



UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
INGENIERÍA FINANCIERA



**Proyección de estados financieros por el método de redes
neuronales artificiales aplicable al sector financiero de
Bolivia**

**PROYECTO DE GRADO PARA
OBTENER EL GRADO DE
LICENCIATURA EN INGENIERÍA
FINANCIERA**

POSTULANTE: Solís Peña Luis Alberto

TUTOR: Mgr. Torrico Lara Alex

COCHABAMBA - BOLIVIA - 2023

RESUMEN

La presente investigación parte de la idea de que la existencia de fenómenos no lineales en el campo de las ciencias económicas hace necesario explorar modelos alternativos que permitan encontrar patrones no sujetos al análisis convencional.

Se busca responder la hipótesis de que si el modelo de redes neuronales artificiales adaptado a series de tiempo correspondiente a las cuentas de los estados financieros de las entidades financieras de Bolivia, obtiene mayor ajuste y captación de patrones que los modelos tradicionales como el modelo ARIMA.

Los resultados arrojaron que el modelo de redes neuronales artificiales obtuvo mayor ajuste y mejor captación de patrones que modelos tradicionales, que en consecuencia proporcionaron información financiera adecuada con mayor aproximación a la situación económica-financiera observada.

ABSTRACT

This research stems from the idea that the existence of nonlinear phenomena in the field of economics calls for the exploration of alternative models that allow for the discovery of patterns not identify by conventional analysis.

The aim is to test the hypothesis that if the artificial neural network model adapted to time series corresponding to the financial statements of financial institutions in Bolivia that it would provide a better fit and pattern recognition than traditional models like the ARIMA model.

The results showed that the artificial neural network model achieved a better fit and superior pattern recognition when compared to traditional models that consequently providing more accurate financial information approximating the observed economic and financial situation.

INDICE CAPITULAR

RESUMEN	I
ABSTRACT	II
INTRODUCCIÓN	VIII

CAPÍTULO 1. PERFIL DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA CENTRAL	2
1.3 JUSTIFICACIÓN	2
1.4 ALCANCE Y DELIMITACIÓN	2
1.5 OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN	3
1.5.1 General.	3
1.5.2 Específico	3
1.6 HIPÓTESIS	3
1.6.1 Elementos o componentes	3
1.7 MARCO METODOLÓGICO	4
1.7.1 Tipo de investigación	4
1.7.2 Método de investigación	4
1.7.3 Técnicas de investigación.	4
1.7.4 Fuentes de información	4

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1 FINANZAS Y EL SISTEMA FINANCIERO	6
2.1.1 Entidades de intermediación financiera en Bolivia	6
2.2 ESTADOS FINANCIEROS	7
2.2.1 Balance general.	8
2.2.2 Estado de resultados	8

2.3 EVALUACIÓN FINANCIERA	8
2.3.1 Indicadores financieros o razones financieras	8
2.4 MÉTODO CAMEL	9
2.4.1 Cálculo de indicadores	10
2.4.2 Definición de rangos y límites de los indicadores	13
2.4.3 Definición de la ponderación	14
2.4.4 Calificación CAMEL	14
2.5 INTELIGENCIA ARTIFICIAL	14
2.5.1 Aprendizaje supervisado con redes neuronales	15
2.5.2 Aprendizaje no supervisado con redes neuronales	15
2.6 REDES NEURONALES ARTIFICIALES	16
2.7 ELEMENTOS DE REDES NEURONALES	16
2.7.1 Neurona artificial	16
2.7.2 Funciones de activación	17
2.7.3 Propagación hacia adelante y hacia atrás	20
2.8 PRONÓSTICOS Y EVALUACIÓN	22
2.8.1 Modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA)	22
2.8.2 Modelo clásico de series de tiempo (MCO)	23
2.8.3 Evaluación de modelos	24

CAPÍTULO 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

3.1 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO AL DIAGNÓSTICO FINANCIERO REALIZADO	26
3.2 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO A LA DEFINICIÓN DE LA RED DE NEURONAS ARTIFICIALES	26
3.3 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO A LA PROYECCIÓN-SIMULACIÓN DE LOS ESTADOS FINANCIEROS	27

3.4 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO A LA EVALUACIÓN DE LOS DATOS PROYECTADOS-SIMULADOS.	27
3.5 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN GENERAL	28
REFERENCIAS BIBLIOGRFICAS	29
ANEXOS	31

LISTA DE FIGURAS

1	Arbol de problemas	1
2	Funciones de activación	19
3	Carta solicitud permiso uso de datos ASFI	33
4	Respuesta solicitud permiso uso de datos ASFI	34

LISTA DE TABLAS

1	Matriz de diseño metodológico.	5
2	Calificación CAMEL	15

INTRODUCCIÓN

La presente investigación tiene por objeto evaluar la capacidad de las redes neuronales para encontrar patrones que a su vez representen mayor ajuste entre los datos proyectados y observados, es decir, permitirá responder que si la aplicación del método de redes neuronales obtendrá información adecuada con mayor aproximación a la situación económica-financiera observada del sistema en su conjunto, siendo los estados financieros con frecuencia mensual de las entidades financieras de Bolivia la unidad de análisis.

Así también, se realizó el diagnóstico de la solidez financiera del sistema financiero de Bolivia agrupados por sectores que representan a las diferentes entidades financieras registradas mediante la puesta en marcha de la metodología CAMEL, donde dicha metodología también nos permitirá evaluar los datos proyectados por los diferentes modelos y si estos se ajustan mejor a los patrones de los datos efectivamente observados correspondiente al mismo intervalo de tiempo, es decir, que el presente investigación exigirá la aplicación de los conocimientos aprendidos durante la formación profesional.

CAPÍTULO 1. PERFIL DE LA INVESTIGACIÓN

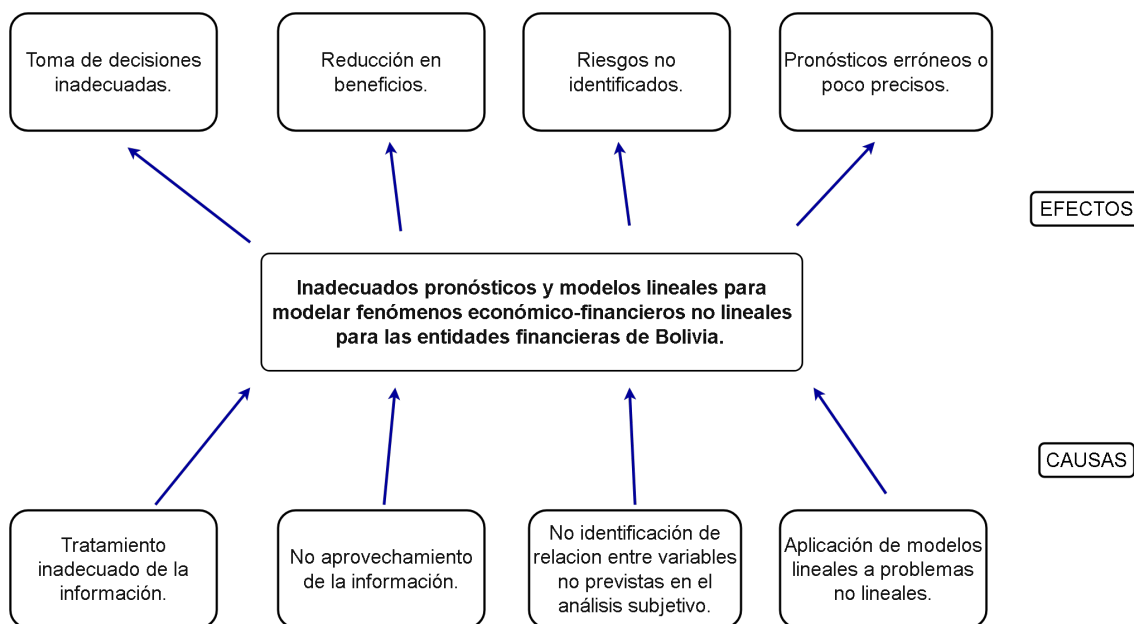
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En un mundo cada vez más globalizado, y siendo el entorno financiero uno de los sectores que más ha sido impactado por la integración económica multilateral, que ha implicado su incremento en complejidad, donde los agentes económicos son expuestos a una inmensa cantidad de información sobre productos y/o servicios financieros, lo que puede dar lugar a oportunidades de incrementar rendimientos, sin dejar de lado el riesgo de pérdidas como consecuencia de la complejidad del mismo.

Una de las alternativas de tratamiento de esta información que ofrece el sistema financiero, y que es el objeto de estudio en esta investigación que se propone, es la aplicación de redes neuronales artificiales para la proyección de estados financieros, la cual se encarga de encontrar la relación existente en las variables introducidas al modelo que no pueden ser visibles al análisis subjetivo económico-financiero, dando lugar a la necesidad de evaluar dicha información por herramientas de igual complejidad.

Figura 1

Arbol de problemas



Fuente: Elaboración propia.

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA CENTRAL

¿Será que, con la aplicación del método de redes neuronales se obtendrá información adecuada con mayor aproximación a la situación económica-financiera observada del sistema financiero en su conjunto?

1.3. JUSTIFICACIÓN

Observando la importancia de las proyecciones para la toma de decisiones, y la capacidad de las redes neuronales de encontrar patrones no visibles al análisis subjetivo, este tipo de modelos podrán dotar de mayor información a agentes internos y externos del sector financiero de donde y como hacer colocaciones o inversiones sobre el dinero que administran.

