



## 第3章 信源数字化

### 3.1 引言

### 3.2 模拟信号的数字化

### 3.3 离散信源编码



### 3.1 引言

现代通信已进入数字化时代，模拟通信越来越多地被先进的数字或数据通信所取代。但自然界很多信源是模拟形式的，如语音、图像（传真、电视）等，这些信源输出的原始电信号是在时间和幅度上均为连续的模拟信号；因此，要实现数字化传输和交换，**首先要将模拟信号变成数字信号**。也就是说，必须对信源输出的信息进行处理后才能在信道中有效传输。



### 3.2 模拟信号的数字化

利用数字通信系统传输模拟信号，首先需要在发送端把模拟信号数字化，即进行模/数变换(A/D)；再用数字通信的方式进行传输；最后在接收端把数字信号还原为模拟信号，即进行数/模(D/A)变换。

模/数变换的方法采用得最早而且目前应用得比较广泛的是**脉冲编码调制(PCM)**。它对模拟信号的处理过程包括**抽样、量化和编码**三个步骤，由此构成的数字通信系统称为PCM通信系统。

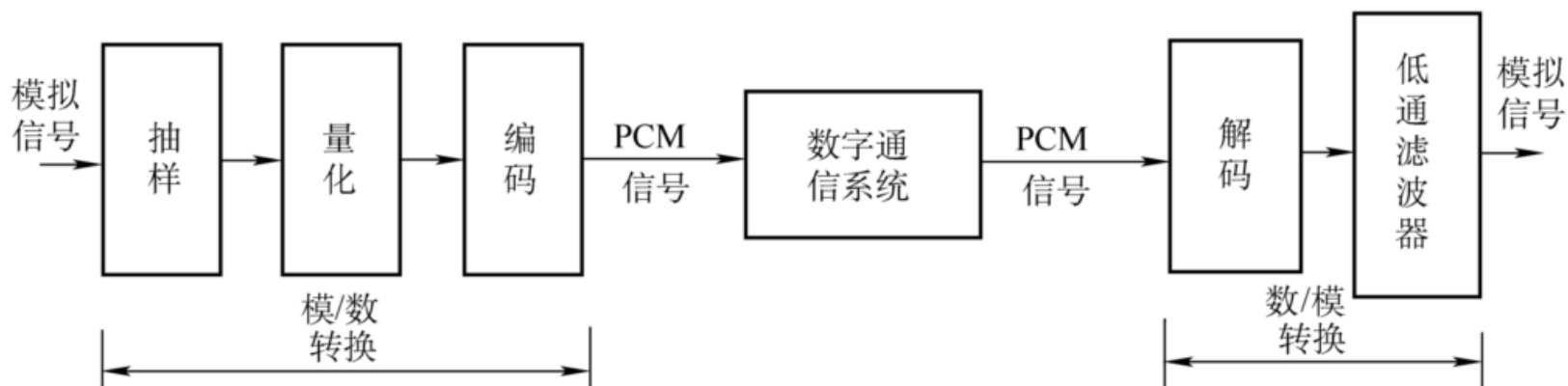


图3-1模拟信号的数字传输

由图3-1可见，PCM主要包括抽样、量化和编码三个过程。



**抽样**是把时间连续的模拟信号转换成时间离散但幅度仍然连续的抽样信号；

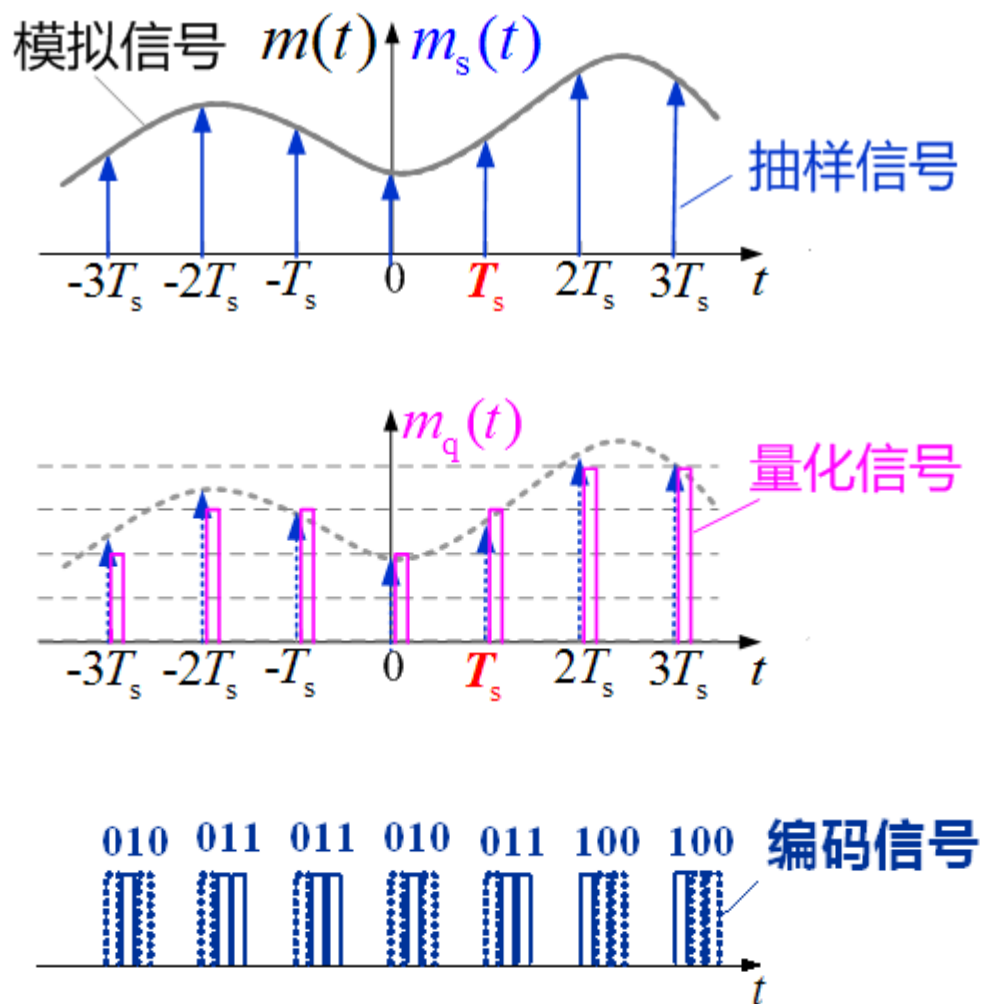
**量化**是把时间离散、幅度连续的抽样信号转换成时间和幅度均离散的信号；

**编码**是将量化后的信号编码形成一个二进制码组输出。在具体实现上，编码与量化通常是同时完成的，换句话说，量化实际是在编码过程中实现的。

国际标准化的PCM码组（电话语音）是八位码组代表一个抽样值。



## ■ 波形编码的三个步骤——“抽样、量化、编码”





接收端的数/模变换包含了**译码**和**低通滤波器**两部分。

- **译码**是编码的反过程，它将接收到的PCM信号还原为抽样信号（实际为量化值，它与发送端的抽样值存在一定的误差，即量化误差）。
- **低通滤波器**的作用是恢复或重建原始的模拟信号。它可以看作是抽样的反变换。



## 3.2.1 抽样定理

所谓抽样是把时间上连续的模拟信号变成一系列时间上离散的抽样序列的过程。

模拟信号有低通型信号和带通型信号：

- **低通信号**：信号的最低频率小于信号带宽；
- **带通信号**：信号的最低频率大于信号带宽。

### 1、低通信号抽样定理

一个频带限制在  $(0, f_H)$  内、时间连续的模拟信号  $m(t)$  如果抽样频率  $f_s \geq 2f_H$ ，则可以通过低通滤波器由样值序列  $m_s(t)$  无失真地重建原始信号  $m(t)$ 。这就是低通信号抽样定理。

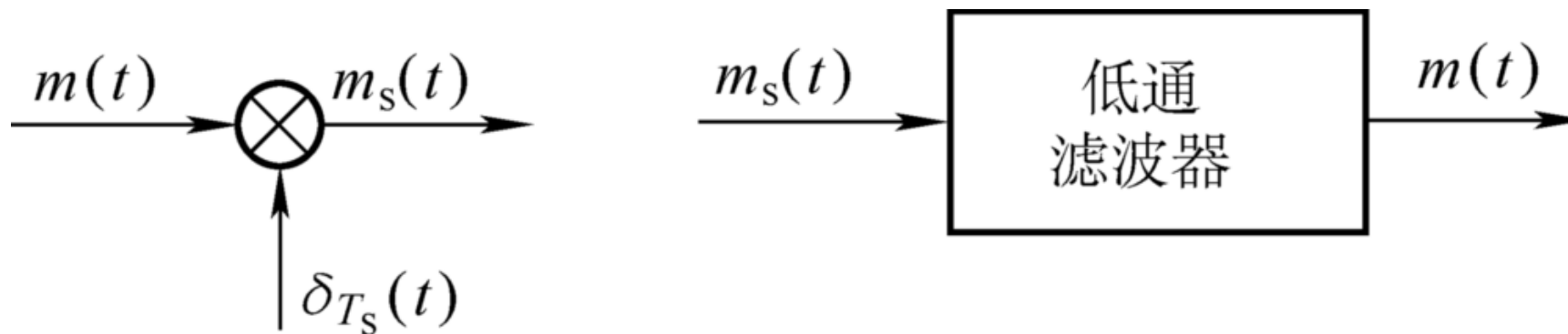




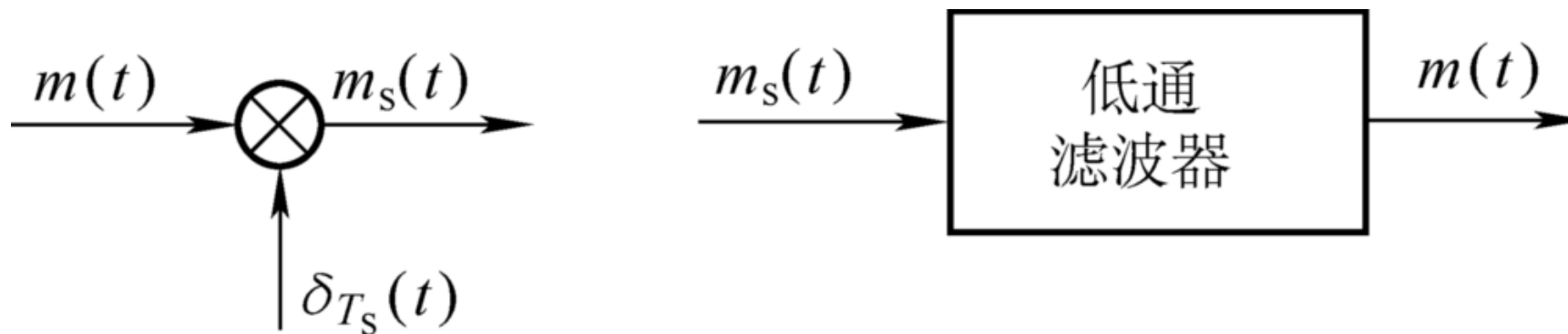
抽样与恢复的过程如图所示。

抽样器可以看作是相乘器，抽样过程相当于模拟信号对脉冲序列  $\delta_{T_s}(t)$ （载波）的调制过程。

在收端，已抽样信号  $m_s(t)$  通过低通滤波还原成原来的模拟信号。



抽样与恢复



下面我们来证明低通抽样定理。

设  $m(t)$  为低通模拟信号，抽样脉冲序列是一个周期性冲激函数  $\delta_{T_s}(t)$ ，则抽样信号为

$$m_s(t) = m(t)\delta_{T_s}(t) \quad (3.2-1)$$

式中

$$\delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$



$\delta_{T_s}(t)$  的频谱为

$$\delta_{T_s}(\omega) = \frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

上式中,  $\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi/T_s$  是抽样脉冲序列的基波角频率,  $T_s = 1/f_s$  为抽样间隔。

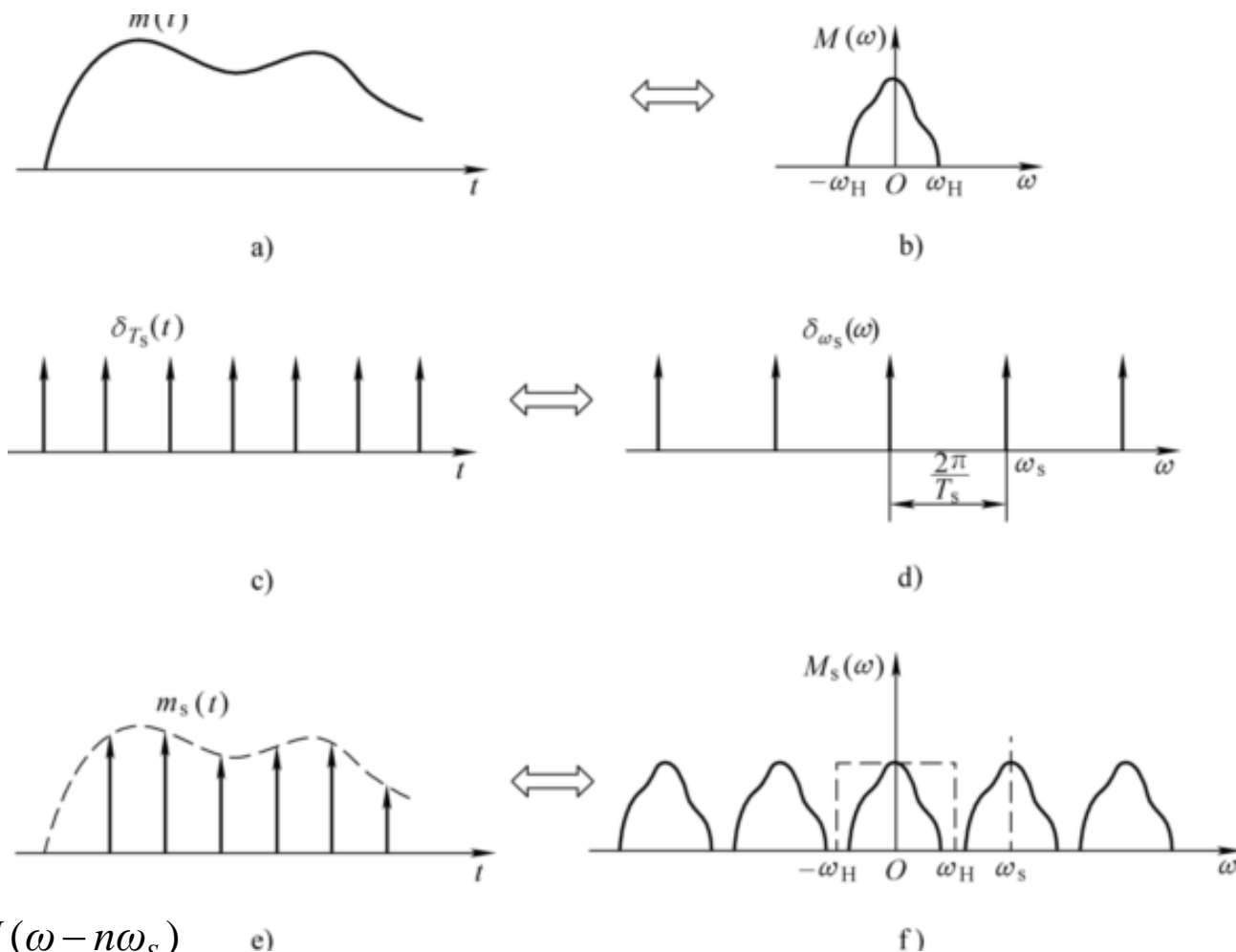
根据频率卷积定理可得频域表达式

$$\begin{aligned} M_s(\omega) &= \frac{1}{2\pi} [M(\omega) * \delta_{T_s}(\omega)] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[ M(\omega) * \frac{2\pi}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \right] \\ &= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - n\omega_s) \end{aligned}$$

其中,  $M(\omega)$  为低通信号  $m(t)$  的频谱。



上式表明，抽样后信号的频谱 $M_s(\omega)$ 是无穷多个间隔为 $\omega_s$ 的 $M(\omega)$ 相叠加而成。这就意味着 $M_s(\omega)$ 中包含 $M(\omega)$ 的全部信息。 $M_s(\omega)$ 的频谱图如图(f)所示。



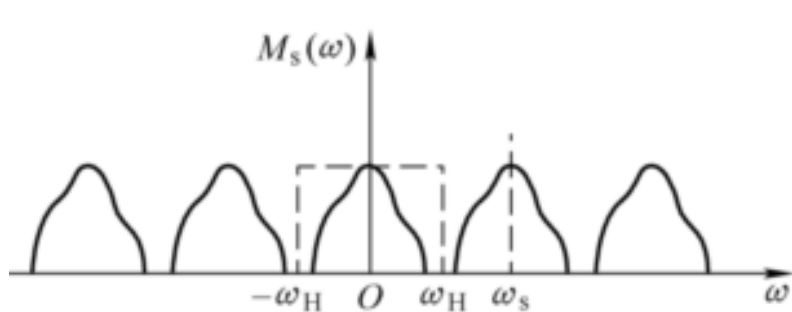
$$M_s(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - n\omega_s) \quad \text{e)}$$

