```
In[1]:= Unprotect[Dot];
Dot /: Dot[a_ + b_, c_] := a.c + b.c
Dot /: Dot[a_, b_ + c_] := a.b + a.c
Dot /: Dot[ϵ a_, b_] := ϵ a.b
Dot /: Dot[a_, ϵ b_] := ϵ a.b
Dot /: Dot[-a_, b_] := -a.b
Dot /: Dot[a_, -b_] := -a.b
Dot /: Dot[ϵ^n_Integer a_, b_] := ϵ^n a.b
Dot /: Dot[a_, ϵ^n_Integer b_] := ϵ^n a.b
Dot /: Dot[1, a_] := a
Dot /: Dot[a_, 1] := a
Dot /: Dot[___, 0, ___] := 0
Inv /: Dot[b_, Inv[b_]] := 1
Inv /: Dot[Inv[b_], b_] := 1
Dag /: Dag[a_ + b_] := Dag[a] + Dag[b]
Dag /: Dag[ϵ a_] := ϵ Dag[a]
Dag /: Dag[ϵ^n_Integer a_] := ϵ^n Dag[a]
Dag /: Dag[-a_] := - Dag[a]
T /: T[a_ + b_] := T[a] + T[b]
T /: T[ϵ a_] := ϵ T[a]
T /: T[ϵ^n_Integer a_] := ϵ^n T[a]
T /: T[-a_] := - T[a]

Dag[a_] /; NumericQ[a] := Conjugate[a]
T[a_] /; NumericQ[a] := a
Dot /: Dot[n_ a_, b_] /; NumericQ[n] := n a.b
Dot /: Dot[a_, n_ b_] /; NumericQ[n] := n a.b

Dag[Dag[a_]] := a
T[T[a_]] := a
T[Dag[T[a_]]] := Dag[a]
Dag[T[Dag[a_]]] := T[a]
Dag[T[a_]] := T[Dag[a]]

Dag[n_ a_] /; NumericQ[n] := Conjugate[n] Dag[a]
T[n_ a_] /; NumericQ[n] := n T[a]

Dag[a_ .b_] := Dag[b].Dag[a]
T[a_ .b_] := T[b].T[a]

T[Y] := Y
Dag[Y] := Y
T[Inv[Y]] := Inv[Y]
Dag[Inv[Y]] := Inv[Y]
```

Unitarity conditions

In[40]:=
```
{{Ud11, Ud21}, {Ud12, Ud22}}.{{U11, U12}, {U21, U22}} // Expand
{{UT11, UT21}, {UT12, UT22}}.{{0, X}, {TX, Y}}.{{U11, U12}, {U21, U22}} // Expand
```

Out[40]=
```
{{U11 Ud11 + U21 Ud21, U12 Ud11 + U22 Ud21}, {U11 Ud12 + U21 Ud22, U12 Ud12 + U22 Ud22}}
```

Out[41]=
```
{{TX U11 UT21 + U21 UT11 X + U21 UT21 Y, TX U12 UT21 + U22 UT11 X + U22 UT21 Y},
 {TX U11 UT22 + U21 UT12 X + U21 UT22 Y, TX U12 UT22 + U22 UT12 X + U22 UT22 Y}}
```

In[42]:=
```
cond = {
    Dag[U_{11}].U_{11} + Dag[U_{21}].U_{21} == 1,
    Dag[U_{12}].U_{12} + Dag[U_{22}].U_{22} == 1,
    Dag[U_{11}].U_{12} + Dag[U_{21}].U_{22} == 0,
    T[U_{21}].Y.U_{22} + ϵ (T[U_{11}].X.U_{22} + T[U_{21}].T[X].U_{12}) == 0
   };
MNH = T[U_{22}].Y.U_{22} + ϵ (T[U_{22}].T[X].U_{12} + T[U_{12}].X.U_{22})
MNL = T[U_{21}].Y.U_{21} + ϵ (T[U_{21}].T[X].U_{11} + T[U_{11}].X.U_{21})
```

Out[43]=
```
T[U_{22}].Y.U_{22} + ϵ (T[U_{12}].X.U_{22} + T[U_{22}].T[X].U_{12})
```

Out[44]=
```
T[U_{21}].Y.U_{21} + ϵ (T[U_{11}].X.U_{21} + T[U_{21}].T[X].U_{11})
```

In[45]:=
```
r1 = cond /. {U_{a_} :→ A_a + ϵ B_a + ϵ^2 C_a + ϵ^3 F_a + ϵ^4 G_a} // ExpandAll // Simplify;
```

