Universidade do Minho

Dep. de Matemática e Aplicações

Mestrado Integrado em Engenharia Informática
Introdução aos Sistemas Dinâmicos
2019/20

edo's primeira ordem lineares

Consulte o ficheiro 'Folha6.nb'.

Exercício 1.

(a) As soluções maximais da equação são as funções da forma,

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & -\frac{25}{4}e^{-10x} + c\,e^{-2x} \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(b) As soluções maximais da equação são as funções da forma

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{x}{2} - \frac{3x^2}{5} + \frac{c}{x^3} \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & \frac{x}{2} - \frac{3x^2}{5} + \frac{c}{x^3} \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(c) As soluções maximais da equação são as funções da forma

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -x^2 - c\,x \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & -x^2 + c\,x \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(d) As soluções maximais da equação são as funções da forma,

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & e^{-2x}\,x^4 + c\,e^{-2x} \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(e) As soluções maximais da equação são as funções da forma

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 3\,t^2 + c\,t \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & 3\,t^2 + c\,t \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(f) As soluções maximais da equação são as funções da forma,

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -xe^x + cx \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & -xe^x - cx \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(g) As soluções maximais da equação são as funções da forma

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{1}{3\,x^2} + c\,x^4 \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & \dfrac{1}{3\,x^2} + c\,x^4 \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(h) As soluções maximais da equação são as funções da forma

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^5\,e^x - x^4\,e^x + c\,x^4 \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & x^5\,e^x - x^4\,e^x + c\,x^4 \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(i) As soluções maximais da equação são as funções da forma

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{2\,x^4}{5} - \frac{x}{2} + \frac{c}{x} \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & \frac{2\,x^4}{5} - \frac{x}{2} + \frac{c}{x} \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

(j) As soluções maximais da equação são as funções da forma

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^- & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -4 + c\,e^{-\frac{1}{x}} \end{array} \qquad \text{e} \qquad \begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}\,, \\ x & \mapsto & -4 + c\,e^{-\frac{1}{x}} \end{array}$$

em que $c \in \mathbb{R}$.

Exercício 2.

(a) A solução maximal que passa no ponto $(1, 2)$ é a função

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}. \\ x & \mapsto & \frac{\log x}{x} + \frac{2}{x} \end{array}$$

(b) A solução maximal que passa no ponto $(0,2)$ é a função

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}. \\ x & \mapsto & -\frac{1}{2}e^{-x} + \frac{5}{2}\,e^{x^2-x} \end{array}$$

(c) A solução maximal que passa no ponto $(0,2)$ é a função

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}. \\ x & \mapsto & e^{t-t^3} + e^{-t^3} \end{array}$$

(d) A solução maximal que passa no ponto $(0,1)$ é a função

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}. \\ \theta & \mapsto & \frac{1}{2}e^{\theta^2+\mathsf{sen}\,(\theta)} + \frac{1}{2}\,e^{\mathsf{sen}\,(\theta)} \end{array}$$

Exercício 3.

(a) A solução maximal do problema de valores iniciais é a função

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}. \\ x & \mapsto & -x\,\cos(x) + x \end{array}$$

(b) A solução maximal do problema de valores iniciais é a função

$$\begin{array}{rcl} \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R}. \\ x & \mapsto & \mathsf{sen}\,(x) + 2\,\cos(x) \end{array}$$

(c) A solução maximal do problema de valores iniciais é a função

$$\begin{array}{rcl} \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R}. \\ x & \mapsto & 1 \end{array}$$

Exercício 4.

(a) $y(x) = x^2 - x - \frac{2}{x}, \quad x \in \mathbb{R}^-$

(b) $x(t) = -t\,e^t + e\,t, \quad t \in \mathbb{R}^+$

(c) $y(x) = \frac{\mathsf{sen}\,(x)+3\,\cos(x)-3\,e^{-3x}}{10}, \; x \in \mathbb{R}$

Exercício 5. A solução maximal da equação diferencial que passa no ponto $(0,2)$ é a função

$$\begin{array}{rcl} \left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[& \to & \mathbb{R}. \\ x & \mapsto & \dfrac{e^{\mathsf{sen}\,(x)}}{\cos\,(x)} + \dfrac{1}{\cos\,(x)} \end{array}$$