图3-3 抽样定理的全过程

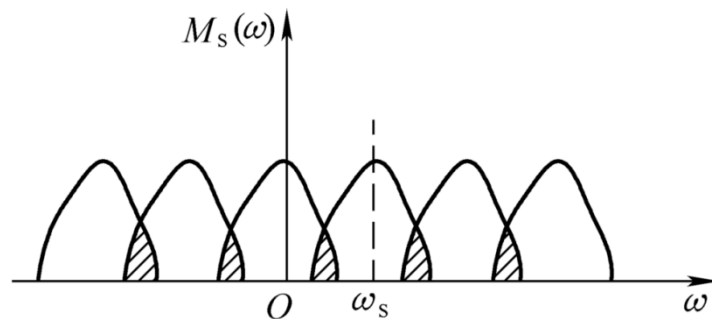


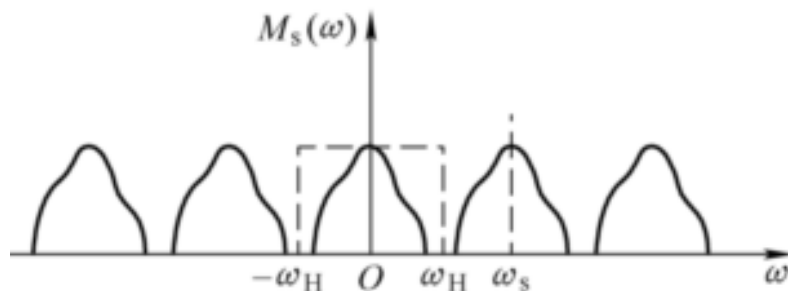
结论：

- ✓ 抽样后信号的频谱  $M_s(\omega)$  具有无穷大的带宽；
- ✓ 只要抽样频率  $f_s \geq 2f_H$ ，频谱  $M_s(\omega)$  无混叠现象。在收端，经截止频率为  $f_H$  的理想低通滤波器后，可无失真地恢复原始信号。
- ✓ 如果抽样频率  $f_s < 2f_H$ ，则  $M_s(\omega)$  会出现频谱混叠现象，则收端不可能无失真地恢复原始信号。



f)



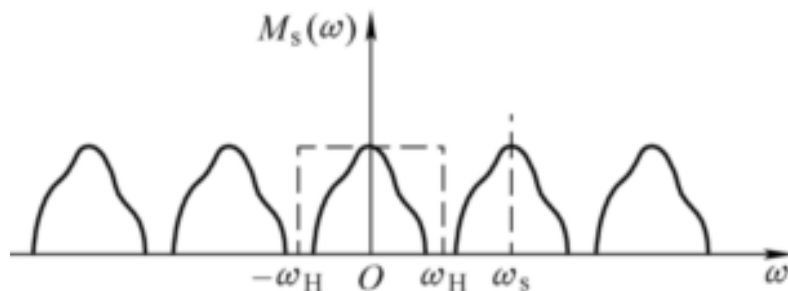


假设信号 $m(t)$ 的最高频率小于 $f_H$ ，若频率间隔 $f_s \geq 2f_H$ ，则 $M_s(\omega)$ 中包含的每个原信号频谱 $M(\omega)$ 之间互不重叠，则能够从 $M_s(\omega)$ 中用一个低通滤波器分离出信号 $m(t)$ 的频谱 $M(\omega)$ ，即能从抽样信号中恢复原信号。

恢复原信号的条件是：
$$f_s \geq 2f_H$$

即抽样频率 $f_s$ 应不小于 $f_H$ 的两倍。这一最低抽样速率 $2f_H$ 称为奈奎斯特抽样速率。

与此相应的最大抽样时间间隔称 $T_s = 1/(2f_H)$ 为奈奎斯特间隔。



恢复原信号的方法：

当 $f_s \geq 2f_H$ 时，用一个截止频率为 $f_H$ 的**理想低通滤波器**就能够从抽样信号中分离出原信号。

实用滤波器的截止边缘不可能做到如此陡峭。实用的抽样频率 $f_s$ 必须比 $2f_H$ 大一些。

- ✓ 例如，典型电话信号的最高频率通常限制在3400 Hz，而抽样频率通常采用8000 Hz。



## 2、带通信号抽样定理

带通信号的抽样定理：如果模拟信号  $m(t)$  是带通信号，频率限制在  $f_L$  和  $f_H$  之间，信号带宽  $B = f_H - f_L$ ，则其抽样频率  $f_s$  满足

$$\frac{2f_H}{n+1} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{n}$$

时，样值频谱就不会产生频谱重叠。其中， $n$  是一个不超过  $f_L / B$  的最大整数。

设带通信号的最低频率为  $f_L = nB + kB$  ( $0 \leq k < 1$ )，则带通信号的最低抽样频率

$$f_{s(\min)} = \frac{2f_H}{n+1} = 2B \left( 1 + \frac{k}{n+1} \right) \quad 0 \leq k < 1$$

它介于  $2B$  和  $3B$  之间，即  $2B \leq f_{s(\min)} \leq 3B$ 。





**[例]** 已知一基带信号  $m(t) = \cos 2\pi t + 2 \cos 6\pi t$ ，对其进行理想抽样。为了在接收端能不失真的从已抽样信号  $m_s(t)$  中恢复  $m(t)$ ，试问抽样间隔应如何选择？

解：基带信号  $m(t)$  的最低频率  $f_L = 1\text{Hz}$ ，最高频率  $f_H = 3\text{Hz}$ ，则信号的带宽为  $B = f_H - f_L = 2\text{Hz}$ ，所以该模拟基带信号为低通信号。由低通抽样定理可知，抽样频率  $f_s$  应满足

$$f_s \geq 2f_H = 6\text{Hz}, \text{ 抽样间隔 } T = \frac{1}{f_s} \leq \frac{1}{2f_H} = 0.17\text{s}$$

余弦信号傅里叶变换：

$$\cos \omega_0 t \leftrightarrow \pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$



【例】已知信号  $m(t) = \cos 100\pi t \cos 2000\pi t$ ，对  $m(t)$  进行理想抽样。  
问  $m(t)$  是低通信号还是带通信号？其抽样频率如何选择。

解： 因为 
$$m(t) = \cos 100\pi t \cos 2000\pi t$$
$$= 1/2(\cos 1900\pi t + \cos 2100\pi t)$$

所以最低频率和最高频率分别为  $f_L = 950\text{Hz}$ ， $f_H = 1050\text{Hz}$ 。

最低频率大于信号带宽，则该信号为带通信号。

抽样频率 
$$\frac{2f_H}{n+1} \leq f_s \leq \frac{2f_L}{n}$$

因为 
$$\frac{f_L}{B} = \frac{950}{1050 - 950} = 9.5$$
，则  $n = 9$ 。

所以 
$$210\text{Hz} \leq f_s \leq 211.1\text{Hz}$$



### 3、模拟脉冲调制

冲激函数 $\delta(t)$ :

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

讨论抽样定理时，用冲激函数去抽样。实际的抽样脉冲宽度和高度都是有限的。可以证明这样抽样时，抽样定理仍然正确。

脉冲振幅调制：从另一个角度看，可以把周期性脉冲序列看做是非正弦载波，而抽样过程可以看做是模拟信号对周期性脉冲序列进行振幅调制。



### – 模拟脉冲调制的种类

- 周期性脉冲序列有4个参量：脉冲重复周期、脉冲振幅、脉冲宽度和脉冲相位（位置）。
- 脉冲重复周期（抽样周期）一般由抽样定理决定，故只有其他3个参量可以接受调制。
- 3种脉冲调制：
  - 脉冲振幅调制(PAM: Pulse Amplitude Modulation)
  - 脉冲宽度调制(PDM: Pulse Duration Modulation)
  - 脉冲位置调制(PPM: Pulse Position Modulation)
- 因为其代表信息的参量连续变化的，3种脉冲调制是模拟调制。

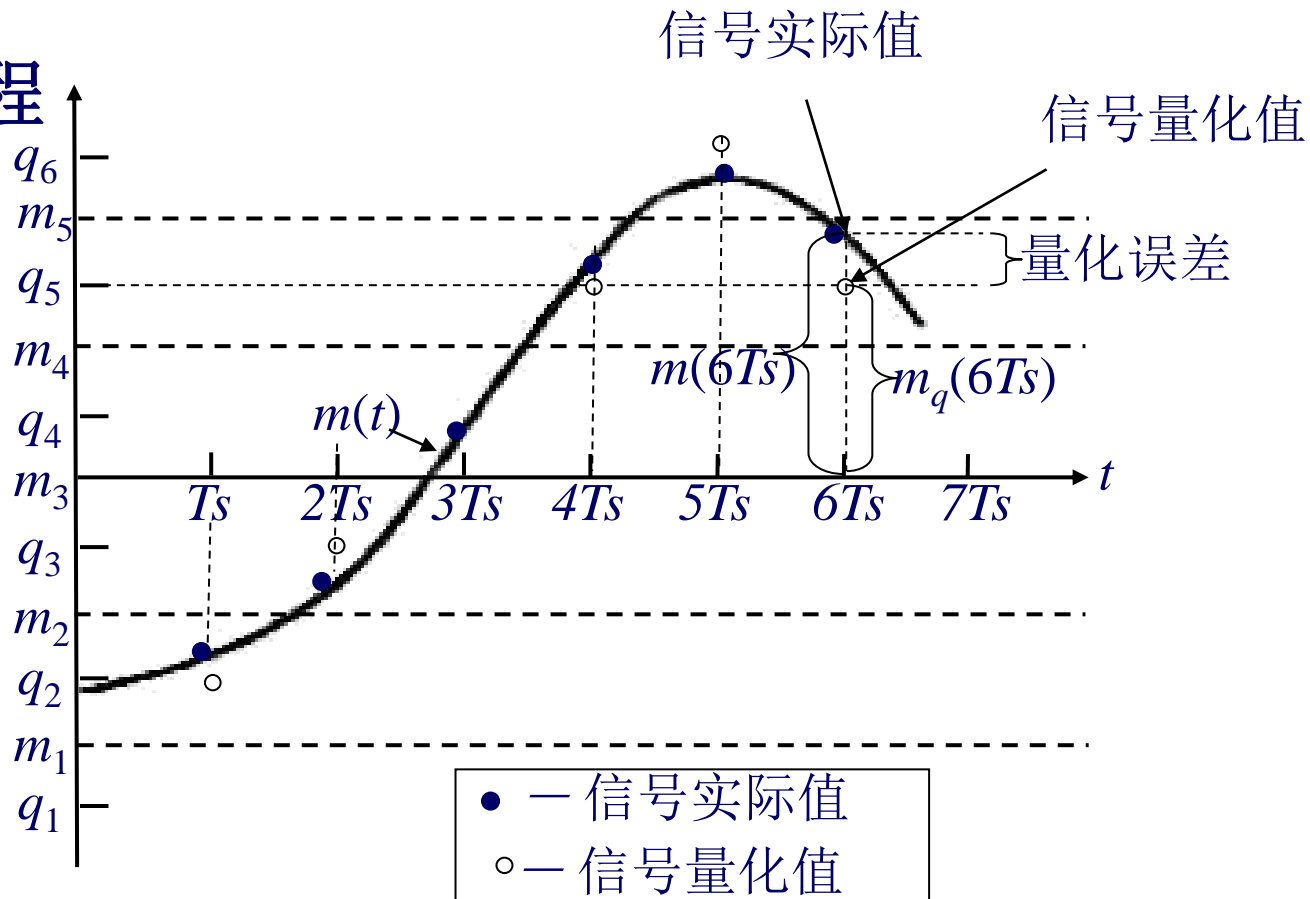


## 量化原理

- 设模拟信号的抽样值为 $m(kT_s)$ ，抽样值是一个取值连续的变量。
- 将抽样值的范围划分成 $M$ 个区间，每个区间用一个电平表示。则共有 $M$ 个离散电平，称为**量化电平**。
- 用这 $M$ 个量化电平表示连续抽样值的方法称为**量化**。
- 若 $M$ 个抽样值区间等间隔划分，称为**均匀量化**。
- $M$ 个抽样值区间不均匀划分，称为**非均匀量化**。



## 量化过程



$m(kT_s)$ —模拟信号抽样值,  $m_q(kT_s)$ —量化后的量化信号值

$q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_6$ —量化后信号的6个可能输出电平,

$m_0, m_1, m_2, \dots, m_i, \dots, m_5, m_6$ 为量化区间的端点。写出量化一般公式:

$$m_q(kT_s) = q_i, \text{ 当 } m_{i-1} \leq m(kT_s) < m_i$$



## 量化器

- 在原理上，量化过程可以认为是在一个量化器中完成的。输入信号为 $m(kT_s)$ ，输出信号为 $m_q(kT_s)$ ，如下图所示。



- 在实际中，量化过程常是和后续的编码过程结合在一起完成的，不一定存在独立的量化器。





## 量化误差

我们将量化值（离散值）与抽样值（连续值）之间的误差称为量化误差，用  $e(kT_s)$  表示。

$$\text{量化误差 } e(kT_s) = |\text{量化值} - \text{抽样值}| = |m_q(kT_s) - m(kT_s)|$$

在衡量量化器性能时，单看绝对误差的大小是不够的，因为信号有大有小，同样大的量化噪声对大信号的影响可能不算什么，但对小信号却可能造成严重的后果，因此在衡量量化器性能时应看信号功率与量化噪声功率的相对大小，用量化信噪比表示，即

$$\frac{S}{N_q} = \frac{E(m^2)}{E[(m - m_q)^2]}$$

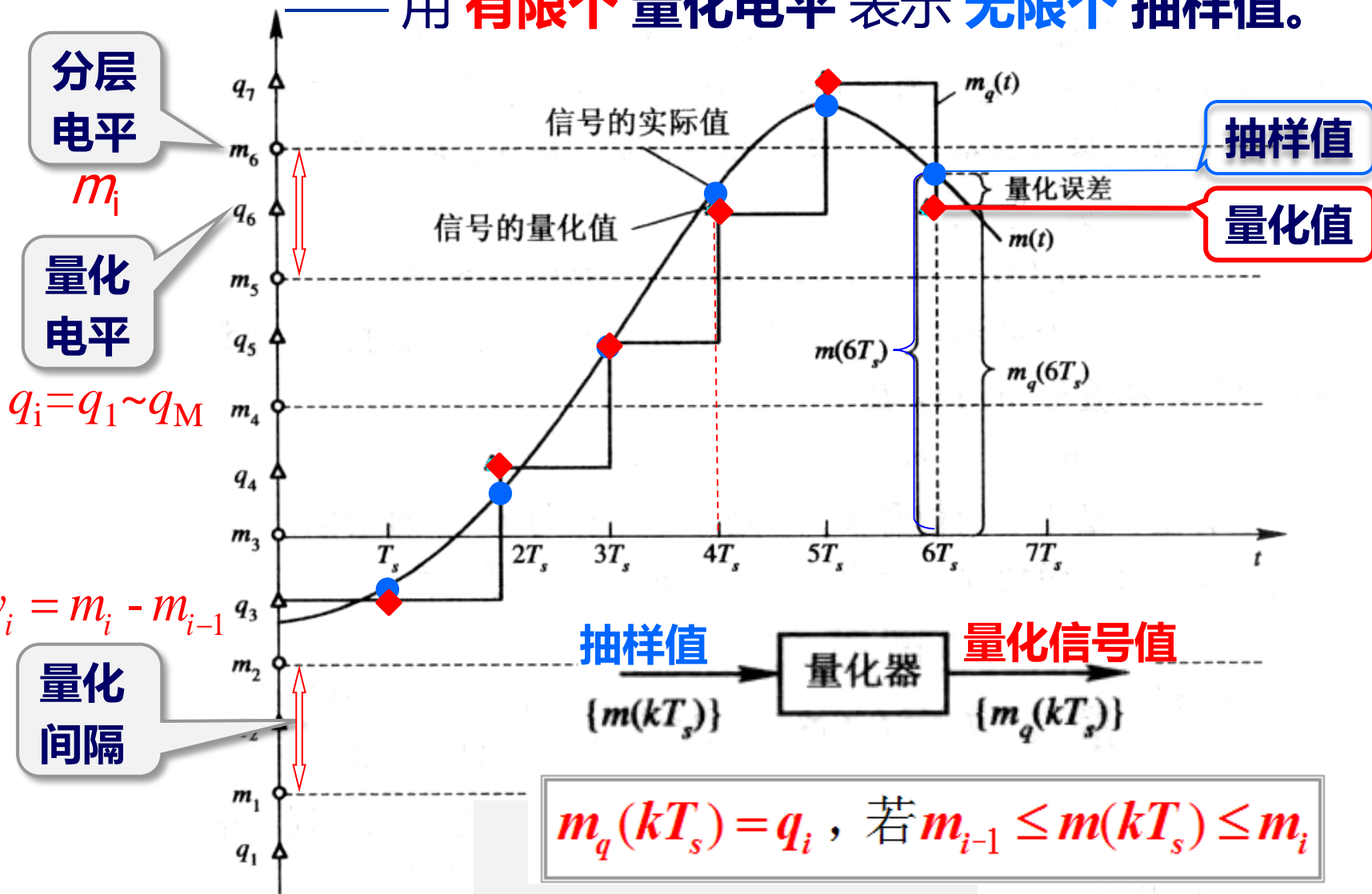
其中， $S$ 表示输入量化器的信号功率； $N_q$ 表示量化噪声功率；抽样值  $m(kT_s)$  简记为 $m$ ；量化值  $m_q(kT_s)$  简记为 $m_q$ 。