En síntesis, el presente trabajo de investigación no pretende remplazar a otros modelos existentes para la toma de decisiones, por el contrario, ser tomado como una alternativa para el modelado de fenómenos no lineales en el campo de las finanzas.

1.4. ALCANCE Y DELIMITACIÓN

El presente trabajo de investigación se circunscribe al estudio de las entidades de intermediación de servicios financieros de Bolivia, definidos en el artículo 151 de la ley 393. Con fines de obtener la información que coadyuve a generar la determinación de pronósticos mediante redes neuronales, como herramienta en la toma de decisiones a nivel gerencial y la evaluación de las mismas.

En el diagnóstico financiero las entidades financieras se agruparán por sectores:

- Bancos múltiples.
- Bancos PYME.
- Entidades financieras de vivienda.
- Cooperativas de ahorro y crédito abiertas.
- Instituciones financieras de desarrollo.
- Bancos de desarrollo productivo.

Para tener acceso a la información homogénea requerida en los pronósticos, los estados financieros se agruparon de forma tal que representan el sistema en su conjunto los cuales tienen un intervalo mensual obtenidos de las gestiones de 2014 a 2021, proyectando los periodos posteriores.

1.5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

Entre los objetivos propuestos para viabilizar el tema de investigación y la realización del informe final, se describen los siguientes:

1.5.1. General

Proporcionar información financiera adecuada con mayor aproximación a la situación económica-financiera observada, mediante la determinación de pronósticos de estados financieros por el método de redes neuronales artificiales.

1.5.2. Específico

- Diagnosticar la situación actual del sistema financiero de Bolivia.
- Definir la arquitectura y entrenamiento del modelo de red de neuronas artificiales.
- Proyectar los estados financieros.
- Evaluar los datos proyectados-simulados respecto a los datos observados.

1.6. HIPÓTESIS

Con la determinación de proyecciones de estados financieros por el método de redes neuronales, de entidades financieras de Bolivia, se logrará proyectar información con mayor aproximación a la situación económica-financiera observada del sistema financiero.

1.6.1. Elementos o componentes

- Unidad de observación y análisis: Entidades financieras de Bolivia.
- Variable independiente: Proyecciones de estados financieros por el método de redes neuronales.
- Variable dependiente: Información con mayor aproximación a la situación económica-financiera observada del sistema financiero.
- Enlace lógico: Se logrará.

1.7. MARCO METODOLÓGICO

1.7.1. Tipo de investigación

El tipo de investigación que se aplicó en el informe final fue descriptivo y analítico, donde se buscó describir y estudiar la realidad presente de los hechos de las unidades de observación y análisis.

1.7.2. Método de investigación

Se aplicó un enfoque inductivo donde se partió desde hechos particulares llegando a conclusiones generales, que posteriormente podrán ser aplicados en otras instituciones financieras de manera exitosa y beneficiar al sistema financiero con nuestra propuesta. También cabe especificar que los procedimientos aplicados en el informe final, está orientado al método deductivo y analítico fundamentalmente.

1.7.3. Técnicas de investigación

En primera instancia se realizó la identificación del problema de investigación que fue establecido en el proyecto de grado, donde se identificó la arquitectura de la red neuronal, que está compuesta de las funciones de activación, y ajuste de los datos en formato de tablas. Posteriormente se realizó la recolección de datos e información del sistema financiero correspondiente a las fuentes secundarias.

1.7.4. Fuentes de información

Se recurrió a las siguientes fuentes de información:

1.7.4.1. Fuentes primarias Se recurrirá a la investigación y recopilación de datos relacionados al tema específico, mediante consultas a libros, estados financieros y otros.

1.7.4.2. Fuentes secundarias Se recurrirá a las fuentes de compilación de información bibliográfica referente al tema, tales como:

- Libros especializados, definidos en la referencias bibliográficas.
- Leyes (Ley 393 de servicios financieros).

- Manuales (Manual y glosario de la ASFI).
- Páginas de Internet (Pagina oficial de la ASFI para la recolección de los estados financieros de los entidades financieras de Bolivia).

1.7.4.3. Técnica de recolección de la información

- Recopilación de información basada en fuentes primarias, secundarias y terciarias.
- Análisis de la información recopilada, con fines de depuración, selección, tabulación mediante lenguajes de programación R y Python orientado al análisis de datos, adecuando a la arquitectura de la red neuronal.
- La investigación tendrá un repositorio en GitHub (<https://github.com/LASPUMSS/PROYECTO-DE-GRADO-PARA-OBTENER-EL-GRADO-DE-LICENCIATURA-EN-INGENIERIA-FINANCIERA-UMSS>).

Tabla 1

Matriz de diseño metodológico.

Pregunta de investigación	¿Será que con la aplicación del método de redes neuronales, se obtendrá información adecuada con mayor aproximación a la situación económica-financiera de la institución financiera analizada?			
Objetivo general	Proporcionar información financiera adecuada con mayor aproximación a la de decisiones situación económica-financiera observada, mediante la determinación de pronósticos de estados financieros por el método de redes neuronales artificiales.			
Objetivos específicos	Diagnosticar la situación actual del sistema financiero de Bolivia	Definir la arquitectura y entrenamiento del modelo de red de neuronas artificiales	Proyectar los estados financieros para su posterior simulación	Evaluar los datos proyectados-simulados respecto a los datos observados
Unidad de análisis	CAMEL	RED NEURONAL	RED NEURONAL	CAMEL
Tipo de fuente	Secundaria	Secundaria	Secundaria	Secundaria
Técnica de recolección	Revisión bibliográfica	Revisión bibliográfica	Revisión bibliográfica	Revisión bibliográfica
Información necesaria	Estados Financieros del sistema financiero de Bolivia.	Elementos de la red neuronal, número de neuronas, funciones de activación y funciones de coste.	Estados financieros estructurados en forma vectores.	Estados financieros proyectados.

Fuente: Elaboración propia.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se desarrollan los conceptos y teorías necesarios, que darán lugar al desarrollo de la investigación.

2.1. FINANZAS Y EL SISTEMA FINANCIERO

Las finanzas se entienden como “la ciencia y arte de administrar el dinero” (J. Gitman & J. Zutter, 2012, p. 3) subordinada a restricciones dadas por un contexto de un conjunto mayor definido como sistema financiero, donde, el sistema financiero, “consiste en diversas instituciones y mercados que sirven a las empresas de negocios, los individuos y los gobiernos” (Van Horne & Wachowicz, 2010, p. 27).

Así mismo, se entiende como sistema financiero como el “conjunto de entidades financieras autorizadas, que prestan servicios financieros a la población en general”, donde los servicios financieros están definidos como “servicios diversos que prestan las entidades financieras autorizadas, con el objeto de satisfacer las necesidades de las consumidoras y consumidores financieros” (ASFI, 2022a).

2.1.1. Entidades de intermediación financiera en Bolivia

Las definiciones presentadas a continuación están suscritas a la ley 393 - ley de servicios financieros atendiendo al objetivo o características reconocidas por el estado.

2.1.1.1. Bancos múltiples. Los bancos múltiples tendrán como objetivo la prestación de servicios financieros al público en general, entendido como servicios financieros, aquellos servicios que tienen por objeto satisfacer las necesidades de las consumidoras y consumidores financieros (ALPB, 2013, Art. 230).

2.1.1.2. Bancos PYME Los bancos PYME son aquellos que tienen como objetivo la prestación de servicios financieros especializados en el sector de las pequeñas y medianas empresas, sin restricción para la prestación de los mismos también a la microempresa (ALPB, 2013, Art. 235).

2.1.1.3. Entidades financieras de vivienda Las entidades financieras de vivienda son sociedades que tiene por objeto prestar servicios de intermediación financiera con

especialización en préstamos para adquisición de vivienda, proyectos de construcción de vivienda unifamiliar o multifamiliar, compra de terrenos, refacción, remodelación, ampliación y mejoramiento de viviendas individuales o propiedad horizontal y otorgamiento de microcrédito para vivienda familiar y para infraestructura de vivienda productiva, así también operaciones de arrendamiento financiero habitacional (ALPB, 2013, Art. 247).

2.1.1.4. Cooperativas de ahorro y crédito abiertas Las cooperativas de ahorro y crédito se constituyen como entidades especializadas de objeto único para la prestación de servicios de intermediación financiera, dirigidos a sus socios y al público en general cuando corresponda (ALPB, 2013, Art. 239).

2.1.1.5. Instituciones financieras de desarrollo La institución financiera de desarrollo es una organización sin fines de lucro, con personalidad jurídica propia, creada con el objeto de prestar servicios financieros con un enfoque integral que incluye gestión social, buscando incidir favorablemente en el progreso económico y social de personas y organizaciones, así como contribuir al desarrollo sostenible del pequeño productor (ALPB, 2013, Art. 273).

2.1.1.6. Banco de desarrollo productivo El banco de desarrollo productivo es una persona jurídica de derecho privado con fines públicos constituido bajo la tipología de una sociedad de economía mixta y que realizará actividades de primer y segundo piso de fomento y de promoción del desarrollo del sector productivo (ALPB, 2013, Art. 176).

2.2. ESTADOS FINANCIEROS

Los estados financieros se entienden como una representación estructurada de la situación financiera y de las transacciones llevadas a cabo por la empresa o entidad financiera. El objetivo de los estados financieros, con propósitos de información general, es suministrar información acerca de la situación y rendimiento financieros, así como de los flujos de efectivo, que sea útil a una amplia variedad de usuarios al tomar sus decisiones económicas (ASFI, 2022a).