In[46]:=
```
rulesA = {A_{11|22} → 1, A_{21|12} → 0};
rulesB = {B_{21} → -T[X.Inv[Y]], B_{12} → -Dag[B_{21}], B_{11|22} → 0};
rulesC = {C_{12|21} :→ 0, C_{11} → (-1/2) Dag[B_{21}].B_{21}, C_{22} → (-1/2) B_{21}.Dag[B_{21}]};
rulesF = {F_{11|22} :→ 0, F_{21} -> Inv[Y].Inv[Y].T[Dag[T[X]]].X.Inv[Y].T[X] +
      (1/2) Inv[Y].T[X].Dag[T[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X],
    F_{12} -> -(1/2) (2 Dag[T[X]].Inv[Y].Dag[X].Dag[T[Dag[T[X]]]].Inv[Y].Inv[Y] +
        Dag[T[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].Dag[T[X]].Inv[Y])};
rulesG = {G_{12|21} → 0, G_{11} :→ (Dag[T[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X] +
      (3/8) Dag[T[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].Dag[T[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X]),
    G_{22} :> Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].Dag[T[X]].Inv[Y] +
      (3/8) Inv[Y].T[X].Dag[T[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].Dag[T[X]].Inv[Y]};
r1 //. rulesA /. ϵ → 0 // FullSimplify
Expand[r1 //. rulesA //. rulesB] /. {ϵ^n_ /; n ≥ 2 :→ 0} // FullSimplify
Expand[r1 //. Join[rulesA, rulesB, rulesC]] /. {ϵ^n_ /; n ≥ 3 :→ 0} // FullSimplify
Expand[r1 //. Join[rulesA, rulesB, rulesC, rulesF]] /. {ϵ^n_ /; n ≥ 4 :→ 0} //
 FullSimplify
Expand[r1 //. Join[rulesA, rulesB, rulesC, rulesF, rulesG]] /. {ϵ^n_ /; n ≥ 5 :→ 0} //
 FullSimplify
```

Out[51]=
```
{True, True, True, True}
```

Out[52]=
```
{True, True, True, True}
```

Out[53]=
```
{True, True, True, True}
```

Out[54]=
```
{True, True, True, True}
```

Out[55]=
```
{True, True, True, True}
```

In[56]:= `Expand[r1 //. Join[rulesA, rulesB, rulesC, rulesF, rulesG]]`

Out[56]=
$$\{1+\epsilon^6\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X]}+\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X]}-\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X]}-\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X]}+\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X]}-\frac{1}{8}\epsilon^6\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X]}+\epsilon^8\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X]}+\frac{3}{8}\epsilon^8\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X]}+\frac{3}{8}\epsilon^8\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X]}+\frac{9}{64}\epsilon^8\,\text{T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X]} == 1,$$

$$1+\epsilon^6\,\text{Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y]}+\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}-\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}-\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}+\frac{1}{2}\epsilon^6\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y]}-\frac{1}{8}\epsilon^6\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}+\epsilon^8\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}+\frac{3}{8}\epsilon^8\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}+\frac{3}{8}\epsilon^8\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}+\frac{9}{64}\epsilon^8\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].}$$

```
   Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] == 1,
 -1/2 ϵ^5 T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] +
  1/2 ϵ^5 T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y] +
  ϵ^7 T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].
   Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] +
  3/8 ϵ^7 T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].
   T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] -
  ϵ^7 T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].
   T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y] -
  1/2 ϵ^7 T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].
   T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] +
  1/2 ϵ^7 T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].
   Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] -
  3/8 ϵ^7 T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].
   T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y] == 0,
 3/8 ϵ^5 X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X +
  1/2 ϵ^5 X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] +
  ϵ^5 X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X +
  ϵ^5 X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y] +
  ϵ^5 X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] -
  3/16 ϵ^7 X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.
   Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] - 1/2 ϵ^7 X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].
   X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y] -
  1/4 ϵ^7 X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].
   T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] - 1/2 ϵ^7 X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].
   T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] +
  ϵ^7 X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].
   T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] - ϵ^7 X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].
   Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y] -
  1/8 ϵ^7 X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].
   Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] + 3/8 ϵ^9 X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].
   Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] +
  9/64 ϵ^9 X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].
   T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y] +
  ϵ^9 X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.
```

$$\text{Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]} + \frac{3}{8}\epsilon^9\,\text{X.Inv[Y].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]} == 0\Big\}$$

In[57]:=

```
U_22 /. {U_a_ :> A_a + ϵ B_a + ϵ^2 C_a + ϵ^3 F_a + ϵ^4 G_a} //.
  Join[rulesA, rulesB, rulesC, rulesF, rulesG] // FullSimplify
```

Out[57]=

$$1 - \frac{1}{2}\epsilon^2\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]} + \epsilon^4\left(\text{Inv[Y].Inv[Y].Dag[X].X.Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]} + \frac{3}{8}\,\text{Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y].Inv[Y].T[X].T[Dag[X]].Inv[Y]}\right)$$

