f + f_0 \approx 2f$, и обозначив $f - f_0 = \Delta f$ (абсолютная расстройка), получим

$$\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} = \frac{2f\Delta f}{f_0 f} = \frac{2\Delta f}{f_0}.$$

Тогда

$$\frac{I_{\kappa}}{I_{\text{рез}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta f}{f_0} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 4Q^2 \left(\frac{\Delta f}{f_0} \right)^2}}.$$

Относительная расстройка $\frac{\Delta f}{f_0} > 0$, если $f > f_0$, $\frac{\Delta f}{f_0} < 0$, если $f < f_0$.

Введем обозначения:

$$\frac{I_{\kappa}}{I_{\text{рез}}} = y \text{ и } 2Q \frac{\Delta f}{f_0} = x.$$

Тогда для уравнения резонансной кривой в относительном масштабе получим выражение

$$y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Уравнению такого вида соответствует кривая, изображенная на рис. 9.

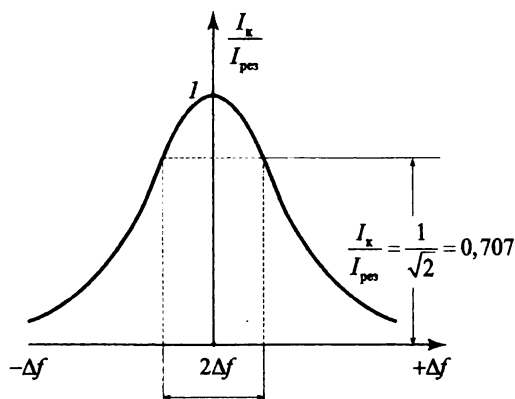


Рис. 9. Резонансная кривая последовательного контура

Построение резонансных кривых в относительном масштабе дает возможность легко и удобно сравнивать между собою различные по качеству контуры, а также производить расчеты элементов радиотехнических схем.

2.5. Полоса пропускания

Сопротивление последовательного контура вблизи резонанса резко изменяется в зависимости от частоты генератора; в соответствии с этим резко изменяется и ток в контуре. Контур по-разному ведет себя при различных значениях частоты питающего тока. Эти свойства могут быть оценены формой резонансной кривой или добротностью контура. Однако во многих случаях

для такой оценки оказывается более удобным пользоваться понятием полосы пропускания контура, так как сигнал каждого передатчика представляет собой спектр частот и занимает некоторую полосу частот. Для неискаженной передачи и приема сигналов необходимо, чтобы все частоты, входящие в состав сигнала, в одинаковой степени излучались передающим устройством, а будучи приняты приемной антенной, в одинаковой степени усиливались приемником. Необходимо, чтобы колебательные контуры пропускали полосу частот, соответствующую спектру сигнала. Поэтому вопрос о полосе частот, пропускаемых контуром, имеет важное значение в радиотехнических устройствах.

Полосой пропускания контура называют полосу частот, в пределах которой ток в контуре уменьшается не более чем в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с током при резонансе. Иначе говоря, полосой пропускания контура называют полосу частот, в пределах которой контурный ток составляет 0,7 или больше от тока при резонансе. На рис. 10 изображена резонансная кривая последовательного контура.

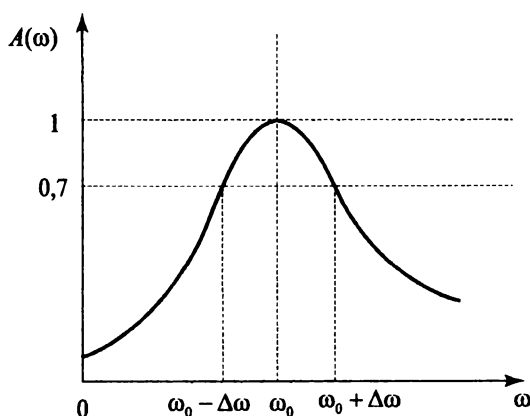


Рис. 10. Полоса пропускания последовательного контура

Полоса пропускания этого контура равна $2\Delta\omega$. Условно считается, что частоты в пределах от $(\omega_0 - \Delta\omega)$ до $(\omega_0 + \Delta\omega)$ контур пропускает, а частоты ниже $(\omega_0 - \Delta\omega)$ и выше $(\omega_0 + \Delta\omega)$ не пропускает.

Ширина полосы пропускания прямо пропорциональна резонансной частоте и обратно пропорциональна добротности контура или прямо пропорциональна затуханию при неизменной резонансной частоте. Полоса пропускания контура зависит от его добротности: чем ниже добротность, тем «тупее» резонансная кривая и тем шире полоса пропускания контура.

Зависимость модуля тока от частоты, выражаемая обычно в виде отношения $\frac{|I|}{|I_{\text{рез}}|}$, носит название резонансной характеристики последовательного контура:

$$A(\omega) = \frac{|I|}{|I_{\text{рез}}|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}.$$

На границах полосы пропускания контура $A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, откуда следует простая формула для практического определения добротности: $Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega}$.

2.6. Измерение добротности последовательного контура

Резонансную частоту контура можно определить с помощью осциллографа по максимуму напряжения на конденсаторе. На первый канал осциллографа подается напряжение с генератора сигналов, а на второй канал — напряжение с конденсатора контура (рис. 11).

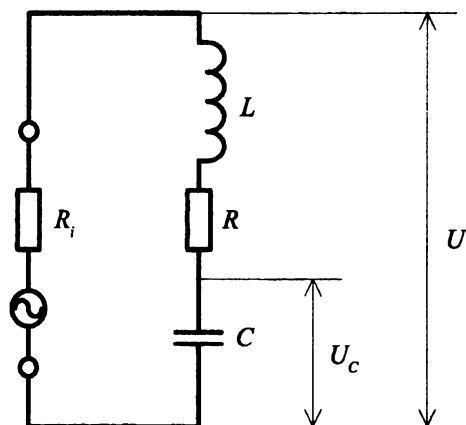


Рис. 11. Схема для измерения резонансной частоты и добротности последовательного контура:

R_i — внутреннее сопротивление генератора, R — сопротивление потерь контура

Так как ток через контур, отбираемый от генератора, при резонансе совпадает по фазе с напряжением генератора, то синусоида напряжения на конденсаторе отстает по фазе от напряжения генератора на 90 градусов. При этом на резонансной частоте будет наблюдаться максимальная амплитуда напряжения на конденсаторе.