Así mismo, los estados financieros que son los medios principales con los que las compañías comunican información a los inversionistas, analistas y al resto de la comunidad

empresarial (J. Gitman & J. Zutter, 2012, p. 51). Por lo tanto se afirma, que los estados financieros son un resumen del ejercicio económico de una empresa o institución, entendiendo al ejercicio económico como la suma de todas las actividades vinculadas al giro de la empresa en un intervalo de tiempo, dando información, sobre ingresos, egresos, pasivos, activos, es decir, los estados financieros son una fotografía de la empresa en un punto del tiempo.

2.2.1. Balance general

El balance general se entiende como, “estado financiero que muestra, a una fecha determinada, el valor y la estructura del activo, pasivo y patrimonio de una empresa”. (ASFI, 2022a)

Con una expresión equivalente se afirma que el balance general representa una fotografía sobre el estado de los bienes y derechos, respecto a las obligaciones con propietarios y terceros de la institución en un determinado momento.

2.2.2. Estado de resultados

Estado de ganancias y pérdidas o estado de resultados, se entiende como, “documento contable que muestra el resultado de las operaciones (utilidad o pérdida) de una entidad durante un periodo y a una fecha determinada; resulta de la comparación de los ingresos con los gastos efectuados”. (ASFI, 2022a)

Es decir, el estado de resultados muestra la conclusión en términos monetarios del conjunto de actividades administrativas y complementarias en un intervalo de tiempo de la institución correspondiente.

2.3. EVALUACIÓN FINANCIERA

La evaluación financiera se entiende como un proceso de valoración de los resultados de actividades económica-financieras de las instituciones.

2.3.1. Indicadores financieros o razones financieras

Los ratios financieros, también llamados razones financieras, son cocientes que permiten comparar la situación financiera de la empresa con valores óptimos o promedios del sector (Rus Arias, 2020).

Es decir, un indicador financiero es un instrumento que tiene por objeto final medir una característica de la entidad estudiada, estos pueden ser los siguientes:

- Estructura de activos.
- Estructura de pasivos.
- Estructura de obligaciones.
- Calidad de cartera.
- Liquidez.
- Rentabilidad.
- Ingresos y gastos financieros.
- Eficacia administrativa.

Pero los indicadores financieros por si solos no pueden brindar información integrada sobre la situación económica-financiera de una institución en consecuencia a esta necesidad, se encuentra las metodologías de evaluación como ser la metodología CAMEL y PERLAS.

2.4. MÉTODO CAMEL

La solidez financiera informa sobre el estado corriente de salud y solidez de todo el sector de las instituciones financieras de un país y de los sectores de empresas y hogares que conforman la clientela de las instituciones financieras (FMI, 2006).

Donde la metodología CAMEL tiene por objeto evaluar la **solidez financiera** de las instituciones con base en indicadores cuantitativos, contemplando cinco características:

- Capital adecuado (C).
- Calidad del activo (A).
- Capacidad de la gerencia (M).
- Rentabilidad (E).
- Situación de liquidez (L).

Es decir, la **solidez financiera** de una institución debe entenderse como la capacidad que tiene dicha institución de hacer frente a las obligaciones que tiene con terceros y propietarios.

La presente metodología se divide en siguientes pasos expuestos por Alpiry Hurtado (2021a).

- Cálculo de indicadores que responden a las características antes mencionadas.
- Definición de rangos y límites de los indicadores.
- Definición de la ponderación, que responden a la solidez financiera de la institución.
- Calificación CAMEL.

2.4.1. Cálculo de indicadores

A continuación, se definen los indicadores que componen a la metodología CAMEL, en función de los elementos que la componen definidos por la ASFI (2022b) en su manual de cuentas y la fórmulas expuestas por Alpiry Hurtado (2021b):

2.4.1.1. Capital Los indicadores de capital buscan responder o evaluar la capacidad del capital contable de los sectores financieros para hacer frente a sus obligaciones con terceros y propios.

2.4.1.1.1. Coeficiente De Adecuación Patrimonial (CAP) Está definido cómo la relación porcentual entre el capital regulatorio y los activos y contingentes ponderados en función de factores de riesgo, incluyendo a los riesgos de crédito, de mercado y operativo, utilizando los procedimientos establecidos en la normativa emitida por la Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero - ASFI.

2.4.1.1.2. Coeficiente de cobertura de cartera en mora (CCCM) Este indicador definido en la ecuación (1) mide o tiene por objeto responder si el patrimonio de la institución cubre en tanto por ciento:

- Los créditos cuyo capital, cuotas de amortización o intereses no hayan sido cancelados íntegramente a la entidad hasta los 30 días contados desde la fecha de vencimiento.
- Los créditos por los cuales la entidad ha iniciado las acciones judiciales para el cobro.
- Descontando la previsión por incobrabilidad de créditos.

$$CCCM = \frac{\text{Cartera En Mora} - \text{Previsión Cartera}}{\text{Patrimonio}} \quad (1)$$

2.4.1.1.3. Coeficiente ácido de cobertura de cartera en mora (CACCM) El indicador definido en la ecuación (2) mide o tiene por objeto responder si el patrimonio de la institución cubre en tanto por ciento:

- Los créditos cuyo capital, cuotas de amortización o intereses no hayan sido cancelados íntegramente a la entidad hasta los 30 días contados desde la fecha de vencimiento.
- Los créditos por los cuales la entidad ha iniciado las acciones judiciales para el cobro.
- Descontando la previsión por incobrabilidad de créditos y adjuntando bienes realizables.

$$\text{CACCM} = \frac{\text{Cartera En Mora} - \text{Previsión Cartera} + \text{Realizables}}{\text{Patrimonio}} \quad (2)$$

2.4.1.1.4. Coeficiente de cobertura patrimonial (CCP) Este indicador definido en la ecuación (3) mide o tiene por objeto responder si los activos descontando las cuentas contingentes cubren el patrimonio de la misma.

$$\text{CCP} = \frac{\text{Patrimonio}}{\text{Activo} - \text{Contingente}} \quad (3)$$

2.4.1.2. Activo Los indicadores de activos tienen por objeto de evaluar la composición de los activos de los respectivos sectores financieros los cuales junto al patrimonio permiten hacer frente a sus obligaciones.

2.4.1.2.1. Coeficiente de exposición de cartera (CEC) El presente coeficiente definido en la ecuación (4) determina que por ciento de los créditos están expuestos a riesgo de ser incumplidos o cancelados.

$$\text{CEC} = \frac{\text{Cartera En Mora}}{\text{Cartera Bruta}} \quad (4)$$

2.4.1.2.2. Coeficiente de previsión de cartera (CPC) El presente coeficiente definido en la ecuación (5) mide o tiene por objeto responder en que tanto por ciento está cubierta los créditos realizados por la institución.

$$\text{CPC} = \frac{\text{Previsión}}{\text{Cartera Bruta}} \quad (5)$$

2.4.1.2.3. Coeficiente de previsión de cartera en mora (CPCM) Este coeficiente definido en la ecuación (6) mide o tiene por objeto responder en que tanto por ciento está cubierta los créditos incobrables realizados por la institución.

$$\text{CPCM} = \frac{\text{Previsión}}{\text{Cartera En Mora}} \quad (6)$$

2.4.1.2.4. Coeficiente de reposición de cartera (CRC) Dicho coeficiente definido en la ecuación (7) tiene por objeto medir en que tanto por ciento alcanzan los créditos re programados.

$$\text{CRC} = \frac{\text{Cartera Reprogramada Total}}{\text{Cartera Bruta}} \quad (7)$$

2.4.1.3. Administración Los indicadores de administración tienen por objeto evaluar como las instituciones gestionan sus gastos administrativos.

2.4.1.3.1. Coeficiente de cobertura gastos administrativos (CCGA) El coeficiente definido en la ecuación (8) mide si los activos de la institución pueden hacer frente a los gastos administrativos de la institución.

$$\text{CCGA} = \frac{\text{Gastos Administración}}{\text{Activos} + \text{Contingentes}} \quad (8)$$

2.4.1.3.2. Coeficiente ácido de cobertura patrimonial (CACGA) Este coeficiente definido en la ecuación (9) mide si los ingresos brutos pueden hacer frente a los gastos administrativos de la institución.

$$\text{CACGA} = \frac{\text{Gastos Administración} - \text{Impuestos}}{\text{Resultado Operativo Bruto}} \quad (9)$$

2.4.1.4. Beneficios Los indicadores de beneficios tienen por objeto de evaluar el rendimiento o generación de valor de las instituciones o sectores financieros.

2.4.1.4.1. Coeficiente de rendimiento sobre activos (ROA) El presente coeficiente definido en la ecuación (10) determina el rendimiento en tanto por uno, los beneficios que han generado los activos.

$$ROA = \frac{\text{Resultado Neto De La Gestión}}{\text{Activo} + \text{Contingente}} \quad (10)$$

2.4.1.4.2. Coeficiente de rendimiento sobre patrimonio (ROE) Este coeficiente definido en la ecuación (11) determina el rendimiento en tanto por uno, los beneficios que ha generado el patrimonio.

$$ROE = \frac{\text{Resultado Neto De La Gestión}}{\text{Patrimonio}} \quad (11)$$

2.4.1.5. Liquidez Los indicadores de liquidez tienen por objeto de evaluar la capacidad de las instituciones para hacer frente a sus obligaciones con terceros con sus activos más líquidos.

