多元高斯分布

- $X \sim N(\mu, \Sigma)$ $\quad \mu(p\times 1)$ $\quad \Sigma(p\times p)$,

  $$\text{pdf} = \frac{1}{(2\pi)^{p/2}|\Sigma|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x-\mu)^T\Sigma^{-1}(x-\mu)\right)$$

- Thm. $X \sim N_m(\mu, \Sigma)$ $\quad B(k\times m)$. $\quad B\Sigma B^T$ 非奇异

  $E[y] = E[Ax+B] = EAx + B = A\mu + B$.

  $Var[Ax+B] = Var[Ax] + Var[B]$

  $= A\, Var[x] A^T$

  $= A\Sigma A^T$

  Then $Y = BX + b$.

  $$Y \sim N_k(B\mu + b,\ B\Sigma B^T).$$

  Eg. 若 $X \sim N(\mu, \Sigma)$

  $$\downarrow$$

  $$X - \mu \sim N(0, \Sigma)$$

  $$\downarrow \text{ 由定理}$$

  $$Z = \Sigma^{-\frac{1}{2}}(X - \mu) \sim N(0, 1)$$

- $(X-\mu)^T\Sigma^{-1}(X-\mu) = c^2$ 椭球，求长轴与短轴.

  这里是从概率密度函数角度观察，

  下一页笔记给出具体求解方法