



Cálculo

folha 2

2018'19

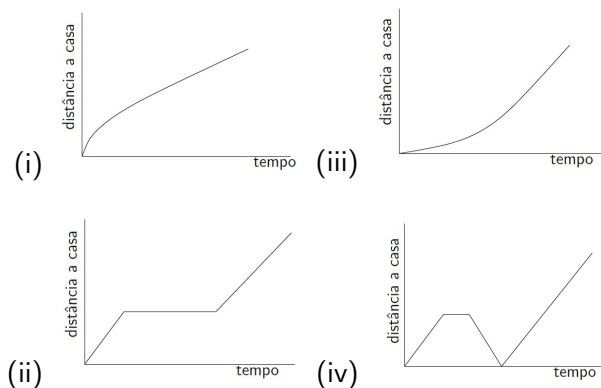
Generalidades sobre funções reais de variável real.

1. Faça corresponder a cada uma das situações descritas uma representação gráfica. Descreva uma situação adequada à representação gráfica restante.

(a) Tinha acabado de sair de casa quando me apercebi que tinha esquecido uns livros e por isso tive de voltar.

(b) A viagem estava a correr bem até que tive um furo.

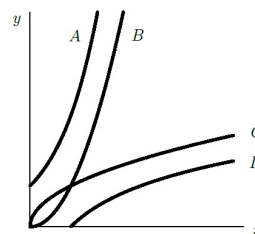
(c) Seguia calmamente quando me apercebi que estava a ficar atrasado.



2. Sem recurso a uma calculadora gráfica, nem a um computador, faça corresponder cada uma das fórmulas

$$y = e^x, \quad y = \ln x, \quad y = x^2 \quad \text{e} \quad y = \sqrt{x}$$

a cada uma das curvas esboçadas.



3. Determine o maior domínio onde é válida cada uma das seguintes regras:

(a) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

(c) $f(x) = \sqrt{1 - \cos(3x^3 + x)}$

(b) $f(x) = \sqrt{2 - 3x} + \sqrt{x}$

(d) $f(x) = \frac{\sqrt{4x - 3}}{x^2 - 4}$

4. Determine o domínio das funções $f + g$, $f - g$, fg , f/g quando

(a) $f(x) = \sqrt{x + 5}$, $g(x) = \sqrt{x + 5}$

(b) $f(x) = \frac{x}{x - 2}$, $g(x) = \frac{3x}{x + 4}$

5. Determine $f \circ g$ e $g \circ f$ e, em cada caso, o respetivo domínio, quando

(a) $f(x) = x^2 - 3x$, $g(x) = \sqrt{x + 2}$

(c) $f(x) = \sqrt{x - 2}$, $g(x) = \sqrt{x + 5}$

(b) $f(x) = \sqrt{x + 15}$, $g(x) = x^2 + 2x$

(d) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$, $g(x) = \sqrt{x - 3}$

6. Para cada uma das funções h dadas indique duas funções f e g (diferentes da identidade) tais que $h = g \circ f$:

(a) $h(x) = \sin\left(\frac{x}{x^2 - 3}\right)$

(b) $h(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{2}{x^2 + 1}$

(c) $h(x) = \sqrt{2x - 2} - 4x + 4$

7. Estude a paridade da função $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$ quando

(a) $f(x) = x, \quad D = \mathbb{R}$

(b) $f(x) = x^2, \quad D = \mathbb{R}$

(c) $f(x) = x^2, \quad D = [-2, 5]$

(d) $f(x) = x + 1, \quad D = \mathbb{R}$

(e) $f(x) = x^3, \quad D = \mathbb{R}$

(f) $f(x) = \sqrt{x^2}, \quad D = \mathbb{R}$

(g) $f(x) = (\sqrt{x})^2, \quad D = \mathbb{R}_0^+$

(h) $f(x) = \text{sen } x, \quad D = [-\pi, 2\pi]$

(i) $f(x) = \cos x, \quad D = [-\pi, 2\pi];$

(j) $f(x) = x \text{ sen } x, \quad D = \mathbb{R};$

(k) $f(x) = x^2 \cos x, \quad D = \mathbb{R}.$

8. Se f e g são funções pares, o que se pode dizer de $f \circ g$? E se forem ímpares? E se uma função for par e a outra ímpar?

9. Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |x|$. Sem recurso a uma calculadora, esboce o gráfico de g quando:

(a) $g(x) = f(x) - 1$

(b) $g(x) = f(x + 2)$

(c) $g(x) = \max\{f(x), 1\}$

(d) $g(x) = \min\{f(x), 2\}$

10. Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 2x + 3$.

(a) Defina uma restrição de f que admita inversa.

(b) Defina a função inversa da função da alínea (a).

(c) Esboce graficamente a função da alínea (a) e a sua função inversa.

11. Para cada uma das funções $f : D \longrightarrow E$ que se segue, assuma que D é o maior conjunto em que a lei faz sentido e que o conjunto de chegada é igual ao contradomínio. Identifique as funções invertíveis e calcule a sua inversa:

(a) $f(x) = x$

(b) $f(x) = x^2$

(c) $f(x) = x - 3$

(d) $f(x) = x^3$

(e) $f(x) = \sqrt{x + 2}$

(f) $f(x) = e^{x-1}$

(g) $f(x) = \frac{1}{x^2+5}$

(h) $f(x) = \frac{1}{x^3+2}.$