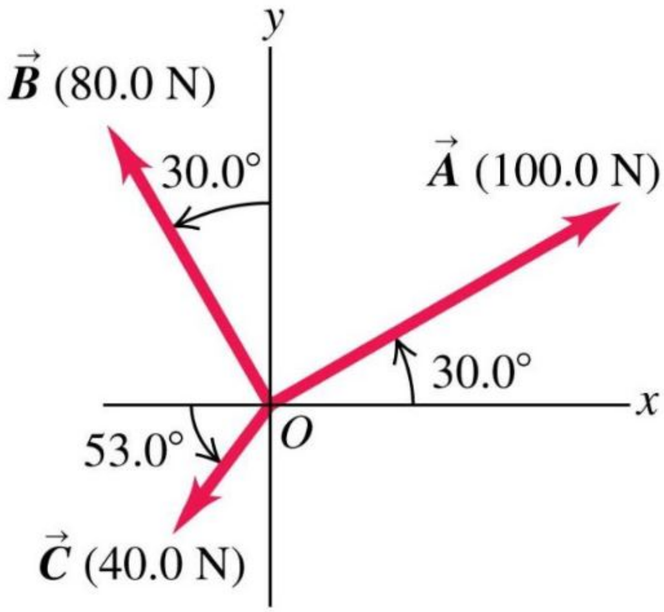
ING162 V26

Innlevering 1 **Frist: 8. Mars 2026**

Oppgave 1

Gitt 3 vektorer, $\vec{A}$, $\vec{B}$ og $\vec{C}$ som har retninger og størrelser som vist i figuren under.



(a) Dekomponer vektorene i sine respektive x- og y-komponenter, og skriv deretter vektorene på formen: $\vec{v} = v_x\,\hat{\imath} + v_y\,\hat{\jmath}$, eventuelt $\vec{v} = [v_x, v_y]$

(b) Regn ut: $\vec{A} + \vec{B}$, $\vec{B} + \vec{A}$, $\vec{A} - \vec{B}$ og $\vec{B} - \vec{A}$.

(c) Regn ut $\vec{A} \times \vec{C}$ og $\vec{A} \cdot \vec{C}$.

(d) Vi antar nå at det ligger et legeme i origo og at disse tre vektorene er krefter som virker på legemet. Regn ut kraftsummen/resultantkraften $\sum \vec{F}$ som virker på legemet.

(e) Hvilken kraft $\vec{D}$ må tilføres objektet for at kraftsummen skal bli null?

Oppgave 2

I denne oppgaven skal vi se nærmere på prosjektilbevegelse, hvor en gjenstand kastes/skytes skrått ut i fra en startposisjon $(x_0, z_0) = (0, 0)$ ved tiden $t_a = 0$. Vi forutsetter at prosjektilets startfart v_0 og retning θ er kjent.
Posisjonen $\vec{r}(t)$ til prosjektilet kan beskrives av følgende vektorlikning:

$$\vec{r}(t) = (v_0 \cos(\theta) t)\, \hat{i} + \left(v_0 \sin(\theta) t - \frac{1}{2} g t^2\right) \hat{k}$$

(a) Vis at tiden det tar før prosjektilet treffer bakken er:

$$t_b = \frac{2 v_0 \sin(\theta)}{g}$$

(b) Vis at høyden som en funksjon av tilbakelagt distanse er:

$$y(x) = \tan(\theta) x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\theta)} x^2$$

(Hint: Løs uttrykket x(t) for t og sett uttrykket inn for t i z(t))

(c) Vis at den tilbakelagte horisontale distansen når prosjektilet treffer bakken er:

$$\Delta x = \frac{2 v_0^2 \sin(\theta) \cos(\theta)}{g}$$

(d) Vis at ballens fart som funksjon av tiden er:

$$|\vec{v}(t)| = \sqrt{\left(v_0 \cos(\theta)\right)^2 + \left(v_0 \sin(\theta) - g t\right)^2}$$

(e) Lag en funksjon i Python som tar to inputparametre v_0 og θ, og basert på disse lager to. Det ene plottet skal vise prosjektilets høyde som funksjon av tid, z(t). Det andre plottet skal vise prosjektilets høyde som funksjon av horisontal distanse, z(x). Husk å navngi aksene slik at det er tydelig hva som vises.