Так как резонансное сопротивление последовательного контура близко к нулю, то нагрузкой для генератора является сопротивление потерь контура ($R = 1—5$ Ом), много меньшее внутреннего сопротивления генератора ($R_i = 50$ Ом). Это вызывает снижение выходного напряжения генератора («подсадку» генератора большим выходным током). Для исключения «подсадки» генератора последовательно с контуром необходимо включить добавочный резистор R_d с сопротивлением 50 Ом. В этом случае резонансную частоту можно также определить по максимуму тока контура. При этом удобнее добавочный резистор R_d подключить к общему проводу генератора и пользоваться им как датчиком тока. В этом случае второй канал осциллографа подключается к точке соединения резистора и контура (рис. 12).

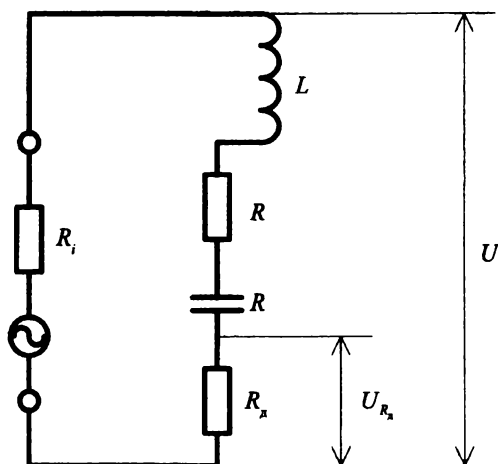


Рис. 12. Схема измерения тока последовательного контура

Синхронизация изображения на экране осуществляется первым каналом осциллографа с помощью ручки Level на блоке Trigger. Значение резонансной частоты

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

считывается с дисплея частотомера генератора.

Для определения добротности измеряется отношение амплитуд напряжений U на контуре и реактивном сопротивлении конденсатора U_C (см. рис. 11):

$$Q = \frac{U_C}{U}.$$

Из измеренной резонансной частоты находится индуктивность контура

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C}.$$

Емкостное сопротивление конденсатора для резонансной частоты находится по формуле

$$X_{\text{срез}} = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{2\pi f_0 C}.$$

Из формулы для добротности контура

$$Q = \frac{X_{\text{срез}}}{R}$$

вычисляется активное сопротивление потерь контура

$$R = \frac{X_{\text{срез}}}{Q}.$$

Для проверки добротность вычисляется через отношение индуктивного сопротивления контура к активному сопротивлению:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}.$$

3. ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

Параллельный колебательный контур (рис. 13) образуется при параллельном соединении катушки индуктивности и конденсатора. Включенные в схему резисторы R_1 и R_2 моделируют своим сопротивлением потери энергии в реактивных элементах.

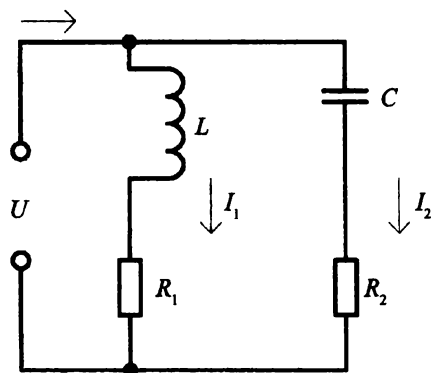


Рис. 13. Параллельный колебательный контур

В случае параллельного соединения импедансов ветвей контура имеем

$$U = U_1 = U_2, \quad I = I_1 + I_2, \quad \frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}.$$

Для рассматриваемого контура

$$Z_1 = R_1 + i\omega L, \quad Z_2 = R_2 - \frac{i}{\omega C}.$$

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(R_1 + i\omega L) \left(R_2 - \frac{i}{\omega C} \right)}{R_1 + R_2 + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)},$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + i\omega L}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2 - \frac{i}{\omega C}}, \quad I = \frac{R_1 + R_2 + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{(R_1 + i\omega L) \left(R_2 - \frac{i}{\omega C} \right)} U.$$

Для контуров с высокой добротностью в области резонансной частоты $\omega \approx \omega_0$ $R_1 \ll \omega_0 L$ и $R_2 \ll \frac{1}{\omega_0 C}$, поэтому ток контура

$$I \approx \frac{R + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{L/C} U,$$

где $R = R_1 + R_2$ — общее сопротивление потерь в контуре.

При резонансной частоте $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$Z_1 \approx i\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad Z_2 \approx -i\sqrt{\frac{L}{C}}, \quad Z_{\text{рез}} = \frac{L}{C},$$

т. е. импеданс цепи — действительное число. В этом случае ток в неразветвленной части цепи совпадает по фазе с приложенным напряжением:

$$I = \frac{R}{L/C} U,$$

т. к. L , C и R — действительные величины. Но $Z_{\text{рез}} \neq R$, как в последовательном контуре, более того, $Z_{\text{рез}} \gg R$.

3.1. Сопротивление при резонансе

Сопротивление параллельного контура при резонансе чисто активное; напряжение на контуре и ток в неразветвленной части цепи совпадают по фазе. Реальный контур отбирает от питающего генератора некоторое количество энергии, которое превращается в тепло на активном сопротивлении R (сопротивлении потерь) контура. На основании закона сохранения энергии мощность, отдаваемая генератором, и мощность, расходуемая на тепло в активном сопротивлении контура, равны.

Мощность, отдаваемая генератором, определяется выражением

$$P = I_{\text{рез}}^2 Z_{\text{крес}}$$

где $I_{\text{рез}}$ — ток в неразветвленной части цепи при резонансе; $Z_{\text{крес}}$ — сопротивление контура при резонансе.

Мощность, расходуемая в активном сопротивлении R ,

$$P_R = I_{\kappa}^2 R,$$

где I_{κ} — ток внутри контура при резонансе ($I_{\kappa} = I_1 = I_2$), R — активное сопротивление, учитывающее потери энергии в катушке.