In[58]:=

```
MNH /. {U_a_ :> A_a + ϵ B_a + ϵ^2 C_a + ϵ^3 F_a + ϵ^4 G_a} //. Join[rulesA, rulesB,
    rulesC, rulesF, rulesG] /. {ϵ^n_ /; n ≥ 5 :> 0} // Expand // Simplify;
Expand[%] //. {Dag[X].X → H, T[X].T[Dag[X]] → T[H]} // Expand;
MNH2 = % /. {Inv → Inverse, T → Transpose,
   Y → {{M1, 0}, {0, M2}}, H → {{r_1, r_3 + I r_4}, {r_3 - I r_4, r_2}}} // ExpandAll
MNH2 == Transpose[MNH2]
```

Out[60]=

$$\Big\{\Big\{M1 + \frac{\epsilon^2 r_1}{M1} - \frac{\epsilon^4 r_1^2}{M1^3} - \frac{\epsilon^4 r_3^2}{4\,M1\,M2^2} - \frac{3\,\epsilon^4 r_3^2}{4\,M1^2\,M2} + \frac{13\,i\,\epsilon^4 r_3 r_4}{2\,M1^2\,M2} - \frac{\epsilon^4 r_4^2}{4\,M1\,M2^2} + \frac{3\,\epsilon^4 r_4^2}{4\,M1^2\,M2},$$
$$\frac{\epsilon^2 r_3}{2\,M1} + \frac{\epsilon^2 r_3}{2\,M2} - \frac{9\,\epsilon^4 r_1 r_3}{8\,M1^3} - \frac{\epsilon^4 r_1 r_3}{M1\,M2^2} + \frac{9\,\epsilon^4 r_1 r_3}{8\,M1^2\,M2} - \frac{9\,\epsilon^4 r_2 r_3}{8\,M2^3} + \frac{9\,\epsilon^4 r_2 r_3}{8\,M1\,M2^2} - \frac{\epsilon^4 r_2 r_3}{M1^2\,M2} + \frac{i\,\epsilon^2 r_4}{2\,M1} -$$
$$\frac{i\,\epsilon^2 r_4}{2\,M2} - \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_1 r_4}{8\,M1^3} - \frac{i\,\epsilon^4 r_1 r_4}{M1\,M2^2} - \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_1 r_4}{8\,M1^2\,M2} + \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_2 r_4}{8\,M2^3} + \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_2 r_4}{8\,M1\,M2^2} + \frac{i\,\epsilon^4 r_2 r_4}{M1^2\,M2}\Big\},$$
$$\Big\{\frac{\epsilon^2 r_3}{2\,M1} + \frac{\epsilon^2 r_3}{2\,M2} - \frac{9\,\epsilon^4 r_1 r_3}{8\,M1^3} - \frac{\epsilon^4 r_1 r_3}{M1\,M2^2} + \frac{9\,\epsilon^4 r_1 r_3}{8\,M1^2\,M2} - \frac{9\,\epsilon^4 r_2 r_3}{8\,M2^3} + \frac{9\,\epsilon^4 r_2 r_3}{8\,M1\,M2^2} - \frac{\epsilon^4 r_2 r_3}{M1^2\,M2} + \frac{i\,\epsilon^2 r_4}{2\,M1} -$$
$$\frac{i\,\epsilon^2 r_4}{2\,M2} - \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_1 r_4}{8\,M1^3} - \frac{i\,\epsilon^4 r_1 r_4}{M1\,M2^2} - \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_1 r_4}{8\,M1^2\,M2} + \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_2 r_4}{8\,M2^3} + \frac{9\,i\,\epsilon^4 r_2 r_4}{8\,M1\,M2^2} + \frac{i\,\epsilon^4 r_2 r_4}{M1^2\,M2},$$
$$M2 + \frac{\epsilon^2 r_2}{M2} - \frac{\epsilon^4 r_2^2}{M2^3} - \frac{3\,\epsilon^4 r_3^2}{4\,M1\,M2^2} - \frac{\epsilon^4 r_3^2}{4\,M1^2\,M2} - \frac{13\,i\,\epsilon^4 r_3 r_4}{2\,M1\,M2^2} + \frac{3\,\epsilon^4 r_4^2}{4\,M1\,M2^2} - \frac{\epsilon^4 r_4^2}{4\,M1^2\,M2}\Big\}\Big\}$$

Out[61]= True

In[62]:=
```
$Assumptions = {r1|2|3|4 ∈ Reals, ϵ > 0, M2 > M1 > 0, c ∈ Reals};
masses = Eigenvalues[Conjugate[Transpose[MNH2]].MNH2 // ComplexExpand]
Series[masses, {ϵ, 0, 4}] // Simplify
```