# 量化原理

用 **有限个** 量化电平 表示 **无限个** 抽样值。





# 均匀量化 — 等间隔划分输入信号的取值域

设抽样信号的取值范围

$[a, b]$

量化电平数

$M$

则量化间隔

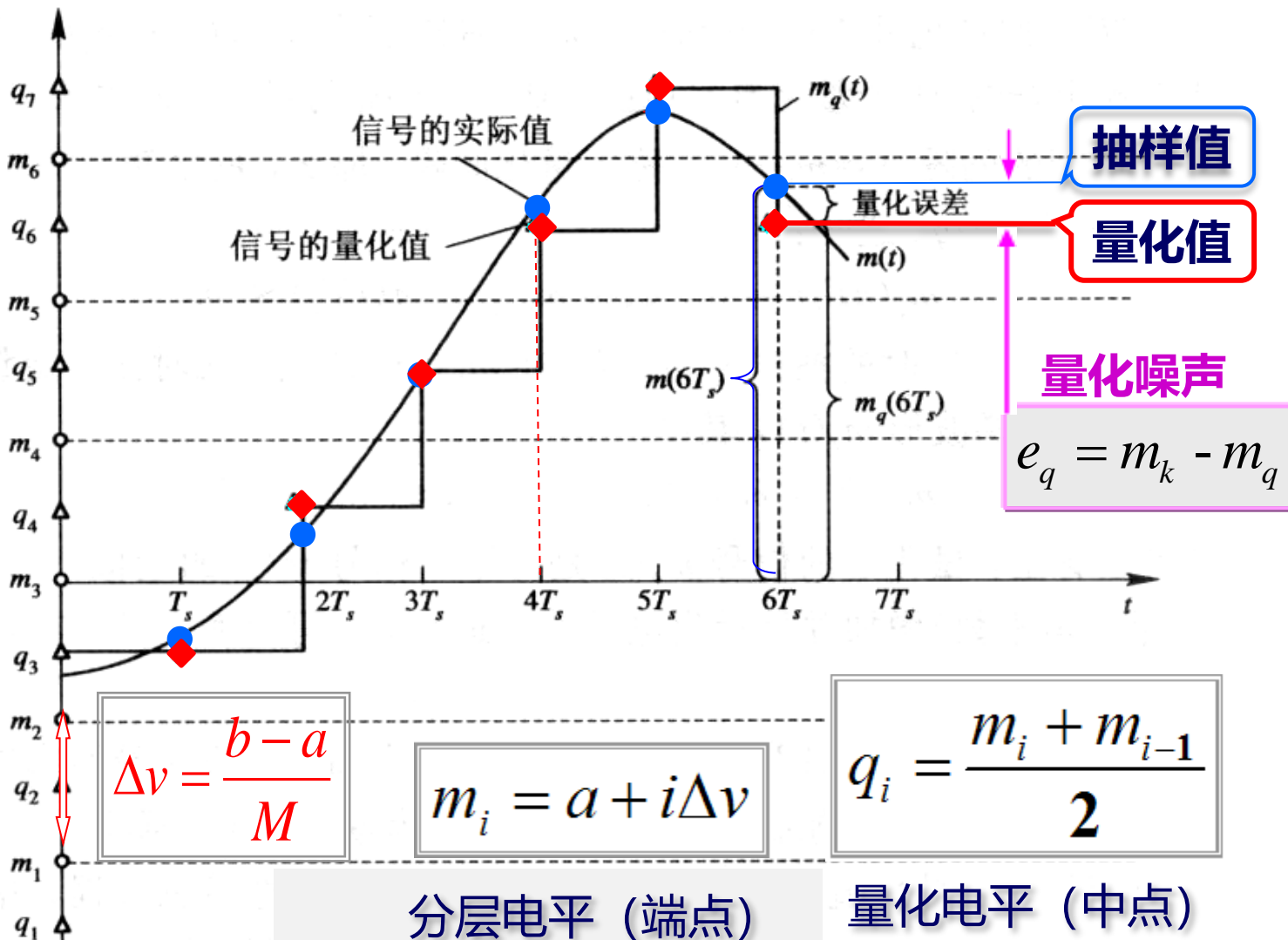
$$\Delta v = \frac{b - a}{M}$$

$$m_i = a + i\Delta v$$

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}$$

分层电平 (端点)

量化电平 (中点)





## 1. 均匀量化

设模拟抽样信号的取值范围在 $a$ 和 $b$ 之间，量化电平数为 $M$ ，则在均匀量化时的量化间隔为

$$\Delta = \frac{b-a}{M}$$

且量化区间的端点为

$$m_i = a + i\Delta \quad i = 0, 1, \dots, M$$

量化器输出 $m_q$ 为

$$m_q = q_i, \quad \text{当 } m_{i-1} < m \leq m_i$$

若量化输出电平 $q_i$ 取为量化间隔的中点，则

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2}, \quad i = 1, 2, \dots, M$$



量化输出电平和量化前信号的抽样值一般不同，即量化输出电平有误差，称为**量化噪声**，并用信号功率与量化噪声之比衡量其对信号影响的大小。

设模拟随机信号  $m(t)$  是均值为零，概率密度为  $f(x)$  的平稳随机过程，则信号功率为

$$S = E[(m)^2] = \int_a^b x^2 f(x) dx$$

量化噪声功率为

$$N_q = E[(m - m_q)^2] = \int_a^b (m - m_q)^2 f(x) dx = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 f(x) dx$$



【例】设一个均匀量化器的量化电平数为 $M$ ，其输入信号抽样值在区间 $[-a, a]$ 内具有均匀的概率密度。试求该量化器的平均信号量噪比。

【解】

$$\begin{aligned} N_q &= \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 f(x) dx = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (x - q_i)^2 \left( \frac{1}{2a} \right) dx \\ &= \sum_{i=1}^M \int_{-a+(i-1)\Delta}^{-a+i\Delta} \left( x + a - i\Delta + \frac{\Delta}{2} \right)^2 \left( \frac{1}{2a} \right) dx \\ &= \sum_{i=1}^M \left( \frac{1}{2a} \right) \left( \frac{\Delta^3}{12} \right) = \frac{M \Delta^3}{24a} \end{aligned}$$

因为  $M \Delta = 2a$

所以有

$$N_q = \frac{(\Delta)^2}{12}$$

均与量化器的量化噪声功率 $N_q$ 仅与量化间隔 $\Delta$ 有关，一旦量化间隔给定，无论抽样值大小如何，均匀量化噪声功率 $N_q$ 都相同。



由于此信号具有均匀的概率密度，故信号功率等于

$$S = \int_{-a}^a x^2 f(x) dx = \int_{-a}^a x^2 \left( \frac{1}{2a} \right) dx = \frac{M^2 (\Delta)^2}{12}$$

平均信号量噪比为

$$\frac{S}{N_q} = M^2$$

$$\left( \frac{S}{N_q} \right)_{dB} = 20 \lg M \quad \text{dB}$$

量化器的平均输出信号量噪比随量化电平数 $M$ 的增大而提高。



$$N_q = \frac{(\Delta)^2}{12}$$

实际应用中，对于给定的量化器，量化电平数 $M$ 和量化间隔 $\Delta$ 都是确定的，量化噪声 $N_q$ 也是确定的。

信号的强度随时间变化（例如，语音信号）；当信号小时，信号量噪比也小。

均匀量化器对于小输入信号很不利。

为了克服这个缺点，改善小信号时的信号量噪比小的问题，在实际应用中常采用非均匀量化。



## 非均匀量化原理

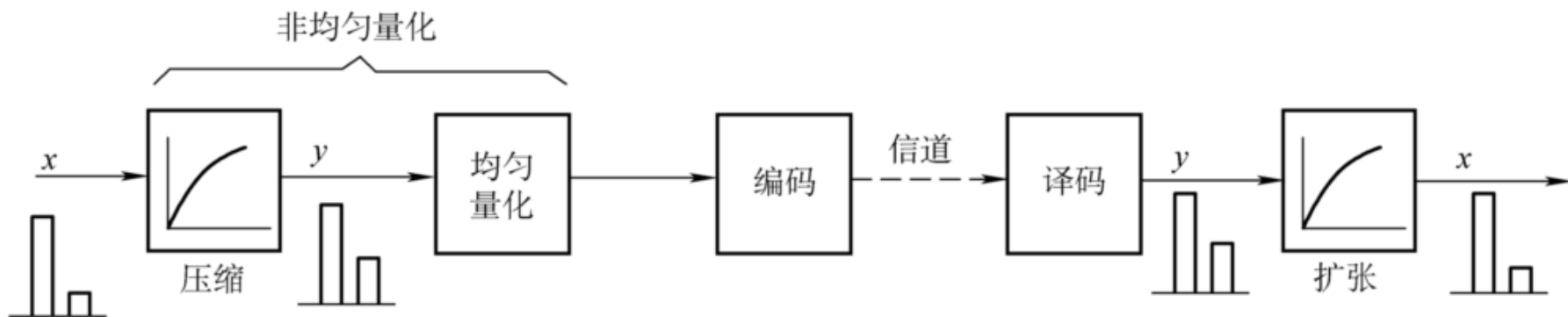
- 非均匀量化时，量化间隔随信号抽样值的不同而变化。
  - 信号抽样值小时，量化间隔 $\Delta$ 也小；
  - 信号抽样值大时，量化间隔 $\Delta$ 也变大。
- 实际中，非均匀量化的实现通常是采用压缩扩张术，其特点是在发送端将抽样值进行压缩处理后再均匀量化。





## 2、非均匀量化

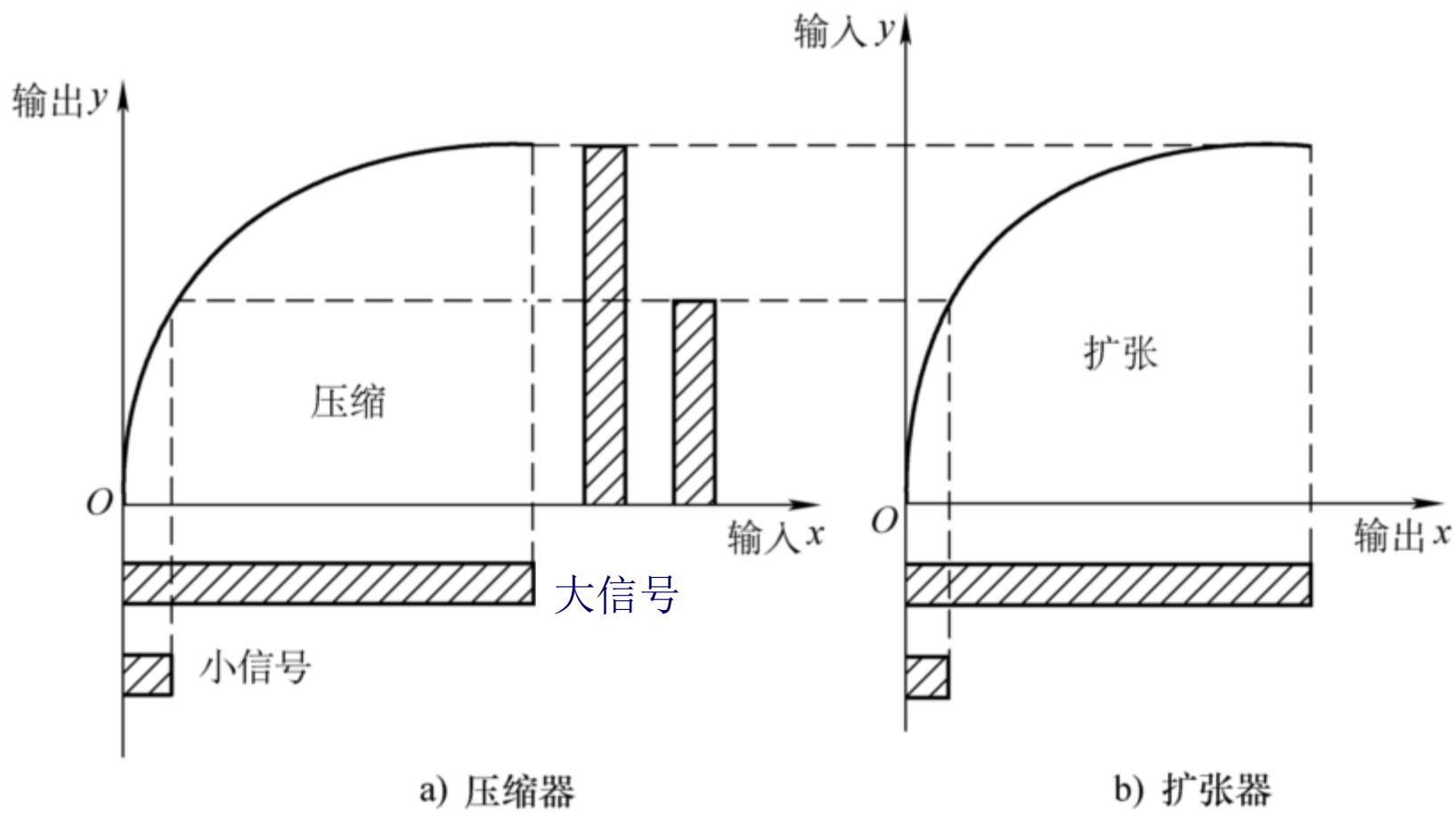
在实际应用中，非均匀量化的实现方法通常是采用压缩扩张技术，其特点是在发送端将抽样值进行压缩处理后再均匀量化，在接收端进行相应的扩张处理，采用压扩技术的PCM系统框图如图所示。



采用压扩技术的PCM系统框图



压缩特性和扩展特性示意图如图所示。



压缩特性和扩张特性示意图



## A压缩律和 $\mu$ 压缩律

- 根据数字通信系统的压缩特性，国际电信联盟(ITU)制定了两种建议，即A压缩律和 $\mu$ 压缩律，以及相应的近似算法 — 13折线法和15折线法。
- 我国大陆、欧洲各国以及国际间互连时采用A律及相应的13折线法。
- 北美、日本和韩国等少数国家和地区采用 $\mu$ 律及15折线法。



## A压缩律

A压缩律对应的对数压缩规律：

$$y = \begin{cases} \frac{Ax}{1 + \ln A}, & 0 < x \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A}, & \frac{1}{A} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$x$  — 压缩器归一化输入电压；

$y$  — 压缩器归一化输出电压；

$A$  — 常数，它决定压缩程度

$$x = \frac{\text{压缩器的输入电压}}{\text{压缩器可能的最大输入电压}}$$

$$y = \frac{\text{压缩器的输出电压}}{\text{压缩器可能的最大输出电压}}$$

第一个表示式中的 $y$ 和 $x$ 成正比，是一条直线方程；

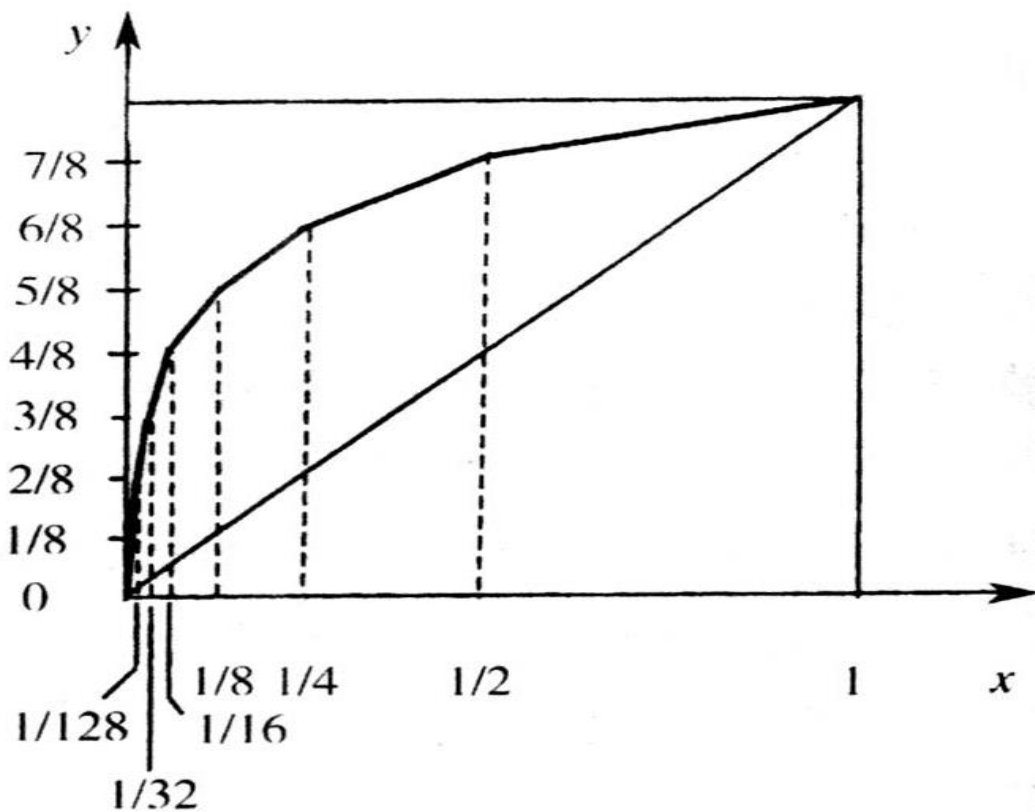
第二个表示式中的 $y$ 和 $x$ 是对数关系，类似理论上为保持信号量噪比恒定所需的理想特性的关系。