Если напряжение на зажимах генератора U , то

$$I_{\text{рез}} = \frac{U}{Z_{\text{крес}}}$$

и

$$I_1 = \frac{U}{X_L}.$$

Учитывая два последние выражения, приравняем мощности P и P_R :

$$\frac{U^2}{Z_{\text{крес}}} = \frac{U^2}{X_L^2} R.$$

Отсюда

$$\frac{1}{Z_{\text{крес}}} = \frac{R}{X_L^2} = \frac{R}{\omega_0^2 L^2},$$

или

$$Z_{\text{крес}} = \frac{\omega_0^2 L^2}{R} = \frac{\rho^2}{R}.$$

Так как $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$, то $Z_{\text{крес}} = \frac{L}{R} = \frac{L}{CR}$,

где $Z_{\text{крес}}$ — резонансное сопротивление контура в омах, L — индуктивность контура в генри, C — емкость контура в фарадах, R — активное сопротивление в омах.

Резонансное сопротивление параллельного контура зависит от величины активного сопротивления потерь R и соотношения величин L и C , т. е. от волнового сопротивления контура. Чем больше R , тем больше энергии расходуется в нем на тепло и тем больше энергии (большая мощность) поступает от генератора в контур. Следовательно, чем больше сопротивление потерь R , тем больше ток $I_{\text{рез}}$ в общей части цепи. Но по величине тока можно судить о величине сопротивления контура: чем больше ток, тем меньше сопротивление. Поэтому, чем больше сопротивление потерь, тем меньше сопротивление параллельного контура при резонансе. В отсутствие сопротивления $Z_{\text{рез}} = \infty$.

3.2. Зависимость сопротивления от частоты

Пусть частота генератора, питающего параллельный контур, изменяется в широких пределах. При повышении частоты генератора емкостное сопротивление конденсатора уменьшается:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C},$$

а индуктивное сопротивление увеличивается:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL.$$

При этом ток в емкостной ветви увеличивается, а в индуктивной уменьшается. При частоте ниже резонансной в общей цепи преобладает индуктивный ток и контур ведет себя как индуктивное сопротивление. При частоте генератора, равной собственной частоте контура, емкостной и индуктивный токи равны по величине и реактивный ток в общей части цепи равен нулю (состояние резонанса). Сопротивление контура имеет чисто активный характер и значительную величину, определяемую формулой

$$Z_{\text{крз}} = \frac{\omega_0^2 L^2}{R} = \frac{\rho^2}{R}.$$

При частоте выше резонансной в общей цепи преобладает емкостной ток и контур ведет себя как емкостное сопротивление. Чем больше частота генератора отличается от собственной (резонансной) частоты контура, тем больше различаются токи I_L и I_C , тем больше реактивный ток в общей части цепи и меньше реактивное сопротивление контура. Исходя из этих рассуждений, можно показать зависимость сопротивления параллельного контура от частоты питающего генератора (рис. 14).

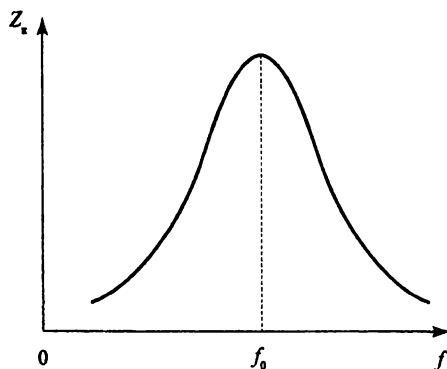


Рис. 14. Зависимость сопротивления параллельного контура от частоты генератора

При изменении частоты генератора изменяется фазовый сдвиг между напряжением генератора и током I_0 , идущим через контур. Если частота генератора значительно ниже собственной (резонансной) частоты контура, то сопротивление контура можно считать чисто индуктивным, т. к. реактивный ток в общей цепи во много раз больше активного. Угол фазового сдвига между напряжением генератора и током I_0 при этом близок к 90° . По мере повышения частоты генератора реактивная составляющая тока в общей цепи и фазовый угол уменьшаются. При резонансе сопротивление контура является чисто активным и фазовый сдвиг между напряжением генератора и током I_0 равен нулю. Если частота генератора превышает резонансную частоту контура, то сопротивление контура состоит из активной и емкостной составляющих. По мере повышения частоты генератора соотношение между активной и реактивной составляющими изменяется, угол фазового сдвига между напряжением генератора и током I_0 приближается к 90° .

Кривая, показывающая зависимость угла фазового сдвига между напряжением генератора и током через контур, называется фазочастотной характеристикой параллельного контура (рис. 15).

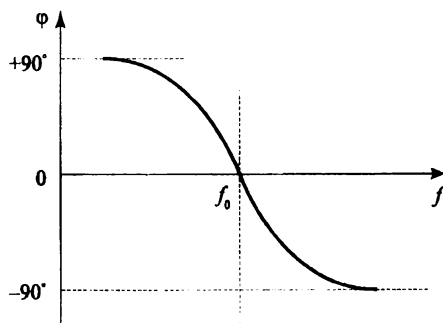


Рис. 15. Фазочастотная характеристика параллельного контура

3.3. Резонанс токов. Условия возникновения режима резонанса

В начале данного раздела были найдены выражения для токов в ветвях параллельного контура. При резонансной частоте для токов I_1 и I_2

$$I_1 \approx \frac{U}{i\sqrt{L/C}}, \quad I_2 \approx -\frac{U}{i\sqrt{L/C}}$$

т. е. токи в обеих ветвях при резонансе примерно равны по амплитуде и противофазны (резонанс токов), а амплитуда тока в неразветвленной части цепи достигает своего минимального значения. Так как ток $I_{\text{рез}}$ минимален, то сопротивление контура при резонансе оказывается максимальным, в тысячи раз превышающим сопротивление потерь R .

На рис. 13 была показана электрическая цепь, состоящая из генератора и параллельно включенных емкости и индуктивности. Величина тока в каждой из ветвей контура зависит от частоты генератора. С повышением частоты емкостное сопротивление конденсатора уменьшается (см. рис. 6) и ток в емкостной ветви растет. При повышении частоты генератора индуктивное сопротивление увеличивается и ток в индуктивной ветви контура уменьшается. При некоторой частоте f_0 емкостное сопротивление конденсатора и индуктивное сопротивление катушки становятся численно равными: $X_C = X_L$. При этом токи индуктивной и емкостной ветвей также равны.

