

• 随机变量  $X$  的矩生成函数为:  $M_X(t) = E[e^{tX}]$ .

从定义可以看出  $M_X(t)$  是关于  $t$  的函数, 而不是  $X$ , 利用泰勒展开.

$$e^{tX} \approx 1 + tX + \frac{t^2}{2!} X^2 + \dots + \frac{t^k}{k!} X^k = \sum \frac{t^k}{k!} X^k.$$

我们可以得到

$$\begin{aligned} M_X(t) &= E[e^{tX}] = E\left[\sum \frac{t^k}{k!} \cdot X^k\right] \\ &= \sum E\left[\frac{t^k}{k!} X^k\right]. \end{aligned}$$

因此矩生成函数实际上是包含了  $X$  的所有阶的信息.









