

Relatório final Projeto Radix-Sort

Felipe Luís Pinheiro* Henrique Gabriel

11 de outubro de 2018

Resumo

Este é o relatório final do projeto Radix-Sort da disciplina Lógica Computacional 1 (117366) ministrada pelo professor Flávio L. C. de Moura do departamento de ciência da computação da Universidade de Brasília no semestre de 2º/2018.

O objetivo primário desse projeto é provar matematicamente e logicamente que o algoritmo Radix-sort funciona e é logicamente correto e completo.

1 Introdução

Métodos de ordenação são processos utilizados para se organizar um conjunto de objetos, uma lista de nomes, uma sequência de números, entre outros. Podemos, por exemplo, ordenar roupas pelas cores seguindo a ordem do arco-íris - vermelho, laranja, amarelo, verde, azul, violeta - neste caso dando problema para ordenar cores como preto e branco, também podemos ordenar nomes por ordem alfabética, entre outros exemplos.

Com o desenvolvimento da computação vários algoritmos de ordenação foram desenvolvidos ao longo dos anos, podemos citar: bubble sort, selection sort, insertion sort, shellsort, quick sort, merge sort entre outros. Cada um com sua complexidade de implementação e características próprias que os tornam mais úteis em determinadas situações, tal como o heapsort que é especialmente útil se a estrutura a ser ordenada for uma árvore.

Neste trabalho estaremos analisando o método de ordenação radix sort usando como algoritmo auxiliar o merge sort, sendo que temos como objetivo ordenar um conjunto de números com mesma quantidade de algarismos, na qual iremos ordenar os números do algarismo menos significativo para o mais significativo e queremos verificar se esse método sempre funciona, ou seja, queremos demonstrar que a correção de merge sort como algoritmo estável para radix sort.

2 Problema

Imagine cartões com números de 5 algarismos decimais gravados nele, podemos separar os cartões em 10 pilhas e ordená-los de acordo com o primeiro dígito, após podemos separar novamente em 10 pilhas e ordenar de acordo com o segundo dígito em mais 10 para o terceiro, mais 10 para o 4º e mais 10 para o quinto ficando com um total de 10^5 pilhas que precisam ser unidas posteriormente em uma sequência correta para termos

*matricula:18/0052667

uma única pilha ordenada, ou seja, estamos criando uma grande demanda de trabalho para resolver esse problema, porém o que acontecerá se fizermos o processo no sentido do dígito menos significativo para o mais significativo, sem alterar a posição relativa entre dois elementos iguais durante o processo de ordenação, processo estável .

Veja o exemplo do processo de ordenação abaixo:

342	261	123	123
261	342	432	143
542	542	342	261
432	432	542	342
344	123	143	344
123	143	344	432
143	344	261	542

2.1 Solução

2.2 Formalização

3 Conclusão

A Código PVS

Nessa seção é possível verificar todos os códigos PVS utilizados nesse projeto.

B Regras de Gentzen

Axiomas:

$$\perp, \Gamma \Rightarrow \Delta \text{ (L}_{\perp}\text{)} \quad \Gamma, \varphi \Rightarrow \varphi, \Delta \text{ (A}_x\text{)}$$

Estrutural Rules:

Left Rules	Right Rules
$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\varphi, \Gamma \Rightarrow \Delta} \text{ (L}_w\text{)}$	$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi} \text{ (R}_w\text{)}$
$\frac{\varphi, \varphi, \Gamma \Rightarrow \Delta}{\varphi, \Gamma \Rightarrow \Delta} \text{ (L}_c\text{)}$	$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi, \varphi}{\Gamma \Rightarrow \Delta, \varphi} \text{ (R}_c\text{)}$

Logical Rules:

Left Rules

$$\frac{\varphi_{i \in \{1,2\}}, \Gamma \Longrightarrow \Delta}{\varphi_1 \wedge \varphi_2, \Gamma \Longrightarrow \Delta} (L_{\wedge})$$

$$\frac{\varphi, \Gamma \Longrightarrow \Delta \quad \psi, \Gamma \Longrightarrow \Delta}{\varphi \vee \psi, \Gamma \Longrightarrow \Delta} (L_{\vee})$$

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi \quad \psi, \Gamma \Longrightarrow \Delta}{\varphi \rightarrow \psi, \Gamma \Longrightarrow \Delta} (L_{\rightarrow})$$

$$\frac{\varphi[x/t], \Gamma \Longrightarrow \Delta}{\forall_x, \Gamma \Longrightarrow \Delta} (L_{\forall})$$

$$\frac{\varphi[x/y], \Gamma \Longrightarrow \Delta}{\exists_x, \Gamma \Longrightarrow \Delta} (L_{\exists}), y \notin \text{fv}(\Gamma, \Delta)$$

Right Rules

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi \quad \Gamma \Longrightarrow \Delta, \psi}{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi \wedge \psi} (R_{\wedge})$$

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi_{i \in \{1,2\}}}{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi_1 \vee \varphi_2} (R_{\vee})$$

$$\frac{\varphi, \Gamma \Longrightarrow \Delta, \psi}{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi \rightarrow \psi} (R_{\rightarrow})$$

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi[x/y]}{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \forall_x \varphi} (R_{\forall}), y \notin \text{fv}(\Gamma, \Delta)$$

$$\frac{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \varphi[x/t]}{\Gamma \Longrightarrow \Delta, \exists_x \varphi} (R_{\exists})$$

Acima colocamos os sequentes básicos da regra de Gentzen, abaixo mostramos o uso desses sequentes dentro do PVS.

Referências

[1] Flávio L. C. de Moura (Prof.). *Indução Matemática*.

[2]