常数 $A$ 不同，则压缩曲线的形状不同，这将特别影响小电压时的信号量噪比的大小。在实用中，选择 $A$ 等于87.6。



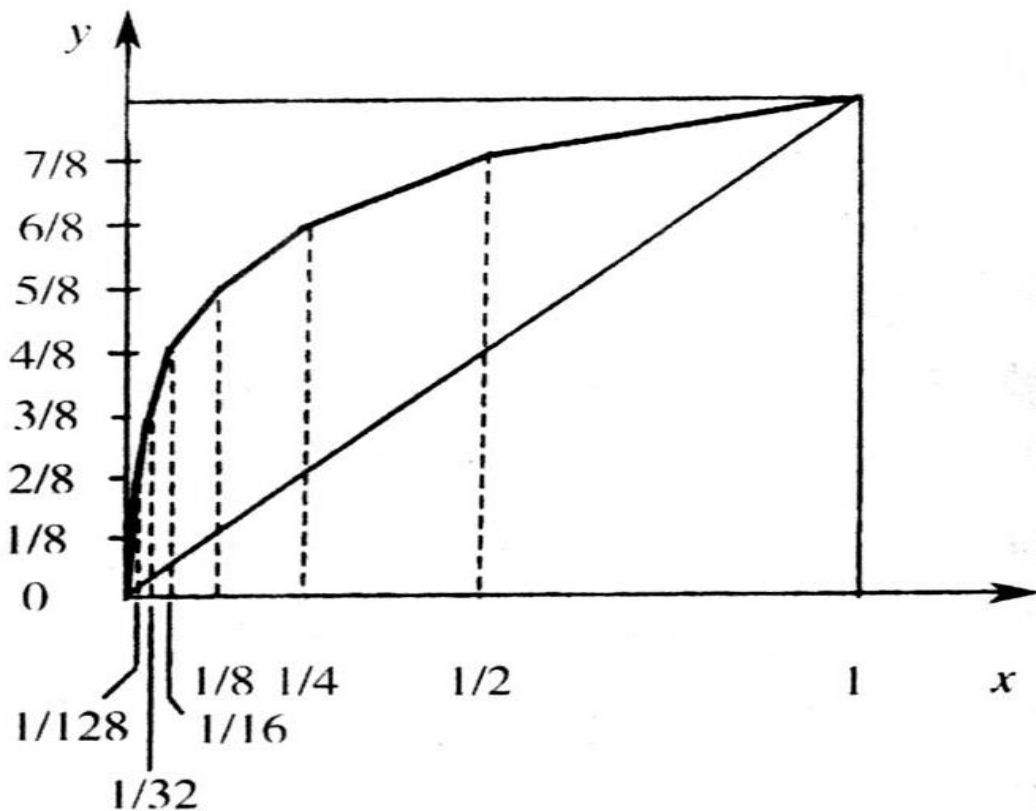
## A律的近似 -13折线压缩特性

A律表示式是一条平滑曲线，用电子线路很难准确地实现。用数字电路来近似实现。13折线特性近似于A律的特性。





## A律13折线



横坐标 $x$ 在0至1区间中分为不均匀的8段。1/2至1间的线段-第8段；1/4至1/2间的线段-第7段；1/8至1/4间的线段-第6段；依此类推，直到0至1/128间的线段-第1段。

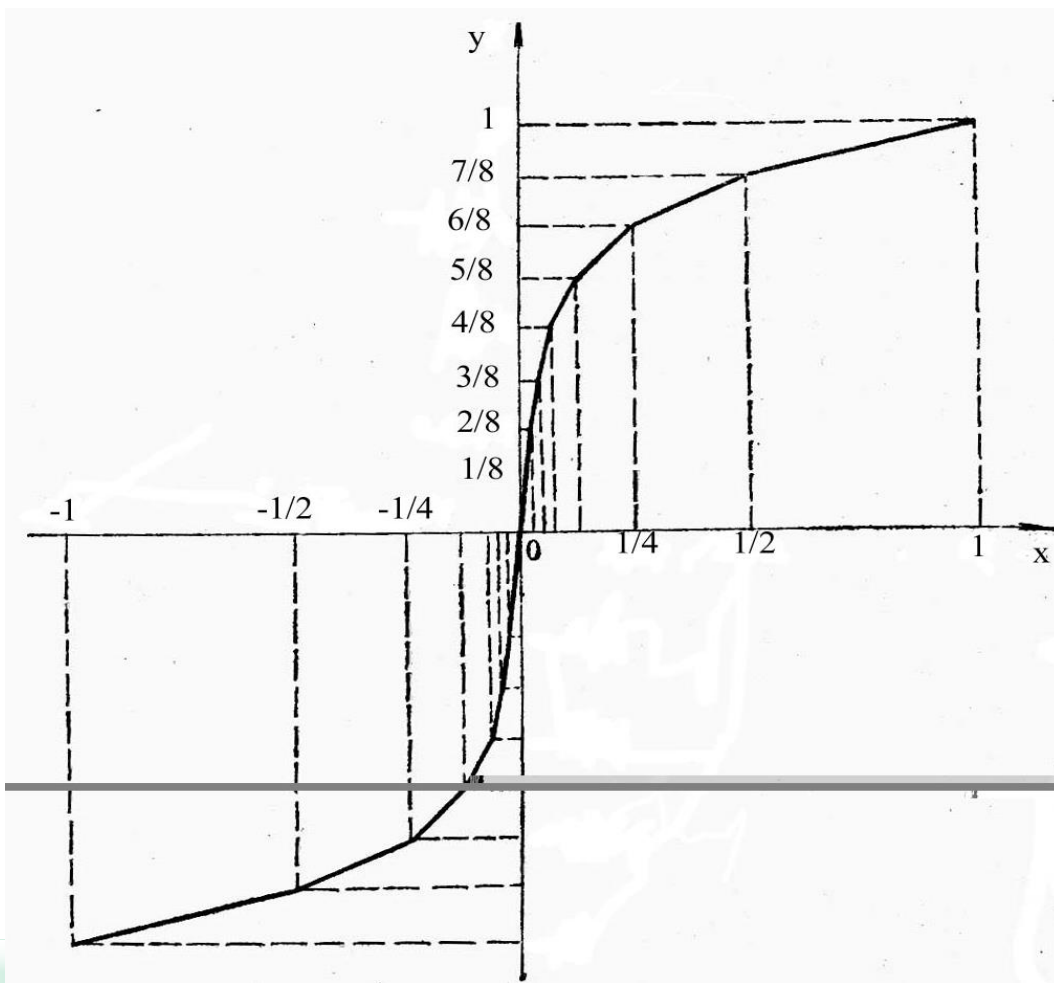
纵坐标 $y$ 则均匀地划分作8段。

将与这8段相应的座标点 $(x, y)$ 相连，就得到了一条折线。除第1和2段外，其他各段折线的斜率都不相同。

折线段号	1	2	3	4	5	6	7	8
斜 率	16	16	8	4	2	1	1/2	1/4



- 语音信号为交流信号，压缩特性还包含第3象限对原点奇对称的另一半曲线。
- 第1象限中的第1和第2段折线斜率相同，构成一条直线。
- 第3象限中的第1和第2段折线斜率也相同，且和第1象限中的斜率相同。
- 所以，这4段折线构成了一条直线。
- 共有13段折线，称**13折线压缩特性**。





## 13折线特性和A律特性之间的误差

在折线的各转折点和端点上比较两条曲线的座标值。各转折点的纵坐标 $y$ 值分别为0,  $1/8$ ,  $2/8$ ,  $3/8$ , ..., 1。

$A = 87.6$ , 对应各转折点纵坐标 $y$ 的横坐标值如下表:

i	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$y = 1 - i/8$	0	$1/8$	$2/8$	$3/8$	$4/8$	$5/8$	$6/8$	$7/8$	1
A律的 $x$ 值	0	$1/128$	$1/60.6$	$1/30.6$	$1/15.4$	$1/7.79$	$1/3.93$	$1/1.98$	1
13折线法的 $x = 1/2i$	0	$1/128$	$1/64$	$1/32$	$1/16$	$1/8$	$1/4$	$1/2$	1
折线段号	1	2	3	4	5	6	7	8	
折线斜率	16	16	8	4	2	1	$1/2$	$1/4$	

13折线法和 $A = 87.6$ 时的A律压缩法十分接近。





## $\mu$ 压缩律

所谓  $\mu$ 压缩律就是压缩器的压缩特性具有如下关系的压缩律

$$y = \frac{\ln(1 + \mu x)}{\ln(1 + \mu)}, \quad 0 \leq x \leq 1$$

式中， $x$ 和 $y$ 分别表示归一化的压缩器输入和输出电压。即

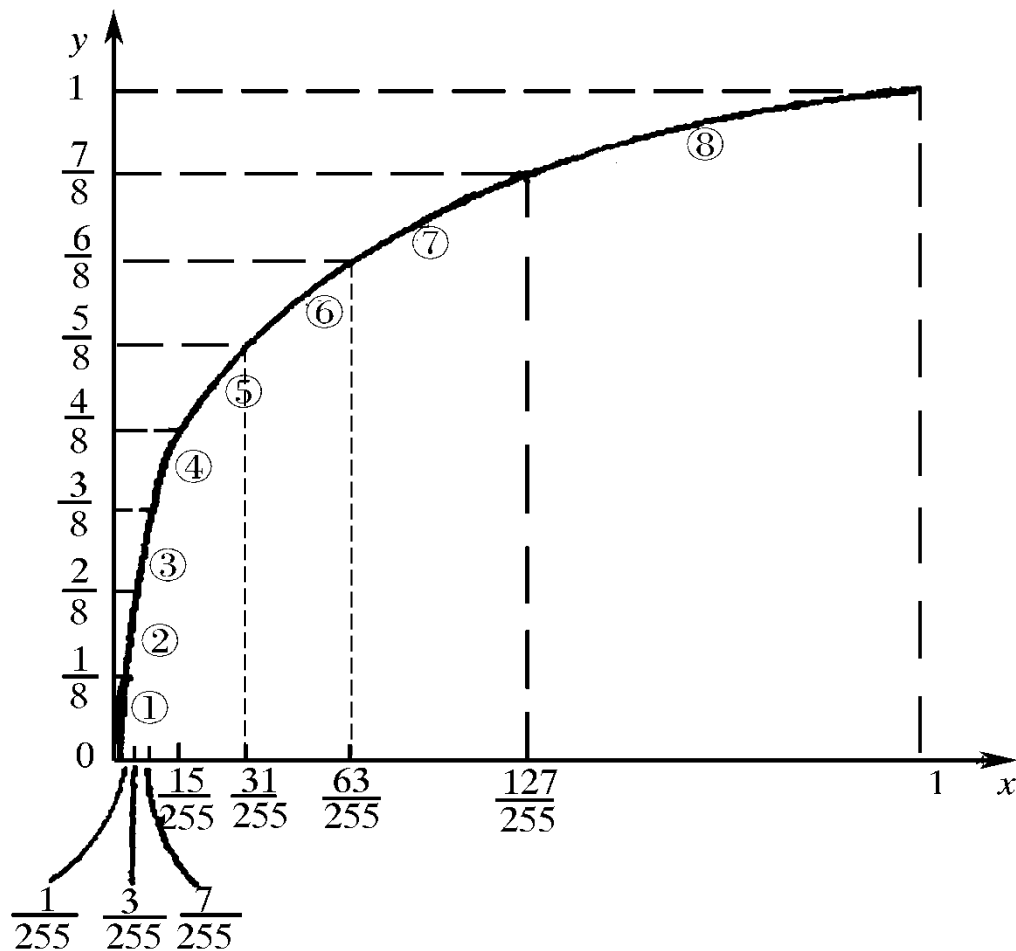
$$x = \frac{\text{压缩器的输入电压}}{\text{压缩器可能的最大输入电压}}$$

$$y = \frac{\text{压缩器的输出电压}}{\text{压缩器可能的最大输出电压}}$$

- $\mu$ 压缩律的特性，美国等地采用。
- $\mu$ 律同样不易用电子线路准确实现，目前实用的是采用特性近似的15折线代替 $\mu$ 律。
- 通常用参数 $\mu$ 取常数255。



## $\mu$ 律15折线图形





## 13折线特性 v.s.15折线特性

- 15折线特性第一段的斜率（ $255/8$ ）大约是13折线特性第一段斜率（16）的两倍。
- 15折线特性给出的小信号的信号量噪比约是13折线特性的两倍。
- 对于大信号而言，15折线特性给出的信号量噪比要比13折线特性时稍差。
- 恢复原信号大小的扩张原理，完全和压缩的过程相反。



## 3.2.3 脉冲编码调制

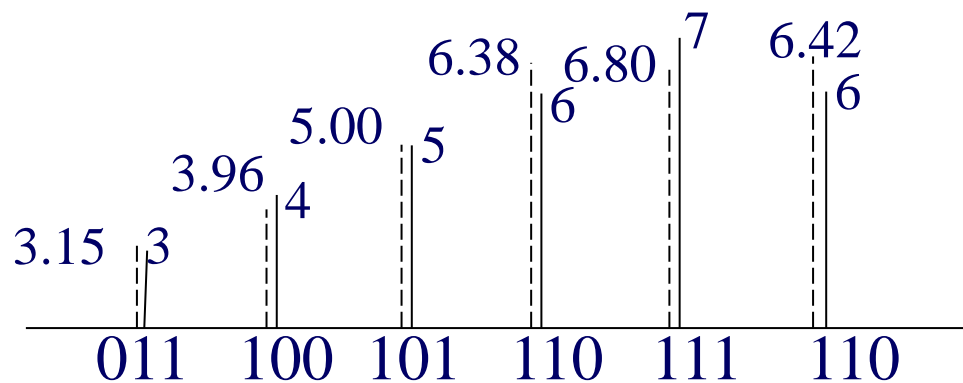
### 脉冲编码调制（PCM）的基本原理

- 量化后的信号已经是取值离散的数字信号。A/D变换的最后一步是如何将这个数字信号编码。
- 最常用的编码是用二进制的符号，如“0”和“1”表示此离散数值。
- 把从模拟信号抽样、量化，直到变换成为二进制符号的基本过程，称为脉冲编码调制，简称脉码调制。

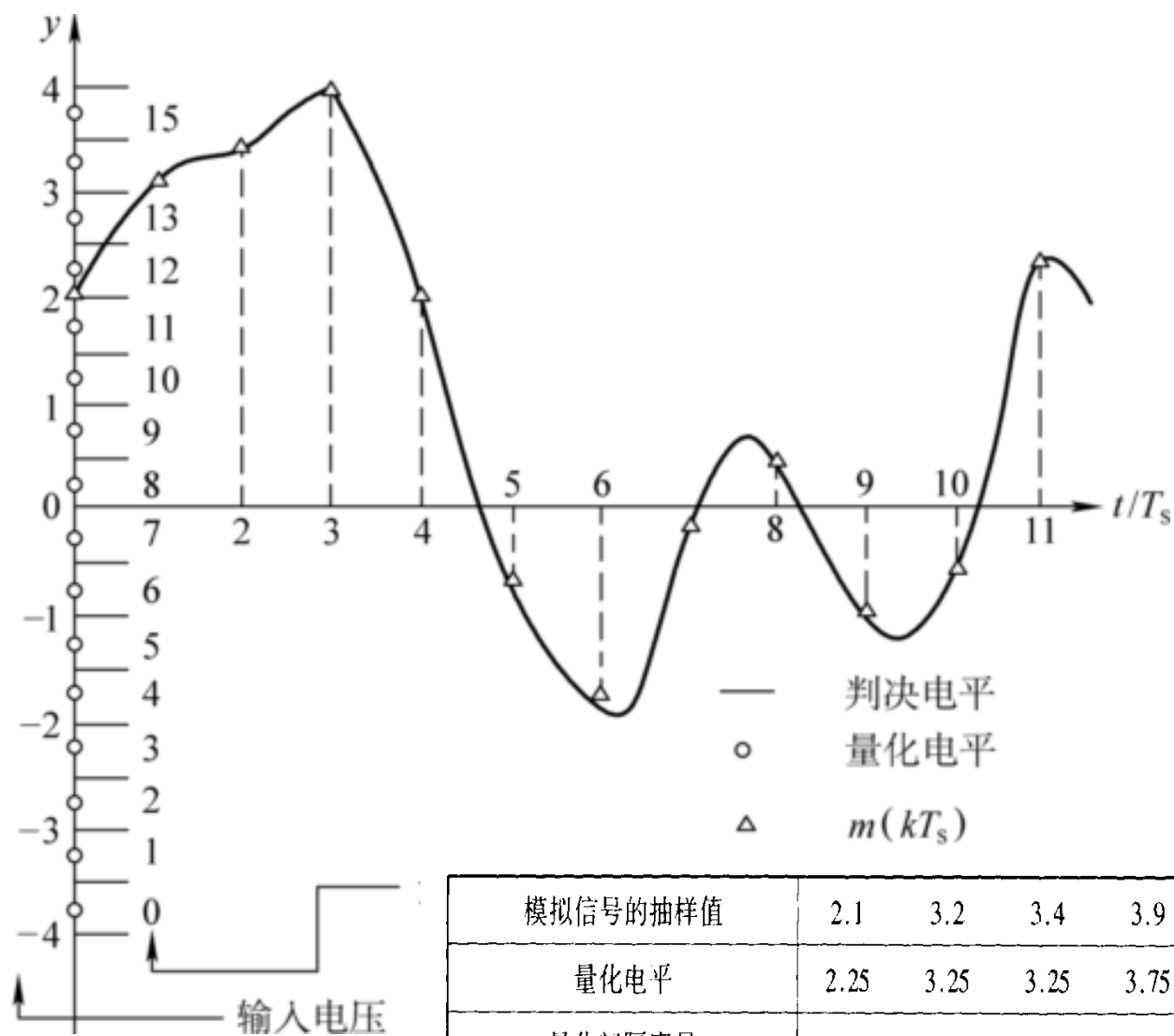


## PCM举例

例：模拟信号的抽样值为3.15， 3.96， 5.00， 6.38， 6.80和6.42。  
若按照“四舍五入”的原则量化为整数值，则抽样值量化后变为3， 4， 5， 6， 7和6。在按照二进制数编码后，量化值就变成二进制符号：011、100、101、110、111和110。