Режим, возникающий в цепи, состоящей из генератора и параллельно включенных катушки и конденсатора, при равенстве емкостного и индуктивного сопротивлений, называют режимом резонанса токов. Емкостное и индуктивное сопротивления оказываются равными в случае, когда частота генератора равна частоте свободных колебаний контура. Следовательно, для получения резонанса токов необходимо выполнить условие

$$f = f_0.$$

3.4. Резонанс токов в идеальном и реальном параллельных контурах

Допустим, что активное сопротивление в контуре равно нулю (т. е. контур идеальный и не имеет потерь энергии). Напряжение генератора приложено как к конденсатору, так и к катушке индуктивности (рис. 16). Под его воздействием через конденсатор проходит ток I_C , величина которого определяется напряжением генератора и емкостным сопротивлением конденсатора:

$$I_C = \frac{U}{X_C}.$$

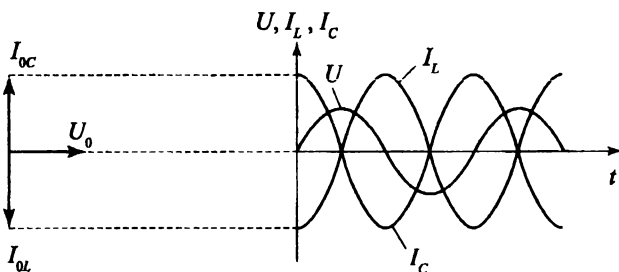


Рис. 16. Векторные и временные диаграммы при резонансе токов в идеальном параллельном контуре

Одновременно через катушку проходит ток I_L , величина которого определяется напряжением генератора и индуктивным сопротивлением катушки:

$$I_L = \frac{U}{X_L}.$$

Ток I_C , протекающий через конденсатор, опережает по фазе напряжение генератора на четверть периода (90°), а ток I_L , протекающий через катушку индуктивности, отстает от напряжения генератора также на четверть периода. Следовательно, в общей неразветвленной части цепи токи I_C и I_L сдвинуты между собой по фазе

на половину периода (180°), т. е. оказываются противофазными (см. рис. 16). Результирующий ток I в общей части цепи равен разности этих токов. При резонансе емкостное сопротивление конденсатора и индуктивное сопротивление катушки численно равны (X_C и X_L), токи I_C и I_L также равны между собой. При этом ток в общей неразветвленной части цепи равен нулю, если контур идеальный.

Отсутствие тока в общей части цепи можно объяснить следующим образом. Рассмотрим контур без сопротивления потерь (см. рис. 13, где резисторы R_1 и R_2 отсутствуют). В короткий промежуток времени после подключения генератора, измеряемый малыми долями секунды, в цепи имеет место устанавливающийся (переходный) режим. В это время контур получает от генератора некоторое количество энергии и в нем устанавливается процесс электромагнитных колебаний. Частота колебаний в контуре равна частоте генератора. За счет электромагнитных колебаний на зажимах генератора создается переменная разность потенциалов (переменное напряжение). Количество энергии, поступившей в контур за время переходного режима, таково, что напряжение на контуре равно напряжению на генераторе. Так как расхода энергии в контуре нет (контур идеальный), то при установившемся режиме колебательный процесс в контуре происходит без участия генератора, т. е. за счет запасенной энергии. Напряжение, созданное на контуре, и напряжение генератора равны и в общей части цепи действуют навстречу друг другу. Поэтому ток в общей части цепи равен нулю. Однако внутри контура протекает переменный ток, за счет которого происходит обмен энергией между емкостью и индуктивностью. Этот ток будем называть током контура. Отсутствие тока в общей части цепи позволяет считать, что сопротивление идеального параллельного контура при резонансе бесконечно велико $Z_{\text{крз}} = \infty$.

В реальном контуре часть колеблющейся энергии расходуется в активном сопротивлении. Это означает, что за счет первоначального запаса энергии в контуре могут существовать лишь затухающие колебания. Если же от генератора будет непрерывно

поступать энергия, восполняющая потери, то амплитуда напряжения на контуре будет оставаться неизменной. При подключении реального контура (контура с потерями) к генератору в общей цепи течет активный ток $I_{\text{рез}}$, совпадающий по фазе с напряжением генератора. При этом от генератора отбирается активная мощность

$$P = UI_{\text{рез}},$$

которая расходуется главным образом в активном сопротивлении катушки. Наличие в общей части цепи тока $I_{\text{рез}}$, совпадающего по фазе с напряжением генератора, свидетельствует о том, что сопротивление реального параллельного контура при резонансе не бесконечно велико, а имеет определенное значение и активно по характеру. Следует отметить, что ток $I_{\text{рез}}$ в общей части цепи значительно меньше по амплитуде, чем ток в контуре.

В реальном параллельном контуре состоянием резонанса считают такой режим, при котором ток в общей части цепи имеет наименьшую амплитуду и совпадает по фазе с напряжением генератора. Зависимость тока от частоты $I(\omega)$ показана на рис. 17.

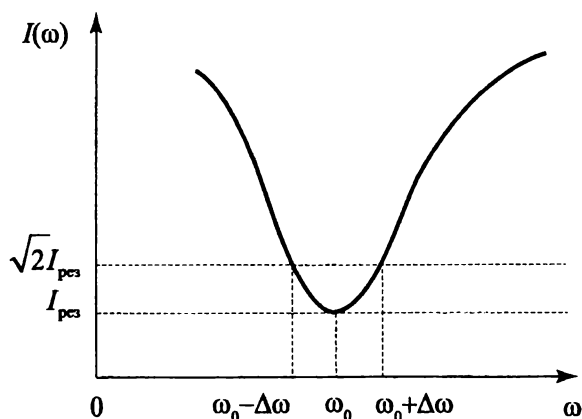


Рис. 17. Зависимость тока через параллельный контур от частоты

Резонансная характеристика параллельного контура определяется выражением

$$I(\omega) = A^{-1}(\omega) = \frac{|I|}{|I_{\text{рез}}|} = \frac{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}{R} = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}.$$

3.5. Поведение резонансных характеристик при различных внутренних сопротивлениях генератора

Выясним, как изменяются ток в цепи и напряжение на контуре при изменении частоты генератора, имея в виду, что внутреннее сопротивление генератора не зависит от частоты, а сопротивление контура зависит от нее.