2.4.1.5.1. Coeficiente de capacidad de pago frente a pasivos (CCPP) El coeficiente definido en la ecuación (12) busca medir si la institución puede hacer frente a sus obligaciones con los activos disponibles y inversiones temporales.

$$CCPP = \frac{\text{Disponibles} + \text{Inversiones Temporarias}}{\text{Pasivos}} \quad (12)$$

2.4.1.5.2. Coeficiente ácido de capacidad de pago frente a pasivos (CACPP) El coeficiente definido en la ecuación (14) busca medir si la institución puede hacer frente a sus obligaciones con los activos disponibles.

$$CACPP = \frac{\text{Disponibles}}{\text{Pasivos}} \quad (13)$$

2.4.2. Definición de rangos y límites de los indicadores

En esta sección de la metodología CAMEL se establecen rangos a los cuales le corresponde una calificación, sujeta a una probabilidad (Alpiry Hurtado, 2021c), es decir, aquellos resultados mejores, pero menos probable se los posiciona en L1 dando una

mejor calificación y aquellos resultados peores y menos probables se los posiciona en L5 recibiendo una peor calificación, es decir, los límites de los indicadores están definidos por la desviación estándar y el promedio de los datos históricos:

- L3 \bar{X}
- L2 y L4 $\bar{X} \pm \sqrt{\sigma^2}$
- L1 y L5 $\bar{X} \pm 2\sqrt{\sigma^2}$

2.4.3. Definición de la ponderación

La ponderación de los elementos CAMEL son asignados de manera arbitraria, pero sujeto a lineamientos económico-financieros (ECONOMY, 2022), el cual presenta la siguiente forma:

$$\text{CAMEL} = 30 \%C + 30 \%A + 10 \%M + 15 \%E + 15 \%L \quad (14)$$

Donde la mayor ponderación está concentrado en los indicadores de capital y activos ya que en último termino son estos mismos con la que una institución financiera puede hacer frente a sus obligaciones con terceros, como también dando mayor ponderación a los indicadores de rendimiento y liquidez respecto a los indicadores de administración debido a la relación que guardan los mismos con el activo y el capital, es decir, el rendimiento tiene efectos sobre el capital y por el otro lado la liquidez tiene efectos sobre los activos.

2.4.4. Calificación CAMEL

Dado los pasos anteriores la metodología CAMEL asigna una puntuación a la institución, y permitirá determinar que institución les corresponde mayor solidez financiera respecto a las otras instituciones (Alpiry Hurtado, 2021a), permitiendo asignar una categoría de solidez financiera (Ver tabla 2).

2.5. INTELIGENCIA ARTIFICIAL

“En la literatura referente a la inteligencia artificial no existe consenso sobre lo que se entiende como inteligencia artificial, pero estas diferencias se engloban en dos ideas, donde la inteligencia artificial se refiere a procesos mentales y al razonamiento”. (Russell & Norvig, 2004)

Tabla 2

Calificación CAMEL

Raiting	Descripción	Significado
1	Robusto	Solvente en todos aspectos
2	Satisfactorio	Generalmente solvente
3	Normal	Cierto nivel de vulnerabilidad
4	Marginal	Problemas financieros serios
5	Insatisfactorio	Serios problemas de solidez

Nota: Obtenido de (Alpiry Hurtado, 2021a).

Ahora bien, el campo de la inteligencia artificial es relativamente reciente, y cobra atención en la actualidad por su capacidad de resolver problemas que con anterioridad sus resultados se divisaban lejanos, como el pronóstico de fenómenos no lineales, procesamiento de lenguaje natural, generador de imágenes, clasificación de objetos e procesos estocásticos donde se encuentra la proyección de estados financieros.

2.5.1. Aprendizaje supervisado con redes neuronales

El aprendizaje supervisado corresponde a la situación en que se tiene una variable de salida, ya sea cuantitativa o cualitativa, que se desea predecir basándose en un conjunto de características. (Ponce Gallegos et al., 2014)

El aprendizaje supervisado es una rama del aprendizaje automático, son algoritmos que permiten aprender a la red neuronal mediante, datos ejemplos que están compuestas por un vector de entrada que son las variables independientes, y otro vector denominado etiquetas, donde la red se encarga de encontrar las relaciones existentes entre las variables independientes, realizando cambios y adaptando el modelo por medio de variaciones sujetas a una función de coste.

2.5.2. Aprendizaje no supervisado con redes neuronales

El aprendizaje no supervisado, “corresponde a la situación en que existe un conjunto de datos que contienen diversas características de determinados individuos, sin que ninguna de ellas se considere una variable de salida que se desee predecir”. (Ponce Gallegos et al., 2014)

Donde el aprendizaje no supervisado es un método de aprendizaje automático donde la red neuronal se ajusta a las observaciones. Se distingue del aprendizaje supervisado

por el hecho de que no hay un conocimiento a priori, es decir, etiquetas que sirvan como guía, en el aprendizaje no supervisado solo se cuenta con un conjunto de datos de objetos de entrada.

2.6. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Las Redes Neuronales “son un paradigma de aprendizaje y procesamiento automático inspirado en la forma en que funciona el cerebro para realizar las tareas de pensar y tomar decisiones (sistema nervioso)”. (Ponce Gallegos et al., 2014)

Por lo tanto, una red neuronal es un método del aprendizaje automático que enseña a las computadoras a procesar datos de una manera que está inspirada en la forma en que lo hace el cerebro humano, las redes neuronales artificiales es modelo computacional resultado de diversas aportaciones científicas, consiste en un conjunto de unidades llamadas neuronas artificiales.

2.7. ELEMENTOS DE REDES NEURONALES

Como todo sistema es el resultado de la interacción de elementos simples trabajando conjuntamente, que se presenta a continuación.

2.7.1. Neurona artificial

La neurona es la unidad básica de procesamiento de una red neuronal de ahí el nombre, igual que su equivalente biológico una neurona artificial recibe estímulos externos y devuelve otro valor, esta es expresada matemáticamente como una función, donde la neurona realiza una suma ponderada con los datos de entrada (Isasi Viñuela & Galván León, 2004, pp. 3–6).

Dado:

$$X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (15)$$

Se tiene:

$$Y = f(X) = \sum_{i=1}^n w_i x_i = \sum W X \quad (16)$$

Donde:

X = Vector de los datos de entrada.

Y = Vector resultado de la suma ponderada.

W = Vector de los pesos las variables independientes.

La arquitectura de la red neuronal corresponde a la manera en que esta ordena las neuronas, si las neuronas son colocadas de forma vertical, reciben los mismos datos de entrada y sus resultados de salida lo pasan a la siguiente capa, la última capa de una red neuronal se denominan capa de salida y las capas que estén entre la capa de salida y capa de entrada se denominan capas ocultas. Ahora bien, al ser cada neurona una suma ponderada esta equivaldría a una sola capa de la red, a esto se denomina colisión de la red neuronal, para resolver este problema se planteó lo que se conoce como función de activación que es una función no lineal que distorsiona los resultados salientes de cada neurona (Isasi Viñuela & Galván León, 2004, pp. 3–6).

$$A = f(Y) \quad (17)$$

Dado lo anterior expuesto una capa de una red neuronal se debe entender como la agrupación de neuronas.

2.7.2. Funciones de activación

Los modelos de neuronas utilizados en redes neuronales artificiales combinan sus entradas usando pesos que modelan sus conexiones sinápticas y, a continuación, le aplican a la entrada neta de la neurona una función de activación o transferencia. La entrada neta de la neurona recoge el nivel de estímulo que la neurona recibe de sus entradas y es la función de activación la que determina cuál es la salida de la neurona (Berzal, 2018, p. 220).

Es decir, las funciones de activación distorsionan de forma no lineal las salidas de las neuronas para así no colapsar la red, es decir, las funciones de activación permiten conectar capas neuronales, dentro las funciones de activación más conocidas se tienen:

2.7.2.1. Función escalón Esta función asigna el valor de 1 si la salida de la neurona supera cierto umbral y cero si no lo supera.

$$f(x) = \max(0, x) = \begin{cases} 0 & \text{Si } x < 0 \\ 1 & \text{Si } x \geq 0 \end{cases} \quad (18)$$

2.7.2.2. Función sigmoide Esta función genera un en un rango de valores de salida que están entre cero y uno por lo que la salida es interpretada como una probabilidad.

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (19)$$

2.7.2.3. Función tangente hiperbólica Esta función de activación llamada tangente hiperbólica tiene un rango de valores de salida entre -1 y 1.

$$f(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1 \quad (20)$$

2.7.2.4. Función Relu La función ReLU transforma los valores introducidos anulando los valores negativos y dejando los positivos.

$$f(x) = \max(0, x) = \begin{cases} 0 & \text{Si } x < 0 \\ x & \text{Si } x \geq 0 \end{cases} \quad (21)$$

2.7.2.5. Función Leaky ReLU La función Leaky ReLU transforma los valores introducidos multiplicando los negativos por un coeficiente rectificativo y dejando los positivos según entran.