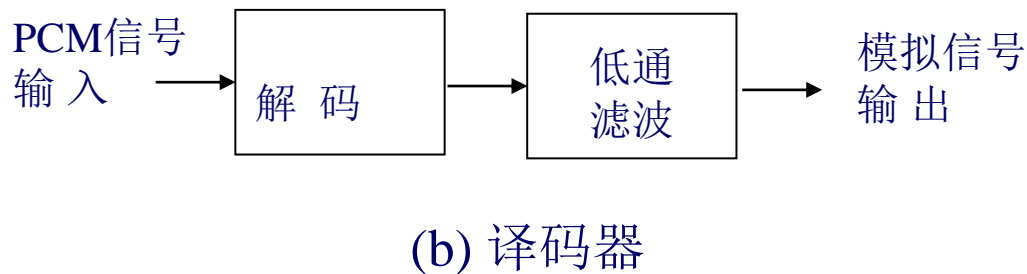
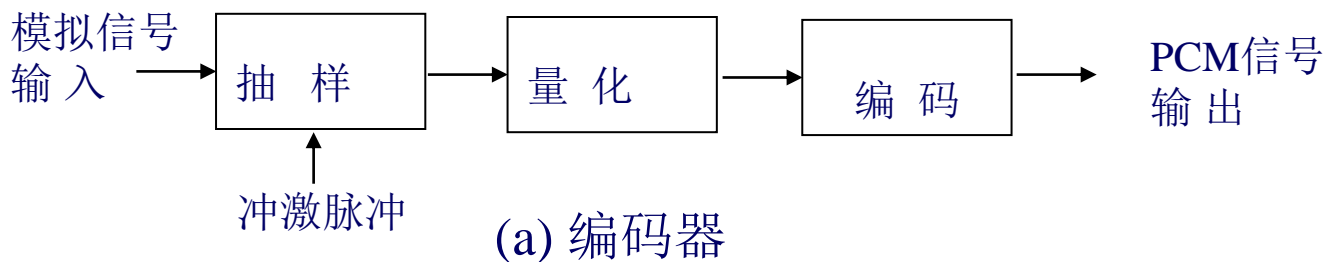
抽样值	3.15	3.96	5.00	6.38	6.80	6.42
量化值	3	4	5	6	7	6
编码后	011	100	101	110	111	110



模拟信号的抽样值	2.1	3.2	3.4	3.9	1.9	-0.75	-1.76	-0.2	0.4
量化电平	2.25	3.25	3.25	3.75	1.75	-0.75	-1.75	-0.25	0.25
量化间隔序号	12	14	14	15	11	6	4	7	8
二进制编码	1100	1110	1110	1111	1011	0110	0100	0111	1000
四进制编码	30	32	32	33	23	12	10	13	20



## PCM系统的原理图



抽样：冲激脉冲对模拟信号抽样，得到抽样时刻上的信号抽样值（取值是模拟的）。

量化器把抽样信号变成离散的数字量，然后在编码器中进行二进制编码。

每个二进制码组就代表一个量化后的信号抽样值。



## 自然二进制码和折叠二进制码

自然二进制码，按照二进制数的自然规律排列。电话信号还常用另外一种编码 — 折叠二进制码。现以4位码为例，列于下表中：

量化值序号	量化电压极性	自然二进制码	折叠二进制码
15	正极性	1111	1111
14		1110	1110
13		1101	1101
12		1100	1100
11		1011	1011
10		1010	1010
9		1001	1001
8		1000	1000
7	负极性	0111	0000
6		0110	0001
5		0101	0010
4		0100	0011
3		0011	0100
2		0010	0101
1		0001	0110
0		0000	0111





## 折叠码的优点

- 因为电话信号是交流信号，将16个双极性量化值分成两部分。
- 第0至第7个量化值对应于负极性电压；第8至第15个量化值对应于正极性电压。
- 对于自然二进制码，两部分之间没有什么对应联系。
- 对于折叠二进制码，除了其最高位符号相反外，其上下两部分还呈现映像关系，或称折叠关系。
  - 这种码用最高位表示电压的极性正负，而用其他位来表示电压的绝对值。在用最高位表示极性后，双极性电压可以采用单极性编码方法处理，从而使编码电路和编码过程大为简化。



- 折叠码的另一个优点是误码对于小电压的影响较小。
  - 例如，若有1个码组为1000，在传输或处理时发生1个符号错误，变成0000。
  - 若为自然码，则它所代表的电压值将从8变成0，误差为8；若为折叠码，则它将从8变成7，误差为1。
  - 若一个码组从1111错成0111，则自然码将从15变成7，误差仍为8；而折叠码则将从15错成为0，误差增大为15。
  - 这表明，折叠码对于**小信号有利**。由于语音信号小电压出现的概率较大，所以折叠码有利于减小语音信号的平均量化噪声。
- 在语音通信中，通常采用8位的PCM编码就能够保证满意的通信质量。



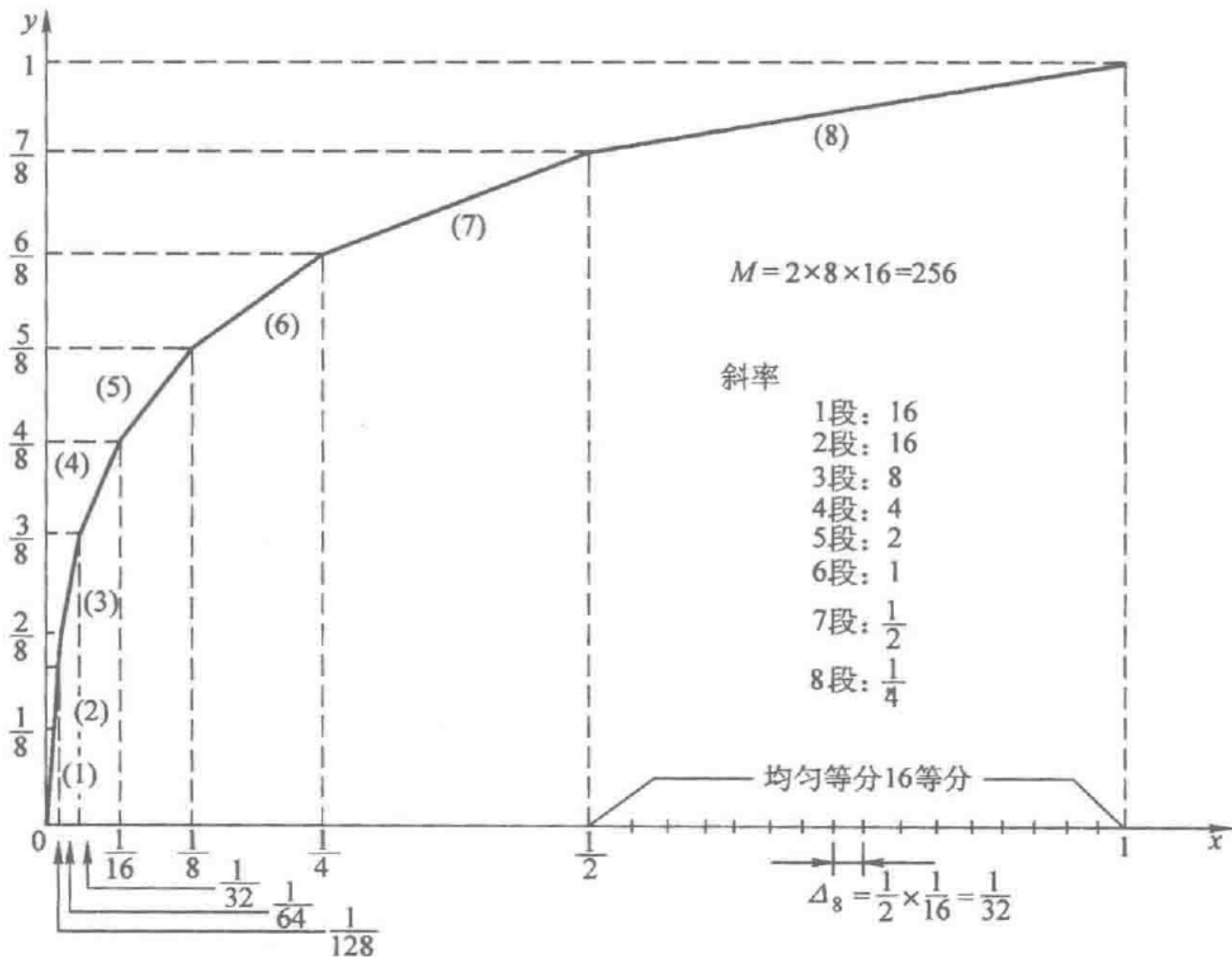
## 2、13折线的码位安排

在A律13折线编码中，普遍采用8位折叠二进制码，对应有  $M = 2^8 = 256$  个量化级，即正、负输入幅度范围内各有128个量化级。考虑到正、负双向共有8个段落，这需要将每个段落再等分为16个量化级。按折叠二进制的码型，这8位码的安排如下：

极性码	段落码	段内码
$C_1$	$C_2C_3C_4$	$C_5C_6C_7C_8$

在13折线法中采用的折叠码有8位。

- 第一位 $c_1$ 表示量化值的极性正负。
- 后面的7位分为段落码和段内码两部分，用于表示量化值的绝对值。
  - 第2至4位( $c_2 c_3 c_4$ )是段落码，共计3位，可以表示8种斜率的段落；
  - 其他4位( $c_5 \sim c_8$ )为段内码，可以表示每一段落内的16种量化电平。段内码代表的16个量化电平是均匀划分的。
  - 这7位码总共能表示 $2^7 = 128$ 种量化值。





- 段内码是按量化间隔均匀编码；
- 各个段落的斜率不等，长度不等，不同段落的量化间隔是不同的。
  - 第1和2段最短，斜率最大，横坐标 $x$ 的归一化动态范围只有 $1/128$ 。等分为16小段后，每一小段的动态范围为 $(1/128) \times (1/16) = 1/2048$ 。即最小量化间隔，将此**最小量化间隔(1/2048)**称为**1个量化单位 $\Delta$** 。
  - 第8段最长，横坐标 $x$ 的动态范围为 $1/2$ 。16等分后，每段长度为 $1/32$ 。量化间隔为 $64\Delta$ 。在第1~8段落内的每一小段段内均匀量化级依次为 $1\Delta$ 、 $1\Delta$ 、 $2\Delta$ 、 $4\Delta$ 、 $8\Delta$ 、 $16\Delta$ 、 $32\Delta$ 、 $64\Delta$ 。
  - 若采用均匀量化而对于小电压保持有同样的量化间隔 $1/2048$ ，则需要用11位码组。采用非均匀量化，只需要7位。

各折线段落长度与斜率

各折线段落	1	2	3	4	5	6	7	8
各段落长度(以 $\Delta$ 计)	16	16	32	64	128	256	512	1 024
各段内均匀量化级(以 $\Delta$ 计)	$\Delta$	$\Delta$	$2\Delta$	$4\Delta$	$8\Delta$	$16\Delta$	$32\Delta$	$64\Delta$
斜率	16	16	8	4	2	1	$1/2$	$1/4$



综合上述码位安排，得到段落码和段内码与所对应的段落及电平之间关系表如表中所示。

段落电平关系表

量化段	电平范围	段落码			起始电平	量化间隔	段内码对应的电平( $\Delta$ )			
序号	( $\Delta$ )	$C_2$	$C_3$	$C_4$	( $\Delta$ )	$\Delta i(\Delta)$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
1	0 ~ 16	0	0	0	0	1	8	4	2	1
2	16 ~ 32			1	16	1	8	4	2	1
3	32 ~ 64		1	0	32	2	16	8	4	2
4	64 ~ 128			1	64	4	32	16	8	4
5	128 ~ 256	1	0	0	128	8	64	32	16	8
6	256 ~ 512			1	256	16	128	64	32	16
7	512 ~ 1024		1	0	512	32	256	128	64	32
8	1024 ~ 2048			1	1024	64	512	256	128	64



【例 3-1】 设输入信号抽样值  $I_s = +1255\Delta$ ，写出按 A 律 13 折线编成的 8 位码

$C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_6 C_7 C_8$ ，并计算量化电平和量化误差。

解： 编码过程如下：

(1) 确定极性码  $C_1$ ：由于输入信号抽样值  $I_s$  为正，故极性码  $C_1 = 1$ 。

(2) 确定段落码  $C_2 C_3 C_4$ ：

因为  $1255 > 1024$ ，所以位于第 8 段落，段落码为 111。

(3) 确定段内码  $C_5 C_6 C_7 C_8$ ：

因为  $1255 = 1024 + 3 \times 64 + 39$ ，所以段内码  $C_5 C_6 C_7 C_8 = 0011$ 。

所以，编出的 PCM 码字为 1 111 0011。它表示输入信号抽样值  $I_s$  处于第 8 段序号为 3 的量化级。

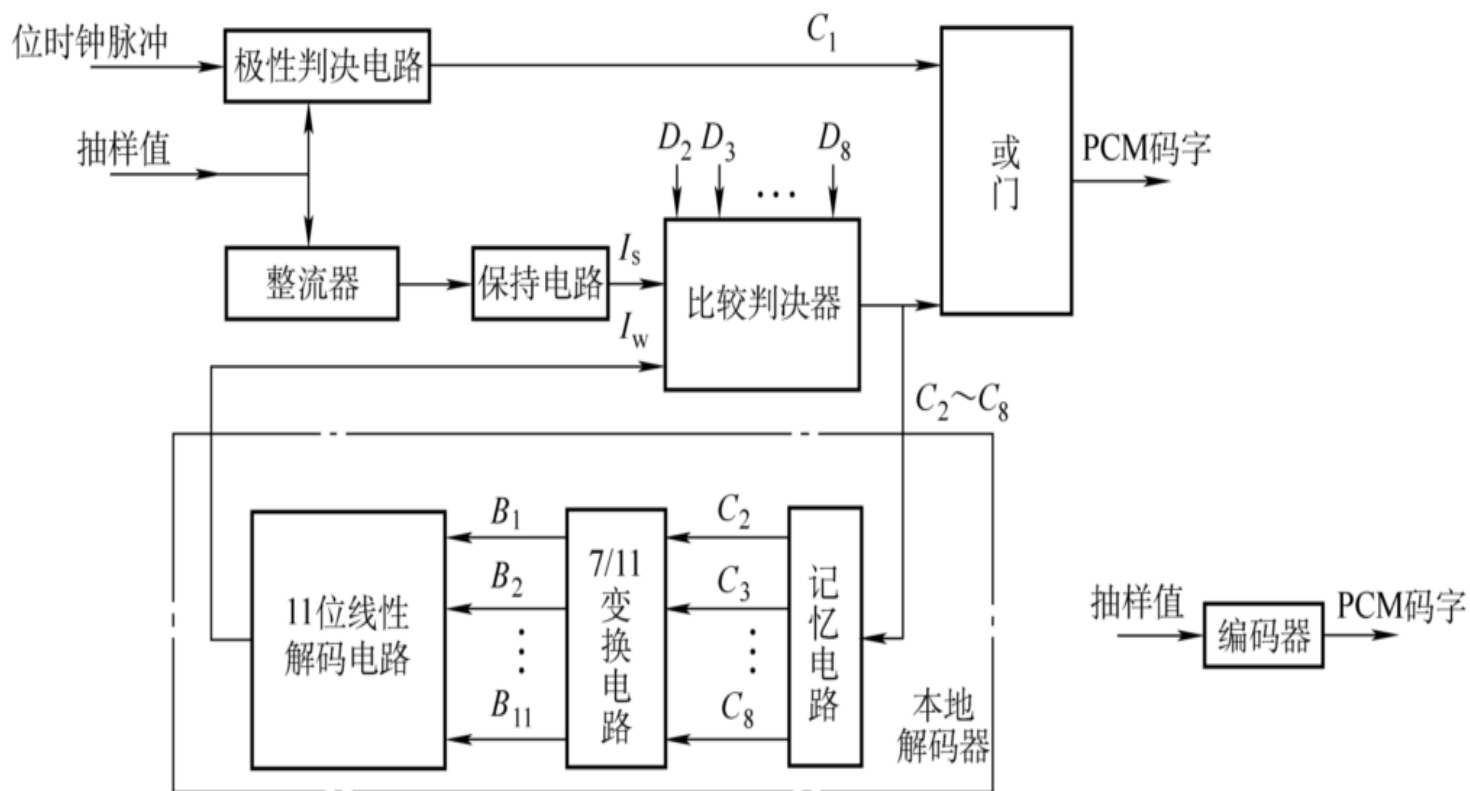
量化电平取在量化级的中点，则为  $1248\Delta$ ，故量化误差等于  $7\Delta$ 。