(f) En fotball sparkes med utgangshastighet $30\, m/s$ vinklet $\theta = 20°$ over horisontalen. Hva blir:

(i) Maksimal høyde over bakken, og tiden ballen bruker opp dit?

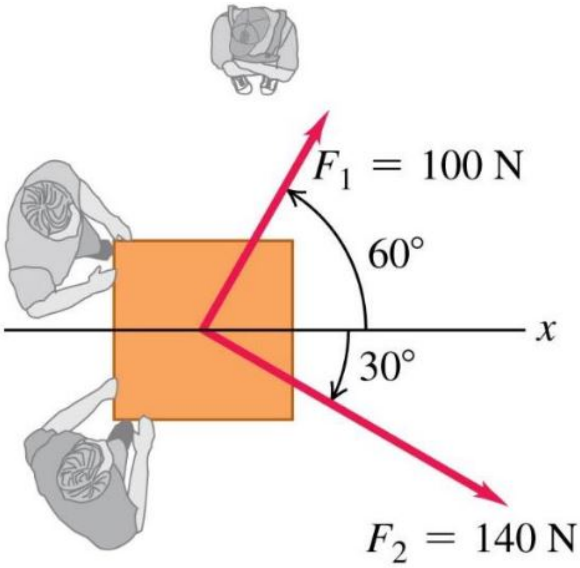
(ii) Tilbakelagt horisontal distanse før ballen treffer bakken, og tiden det tar.

Sjekk løsningene ved å plotte banen med programmet du laget i deloppgave (e).

(g) Utvid Python-scriptet fra deloppgave (e) slik at det også plotter den potensielle og kinetiske energien til ballen som funksjon av tid i samme figur. Test scriptet med verdiene som er gitt i deloppgave (f), samt at ballen har en masse $m = 0.43\,kg$

Oppgave 3

To voksne og et barn forsøker å flytte en kasse langs positiv x-akse. Kassen er montert på hjul med veldig liten rullemotstand. Alle kreftene i denne oppgaven er horisontale (dvs. at de ikke danner en vinkel med x-y planet).



(a) Forklar hvorfor det er et poeng at:

  (i) Kassen er montert på hjul med veldig liten rullemotstand.
  (ii) Alle kreftene er horisontale.

(b) Barnet ønsker å bidra til forflytningen. Finn den minste kraften $\vec{F_B}$ som gjør at kassen beveger seg langs positiv x-akse.

(c) Ved å bidra med kraften i oppgave b) så får kassen en akselerasjon på $2.0m/s^2$. Hva er vekten til kassen?

(d) I stedet for å bidra inn med en skyvekraft så velger barnet å sette seg oppå kassen. Anta vekten til barnet $W_b = 0.343kN$. Hva blir akselerasjonen til kassen (med barnet) nå? I hvilken retning vil de bevege seg?

(e) Hvis det ikke hadde vært hjul på kassen, men det istedet hadde vært friksjon mellom kasse og underlaget med friksjonskoeffisient $\mu_k = 0.2$; Med ellers samme situasjon som oppgave (d), hva hadde nå akselerasjonen blitt?

Oppgave 4

Fritt-fall situasjoner med luftmotstand kan beskrives av differensiallikningen:

$$\frac{dv}{dt} = -g - \frac{k}{m}v(t), \quad der \quad v(0) = 0m/s$$

Der v(t) beskriver den vertikale hastigheten til et objekt med masse m i fritt fall. $g = 9.8m/s^2$ er tyngdeakselerasjonen og k er en drag-koeffisient som følge av luftmotstand. I resten av oppgaven kan du sette $m = 3kg$ og $k = 1Ns/m$. Her er det valgt positiv retning oppover, slik at når hastigheten er negativ så betyr det bevegelse nedover mot bakken.

(a) Navngi en numerisk metode som kan benyttes til å estimere en løsning på differensiallikningen. Bruk metoden med $\Delta t = 0.25$ til å finne et estimat for $v(1)$.

(b) Vis at den analytiske løsningen på differensiallikningen blir:

$$v(t) = -\frac{mg}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

Integrasjon av hastighetsfunksjonen v(t) gir posisjonsfunksjonen z(t) som forteller oss objektets høyde over bakkenivå. z_0 er objektets høyde over bakken ved tiden $t = 0$.