Если внутреннее сопротивление генератора R_i значительно меньше резонансного сопротивлений контура, то падение напряжения на внутреннем сопротивлении генератора мало и им можно пренебречь.

Будем считать, что $R_i = 0$. В этом случае напряжение на контуре не зависит от частоты и всегда равно ЭДС генератора. Ток I в общей цепи

$$I = \frac{E}{Z_{\kappa}}.$$

Необходимо учитывать, что сопротивление Z_{κ} контура — комплексное, т. е. состоит из активной и реактивной составляющих. Зависимость напряжения на контуре и тока I в общей цепи при $R_i = 0$ показана на рис. 18.

Ток в цепи при резонансе имеет наименьшее значение, равное

$$I = \frac{E_r}{Z_{\text{крз}}}.$$

Кривая, показывающая зависимость тока в цепи от частоты генератора, называется резонансной кривой тока.

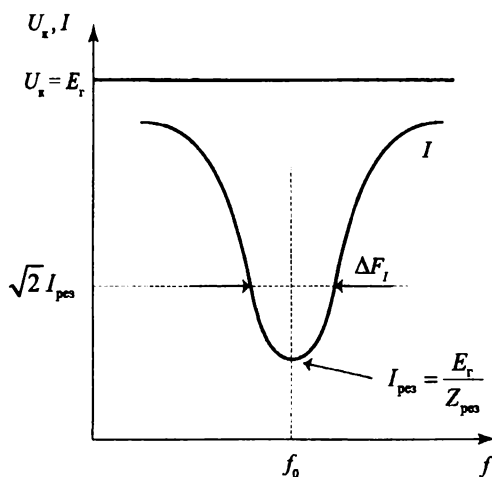


Рис. 18. Зависимость напряжения и тока параллельного контура от частоты при $R_i = 0$

Говорить о резонансной кривой напряжения при $R_i = 0$ не имеет смысла, так как напряжение на контуре остается неизменным. Если внутреннее сопротивление генератора значительно больше резонансного сопротивления контура ($R_i \gg Z_{\text{крес}}$), то полное сопротивление цепи можно считать практически неизменным, равным R_i . Ток в общей цепи при этом не зависит от частоты генератора и равен

$$I = \frac{E_r}{R_i + Z_r} \approx \frac{E_r}{R_i},$$

где E_r — электродвижущая сила генератора как идеального генератора напряжения. В этом случае не следует говорить о резонансной кривой тока, так как с изменением частоты генератора ток в цепи практически не изменяется (рис. 19).

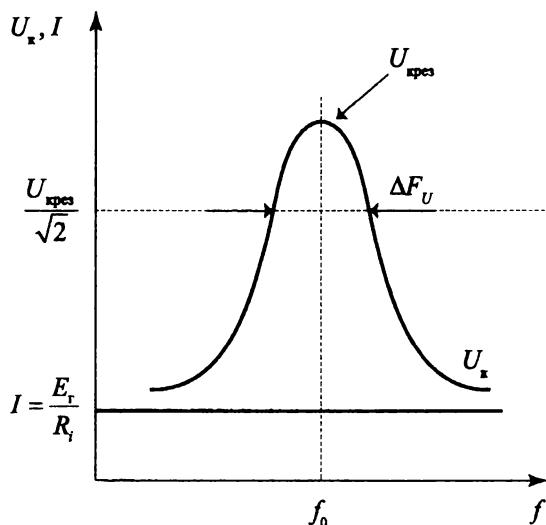


Рис. 19. Зависимость напряжения и тока параллельного контура от частоты при $R_i \gg Z_{\text{крес}}$

Напряжение на контуре при этом хотя и составляет небольшую часть ЭДС генератора, но при изменении частоты генератора резко изменяется. Поведение резонансных характеристик параллельного контура при различных внутренних сопротивлениях генератора показано на рис. 20, из которого следует:

- 1) форма резонансных кривых параллельного контура зависит от соотношения между R_i и $Z_{\text{крес}}$;
- 2) резонансная кривая тока и резонансная кривая напряжения параллельного контура не подобны друг другу по форме.

Поэтому для параллельного контура следует различать полосы пропускания по току и по напряжению. В общем случае, когда R_i и $Z_{\text{крес}}$ соизмеримы по величине, резонансные кривые тока и напряжения можно изобразить так, как показано на рис. 20. Значения полос пропускания по напряжению ΔF_U и по току ΔF_I не равны:

$$\Delta F_U \neq \Delta F_I$$

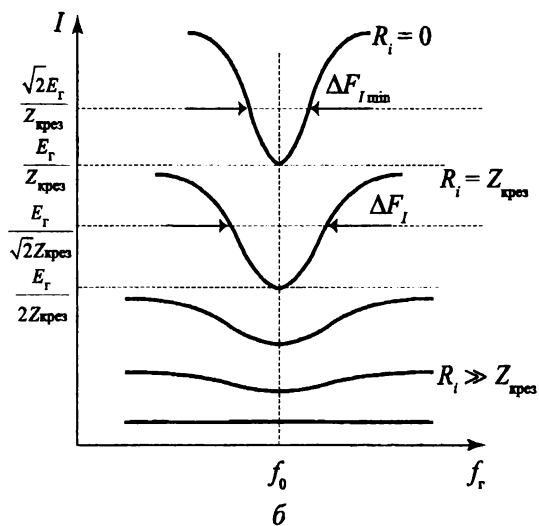
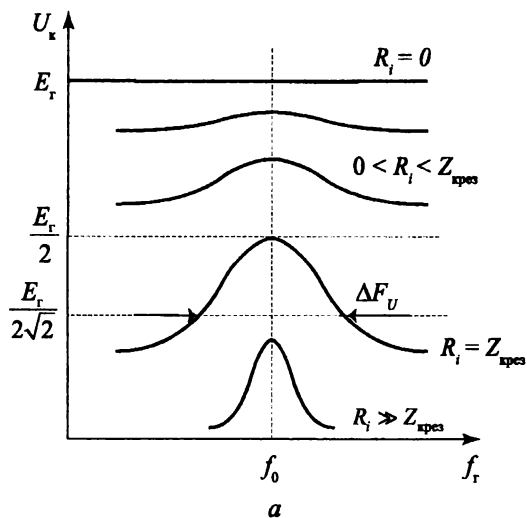


Рис. 20. Зависимости напряжения (а) и тока (б) параллельного контура от частоты при различных соотношениях между внутренним сопротивлением генератора R_i и сопротивлением контура $Z_{\text{крез}}$

Полоса пропускания контура по току — это полоса частот, в пределах которой ток в цепи изменяется не более чем в $\sqrt{2}$ раза по сравнению с током при резонансе. Полосой пропускания контура по напряжению будем называть полосу частот, в пределах которой напряжение на контуре изменяется не более чем в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с напряжением при резонансе.