### 3、逐次比较型编解码原理

#### (1) A压缩律13折线编码器

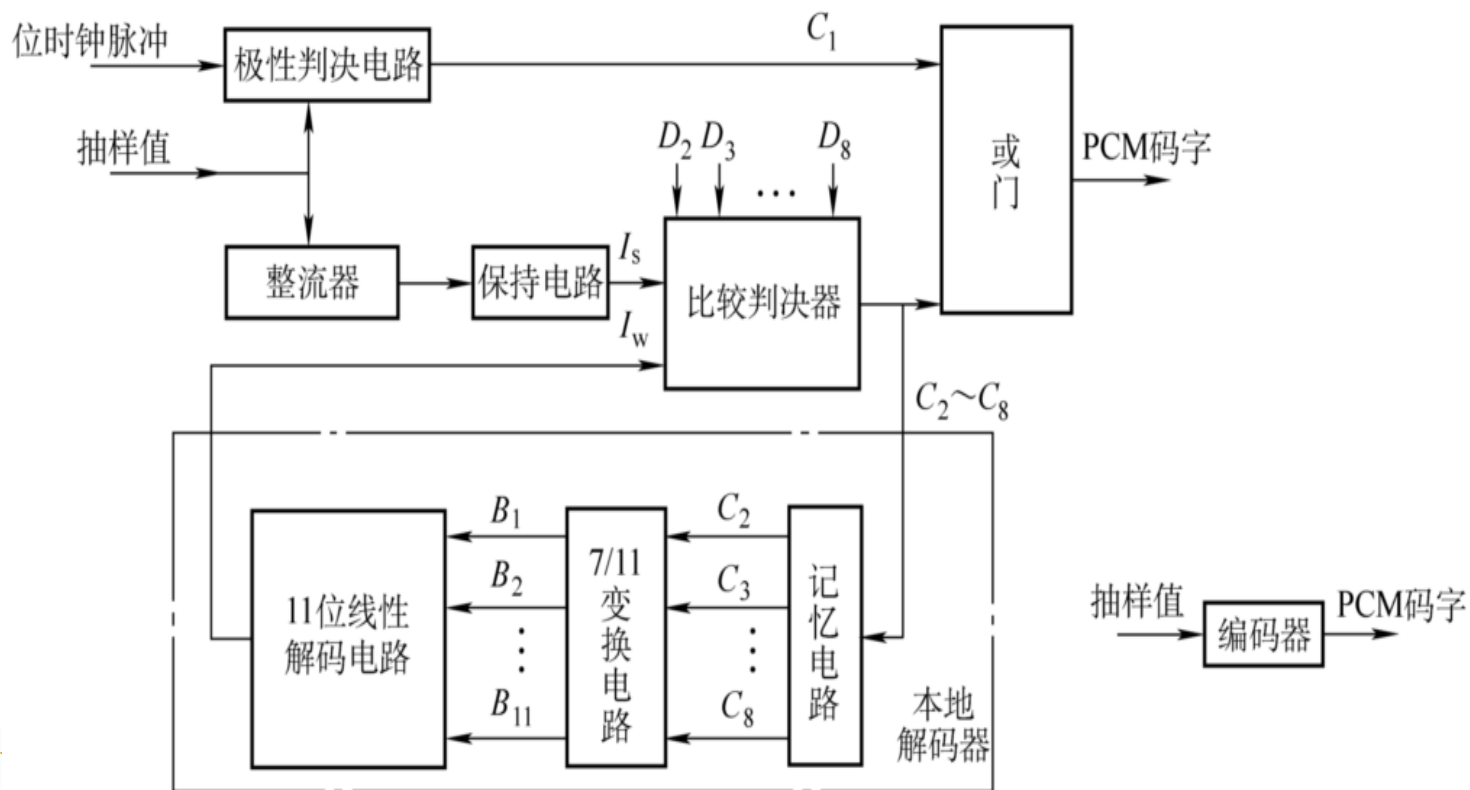
实现编码的具体方法和电路很多，A压缩律13折线编码器目前常采用逐次比较型编码器。它由整流器、极性判决、保持电路、比较判决器及本地解码电路等组成，如图所示。

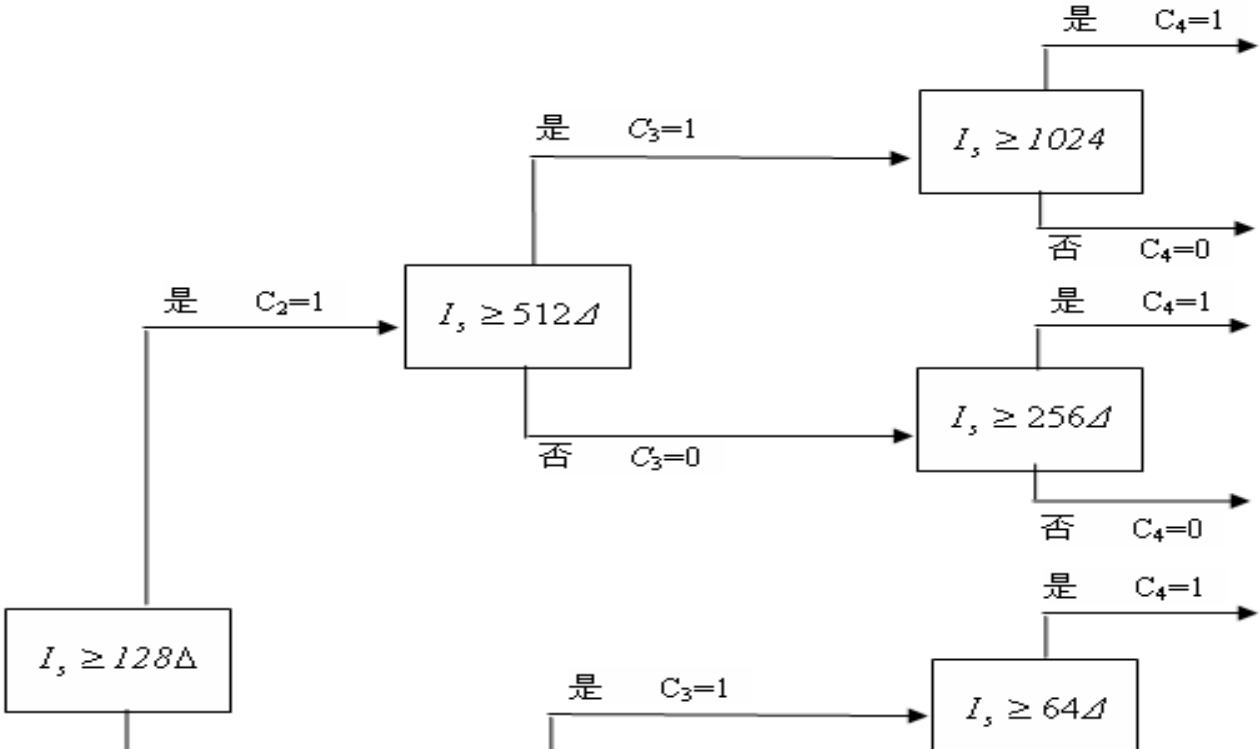






- 1) 极性判决电路：确定信号的极性。
- 2) 整流器：PAM信号经整流后变成单极性信号。
- 3) 保持电路：在整个比较过程中保持输入信号的幅度不变。
- 4) 比较判决器：是编码器的核心。通过比较样值 $I_s$ 和标准值 $I_w$ 进行非线性量化和编码。当 $I_s > I_w$ 时，得到“1”码，反之得到“0”码。





量化段	电平范围	段落码			起始电平	量化间隔	段内码对应的电平(Δ)			
序号	(Δ)	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	(Δ)	Δi(Δ)	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>
1	0 ~ 16	0	0	0	0	1	8	4	2	1
2	16 ~ 32			1	16	1	8	4	2	1
3	32 ~ 64		1	0	32	2	16	8	4	2
4	64 ~ 128			1	64	4	32	16	8	4
5	128 ~ 256	1	0	0	128	8	64	32	16	8
6	256 ~ 512			1	256	16	128	64	32	16
7	512 ~ 1024		1	0	512	32	256	128	64	32
8	1024 ~ 2048			1	1024	64	512	256	128	64



5) 本地解码电路：产生比较判决其所需的标准值。它包括记忆电路、7/11变换电路和11位线性解码电路。

- 7/11变换电路是将7位非线性幅度码 $c_2 \sim c_8$ 变换成11位线性幅度码 $B_1 \sim B_{11}$ 。

幅度码 <sup>+</sup>	$B_1$ <sup>+</sup>	$B_2$ <sup>+</sup>	$B_3$ <sup>+</sup>	$B_4$ <sup>+</sup>	$B_5$ <sup>+</sup>	$B_6$ <sup>+</sup>	$B_7$ <sup>+</sup>	$B_8$ <sup>+</sup>	$B_9$ <sup>+</sup>	$B_{10}$ <sup>+</sup>	$B_{11}$ <sup>+</sup>
权值 ( $\Delta$ ) <sup>+</sup>	1024 <sup>+</sup>	512 <sup>+</sup>	256 <sup>+</sup>	128 <sup>+</sup>	64 <sup>+</sup>	32 <sup>+</sup>	16 <sup>+</sup>	8 <sup>+</sup>	4 <sup>+</sup>	2 <sup>+</sup>	1 <sup>+</sup>

各位码的权值

非线性码与线性码的变换原则是：变换前后非线性码与线性码的码字电平相同。



➤非线性码的码字电平，即编码器输出非线性码所对应的电平，也称为编码电平，用 $I_C$ 表示。

$$I_C = I_{Bi} + (2^3 C_5 + 2^2 C_6 + 2^1 C_7 + 2^0 C_8) \Delta_i$$

式中， $I_{Bi}$ 表示段落码对应的段落起始电平； $\Delta_i$ 表示该段落内的量化间隔。

➤编码电平与抽样值的差值称为编码误差。注意编码电平是量化值的最低电平，它比量化电平低 $\Delta_i/2$ 。

➤线性码的码字电平表示为 $I_{CL}$

$$I_{CL} = (1024B_1 + 512B_2 + 256B_3 + \cdots + 2B_{10} + B_{11}) \Delta$$

式中， $\Delta$ 为量化单位。



**例 1** 设输入信号抽样值  $I_s = +1255\Delta$ ，采用逐次比较型编码器，按 A 律 13 折线编成 8 位折叠二进制码，写出 8 位折叠二进制码  $C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 C_6 C_7 C_8$ 。并计算编码电平，写出 7 位非线性幅度码（不含极性码）对应的 11 位线性码。

**解：**（1）首先，确定极性码  $C_1$ ：由于输入信号抽样值  $I_s$  为正，故极性码  $C_1 = 1$ 。

（2）然后，确定段落码  $C_2 C_3 C_4$ ：

段落码  $C_2$  是用来表示输入信号抽样值  $I_s$  处于 13 折线 8 个段落中的前四段还是后四段，故确定  $C_2$  的标准值应选为  $I_w = 128\Delta$ 。第一次比较结果为  $I_s > I_w$ ，故  $C_2 = 1$ ，说明  $I_s$  处于后四段。

$C_3$  是用来进一步确定  $I_s$  处于 5~6 段还是 7~8 段，故确定  $C_3$  的标准值应选为  $I_w = 512\Delta$ 。第二次比较结果为  $I_s > I_w$ ，故  $C_3 = 1$ ，说明  $I_s$  处于 7~8 段。

同理，确定  $C_4$  的标准值应选为  $I_w = 1024\Delta$ ，第三次比较结果为  $I_s > I_w$ ，所以  $C_4 = 1$ ，说明  $I_s$  处于第 8 段。

经过以上三次比较得段落码  $C_2 C_3 C_4$  为“111”， $I_s$  处于第 8 段，起始电平为  $1024\Delta$ 。

（3）最后，确定段内码  $C_5 C_6 C_7 C_8$ ：

段内码是在已知输入信号抽样值  $I_s$  所处段落的基础上，进一步表示  $I_s$  在该段落的哪一量化级。

由于第 8 段的 16 个量化间隔均为  $64\Delta$ ，故确定  $C_5$  的标准值应选为  $I_w = \text{段落起始电平} + 8 \times (\text{量化间隔}) = 1024 + 8 \times 64 = 1536\Delta$ 。第四次比较结果为  $I_s < I_w$ ，故  $C_5 = 0$ ，可知  $I_s$  处于前 8 级（0~7 量化间隔）。



同理，确定  $C_6$  的标准值为  $I_w = 1024 + 4 \times 64 = 1280\Delta$

于前 4 级（0~4 量化间隔）。↵

确定  $C_7$  的标准值为  $I_w = 1024 + 2 \times 64 = 1152\Delta$ 。第六次比较结果为  $I_s > I_w$ ，故  $C_7 = 1$ ，表示  $I_s$  处于 2~3 量化间隔。↵

最后，确定  $C_8$  的标准值为  $I_w = 1024 + 3 \times 64 = 1216\Delta$ 。第七次比较结果为  $I_s > I_w$ ，故  $C_8 = 1$ ，表示  $I_s$  处于序号为 3 的量化间隔。↵

由以上过程可知，非均匀量化和编码实际上是通过非线性编码一次实现的。经过以上七次比较，编出的 PCM 码字为 11110011。它表示输入信号抽样值  $I_s$  处于第 8 段序号为 3 的量化级，因此编码电平↵

$$I_C = I_{Bi} + (2^3 C_5 + 2^2 C_6 + 2^1 C_7 + 2^0 C_8) \Delta_i = 1024\Delta + 3 \times 64\Delta = 1216\Delta \quad \leftarrow$$

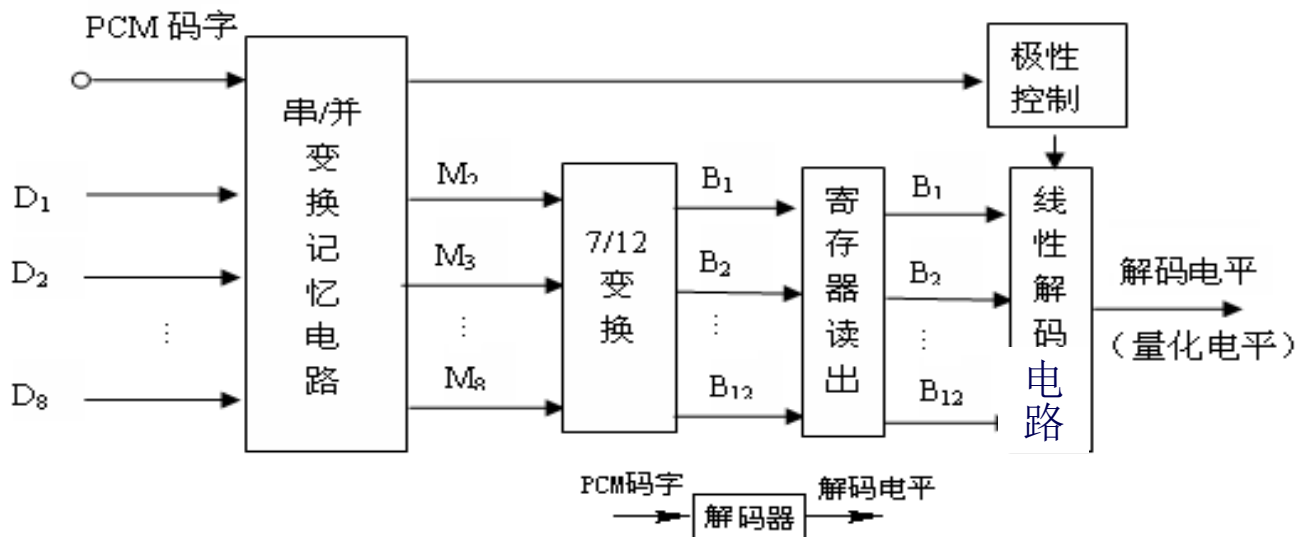
由于非线性码与线性码的变换原则是变换前后非线性码与线性码的码字电平相同，所以根据式 (3.2-23) 可知：将编码电平从十进制变换为二进制，就得到等效的 11 位线性码。↵

因为  $(1216)_{10} = (10011000000)_2$ ，所以 7 位非线性码 11110011 对应的 11 位线性码为 10011000000。↵



## 2、A压缩律13折线解码器

A压缩律13折线解码器原理如图所示。



解码器的原理图

7/12变换电路为了保证最大量化误差不超过 $\Delta_i/2$ ，人为地补上了半个量化级， $\Delta_i/2$ 。

所以解码器输出的电平称为**解码电平（即量化电平）**，用 $I_D$ 表示。

$$I_D = I_C + \Delta_i/2 = I_{Bi} + (2^3 C_5 + 2^2 C_6 + 2^1 C_7 + 2^0 C_8 + 2^{-1}) \Delta_i$$