(c) Vis at posisjonsfunksjonen kan uttrykkes som:

$$z(t) = z_0 - \frac{mg}{k}t + \frac{m^2 g}{k^2}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

Vi ser nå på en situasjon hvor et objekt slippes i fra ro fra en høyde $z_0 = 10m$.

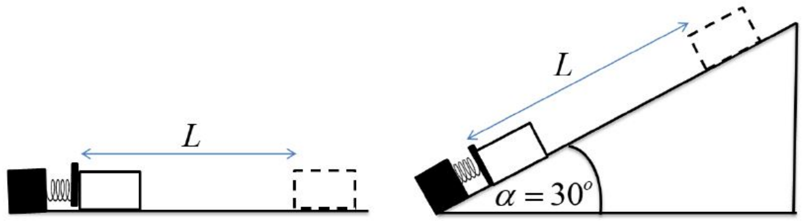
(d) Hvilken numerisk metode kan benyttes for å finne tiden det tar før objektet treffer bakken? (Hint: z(t) = 0 når objektet treffer bakken). Bruk metoden (for hånd) med en fornuftig startverdi til å estimere denne falltiden.

(e) Lag et Python-script som løser oppgave (a) numerisk, hvor dere bruker tidssteg $\Delta t = 0.01s$. Sammenlign deretter resultatet med å sette $t = 1$ i uttrykket for $v(t)$ i deloppgave (b).

(f) Lag et Python-script som løser deloppgave (d) numerisk.

Oppgave 5

En fysikkbok med masse $m = 2.90\,kg$ festes til en fjær med neglisjerbar masse, og fjærstivhet lik $k = 290\,N/m$. Fjæren komprimeres en distanse $x = 0.300\,m$. Boken slippes, og glir langs en overflate med kinetisk friksjonskoeffisient $\mu_k = 0.3$.

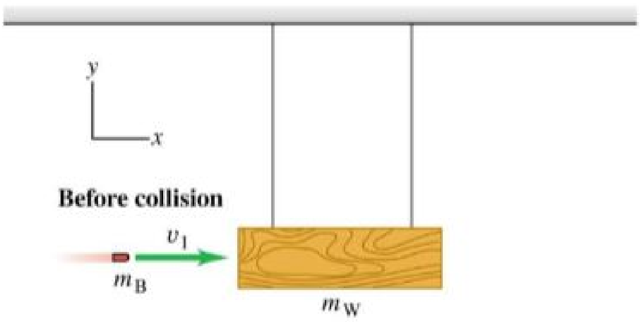


(a) Hvis fjæren og overflaten er horisontal, hvor langt fra utgangspunktet (når fjæren er komprimert) vil boken gli før den stopper opp?

(b) Hvis fjæren hadde vært montert på et skrått plan i stedet med helningsvinkel $\alpha = 30°$, hvor langt i fra utgangspunktet hadde boken glidd da før den stoppet opp?

Oppgave 6

En kule med masse $m_B = 12.0\,g$ blir skutt med en fart $v_1 = 380\,m/s$ inn i en ballistisk pendel (trekloss) med masse $m_W = 9.00\,kg$. Kulen blir sittende fast i treklossen etter sammenstøtet.



