

---

edo's primeira ordem separáveis

---

Exercício 1. Verifique que cada uma das seguintes equações diferenciais é separável e determine as suas soluções maximais (isto é, determine as suas soluções explícitas, indicando o intervalo maximal onde cada solução está definida):

(a)  $\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$

(b)  $\frac{dy}{dx} = -\frac{4xy}{x^2 + 1}$

(c)  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$

(d)  $\frac{dy}{dx} = xy$

(e)  $\frac{dy}{dx} = -y^2$

Exercício 2. Determine a solução maximal dos seguintes problemas de valores iniciais:

(a)  $\begin{cases} x' = (1 - 2t)x^2 \\ x(0) = -1/6 \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} x' = (1 - 2t)x^2 \\ x(0) = 1/6 \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} y' = \frac{2x}{1 + 2y} \\ y(2) = 0 \end{cases}$

Exercício 3. Para cada uma das equações, determine a solução maximal da equação que passa no ponto referido:

(a)  $y' = 6xy, P = (0, -2)$

(b)  $x' = 2t(1 + x), P = (0, 0)$

(c)  $y' = \cos(x + 1)y, P = (-1, 2)$

Exercício 4. Resolva as seguintes equações diferenciais separáveis:

(a)  $\frac{dy}{dx} + y^2 \sin(x) = 0$

(b)  $\frac{dy}{dx} = e^x(y^2 - y)$

(c)  $\frac{dy}{dx} = -8 \cos^2(y) \sin^2(x)$

(d)  $y' = \frac{x \cos(2x)}{1 + y}$

(e)  $y' = \cos(x) e^{-y}$

(f)  $y' = \frac{x \cos(x)}{1 + \sin^2(y)}$

Exercício 5. Determine as soluções maximais da equação

$$y' = 3x^2(y - 1)^2, x, y \in \mathbb{R}$$

que passam em cada um dos pontos  $P = (1, 1)$  e  $Q = (0, \frac{1}{2})$ .