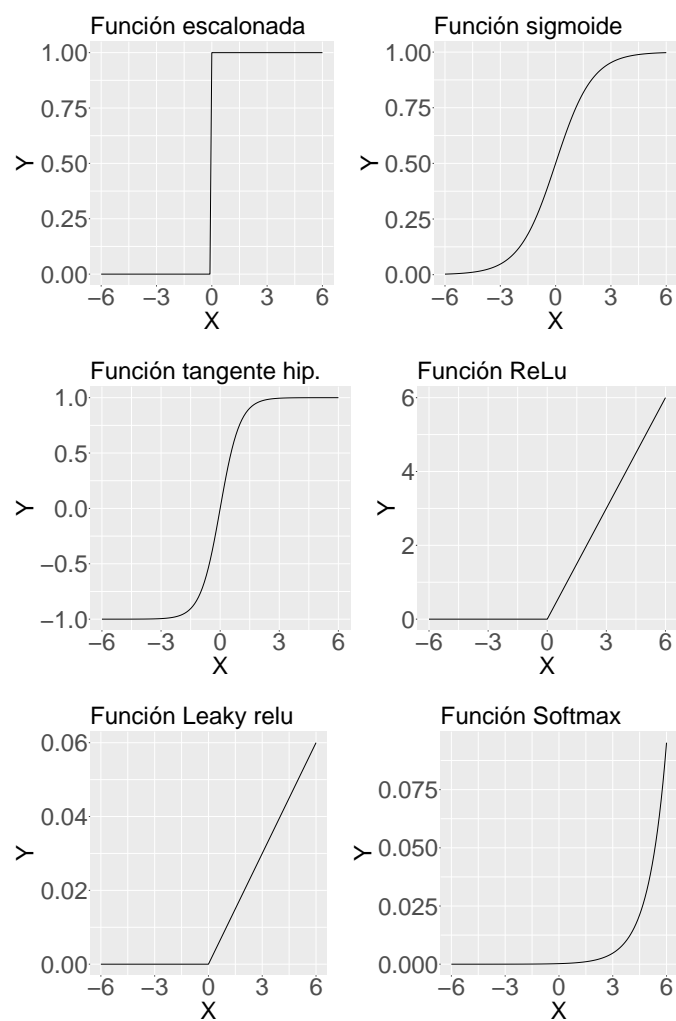
$$f(x) = \max(0, x) = \begin{cases} 0 & \text{Si } x < 0 \\ a * x & \text{Si } x \geq 0 \end{cases} \quad (22)$$

2.7.2.6. Función Softmax La función Softmax transforma las salidas a una representación en forma de probabilidades, de tal manera que el sumatorio de todas las probabilidades de las salidas de 1.

$$f(Z)_j = \frac{e^{Z_j}}{\sum_{k=1}^K e^{Z_k}} \quad (23)$$

Figura 2

Funciones de activación



Fuente: Elaboración propia.

2.7.3. Propagación hacia adelante y hacia atrás

Los algoritmos de propagación hacia adelante y hacia atrás son los que dotan de inicialización - aprendizaje a la red neuronal.

2.7.3.1. Propagación hacia adelante La propagación hacia adelante se entiende como el proceso de “calcular una salida y a partir de una entrada dada x de acuerdo a sus parámetros w (Berzal, 2018, p. 311).

Para hacer manifiesto el algoritmo de propagación hacia adelante se propone un ejemplo continuación, donde se supone que la estructura de red ejemplo, estará compuesta de cuatro capas, es decir, la capa de entrada y salida junto a dos capas neuronales ocultas, dada esta estructura el algoritmo tendrá el siguiente comportamiento:

- Capa de entrada está definida por:

$$x = a^{(1)} \quad (24)$$

- La primera capa oculta procesará los datos de la capa de entrada toma la siguiente forma:

$$z^{(2)} = W^{(1)}x + b^{(1)} \quad (25)$$

- Antes de pasar los datos procesados en las neuronas de la primera capa oculta deben ser pasados por las funciones de activación, para que no colapse la red:

$$a^{(2)} = f(z^{(2)}) \quad (26)$$

- Nuevamente se procesará los datos de la capa de anterior:

$$z^{(3)} = W^{(2)}a^{(2)} + b^{(2)} \quad (27)$$

- También nuevamente se envuelve los resultados en una función de activación antes de pasar a la capa de salida:

$$a^{(3)} = f(z^{(3)}) \quad (28)$$

- Finalmente tendremos una salida, la cual será evaluada si coincide con los datos esperados.

$$s = W^{(3)}a^{(3)} \quad (29)$$

2.7.3.2. Propagación hacia atrás El algoritmo Backpropagation para redes multicapa es una generalización del algoritmo de mínimos cuadrados. Ambos algoritmos realizan su labor de actualización de pesos y ganancias con base en el error medio cuadrático. La red Backpropagation trabaja bajo aprendizaje supervisado y por tanto necesita un conjunto de instrucciones de entrenamiento que le describa cada salida y su valor de salida esperado (Ponce, 2010, p. 9).

Por lo tanto, el algoritmo de propagación hacia atrás o “backpropagation” tiene como objeto dotar de aprendizaje a las redes neuronales minimizando la función de costo ajustando los pesos y sesgos de la red, el nivel de ajuste está determinado por los gradientes para cada neurona hasta llegar a la capa de entrada.

Dada una función de costo:

$$C = f(s, y) \quad (30)$$

Se calcula las derivadas parciales para cada neurona, para determinar que rutas que han generado menor error, hasta la capa de entrada:

$$\frac{\partial C}{\partial x} \quad (31)$$

Para el logro de esta derivada se hace uso de un método matemático denominado “Chain Rule” o “método de la cadena”, que permite determinar la derivada de una función compuesta defina por:

$$\frac{d}{dx} [f(g(x))] = f'(g(x))g'(x) \quad (32)$$

2.8. PRONÓSTICOS Y EVALUACIÓN

El término de pronóstico definido como “la acción y efecto de pronosticar” (RAE, 2022), así mismo pronosticar es definido como “predecir algo en el futuro a partir de indicios” (RAE, 2022), es decir, “el (los) valor(es) futuro(s) de la variable dependiente Y , o de pronóstico, con base en el (los) valor(es) futuro(s) conocido(s) o esperado(s) de la variable explicativa, o predictora, X ” (Gujarati & Porter, 2009, p. 8)

Por lo tanto, el pronóstico es el proceso de estimación en situaciones de incertidumbre, para los propósitos de esta investigación, un pronóstico es un evento o resultado en el futuro asociado a una distribución de probabilidad.

Ahora bien, con el fin de evaluar la eficiencia de los pronosticos del modelo de redes neuronales propuesto se emplearan a la par del mismo, modelos alternativos que se presentan a continuación:

- Modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA).
- Modelo clásico de series de tiempo (MCO).

2.8.1. Modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA)

Los modelos ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average) es el resultado de la combinación de dos modelos que son los modelos auto regresivos y modelos de media móvil (Hyndman & Athanasopoulos, 2018, Capítulo 8).

Los modelos auto regresivos están definidos por:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (33)$$

En contraposición, el modelo de promedios móviles están definidos por:

$$y_t = c + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (34)$$

Por lo tanto, la integración de ambos modelos da lugar al modelo ARIMA que se define como:

$$y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \quad (35)$$

Donde:

- Y_t = Representa el valor de la serie en el momento t .
- c = Representa la constante del modelo.
- ϕ_i = Representa el coeficiente de cambio para la variable respectiva.
- ε_t = Representa el error del valor ajustado respecto al observados en el momento t .

Así mismo, las especificaciones del algoritmo utilizado para el presente modelo corresponden al paquete “forecast” del repositorio publico CRAN (Hyndman et al., 2023), donde los paquetes o librerías en el campo de análisis de datos son colecciones de funciones diseñadas para atender problemas en específico.

2.8.2. Modelo clásico de series de tiempo (MCO)

El modelo clásico de series de tiempo se define a si misma como la suma de dos elementos:

$$\text{Serie De Tiempo} = \text{Tendencia} + \text{Estacionalidad} \quad (36)$$

La variable “tendencia” es una serie temporal simple y “estacionalidad” es un factor que indica la estación (por ejemplo, el mes o el trimestre dependiendo de la frecuencia de los datos) (Hyndman et al., 2023).

Entendiendo la tendencia como la tasa de cambio de la serie de tiempo respecto al tiempo y las estacionalidades como tasas de cambio correspondientes a variables dicótomas, es decir, solo pueden asumir valores de 0 o 1 cuando la observación se encuentre en la estacionalidad dada, así mismo el modelo presentado asume una estacionalidad de 12 periodos que en consecuencia la ecuación (36) toma la forma de la ecuación (37).

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 T_t + \sum_{\substack{i=2 \\ j=2}}^{\substack{i=n \\ j=m}} \beta_i S_j \quad (37)$$

Donde:

- Y_t = Representa el valor de la serie en el momento t .
- T = Representa el tiempo.

- S_i = Representa la estacionalidad de serie dividiéndola en 12 por los meses contenidos en un año.
- β_i = Representa la tasa de cambio, es decir, el efecto de la variable sobre la serie de tiempo.

Así también, el método a usar para ajustar los pesos en β_i sera el de mínimos cuadrados ordinarios (MCO).

2.8.3. Evaluación de modelos

Una vez finalizado el entrenamiento de los modelos para las diferentes series de tiempo se evalúa la validez o consistencia de los mismos siguiendo dos criterios:

- Ajuste del modelo (R2).
- Capacidad de generalización del modelo.

Donde, “el coeficiente de determinación es la proporción de la varianza total de la variable explicada por la regresión. El coeficiente de determinación, también llamado R cuadrado, refleja la bondad del ajuste de un modelo a la variable que pretender explicar” (López, 2023), así mismo teniendo en cuenta que “el problema del coeficiente de determinación, y razón por el cual surge el coeficiente de determinación ajustado, radica en que no penaliza la inclusión de variables explicativas no significativas” (López, 2023).

$$R2 = \left(\frac{\sum [(x_i - \bar{x}) - (y_i - \bar{y})]}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 * \sum (y_i - \bar{y})^2}} \right)^2 \quad (38)$$

El problema del coeficiente de determinación también es conocido como sobreajuste, donde dicho “sobreajuste puede hacer que el modelo sea menos útil para trabajar con datos nuevos, como los que se encontrará cuando empecemos a utilizarlo, en otras palabras, generalizará peor” (Berzal, 2018, p. 82).