Полоса пропускания параллельного контура по току ΔF_I имеет наименьшее значение при $R_i = 0$ и в этом случае равна полосе пропускания последовательного контура по току ΔF_I с такими же параметрами L, C, R . Величина полосы пропускания определяется формулой

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q}.$$

Расчеты показывают, что при $R_i = Z_{\text{крез}}$ полоса пропускания контура по току увеличивается до значения

$$2\Delta f_I = \frac{f_0}{Q} \sqrt{2}.$$

При дальнейшем увеличении R_i полоса пропускания по току растет и при $R_i = 2,41 \cdot Z_{\text{крез}}$ становится бесконечно большой. Полоса пропускания параллельного контура по напряжению ΔF_U при $R_i = \infty$ равна полосе пропускания последовательного контура по току ΔF_I с такими же параметрами L, C, R и определяется формулой

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q}.$$

Однако этот случай представляет чисто теоретический интерес, поскольку напряжение на контуре при этом бесконечно мало. При $R_i = Z_{\text{крез}}$ полоса пропускания параллельного контура по напряжению ΔF_U в два раза больше полосы пропускания последовательного контура по току ΔF_I с такими же параметрами:

$$2\Delta f_U = 2 \frac{f_0}{Q}.$$

3.6. Расширение полосы пропускания контура

На практике часто возникает необходимость расширения полосы пропускания контура. Обычно такую задачу приходится решать в радиолокационных и телевизионных приемниках, так как спектр частот, занимаемый радиоимпульсом или телевизионным сигналом, имеет ширину до нескольких мегагерц. Выше было показано, что полоса пропускания зависит от добротности контура и для последовательного контура равна

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q}.$$

Этой же формулой определяется полоса пропускания параллельного контура по току при питании его от генератора с внутренним сопротивлением, равным нулю.

Полоса пропускания контура без учета внутреннего сопротивления генератора тем шире, чем ниже добротность контура, поэтому для расширения полосы пропускания следует уменьшать добротность контура. При неизменных L и C добротность контура зависит от его активного сопротивления R , т. е. от потерь энергии в контуре. Можно уменьшить добротность контура и расширить полосу пропускания, включив в контур последовательно дополнительное сопротивление $R_{\text{п}}$. Эквивалентная добротность контура в этом случае

$$Q_{\text{экв}} = \frac{\rho}{R + R_{\text{п}}} = \frac{\omega_0 L}{R + R_{\text{п}}}.$$

Соответственно расширится полоса пропускания контура. Без учета влияния генератора полоса пропускания контура в этом случае

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q_{\text{экв}}}.$$

Чем больше сопротивление $R_{\text{п}}$, тем меньше эквивалентная добротность контура и тем шире его полоса пропускания. Необходимо

учитывать, что сопротивление R_{Π} уменьшает резонансное сопротивление параллельного контура и увеличивает резонансное сопротивление последовательного контура.

Если R_{Π} равно собственному активному сопротивлению R контура, добротность контура уменьшается вдвое. Полоса пропускания последовательного контура без учета влияния генератора расширяется также вдвое. Полоса пропускания параллельного контура по току при этом расширяется в 1,4 раза, а по напряжению — в 2 раза. Сопротивление R_{Π} должно быть чисто активным, иначе его включение изменит собственную частоту контура. Величина сопротивления R_{Π} соизмерима с величиной собственного активного сопротивления R контура, т. е. составляет единицы или десятки ом. Непроволочное сопротивление такой величины выполнить затруднительно, а проволочное нельзя сделать безреактивным. Поэтому способ расширения полосы пропускания контура за счет последовательного включения в контур сопротивления R_{Π} неудобен.

Можно уменьшить добротность контура и расширить полосу его пропускания, подключив параллельно контуру активное сопротивление R_{Π} . При этом увеличиваются потери энергии и уменьшается добротность контура, а следовательно, расширяется его полоса пропускания. Сопротивления R_{Π} и R_{Σ} в равной степени уменьшают добротность контура в том случае, если мощность, расходуемая в них, одинакова. Соотношение между величинами R_{Π} и R_{Σ} , вызывающими одинаковое расширение полосы пропускания контура,

$$R_{\Sigma} = \frac{\rho^2}{R_{\Pi}}.$$

Для параллельного включения сопротивления не требуется разрыва цепи контура, поэтому такой способ расширения полосы пропускания удобнее, чем последовательное включение сопротивления в контур. Величина сопротивления R_{Σ} соизмерима с резонансным сопротивлением параллельного контура (несколько десятков или сотен килоом). Непроволочные сопротивления такой

величины, выпускаемые промышленностью, практически безреактивны (за исключением диапазона УКВ).

Полное сопротивление контура с учетом $R_{ш}$ уменьшается и приводит к изменению режима схемы, в которой работает контур. Если $R_{ш}$ равно резонансному сопротивлению $Z_{крес}$ параллельного контура, то добротность контура уменьшается, а полоса пропускания увеличивается в два раза. Резонансное сопротивление контура при этом уменьшается вдвое.

3.7. Измерение добротности параллельного контура

При измерении добротности контуров Q выходное сопротивление генератора складывается с сопротивлением потерь контуров R , т. к. они соединены последовательно. Поэтому величины Q , измеряемые прямым методом, будут, как правило, занижены. При этом, чем больше сопротивление генератора по сравнению с активным сопротивлением контура, тем ниже будут значения добротности. (В случае, когда сопротивление генератора намного больше сопротивления контура R , резонанс тока отсутствует.) Поэтому необходимо использовать генератор с наименьшим сопротивлением, но в любом случае внутреннее сопротивление генератора будет снижать добротность контура и расширять полосу пропускания параллельного контура по току. В результате удобнее измерять параметры параллельного контура при внутреннем сопротивлении генератора, много большем резонансного сопротивления контура по резонансной кривой напряжения. Для измерения резонансной кривой напряжения параллельного контура можно использовать схему, представленную на рис. 21. С целью повышения внутреннего сопротивления генератора последовательно с ним включен резистор R_k с сопротивлением в несколько десятков килоом (резонансные сопротивления параллельных контуров от единиц до сотен килоом).

