向量范数

- 1范数: $\|\vec{x}\|_1 = \Sigma |x_i|$
- 2范数: $\|\vec{x}\|_2 = \sqrt{\Sigma |x_i|^2}$.
- 无穷范数: $\|\vec{x}\|_{-\infty} = \min |x_i|$

  $\|\vec{x}\|_{+\infty} = \max |x_i|$
- P范数: $\|\vec{x}\|_p = \sqrt[p]{\Sigma |x_i|^p}$..

矩阵范数

- 定义 $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 4 & -6 & 6 \end{bmatrix}$　　$A_{m\times n}$

$$||A||_p = \sup_{x\neq 0} \frac{||Ax||_p}{||x||^p}$$

1范数
- $||A||_1 = \max_{1\le j\le n} \sum_{i=1}^{m} |a_{ij}|$

2范数
- $||A||_2 = \sqrt{\lambda_{max}(A^TA)}$　　A^TA 的最大特征值的开平方根.

无穷范数
- $||A||_\infty = \max_{1\le i\le n} \sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|$.

核范数
- 矩阵奇异值（将矩阵SVD分解）之和，这个范数可以用来低秩表示，（因为最小化核范数，相当于最小化矩阵的秩—低秩）.

L0范数
- 矩阵非0元素个数，通常用它表示稀疏，L0范数越小0元素越多，也就越稀疏，

L1范数
- 矩阵中的每个元素绝对值之和，它是L0范数的最优凸近似，因此它也可以表示稀疏。

F范数
- 矩阵的各个元素平方之和再开方，它也叫L2范数.它的优点是它是一个凸函数，可以求导求解.

$$||A||_F = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|^2\right)}.$$

矩阵L21范数
- 矩阵先以每一列为单位，求每一列的F范数，然后再将得到的结果L1范数.

矩阵p范数
- $||A||_p = \sqrt[p]{\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} |a_{ij}|^p\right)}$