Es decir, un modelo con R2 cercado a uno (mayor ajuste) no necesariamente dará como resultado proyecciones mas cercanas a las efectivamente observadas, por lo tanto una practica habitual en el campo de análisis de datos es segmentar los datos de entrenamiento y de prueba, aplicando el el criterio de R2 sobre los datos proyectados-simulados.

Así también, el ajuste promedio (R2) de las proyecciones por si solos no pueden brindar información integrada sobre la capacidad de los modelos de generalizar situación económica-financiera proyectada del sistema financiero, en consecuencia como respuesta a esta necesidad, se realizó la evaluación CAMEL sobre los datos proyectados-simulados para visualizar la capacidad de generalización de los mismos, es decir, si los datos proyectados siguen la misma tendencia que los datos efectivamente observados.

CAPÍTULO 3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

3.1. CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO AL DIAGNÓSTICO FINANCIERO REALIZADO

Se efectuó el diagnóstico del sistema financiero de Bolivia por medio del método CAMEL el cual evalúa el criterio de solidez financiera donde dicho método fue adaptado a series de tiempo que representan las cuentas individuales de los estados financieros publicados por la ASFI los cuales tienen un intervalo mensual desde 2014 al 2022, los cuales a su vez fueron agrupados por sectores financieros.

Donde de acuerdo al diagnóstico realizado de la situación actual del sistema financiero de Bolivia se concluyó que las cooperativas, entidades financieras de vivienda y bancos múltiples como sector pueden hacer frente en promedio a sus obligaciones con terceros y que en contraposición los sectores instituciones financieras de desarrollo, bancos PYME y el banco de desarrollo productivo se ven expuestos por naturaleza de sus activos junto al giro de su negocio y deben revisar sus políticas de administración.

Por tanto, se recomienda a los bancos PYME, banco de desarrollo productivo y instituciones financieras de desarrollo mejorar los resultados obtenidos en los indicadores de capital y activos, es decir, deben aumentar su posición contabilizada en el patrimonio o reducir la cartera en mora modificando sus políticas de cobranza. En contraparte se recomienda a las cooperativas de ahorro y créditos mejorar sus resultados en los indicadores de administración, es decir, reducir los gastos de administración que no estén directamente vinculados con la generación de beneficios para la entidad.

3.2. CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO A LA DEFINICIÓN DE LA RED DE NEURONAS ARTIFICIALES

Se determinó la arquitectura y entrenamiento del modelo de red de neuronas donde el número de neuronas de entrada está definido por el criterio de información de Akaike, las capas ocultas fueron igual a 1, con el mismo número de neuronas que la capa de entrada las cuales están conectadas por medio de la función de activación sigmoide el bajo el lenguaje de programación R, así mismo los datos fueron separados en datos de entrenamiento y de prueba, teniendo al intervalo de tiempo de 2014 a 2021 como datos de prueba y el restante como datos de prueba.

Respecto a la arquitectura y entrenamiento del modelo de red de neuronas artificiales se concluye que este representa mayor esfuerzo computacional respecto a los otros modelos

presentados, pero donde su capacidad de ajuste a los datos de la presente investigación fue mayor y a su vez la capacidad de encontrar patrones que le permitan generalizar la información contenida fue completamente mayor a la de los otros modelos.

En este sentido se recomienda que para mayor ajuste de pronósticos por parte de las redes neuronales se deben emplear arquitecturas más complejas atendiendo características como ser, tipo de entidad, estacionalidad mensual y otras características, pero siendo evidente que este tipo de arquitecturas requerirán mayor esfuerzo computacional.

3.3. CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO A LA PROYECCIÓN-SIMULACIÓN DE LOS ESTADOS FINANCIEROS.

Se elaboró la proyección-simulación de los estados financieros para los modelos contenidos en la presente investigación (redes neuronales, modelo clásico de series de tiempo y ARIMA) que es el resultado de los coeficientes obtenidos respecto a sus datos de entrada, así también la simulación de dichos modelos está definida como la proyección promedio más los errores aleatorios obtenidos por el mismo.

Por tanto, se recomienda efectuar la proyección y simulación de estados financieros con frecuencia periódica definidos en intervalos mensuales que permita implementar políticas y así contrarrestar contingencias negativas sujetas al contexto del sistema financiero.

3.4. CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN RESPECTO A LA EVALUACIÓN DE LOS DATOS PROYECTADOS-SIMULADOS

Se efectuó la evaluación de los datos proyectados-simulados midiendo el ajuste promedio de 100 simulaciones por cada cuenta respecto a los datos efectivamente observados o datos de prueba, así también se aplicó el método CAMEL sobre dichos datos proyectados-simulados lo cual permitió comparar los patrones contenidos en las diferentes series de tiempo.

En este sentido se recomienda que los datos proyectados-simulados con intervalos mensuales deben ser evaluados no solo por su nivel de ajuste, si no así también por métodos que permitan visibilizar si estos contienen los patrones contenidos en los datos efectivamente observados.

3.5. CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIÓN GENERAL

La hipótesis planteada en la presente investigación sugería que:

“Con la determinación de proyecciones de estados financieros por el método de redes neuronales, de entidades financieras de Bolivia, se logrará proyectar información con mayor aproximación a la situación económica-financiera observada del sistema financiero”

Donde posteriormente a través de la evaluación de ajuste con los datos de entrenamiento y de prueba las redes neuronales presentaron un mayor ajuste promedio y en la prueba de la evaluación financiera sobre datos proyectados el modelo de redes neuronales fue el único en lograr generalizar los patrones contenidos en las series de tiempo, teniendo en cuenta dichos resultados se concluye que la hipótesis se encuentra contrastada y tomada como válida, así también, se recomienda que el contraste de la hipótesis solo puede ser considerado como válido para los datos contenidos en la presente investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRFICAS

- ALPB. (2013). *Ley 393 de servicios financieros*. Asamblea legislativa plurinacional de Bolivia.
- Alpiry Hurtado, G. (2021a). *Calificación CAMEL*. <https://www.youtube.com/watch?v=puc5f3X1lHw>
- Alpiry Hurtado, G. (2021b). *Ratios CAMEL*. <https://youtu.be/xOJPVGff8jA?si=H3OKByO5JLIBLpNB>
- Alpiry Hurtado, G. (2021c). *Tendencias CAMEL*. <https://youtu.be/fRoDkIvmk6I?si=QA14mKBmvvNxEW7i>
- ASFI. (2022a). *Glosario de términos económicos financieros*. Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero.
- ASFI. (2022b). *Manual de cuentas para entidades financieras*. Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero.
- Benites, L. (2020). *Prueba KPSS: definición e interpretación*. <https://statologos.com/prueba-kpss/>
- Berzal, F. (2018). *Redes de neuronas y deep learning*. Pearson Educación S.A.
- ECONOMY. (2022). *Ranking CAMEL de BANCOS 2022*. <https://www.calameo.com/read/0068895646889569957c6>
- FMI. (2006). *Indicadores de solidez financiera*. Fondo Monetario Internacional.
- Gonzales Fernandez, F. (2023). *Modelo Lineal General*. <https://www.youtube.com/watch?v=SeB04JcqA8Y&t=307s>
- Gujarati, D., & Porter, D. (2009). *ECONOMETRIA*. Mc Gran Hill.
- Hyndman, R., & Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: Principles and practice, 2nd edition*. OTexts. [OTexts.com/fpp2](https://otexts.com/fpp2)
- Hyndman, R., Athanasopoulos, G., Bergmeir, C., Caceres, G., Chhay, L., Kuroptev, K., O'Hara-Wild, M., Petropoulos, F., Razbash, S., Wang, E., & Yasmeeen, F. (2023). *Forecast: Forecasting functions for time series and linear models*. <https://CRAN.R-project.org/package=forecast>
- Isasi Viñuela, P., & Galván León, I. M. (2004). *Redes de neuronas artificiales un enfoque práctico*. Pearson Educación S.A.
- J. Gitman, L., & J. Zutter, C. (2012). *Principios de administración financiera*. Pearson Educación S.A.
- López, J. F. (2023). *Coeficiente de determinación (R cuadrado)*. <https://economipedia.com/definiciones/r-cuadrado-coeficiente-determinacion.html>
- Ponce Gallegos, J. C., Torres Soto, A., & Quezada Aguilera, F. S. (2014). *Inteligencia*

- artificial*. Iniciativa Latinoamericana de Libros de Texto Abiertos.
- Ponce, P. (2010). *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*. Alfaomega Grupo Editor, S.A.
- Qwertyus. (2020). *Método de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*. https://es.frwiki.wiki/wiki/M%C3%A9thode_de_Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
- RAE. (2022). *Diccionario web*. Real Academia Española. <https://dle.rae.es>
- Rus Arias, E. (2020). *Ratios Financieros*. <https://economipedia.com/definiciones/ratios-financieros.html>
- Russell, S., & Norvig, P. (2004). *Inteligencia artificial un enfoque moderno*. Pearson Educación S.A.
- Van Horne, J. C., & Wachowicz, J. M., Jr. (2010). *Fundamentos de administración financiera*. Pearson Educación S.A.
- Velarde, G. (2020). *Una estrategia 4.0 de inteligencia artificial en bolivia*.