Если внутреннее сопротивление генератора 50 Ом, то суммарное сопротивление генератора будет определяться сопротивлением R_a .

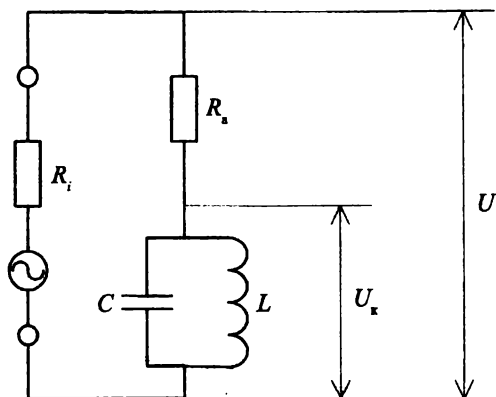


Рис. 21. Схема измерения резонансной частоты и параметров параллельного колебательного контура

Тогда на контуре в режиме резонанса будет падать напряжение U_k , определяемое пропорцией

$$\frac{U}{U_k} = \frac{R_a + Z_{\text{крес}}}{Z_{\text{крес}}},$$

где U — напряжение генератора.

Измеряя одновременно двухканальным осциллографом напряжения U и U_k при резонансе, найдем резонансное сопротивление контура

$$Z_{\text{крес}} = \frac{U_k}{U - U_k} R_a.$$

В частном случае при $U_k = \frac{1}{2}U$ $Z_{\text{крес}} = R_a$.

Резонансная частота контура f_0 определяется по максимуму напряжения на контуре, т. к. сопротивление контура при резонансе максимально.

Зная резонансное напряжение и сопротивление контура, вычисляется ток через контур и генератор при резонансе:

$$I_{\text{крес}} = I_{R_a} = I_{\text{рез}} = \frac{U_k}{Z_{\text{крес}}}.$$

Ток через конденсатор при резонансе и равный ему ток через катушку индуктивности можно определить аналогично, зная величину емкости конденсатора:

$$I_{\text{Срез}} = I_{L\text{рез}} = \frac{U_k}{X_{\text{Срез}}}.$$

Величина добротности вычисляется по определению:

$$Q = \frac{I_{\text{Срез}}}{I_{\text{крес}}}.$$

При необходимости можно вычислить индуктивность катушки по резонансной частоте:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C}.$$

Сопротивление потерь R можно вычислить с использованием формулы

$$Q = \frac{X_{\text{Срез}}}{R} = \frac{X_{L\text{рез}}}{R}.$$

Задания к лабораторной работе 5 «Последовательный колебательный контур»

1. Построить схему последовательного колебательного контура, используя программу моделирования электрофизических процессов Electronics WorkBench. Резистор сопротивлением R подключить к заземленной клемме генератора и использовать для измерений тока контура. В данном случае он увеличивает сопротивление потерь контура. Рассчитать L и C для $f_0 = 100$ кГц, $Q = 10$. Значение R дается преподавателем. Качественно проанализировать и начертить векторные диаграммы напряжений на контуре при $f = f_0, f < f_0, f > f_0, f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

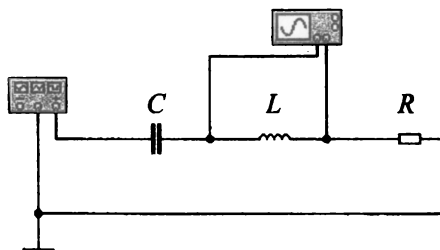


Схема моделирования
последовательного колебательного контура

2. Измерить и построить зависимости от частоты амплитуд напряжений на элементах контура (L , R) в диапазоне частот от 10 до 200 кГц и объяснить их поведение. Зависимости $U_L(f)$ и $U_C(f)$ построить на одном графике. Из этих зависимостей найти резонансную частоту.

3. Построить резонансную кривую, учитывая, что $I(f) = \frac{U_R(f)}{R}$.

Определить по ней добротность контура Q и сравнить ее с расчетной, найденной по определению добротности.

4. Измерить параметры реального последовательного колебательного контура. Подключить генератор и осциллограф к колебательному контуру по схеме, указанной на рис. 12; сопротивление R_d используется в качестве датчика тока для определения резонансной частоты контура. Измерить резонансную частоту и построить зависимость $I(f) = \frac{U_R(f)}{R}$. Указать систематическую погрешность измерений.

5. Собрать схему последовательного контура без добавочного сопротивления (см. рис. 11) и измерить резонансную частоту по максимуму напряжения на конденсаторе, а также добротность контура. Сравнить с резонансной частотой, измеренной по току. Оценить систематическую погрешность измерения. Измерить и построить на одном графике зависимости $U_C(f)$ и $I(f) = \frac{U_R(f)}{R}$ для 10 значений частоты вблизи f_0 и определить по ним резонансную частоту. Объяснить различные значения максимумов $I(f)$ и $U_C(f)$.

6. По резонансной частоте найти индуктивность контура и емкостное сопротивление конденсатора. По известной добротности вычислить сопротивление потерь контура.

7. Для проверки вычисленных значений найти добротность через отношение индуктивного сопротивления контура при резонансе к активному сопротивлению потерь. Оценить погрешности вычислений с учетом допусков величин погрешностей элементов.

Задания к лабораторной работе 6 «Параллельный колебательный контур»

1. Построить схему параллельного колебательного контура, используя программу моделирования электрофизических процессов Electronics WorkBench. Рассчитать, какие параметры должны иметь элементы контура с резонансной частотой $f_0 = 200$ кГц и добротностью $Q = 10$ (принять $R_1 = R_2 = R$). Значение R дается преподавателем. Качественно проанализировать и начертить векторные диаграммы токов контура при $f = f_0, f < f_0, f > f_0, f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

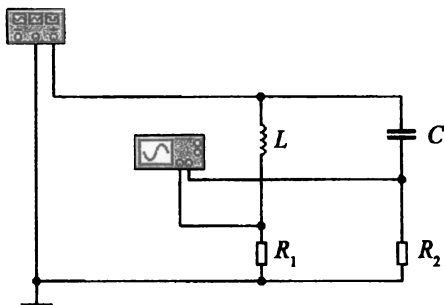


Схема измерения параметров параллельного
колебательного контура

2. Измерить и построить зависимости токов на элементах контура (L, R) в диапазоне частот от 100 до 300 кГц. Выбрать по 5 точек вблизи резонансной частоты и вдали от нее. Показать, что при $f = f_0$ на элементах контура L и C наблюдается резонанс токов. Токи в ветвях контура можно определить по падениям напряжения на резисторах R_1 и R_2 .