解码器输出的解码电平和样值之差称为解码误差（即量化误差）。





**[例]** 采用 13 折线 A 律编解码电路，设接收端收到的码字为“01010011”，最小量化单位为 1 个单位。试计算解码器输出的解码电平？

**解：**极性码为 0，所以极性为负。

段落码为 101，段内码为 0011，所以信号位于第 6 段落序号为 3 的量化级。由表 3-5 可知，第 6 段落的起始电平为  $256\Delta$ ，量化间隔为  $16\Delta$ 。由题意知， $\Delta=1$

因为解码器输出的量化电平位于量化级的中点，所以解码器输出的解码电平（即量化电平）为

$$-(256+3\times 16+8)\Delta=-312\Delta。$$





[例] 采用A压缩率13折线编解码器，设接收端收到的码字为“10000011”，最小量化单位为1个单位。已知段内码为自然二进制码，试写解码电平和7/12变换得到的12位码。

解：

因为接收端收到的码字为“10000011”，位于第1段落第3量化级，所以量化电平（即解码电平）为 $3.5\Delta$ 。

因为 $(3.5\Delta)_{10} = (00000000011.1\Delta)_2$ ，

所以12位码 $B_1 \sim B_{12}$ 为000000000111。



## 3.2.5 图像压缩编码

### 1、模拟图像

事物客观存在称为景象，景象中的物体对光线的反射在人眼中的呈像称为图像。

运动图像的信息可由光强度描述，它是位置、波长和时间的函数：
$$I = f(x, y, \lambda, t)$$

强度函数 $I$ 连续称为模拟图像。

不同的波长反映不同色彩，黑白电视图像不考虑光的波长，强度函数为：

$$I = f(x, y, t)$$

而彩色电视图像的色彩由红、绿、蓝三基色描述：

$$I = \{f_r(x, y, t), f_g(x, y, t), f_b(x, y, t)\}$$



目前，彩色电视共有三种制式：

- NTSC**(National Television Systems Committee): 正交平衡调幅制；美国、日本等国采用
- PAL**(Phase Alternation Line): 逐行导相正交平衡调幅制；中国、英国等国采用
- SECAM**(System Electronique Color Avec Memoire): 调频顺序转换制；法国，东欧等国采用

参数	PAL制	NTSC制	SECAM制
每画面扫描行数	625	525	625
帧频/场频 (Hz)	20/50	30/60	25/50
标称带宽 (MHz)	6	4.2	6
伴音载频与图像载频间距 (MHz)	6.5	4.5	6.5



## 2、数字图像

数字图像是通过其像素点来描述图像的，而像素又是三维空间、波长、时间、强度和色彩等参数的函数。

首先，将模拟图像的空间位置通过取样实现离散化，即将一幅图像空间划分成 $M$ （行） $\times N$ （列）个小区域，一个小区域称为一个像素（取样点），一幅图像由 $M \times N$ 个像素（取样点）描述，像素的位置用 $(x, y)$ 坐标定位；

然后，将取样样本值（灰度或色彩）离散化（量化），即将原本是连续变化的样本值分层，每层用一个值代表，通常用 $b$ 位二进制码描述灰度或色彩值

分层数： $Q = 2^b$        $b$ 为量化编码的二进制码位数。

一幅均匀量化数字图像数据量为  $M \times N \times b(\text{bit})$



### 数字图像数据量很大

例：640 × 480 的一幅彩色图像（每像素24bit），数据量为

$$640 \times 480 \times 24 = 7.37 \text{ Mbit/帧}$$

如果帧速率为25帧/s, 视频信号的传输速率约为

$$7.37 \text{ M} \times 25 = 184 \text{ Mbit/s}$$

因此，对图像数据进行实时压缩和解压缩是非常必要的。



## 数字压缩的可能性：冗余

- 信源冗余：原始信源数据存在大量冗余，如运动视频内像素间的空域相关和帧间相关都形成了很大的信源冗余。
- 时间冗余：视频信号前后相邻图像之间有很强的相似性，表现为时间上的冗余。
- 统计冗余：图像信号离散化后，只要这些离散值出现的概率不相等，就存在统计冗余。



### 数字图像传输主要有如下优点:

- (1) **抗干扰能力强**, 由于数字传输再生中继的特点, 基本排除了噪声和失真积累的影响, 提高了功率利用率;
- (2) 将信源编码与信道编码结合设计, 使用类似网格编码调制 (Trellis Coding Modulation, TCM) 等编码技术, 可**大大提高信号功率/频谱的综合利用率**;
- (3) 采用数字滤波与数字存储, 容易使用简单的方法消除噪声, 改善图像的信噪比, 可**大大提高视频图像质量**;
- (4) **大大提高了功率利用率**, 数字电视广播的发射功率要比模拟传输低许多, 可以开辟使用禁用频道来传送电视节目, 有利于缓解电视频道紧缺的状态;
- (5) 由于减少了A/D、D/A变换等处理环节, 可**减少对图像质量的恶化与损伤**;
- (6) 利用数字处理容易实现加密, 有利于视频信号的保密传输;
- (7) 与数字宽带传输技术匹配, **适合于未来的多媒体通信**。



### 3、图像压缩编码技术

#### （1）预测编码

常用的预测编码是差分编码调制（**DPCM**），其目的是利用邻近像素之间的相关性来压缩数码率，以去除图像数据间的空域冗余度和时间冗余度。

#### （2）变换编码

变换编码也是一种降低信源空间冗余度的压缩方法。它利用变换域参数分布特征来实现压缩编码。

#### （3）熵编码

熵编码旨在去除信源的统计冗余，熵编码不会引起信息的损失，因而又称为无损编码。在视频编码中应用较多的有游程长度编码和霍夫曼编码。





## 3.2.6 语音和图像压缩编码标准

### 1、音频压缩编码的国际标准：

- (1) G.711标准
- (2) G.721标准
- (3) G.722标准
- (4) G.728标准
- (5) G.729标准
- (6) MPEG 音频压缩标准
- (7) AC-3系统



## 2、图像压缩编码标准:

- (1) 静止图像压缩标准JPEG
- (2) H.261
- (3) H.263
- (4) MPEG-1
- (5) MPEG-2
- (6) MPEG-4

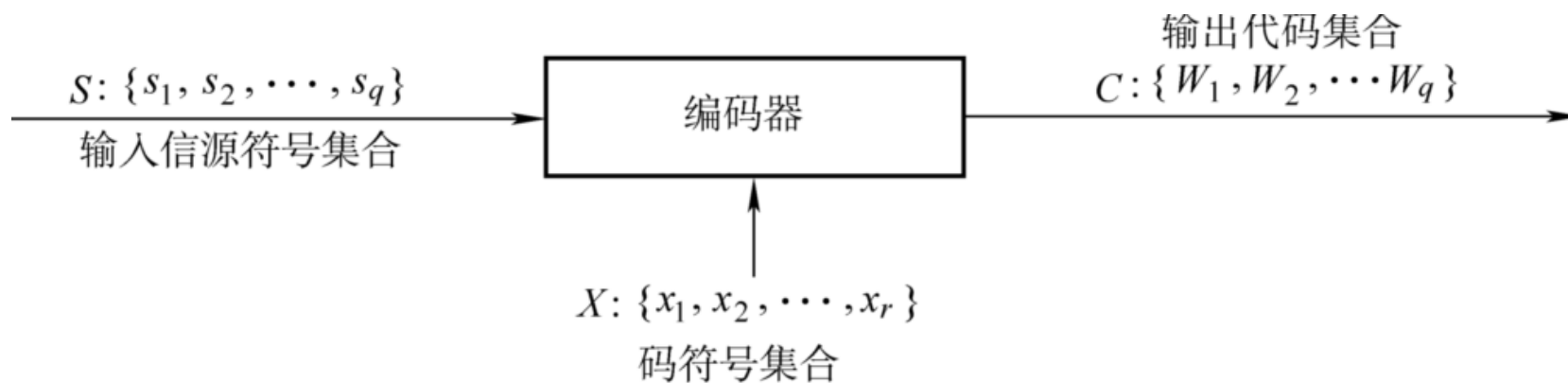


## 3.3 离散信源编码

### 3.3.1 信源编码的相关概念

信源编码的实质是对原始信源符号按照一定规则进行变换，以码字代替原始信源符号，使变换后得到的新信源符号（码元）接近等概分布，从而提高信息传输的有效性。

信源编码就是利用编码器将信源符号  $s_i$  变换成由码字  $w_i$  组成的一一对应的输出符号序列的过程，如下图所示。



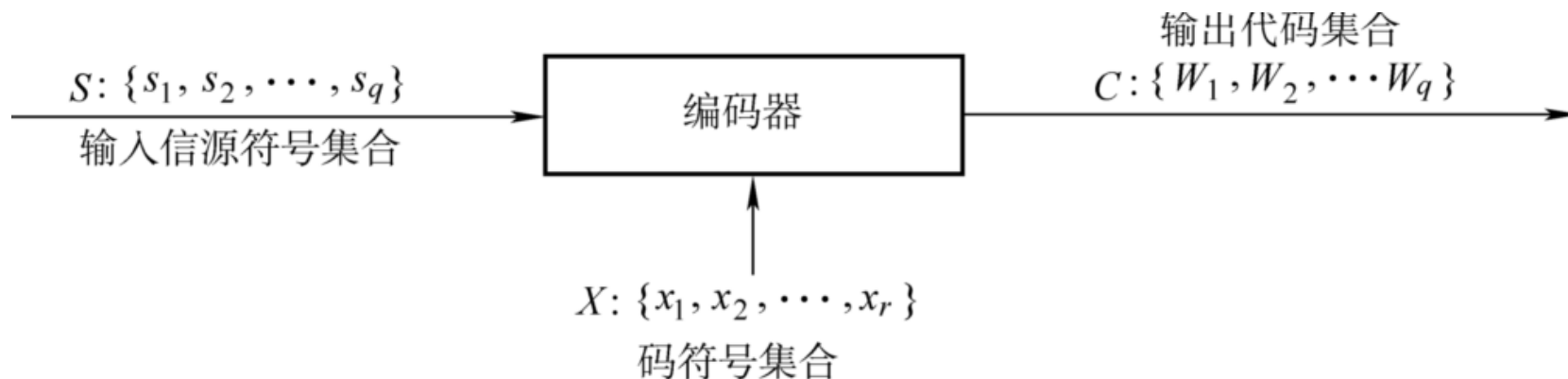
离散信源编码器



信源符号之间存在分布不均匀和相关性，使得信源存在冗余度。信源编码的主要任务就是减少冗余，提高编码效率。

信源编码器的主要工作：

- 1) 选择合适的码符号集合，以使映射后的代码能适应信道。
- 2) 寻求一种方法，把信源发出的消息符号变成相应的代码组。这种方法就是编码，变换成的代码就是码字。
- 3) 编码应使消息集合与代码集合中的元素一一对应。





## 编码的定义

- 若码集为 $\{0,1\}$ ,所得码字为二元序列,称为二元码
- 例如,信源符号 $X=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ ,对应不同码字如表

信源符号	信源符号 出现概率	码 表				
		码0	码1	码2	码3	码4
$a_1$	$p(a_1)=1/2$	00	0	0	1	1
$a_2$	$p(a_2)=1/4$	01	11	10	10	01
$a_3$	$p(a_3)=1/8$	10	00	00	100	001
$a_4$	$p(a_4)=1/8$	11	11	01	1000	0001

### 1、定长码和变长码:

- 定长码: 一组码中所有码字的码长都相同
- 变长码: 码中的码字长短不一



信源符号	信源符号 出现概率	码 表				
		码0	码1	码2	码3	码4
$a_1$	$p(a_1)=1/2$	00	0	0	1	1
$a_2$	$p(a_2)=1/4$	01	11	10	10	01
$a_3$	$p(a_3)=1/8$	10	00	00	100	001
$a_4$	$p(a_4)=1/8$	11	11	01	1000	0001

## 2、非奇异码和奇异码：

- 非奇异码：一组码中所有码字都不相同，即所有信源符号映射到不同的码符号序列。
- 奇异码：反之，如码1。



信源符号	信源符号 出现概率	码 表				
		码0	码1	码2	码3	码4
$a_1$	$p(a_1)=1/2$	00	0	0	1	1
$a_2$	$p(a_2)=1/4$	01	11	10	10	01
$a_3$	$p(a_3)=1/8$	10	00	00	100	001
$a_4$	$p(a_4)=1/8$	11	11	01	1000	0001

### 3、唯一可译码：

•若码的任意一串有限长的码符号序列只能被唯一地译成所对应的信源符号序列。

例：{0,10,11}是一种唯一可译码。

任意一串有限长码序列,如100111000,只能被分割成10,0,11,10,0,0。任何其他分割法都会产生一些非定义的码字。

•奇异码不是唯一可译码。

•非奇异码可能是非唯一可译码或唯一可译码。

✓唯一可译码 — 码3

《网络与通信》✓非唯一可译码 — 码2



### 非即时码:

- 如果接收端收到一个完整的码字后不能立即译码，还需等下一个码字开始接收后才能判断是否可以译码。

### 即时码:

- 在译码时无需参考后续的码符号就能立即作出判断，译成对应的信源符号。
- 任意一个码字都不是其它码字的前缀部分。

即时码一定是唯一可译码。

唯一可译码不一定是即时码。

在非即时码中，有的码是唯一可译的，取决于码的总体结构。





我们可用图3-17来描述这些码之间的关系。

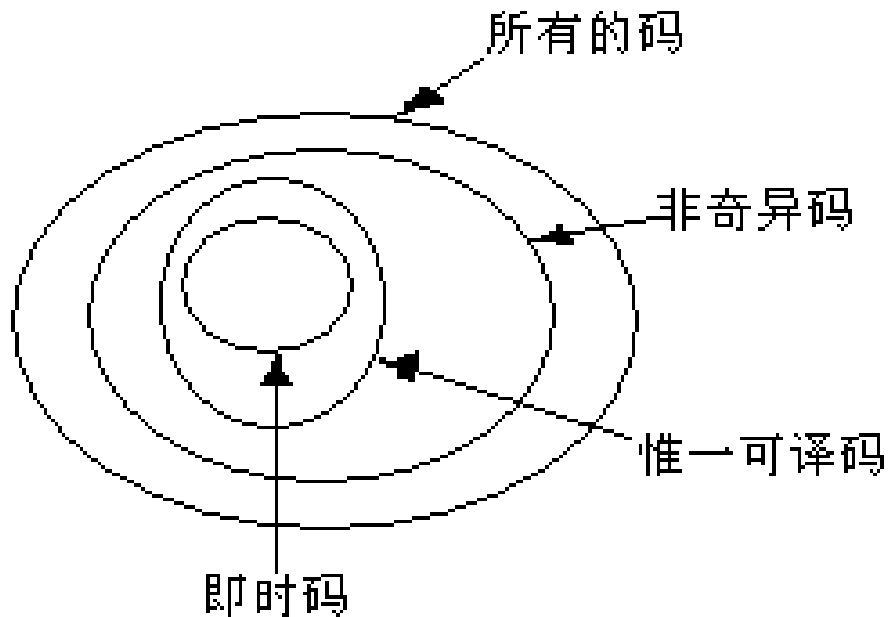
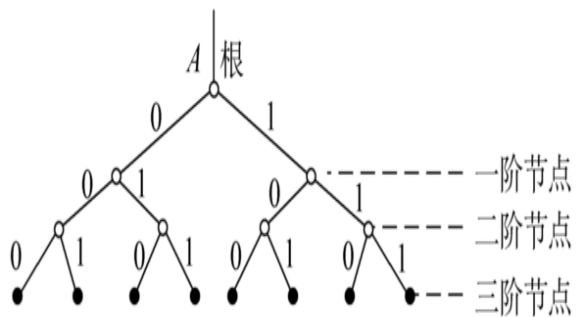