Out[63]=

$$\left\{\frac{1}{128\,M1^6\,M2^6}\left(64\,M1^8\,M2^6+64\,M1^6\,M2^8+\ll 92 \gg+40\,M1^2\,M2^4\,\epsilon^8\,r_4^4-\sqrt{4096\,M1^{16}\,M2^{12}-8192\,M1^{14}\,M2^{14}+4096\,M1^{12}\,M2^{16}+\ll 1128 \gg+1024\,M1^4\,M2^8\,\epsilon^{16}\,r_4^8}\right),\ \frac{64\,M1^8\,M2^6+\ll 94 \gg+\sqrt{\ll 1132 \gg+1024\ \ll 3 \gg\ r_4^8}}{128\,M1^6\,M2^6}\right\}$$

large output | show less | show more | show all | set size limit...

Out[64]=

$$\left\{M1^2+2\,r_1\,\epsilon^2+\frac{\left(\left(-M1^2+M2^2\right)r_1^2+2\,M1\left(\left(M1+M2\right)r_3^2+\left(M1-M2\right)r_4^2\right)\right)\epsilon^4}{M1^4-M1^2\,M2^2}+O[\epsilon]^5,\right.$$
$$\left.M2^2+2\,r_2\,\epsilon^2+\frac{\left(\left(M1^2-M2^2\right)r_2^2+2\,M2\left(\left(M1+M2\right)r_3^2+\left(-M1+M2\right)r_4^2\right)\right)\epsilon^4}{-M1^2\,M2^2+M2^4}+O[\epsilon]^5\right\}$$

In[71]:=

$$\text{effpot}=\frac{-2}{64\,\pi^2}\,\#^2\left(\text{Log}\left[\frac{\#}{Q^2}\right]-\frac{3}{2}\right)\ /.\ \{Q\to M1\,\text{Exp}[c]\}\ \&\ /@\ (\text{masses})\ //\ \text{Total}$$

```
Normal[Series[effpot, {ϵ, 0, 4}]] /. ϵ → 1 // FullSimplify
Series[%, {M2, M1, 1}] // ExpandAll // FullSimplify
```

Out[71]=

$$-\frac{\left(-\frac{3}{2}+\text{Log}\left[\frac{e^{\ll 1 \gg}\left(\ll 1 \gg\right)}{128\,M1^8\,M2^6}\right]\right)\left(64\,M1^8\,M2^6+\ll 96 \gg\right)^2}{524\,288\,M1^{12}\,M2^{12}\,\pi^2}-\frac{\left(-\frac{3}{2}+\text{Log}\left[\frac{e^{\ll 1 \gg}\ \ll 1 \gg\left(\ll 1 \gg\ \ll 1 \gg\right)}{128\,M1^8\,M2^6}\right]\right)\ \ll 1 \gg^2}{524\,288\,M1^{12}\,M2^{12}\,\pi^2}$$

large output | show less | show more | show all | set size limit...

Out[72]=

$$\frac{1}{64\,\pi^2}\left(\left(3+4\,c\right)\left(M1^4+M2^4\right)+4\,M2^4\,\text{Log}\left[\frac{M1}{M2}\right]+8\left(1+2\,c\right)M1^2\,r_1+\left(-4+8\,c\right)r_1^2+8\,M2^2\left(1+2\,c+2\,\text{Log}[M1]-2\,\text{Log}[M2]\right)r_2+\left(-4+8\,c+\text{Log}\left[M1^8\right]+\text{Log}\left[\frac{1}{M2^8}\right]\right)r_2^2+8\left(1+2\,c+\frac{2\,M2\,\text{Log}\left[\frac{M2}{M1}\right]}{M1-M2}\right)r_3^2+8\,r_4^2+\frac{16\left(c\left(M1+M2\right)+M2\,\text{Log}\left[\frac{M1}{M2}\right]\right)r_4^2}{M1+M2}\right)$$

Out[73]=

$$\frac{1}{32\,\pi^2}\left(\left(3+4\,c\right)M1^4+4\left(1+2\,c\right)M1^2\,r_1+\left(-2+4\,c\right)r_1^2+4\left(1+2\,c\right)M1^2\,r_2+\left(-2+4\,c\right)r_2^2+4\left(-1+2\,c\right)r_3^2+4\,r_4^2+8\,c\,r_4^2\right)-\frac{\left(-\left(1+2\,c\right)M1^4-4\,c\,M1^2\,r_2+r_2^2+r_3^2+r_4^2\right)\left(M2-M1\right)}{8\left(M1\,\pi^2\right)}+O[M2-M1]^2$$