ANEXOS

INDICE ANEXOS

A	CARTA SOLICITUD PERMISO USO DE DATOS ASFI	33
B	RESPUESTA A SOLICITUD USO DE DATOS ASFI	34
C	FINANZAS, REDES NEURONALES Y SU CONVERGENCIA	35
D	MÉTODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS	38
E	KWIATKOWSKI-PHILLIPS-SCHMIDT-SHIN	40
F	ALGORITMO DE BROYDEN-FLETCHER-GOLDFARB-SHANNO	41
G	CRITERIO DE INFORMACIÓN DE AKAIKE CORREGIDOO.	43

ANEXO A. CARTA SOLICITUD PERMISO USO DE DATOS ASFI

Figura 3

Carta solicitud permiso uso de datos ASFI

10-MAR-2023 11:09

Cochabamba, 10 de marzo de 2022

Señor(s):

Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero (ASFI)

Presente.

REF: SOLICITUD DE USO DE DATOS PUBLICOS

Distinguida Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero (ASFI):

Mediante la presente, se hace manifiesto la intención de usar los **datos contenidos de los estados financieros de las entidades financieras del sistema financiero de Bolivia publicadas de manera libre** en su página principal (www.asfi.gob.bo), como fuente de datos para la investigación con objeto de obtener el grado de licenciatura en la **Universidad Mayor de San Simón**, elaborado por el estudiante **Luis Alberto Solís Peña con C.I. [REDACTED]**, la presente solicitud es entregada en la sucursal ubicada en la Calle Colombia N° 364 casi calle 25 de mayo. Si el receptor(es) de la presente carta creen necesario o tienen requisitos para el uso de datos sentirse libre de comunicarse con el estudiante, al correo electrónico: [REDACTED] o al celular: [REDACTED], para poder atender cualquier inquietud.

Sin otro particular tengan a bien un saludo cordial y mis agradecimientos de antemano.

Atentamente:




LUIS ALBERTO SOLIS PEÑA



ANEXO B. RESPUESTA A SOLICITUD USO DE DATOS ASFI

Figura 4

Respuesta solicitud permiso uso de datos ASFI


ESTADO PLURINACIONAL DE BOLIVIA

La Paz, 17 de marzo de 2023
ASFI/DEP/R-59794/2023


Señor
Luis Alberto Solís Peña
Cel.: [REDACTED]
Cochabamba


REF: TRÁMITE N° T-1301151595
SOLICITUD DE USO DATOS PÚBLICOS

Señor Solís:


Con relación a su carta recibida el 10 de marzo de 2023, ponemos en su conocimiento que la información publicada en el sitio web de esta Autoridad de Supervisión tiene carácter público, por lo que no existe restricciones para su uso académico.

Sin otro particular, saludamos a usted atentamente.


Lic. Sergio Adolfo Godoy Quisbert
JEFE DE ESTUDIOS E INVESTIGACIONES ECONÓMICAS a.i.
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS Y PUBLICACIONES
Autoridad de Supervisión
del Sistema Financiero


Lic. Pedro M. Asturizaga Sagárnaga
DIRECTOR DE ESTUDIOS Y PUBLICACIONES
Autoridad de Supervisión
del Sistema Financiero

PAS/SGQ/Ana Gabriela Silvelty L.



"2022 AÑO DE LA REVOLUCIÓN CULTURAL PARA LA DESPATRIARCALIZACIÓN Y POR UNA VIDA LIBRE DE VIOLENCIA CONTRA LAS MUJERES"

La Paz: Oficina Central, Plaza Isabel la Católica N° 2507 • Telf: (591-2) 2430028 • Casilla N° 447 • Condominio Torres del Poeta, Torre "A", pisos 4, 5, 6 • calle Reyes Ortiz esq. Federico Zeller • Potosí: Centro Defensorial, Estación 6 de Marzo (Jach'a Thaki) Línea Morada de Mi Teleférico, Zona Villa Bolívar, Avenida 6 de Marzo • Telf: (591-2) 2834449 • Potosí: Centro Defensorial, Plaza Alonso de Ibañez N° 20, Galería El Siglo, Piso 1, Zona Central • Telf: (591-2) 6230858 • Oruro: Centro Defensorial, Pasaje Guachalla, Edif. Cámara de Comercio, Piso 3, Of. 307 • Telf: (591-2) 5117706 • 512468 • Santa Cruz: Centro Defensorial I, Av. Irala esq. Av. Ejército Nacional, Edif. Irala N° 585, Piso 2 Of. N° 201, Primer Anillo, Casilla N° 1359 • Telf: (591-3) 3336288 • 3336287 • 3336286 • 3336289 • Centro Defensorial II, Zona Sud Este, Plan Tres Mil, E.T. N° 53, Lote N° 14 • Telf: (591-3) 3621094 • Cobija: Centro Defensorial, Av. Teniente Coronel Emilio Fernández Molina N° 046, entre calles Beni y Sucre • Telf: (591-3) 8424841 • Trinidad: Centro Defensorial, calle Pedro de la Rocha esq. calle La Paz N° 59, Zona Central • Telf: (591-3) 4629659 • Cochabamba: Centro Defensorial, calle Colombia N° 364 casi calle 25 de Mayo • Telf: (591-4) 4584505 • 4584506 • 4583800 • Sucre: Centro Defensorial, calle Ayacucho entre calles Loa y Junín, planta baja Edificio (ex) ECOBOL • Telf: (591-4) 6439774 • Fax: (591-4) 6439776 • Tarija: Centro Defensorial, calle Alejandro del Carpio N° 138, entre calles Daniel Campos y Colón, Barrio Las Panosas • Telf: (591-4) 6113709

Línea gratuita: 800 103 103 • Sitio web: www.asfi.gob.bo • Correo electrónico: asfi@asfi.gob.bo

ANEXO C. FINANZAS, REDES NEURONALES Y SU CONVERGENCIA

Los antecedentes presentados a continuación cubren dos segmentos el campo de las finanzas y el campo de las redes neuronales, considerando también como convergen ambos en el tiempo partiendo de lo general a lo específico según corresponda.

Finanzas

La finanzas como ciencia es el resultado de la contribución de varios individuos en diferentes puntos de tiempo y también como consecuencia de otras ciencias sociales, siendo la ciencias contables y administrativas las bases de la misma, las ciencias contable dotando la materia prima y las administrativas los métodos, con este contexto presentamos los antecedentes financieros generales:

En 1494 en Venecia el Fray Luca Pacioli en su obra “Summa” presento un análisis sistemático del método contable dando lugar principio de doble partida.

Así también en 1973 de la mano de la IASC (Internacional Accounting Standards Committee) emite las normas internacionales de contabilidad (NIC), la institución mantuvo su nombre hasta el año 2001 y fue cambiado por IASB (International Accounting Standards Board), donde las normas internacionales de contabilidad se fueron ampliando y elaborando interpretaciones.

Redes neuronales

Ahora por el lado de las redes neuronales artificiales se nombran los siguientes antecedentes:

Como antecedentes generales, muestran que los inicios de la inteligencia artificial de manera formal se dieron en el año 1943 cuando se colocó la primera piedra angular sobre la que se basó lo que hoy se conoce como inteligencia artificial, de la mano de Warren McCulloch y Walter Pitts, con la presentación del primer modelo matemático de aprendizaje, donde por primera vez se dota a un modelo autónomo la capacidad de aprendizaje.

En 1949 se dio otro aporte al campo de las redes neuronales por parte de Donald Hebb, quien fue el primero en explicar los procesos del aprendizaje desde una perspectiva del campo psicológico, desarrollando una regla de como el aprendizaje ocurría. La idea

general que propuso era que el aprendizaje ocurría cuando ciertos cambios en una neurona eran activados.

En 1950 Alan Turing presento lo que se denominó como la “Prueba de Turing”, donde dio una definición operacional y satisfactoria de inteligencia, que dicha prueba consistía en la incapacidad de diferenciar entre entidades inteligentes indiscutibles y seres humanos.

Pero solo en 1957, Frank Rosenblatt pudo generalizar las ideas propuesta por Warren McCulloch y Walter Pitts, a dicho modelo lo denomino PERCEPTRON (Del verbo en latín “percipio” , donde su forma no personal es “perceptum”), el cual tiene la capacidad de generalizar problemas lineales por medio de datos de ejemplo, donde reconoce patrones y hace predicciones con datos diferentes con los que había sido entrenado, es decir está dotado con la capacidad de generalizar, y 1959 Frank Rosenblatt en su libro “Principios de Neuro dinámica” confirmó que, bajo ciertas condiciones, el aprendizaje del Perceptrón convergía hacia un estado finito que denomino teorema de convergencia del Perceptrón.

En 1960 Bernard Widroff y Marcian Hoff, desarrollaron el modelo ADELIN (ADAPtative LINear Elements) que fue la primera aplicación comercial de redes neuronales para eliminar ecos en las líneas telefónicas. En 1969 se produjo un declive en las redes neuronales en consecuencia, de una publicación de Marvin Minsky y Seymour Papert probaron matemáticamente que, si bien el perceptrón era capaz de resolver con facilidad problemas lineales, pero su rendimiento decaía cuando intentaba modelar problemas no lineales, sobrecargando la capacidad computo.

Pero en 1985 John Hopfield, hizo que las redes neuronales cobraran nuevamente importancia con su libro “Computación neuronal de decisiones en problemas de optimización” donde presenta el algoritmo de retropropagación que reduce cantidad de cómputo en proceso de aprendizaje de las redes neuronales, dotando a esta de la capacidad de resolver problemas no lineales. También 1986 David E. Rumelhart y Geoffrey E. Hinton, mejoraron el algoritmo de aprendizaje de propagación hacia atrás, que permitieron recortar el tiempo aún más el proceso de aprendizaje con respecto a los modelos anteriores.