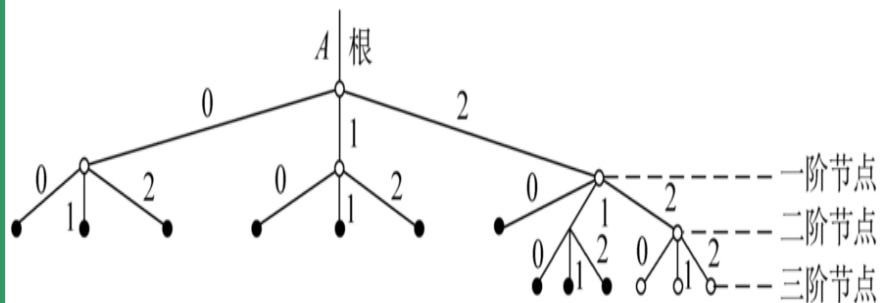
图3-17码的分类



## 用“树图法”构造即时码



a) 二进制码树



b) 三进制码树

对 $r$ 进制树图，有树根、树枝和节点。

树图最顶部的节点称为树根 $A$ 。

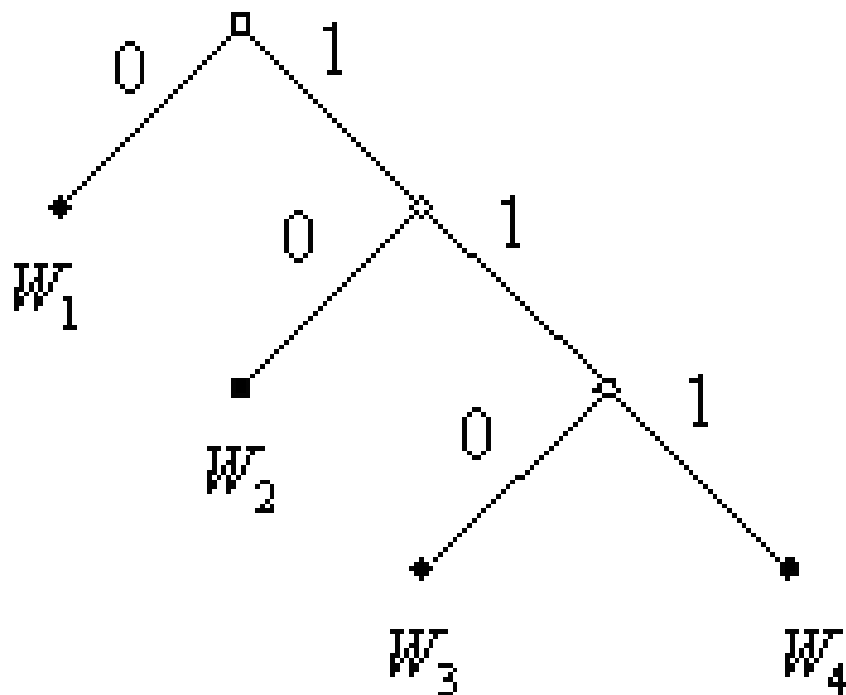
树枝的尽头称为节点，每个节点生出的树枝数目等于码符号数 $r$ 。

当某一节点被安排为码字后，它就不再继续伸枝，此节点称为终端节点（用粗黑点表示）。

任一即时码都可用树图法来表示。



举例：即时码，  $C = \{W_1, W_2, W_3, W_4\} = \{0, 10, 110, 111\}$   
用码树表示如下图





## 3.3.2 编码效率

□ 衡量一种编码方法的重要指标：

- 码字的平均长度
- 易于实现

□ 码的平均长度

设信源为

$$\begin{bmatrix} s \\ p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1, s_2, \dots, s_q \\ p(s_1), p(s_2), \dots, p(s_q) \end{bmatrix}$$

编码后的码字为  $W_1, W_2, \dots, W_q$  其码长分别为  $l_1, l_2, \dots, l_q$

因为对唯一可译码来说，信源符号与码字是一一对应的，所以

$$p(W_i) = p(s_i) \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$



□这个码的平均码长为：

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^q p(s_i) l_i$$

$\bar{L}$  的单位是码元/信源符号，它是每个信源符号平均需用的码元数。

□编码后平均每个信源符号能载荷的信息量即编码后信道的信息传输速率为：

$$R = \frac{H(S)}{\bar{L}} \quad (\text{比特/符号})$$



为了衡量各种编码是否已达到极限情况，我们定义**编码效率**为：

$$\eta = \frac{H(S)}{\bar{L} \log r} \quad 0 < \eta \leq 1$$

在给定信源的情况下，若码的平均长度 $\bar{L}$ 越短，信道的信息传输速率就越高， $\eta$ 也越接近1，所以可用码的效率 $\eta$ 来衡量各种编码的优劣。



**[例]** 设一个离散无记忆信源的概率空间为

$$\begin{bmatrix} S \\ p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

采用定长码和变长码两种信源编码方案编出的码字如表所示：

求上述两种编码的编码效率。

信源符号	概率	定长码编码	变长码编码
$S_1$	1/8	00	000
$S_2$	1/8	01	001
$S_3$	1/4	10	01
$S_4$	1/2	11	1



解:  $H(S) = -\sum_{i=1}^4 p(s_i) \log p(s_i) = -(2 \times \frac{1}{8} \log \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \log \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \log \frac{1}{2}) = 1.75 \text{ bit/符号}$

码符号集为  $\{0,1\}$ , 则  $r = 2$

(1) 采用定长码编码:  $\bar{L} = 2$ , 则  $\eta = \frac{H(S)}{\bar{L} \log r} = \frac{1.75}{2} = 0.875 = 87.5\%$

(2) 采用变长码编码:  $\bar{L} = \sum_{i=1}^q p(s_i) l_i = (\frac{1}{8} \times 3 + \frac{1}{8} \times 3 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{2} \times 1) = 1.75$ , 则

$$\eta = \frac{H(S)}{\bar{L} \log r} = \frac{1.75}{1.75} = 100\%$$





### 3.3.3 最佳编码法

所谓最佳编码是根据给定的消息概率，编成变长码，对于出现概率大的符号用短码，对于出现概率小的符号用长码。

这样在大量信源符号编成码后，平均每个信源符号所需要的输出符号数就可以降低，从而提高编码效率。

比较著名的最佳编码法是**霍夫曼（Huffman）编码法**，它是一种效率比较高的变长无失真信源编码方法。

**Huffman**编码根据给定信源空间和规定的码元集，合理利用信源的统计特性，构造出唯一可译码，并具有尽可能小的平均码长，使无失真信源编码具有较高的编码效率。



## (1) 二元霍夫曼码的编码方法:

- ①将 $q$ 个信源符号以概率递减的次序排列。
- ②用0和1码符号分别代表概率最小的两个信源符号，并合并成一个符号，从而得到只包含 $q-1$ 个信源符号的新信源，称为信源的缩减信源。
- ③将缩减信源的符号仍以概率递减的次序排列，再将其最后二个概率最小的符号分别用0和1表示，并合并成一个符号，形成了 $q-2$ 个符号的缩减信源。
- ④依次继续下去，直到信源最后只剩两个符号为止，将最后这两个符号分别用0和1表示。然后从最后一级缩减信源开始，向前返回，就得出各信源符号所对应的码符号序列，即对应的码字。



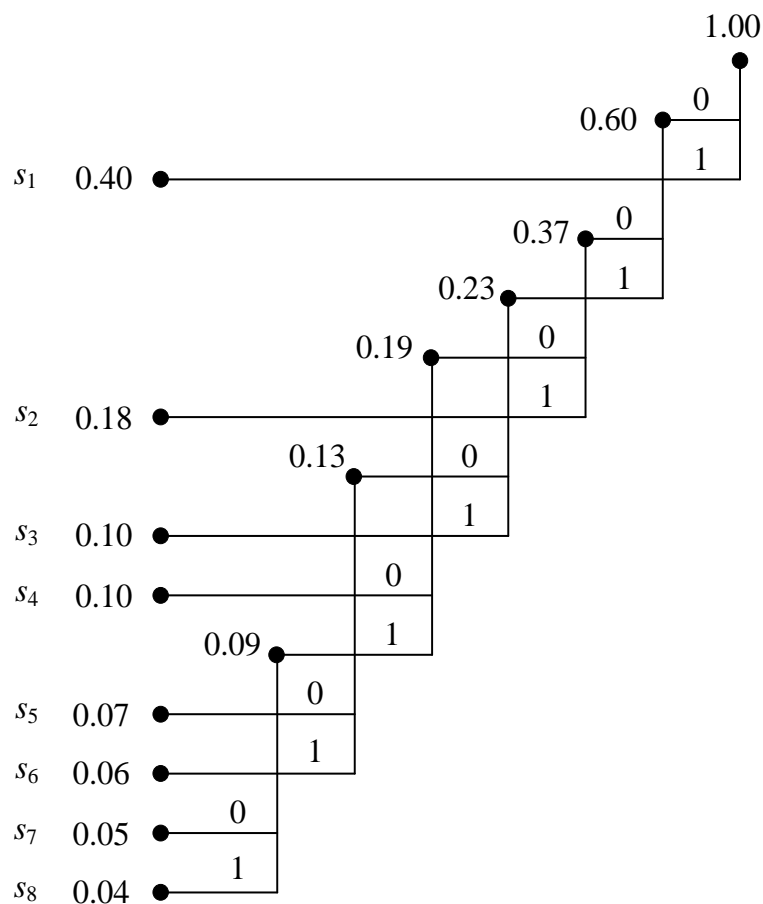
**【例】** 某离散无记忆信源共有8个符号消息，其概率空间如下，试进行霍夫曼编码，并计算编码后的信息传输率和编码效率。

$$\begin{bmatrix} S \\ p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 & s_7 & s_8 \\ 0.40 & 0.18 & 0.10 & 0.10 & 0.07 & 0.06 & 0.05 & 0.04 \end{bmatrix}$$



## 编码过程

$$\begin{bmatrix} S \\ p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 & s_6 & s_7 & s_8 \\ 0.40 & 0.18 & 0.10 & 0.10 & 0.07 & 0.06 & 0.05 & 0.04 \end{bmatrix}$$



±

信源 符号	码字	码长
$s_1$	1	1
$s_2$	001	3
$s_3$	011	3
$s_4$	0000	4
$s_5$	0100	4
$s_6$	0101	4
$s_7$	00010	5
$s_8$	00011	5

↖ ↗

□



信源熵:  $H(S) = -\sum_{i=1}^8 p(s_i) \log p(s_i) = 2.55 \quad \text{bit/符号}$

平均码长:  $\bar{L} = \sum_{i=1}^8 P(s_i) l_i = 2.61 \quad (\text{码元/信源符号})$

信息传输率:  $R = \frac{H(S)}{\bar{L}} = \frac{2.55}{2.61} = 0.997 \quad \text{bit/码元}$

编码效率:

$$\eta = \frac{H(S)}{\bar{L} \log r} = \frac{2.55}{2.61} = 0.997$$



## Huffman编码并非唯一

- 每次对信源缩减时，赋予信源最后的两个概率最小的符号，用0和1是可以任意的；
- 对信源进行缩减时，两个概率最小的符号合并后的概率与其它信源符号的概率相同时，这两者在缩减信源中进行概率排序，其位置放置次序是可以任意的。

因此，相同的信源，采用Huffman编码可能获得不同的码。

虽然各码字的长度可能不同，但是平均码长一定相同，即编码效率相同。



我们提出一个问题：具有相同平均码长和编码效率的两种霍夫曼码是否质量一样呢？

由于变长码的码长不一样，需要大量的存储设备来缓冲码字长度的差异，因此码长方差小的码质量好。

码长方差定义为：

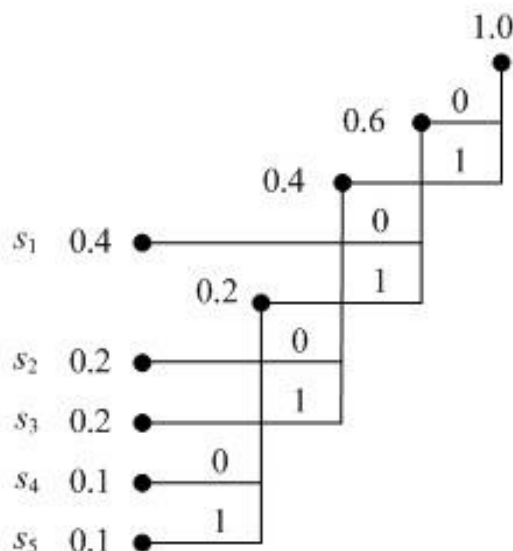
$$\sigma^2 = E[(l_i - \bar{L})^2] = \sum_{i=1}^q p(s_i)(l_i - \bar{L})^2$$



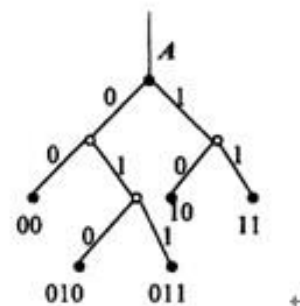
**[例]** 某离散无记忆信源共有5个符号消息，其概率空间为

$$\begin{bmatrix} S \\ p(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \\ 0.4 & 0.2 & 0.2 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

两种霍夫曼编码分别如图所示

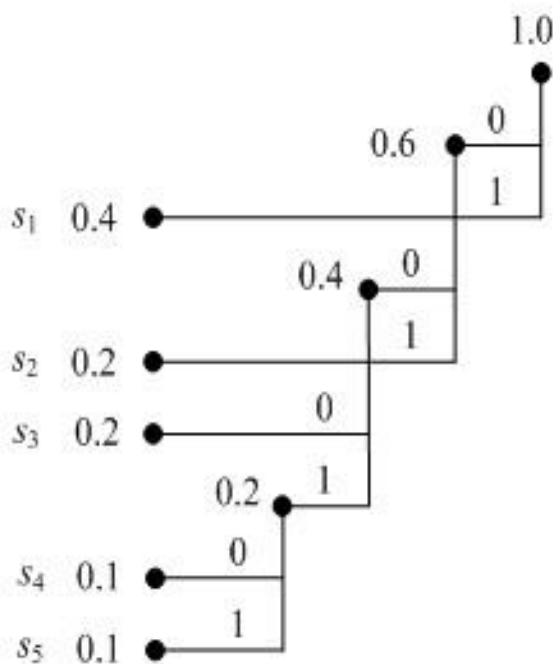


信源 符号	码字	码长
$s_1$	00	2
$s_2$	10	2
$s_3$	11	2
$s_4$	010	3
$s_5$	011	3

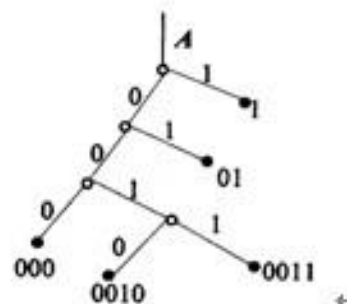


第一种霍夫曼编码的码





信源符号	码字	码长
$s_1$	1	1
$s_2$	01	2
$s_3$	000	3
$s_4$	0010	4
$s_5$	0011	4



第二种霍夫曼编码的码树



第一种霍夫曼编码的平均码长

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^5 p(s_i)l_i = 2.2 \text{ 码元/符号}$$

码长方差

$$\sigma_1^2 = E[(l_i - \bar{L})^2] = \sum_{i=1}^5 p(s_i)(l_i - \bar{L})^2 = 0.16$$

第二种霍夫曼编码的平均码长

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^5 p(s_i)l_i = 2.2 \text{ 码元/符号}$$

码长方差

$$\sigma_2^2 = E[(l_i - \bar{L})^2] = \sum_{i=1}^5 p(s_i)(l_i - \bar{L})^2 = 1.36$$



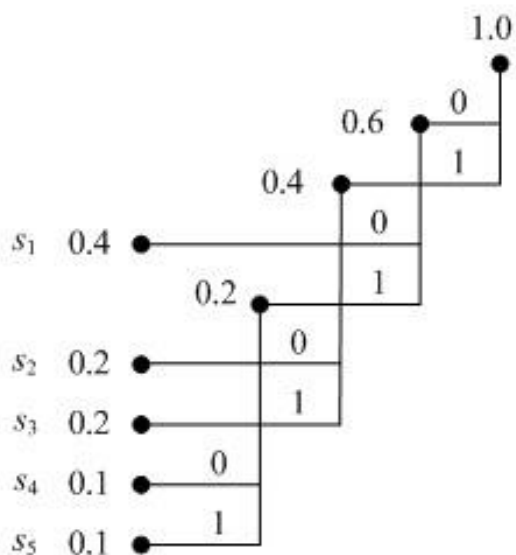
可见，两种码有相同的平均码长和编码效率，但第一种霍夫曼编码的码长方差比第二种霍夫曼编码的码长方差小许多，所以第一种霍夫曼编码的质量较好。

由此得出，在霍夫曼编码过程中，当缩减信源的概率分布重新排列时，应使合并得来的概率和尽量处于最高的位置，这样可使合并的元素重复编码次数减少，使短码得到充分利用。

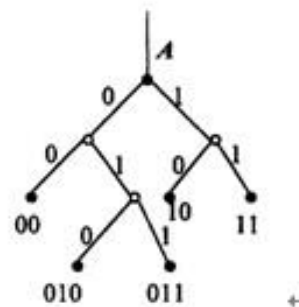


## 霍夫曼码具有以下三个特点：

1. 霍夫曼码的编码方法保证了概率大的符号对应于短码，概率小的符号对应于长码，而且短码得到充分利用。
  2. 每次缩减信源的最后二个码字总是最后一位码元不同，前面各位码元相同，（二元编码情况）。
  3. 每次缩减信源的最长两个码字有相同的码长。
- 这三个特点保证了所得的霍夫曼码一定是最佳码。



信源符号	码字	码长
$s_1$	00	2
$s_2$	10	2
$s_3$	11	2
$s_4$	010	3
$s_5$	011	3



第一种霍夫曼编码的码



## 作业

3-2 低通信号和带通信号的抽样频率如何确定？

3-3 何谓奈奎斯特抽样速率和奈奎斯特抽样间隔？

3-6 什么是均匀量化？它的缺点是什么？如何解决？

3-7 什么是非均匀量化？

3-12 何谓唯一可译码？它和即时码的关系怎样？

3-15 采用13折线A压缩律编码，设计最小的量化级为1个单位，已知抽样脉冲值为+635单位。

(1) 试求此时编码器输出码组，并计算量化误差（段内码用自然二进制码）；

(2) 写出对应于该7位码（不包括极性码）的均匀量化11位码。

3-16 采用A压缩律13折线编解码电路，设接收端收到的码字为

“10000111”，最小量化单位为1个单位。试问解码器输出单位为多少单位？对应的12位线性码是多少？