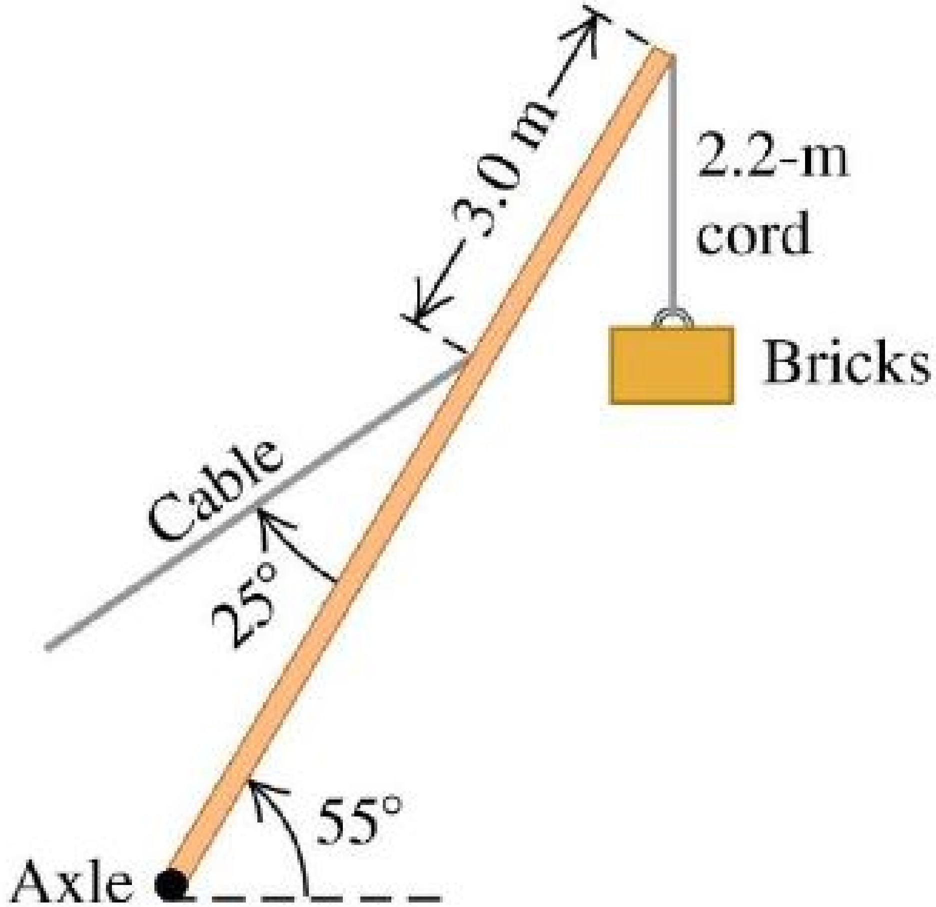
(a) Hva blir farten til kule og trekloss like etter kollisjonen?

(b) Regn ut hvor høyt pendelen svinger opp til før den stopper opp .

(c) Finn endringen i samlet kinetisk energi relatert til kollisjonen.

Oppgave 7

En kran med tyngde 15 000 N er festet i en friksjonsfri akse ved foten, og er i tillegg støttet med en kabel som danner 25° vinkel med kranen. Kranen er 16 m lang og er ikke uniform. Massesenteret er 7.0 m fra rotasjonsaksen målt langs kranen. Kranen heises 55° over horisontalplanet, og en 11 000 N palle med murstein henger i en lett wire som er 2.2 m lang.



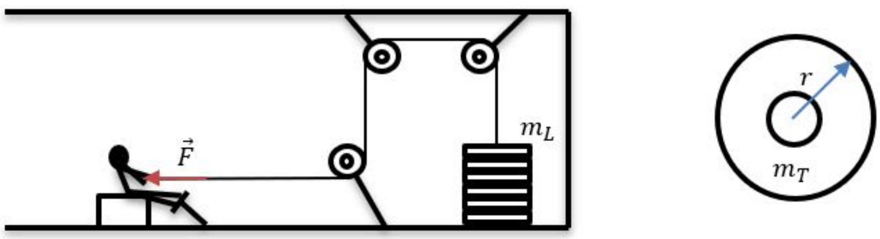
(a) Tegn et frilegemediagram for kranen og for pallen med murstein.

(b) Regn ut strekket i kabelen (snordraget)

(c) Finn kraften som virker fra festepunktet (Axle) på kranen.

Oppgave 8

En ro-maskin på treningsstudio består av en masseløs snor forbundet til en justerbar last (m_L) via 3 trinser som hver har masse $m_T = 1.0\,kg$ og radius $r = 0.15\,m$. I denne oppgaven kan du anse trinsene som massive sylindere.



(a) Tegn et frilegemediagram for lasten og hver av trinsene.

(b) En person velger den variable lasten til å være $m_L = 35\,kg$ og trekker i snoren via et masseløst håndtak med en konstant kraft $|\vec{F}| = 400\,N$. Hva blir akselerasjonen til lasten?

(c) Personen løfter lasten en distanse $\Delta z = 0.5\,m$. Hvor mange grader har trinsene rotert?

(d) Hva er den samlede kinetiske energien til systemet (last + trinser) etter et løft?