Uno de los aportes más recientes vino por parte de la Universidad de Toronto y la empresa de Google en 2017 con la publicación del artículo titulado “Atención es todo lo que necesitas”, con la presentación de la arquitectura denominada “transformers” que de la mano de las redes neuronales dotan de atención al modelo de inteligencia artificial.

Ahora bien como antecedentes específicos Bolivia no es un país que lleve adelante de investigación o desarrollos significativos sobre inteligencia artificial como un dato relevante según el reporte Government AI Readiness Index 2020 (Oxford Insights), Bolivia ocupa el puesto 122 de 172 países, y el 22 de 32 en la región de Latinoamérica y el Caribe.

Convergencia de finanzas y redes neuronales

Concluyendo la sección el punto temporal la que se hace manifiesto que convergen el campo de las ciencias sociales y los modelos matemáticos-estadísticos fue traído de la mano de Francis Galton en 1886, quien acuñó el término de regresión en su artículo “Semejanza familiar en estatura”, la hipótesis propuesta en este artículo fue contrastada por Karl Pearson dando lugar a la ley de regresión universal, desde este punto hasta la actualidad los métodos de regresión han evolucionado llegando a los métodos más actuales y complejos como son las redes neuronales artificiales.

ANEXO D. MÉTODO DE MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

Lo expuesto en el presente anexo corresponde a Gonzales Fernandez (2023), donde se parte de la función de regresión muestral, donde la variables Y_i depende de los estimadores $\hat{\beta}_k$ multiplicado por cada variable contenidas en el modelo X_{ki} , mas los residuos $\hat{\mu}_i$.

$$\hat{Y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{ki} + \hat{\mu}_i \quad (39)$$

La ecuación (39) puede ser reescrita en forma matricial, tomando la siguiente forma:

$$y = X\hat{\beta} + \hat{\mu} \quad (40)$$

Donde el objetivo del método de mínimos cuadrados ordinarios busca determinar los coeficiente $\hat{\beta}$ sujeto a la siguiente restricción:

$$Min_{\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_k} = \left[\sum_{i=1}^n \mu_i^2 \right] \quad (41)$$

Despejando el vector de errores $\hat{\mu}$ en la ecuación (41) se tiene:

$$\hat{\mu} = Y - X\hat{\beta} \quad (42)$$

Donde la suma residual de cuadrado corresponde a:

$$\hat{\mu}'\hat{\mu} = (Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta}) = (Y' - X'\hat{\beta}')(Y - X\hat{\beta}) \quad (43)$$

Teniendo como forma final la ecuación (43):

$$\hat{\mu}'\hat{\mu} = Y'Y - Y'X\hat{\beta} - \hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} = Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \quad (44)$$

Para minimizar la suma cuadrática de perturbaciones respecto a β , igualamos a 0 la derivada de la expresión anterior respecto a los coeficientes β .

$$\frac{\partial \hat{\mu}'\hat{\mu}}{\partial \hat{\beta}} = \frac{\partial (Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = -2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0 \quad (45)$$

Entonces:

$$X'X\hat{\beta} = X'Y \quad (46)$$

Pre-multiplicando por $(X'X)^{-1}$ se tiene:

$$(X'X)^{-1}(X'X)\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (47)$$

Dando lugar a coeficientes β por mínimos cuadrados ordinarios se define como:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (48)$$

El cual cumple el criterio de minimizar en la ecuación (41).

ANEXO E. KWIATKOWSKI-PHILLIPS-SCHMIDT-SHIN

El presente anexo corresponde a Benites (2020), donde define la prueba Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) como aquella que determina si una serie de tiempo es estacionaria alrededor de una tendencia media o lineal, o si no es estacionaria debido a una raíz unitaria. Una serie temporal estacionaria es aquella en la que las propiedades estadísticas, como la media y la varianza, son constantes a lo largo del tiempo.

- La hipótesis nula de la prueba es que los datos son estacionarios.
- La hipótesis alternativa para la prueba es que los datos no son estacionarios.

La prueba KPSS se basa en la regresión lineal, divide una serie en tres partes:

- Una tendencia determinista (βt).
- Una caminata aleatoria (r_t)
- Un error estacionario (e),

Es decir, se tiene la ecuación de regresión:

$$X_t = r_t + \beta t + e \quad (49)$$

Si los datos son estacionarios, tendrán un elemento fijo para una intersección o la serie será estacionaria alrededor de un nivel fijo. La prueba utiliza OLS para encontrar la ecuación, que difiere ligeramente dependiendo de si desea probar la estacionariedad de nivel o la estacionariedad de tendencia. Se utiliza una versión simplificada, sin el componente de tendencia temporal, para probar la estacionariedad del nivel. Los datos normalmente se transforman logarítmicamente antes de ejecutar la prueba KPSS, para convertir cualquier tendencia exponencial en lineal.

ANEXO F. ALGORITMO DE BROYDEN-FLETCHER-GOLDFARB-SHANNO

Lo expuesto en el presente anexo corresponde a Qwertyus (2020), donde se afirma que en matemáticas, el método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) es un método para resolver un problema de optimización no lineal sin restricciones. El método BFGS es una solución que se utiliza a menudo cuando se desea un algoritmo con direcciones de descenso.

La idea principal de este método es evitar la construcción explícita de la matriz hessiana y, en cambio, construir una aproximación de la inversa de la segunda derivada de la función a minimizar, analizando los diferentes gradientes sucesivos.

Esta aproximación de las derivadas de la función conduce a un método cuasi-Newton (una variante del método de Newton) para encontrar el mínimo en el espacio de parámetros.

La matriz de Hesse no necesita ser recalculado en cada iteración del algoritmo. Sin embargo, el método supone que la función puede aproximarse localmente mediante una expansión cuadrática limitada alrededor del óptimo.

El objetivo es reducir al mínimo, con y una función diferenciable valor real.

$$f(x)x \in \mathbb{R}^n f \quad (50)$$

La búsqueda de la dirección de descenso en la etapa viene dada por la solución de la siguiente ecuación, equivalente a la ecuación de Newton:

$$B_K P_k = - \nabla f(x_k) \quad (51)$$

Donde es una aproximación de la matriz de Hesse en el paso, y es el gradiente de evaluado en:

$$B_k k \nabla f(x_k) f x_k \quad (52)$$

A continuación, se utiliza una búsqueda lineal en la dirección para encontrar el siguiente punto:

$$P_k x_{k+1} \quad (53)$$

En lugar de imponer el cálculo como la matriz hessiana en el punto, la hessiana aproximada en la iteración se actualiza agregando dos matrices:

$$B_{k+1} = B_k + U_k + V_k \quad (54)$$

Donde U y V son matrices simétricas de rango 1 pero tienen bases diferentes. Una matriz es simétrica de rango 1 si y solo si se puede escribir en la forma, donde u es una matriz de columna y α un escalar.

De manera equivalente, y producir una matriz de actualización de ranking 2 que sea robusta con respecto a problemas de escala que a menudo penalizan los métodos de gradiente (como el método Broyden, el análogo multidimensional del método secante). Las condiciones impuestas para la actualización son:

$$B_{k+1}(x_{k+1} - x_k) = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \quad (55)$$

Es decir, a partir de un valor inicial y una matriz hessiana aproximada, se repiten las siguientes iteraciones hasta que convergen a la solución $X_0 B_0 x$.

1. Encuentra la solución: $P_k B_K P_K = -\nabla f(x_k)$
2. Realice una búsqueda lineal para encontrar el tono óptimo en la dirección que se encuentra en la Parte 1 y luego actualice.
3. $y_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k)$
4. $B_{k+1} = B_k + (y_k y_k^T) / (y_k^T s_k) - (B_k s_k s_k^T B_k) / (s_k^T B_k s_k)$

La función es la función que se debe minimizar. La convergencia se puede probar calculando la norma de gradiente. En la práctica, se puede inicializar cuando la primera iteración será equivalente a la del algoritmo de gradiente , pero las otras iteraciones lo afinarán cada vez más gracias a la aproximación hessiana. Podemos calcular el intervalo de confianza de la solución a partir de la inversa de la matriz hessiana final.

ANEXO G. CRITERIO DE INFORMACIÓN DE AKAIKE CORREGIDO

El presente anexo corresponde a Hyndman & Athanasopoulos (2018), donde se presenta un método estrechamente relacionado con medida de la capacidad predictiva de un modelo, es el Criterio de Información de Akaike (AIC), que definimos como:

$$\text{AIC} = T \log \left(\frac{\text{SSE}}{T} \right) + 2(k + 2) \quad (56)$$

Donde:

- T = es el número de observaciones utilizadas para la estimación.
- k = es el número de predictores en el modelo.

Diferentes paquetes informáticos utilizan definiciones ligeramente diferentes para el AIC, aunque todos deberían conducir a la selección del mismo modelo. El $k + 2$ parte de la ecuación ocurre porque hay $k + 2$ parámetros en el modelo:

- El k coeficientes para los predictores, el intercepto y la varianza de los residuales.

La idea aquí es penalizar el ajuste del modelo (SSE) con la cantidad de parámetros que deben estimarse.

$$\text{SSE} = \sum_{t=1}^T e_t^2 \quad (57)$$

El modelo con el valor mínimo del AIC suele ser el mejor modelo para realizar pronósticos. Para valores grandes de T , minimizar el AIC equivale a minimizar el valor de validación cruzada.

Ahora bien, para valores pequeños de T , el AIC tiende a seleccionar demasiados predictores, por lo que se ha desarrollado una versión del AIC con corrección de sesgos.

$$\text{AIC}_c = \text{AIC} + \frac{2(k + 2)(k + 3)}{T - k - 3} \quad (58)$$