3. Между общим выводом генератора и контуром включить резистор R_n и использовать его для измерения тока контура. Измерить зависимость $I(f)$ и построить ее на графике. Из полученной зависимости найти резонансную частоту f_0 , полосу пропускания и добротность контура. Сравнить значение f_0 , найденное из гра-

фика, с расчетным и найденное значение Q с величиной $\frac{\sqrt{L}}{R}$.

Объяснить различие между ними.

4. Измерить параметры реального параллельного колебательного контура. Подключить генератор и осциллограф к колебательному контуру по схеме. С целью повышения внутреннего сопротивления генератора последовательно с ним включен резистор R_n с сопротивлением в несколько десятков килоом. Первый канал осциллографа измеряет напряжение на контуре U_k , а второй канал измеряет напряжение генератора U . Измеряя одновременно двухканальным осциллографом напряжения U и U_k , найдем резонансную частоту f_0 и резонансное сопротивление контура

$$Z_{\text{крз}} = \frac{U_k}{U - U_k} R_n.$$

5. По резонансному значению напряжения на контуре и его сопротивлению найти резонансный ток контура. Вычислить резонансное сопротивление конденсатора и катушки индуктивности и найти токи ветвей контура. По определению добротности параллельного контура найти ее значение через токи ветвей и контура.

6. Найти сопротивление потерь контура R из найденной добротности и резонансного реактивного сопротивления. Указать систематическую погрешность расчетов с учетом допусков величин погрешностей элементов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Атабеков Г. И.* Основы теории цепей / Г. И. Атабеков. СПб. : Лань, 2006.
- Атабеков Г. И.* Теоретические основы электротехники. Ч. 1 : Линейные электрические цепи / Г. И. Атабеков. М. : Энергия, 1978 (2-е изд. СПб. : Лань, 2008).
- Байда Л. И.* Электрические измерения : учеб. для вузов / Л. И. Байда, Н. С. Добротворский, Е. М. Душин ; под ред. А. Б. Фремке и Е. М. Душина. 5-е изд., перераб. и доп. Л. : Энергия, 1980.
- Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники: электрические цепи / Л. А. Бессонов. М. : Высш. шк., 1978.
- Валенко В. С.* Полупроводниковые приборы и основы схемотехники электронных устройств / В. С. Валенко. М. : Додека, 2001
- Гусев В. Г.* Электроника : учеб. пособие для вузов / В. Г. Гусев, Ю. М. Гусев. М. : Высш. шк., 1991. 622 с.
- Джонс М. Х.* Электроника: практический курс : пер. с англ. / М. Х. Джонс. М. : Постмаркет, 2003. 528 .
- Ерофеев Ю. Н.* Импульсные устройства : учеб. пособие для вузов / Ю. Н. Ерофеев. М. : Высш. шк., 1989. 528 с.
- Жеребцов И. П.* Основы электроники / И. П. Жеребцов. Л. : Энергоатомиздат, 1989. 352 с.
- Калашиников А. М.* Колебательные системы / А. М. Калашиников. М. : Наука, 1992. 378 с.
- Кушнир Ф. В.* Радиотехнические измерения / Ф. В. Кушнир. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Связь, 1975.
- Макаев Е. И.* Основы радиоэлектроники : учеб. пособие для радиотехн. вузов / Е. И. Макаев. 2-е изд. М. : Радио и связь, 1985.
- Манаев Е. И.* Основы радиоэлектроники : учеб. пособие для вузов / Е. И. Манаев. М. : Радио и связь, 1985. 488 с.
- Мансуров Н. Н.* Теоретическая электротехника / Мансуров Н. Н., В. С. Попов. М. : Энергия, 1968.

Мирский Г. Я. Радиоэлектронные измерения / Г. Я. Мирский. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Энергия, 1975.

Опадчий Ю. Ф. Аналоговая и цифровая электроника / Ю. Ф. Опадчий, О. П. Глудкин, А. И. Гуров. М. : Горячая линия — Телеком, 2002.

Петров К. С. Радиоматериалы, радиокомпоненты, электроника / К. С. Петров. М. : Питер, 2003.

Попов В. П. Основы теории цепей / В. П. Попов. М. : Высш. шк., 2005.

Прянишников В. А. Электроника : полный курс лекций / В. А. Прянишников. СПб. : Корона-принт, 2004.

Ровдо А. А. Схемотехника усилительных каскадов на биполярных транзисторах / А. А. Ровдо. М. : Додека, 2002.

Степаненко И. П. Основы микроэлектроники / И. П. Степаненко. М. ; СПб. : Физмат, 2001.

Титце У. Полупроводниковая схемотехника : справ. руководство / У. Титце, К. Шенк. М. : Мир, 1983, с. 512.

Учебное издание

РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА RLC -ЦЕПЕЙ

Учебно-методическое пособие

Составители

Осадченко Валерий Харитонович

Волкова Яна Юрьевна

Кандрина Юлия Александровна

Зав. редакцией *М. А. Овечкина*

Редактор *Р. Н. Кислых*

Корректор *Р. Н. Кислых*

Компьютерная верстка *Н. Ю. Михайлов*

План выпуска 2013 г. Подписано в печать 05.03.2013.

Формат 60×84 $\frac{1}{16}$. Бумага офсетная. Гарнитура Times.

Уч.-изд. л. 3,58. Усл. печ. л. 3,72. Тираж 110 экз. Заказ № 483.

Издательство Уральского университета

620000, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4

Отпечатано в Издательско-полиграфическом центре УрФУ

620000, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4

Тел.: +7 (343) 350-56-64, 350-90-13

Факс: +7 (343) 358-93-06

E-mail: press.info@usu.ru