Expressões do código

1 Modelo inflacionário

O modelo inflacionário escolhido é o de Starobinsky, que parte da ação

$$S = \frac{M_{pl}^2}{2} \int d^4x\sqrt{-g} \left(R + \frac{R^2}{6m_\phi^2} \right) , \tag{1}$$

fazendo a transformação conforme na métrica, temos que

$$S = -\frac{1}{2} \int d^4x\sqrt{-g} \left(M_{pl}^2 R - g^{\mu\nu}\partial_\mu\phi\partial_\nu\phi + V(\phi) \right) , \tag{2}$$

onde $V(\phi)$ é o potencial de Starobinsky no referencial de Einstein

$$V(\phi) = \frac{3m_\phi^2 M_{pl}^2}{4} \left(1 - e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\phi/M_{pl}} \right)^2 . \tag{3}$$

Utilizando a métrica FRLW na equação de campo de Einstein e também variando a ação 2, encontramos a equação de Friedmann e Klein Gordon que determinam a evolução do inflaton e do fator de escala no tempo.

$$\frac{\dot{a}}{a} - \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \right)} = 0 , \tag{4}$$

$$\ddot{\phi} + 3\left(\frac{\dot{a}}{a} \right) \dot{\phi} + V'(\phi) = 0 , \tag{5}$$

onde $V'(\phi)$ é dado por

$$V'(\phi) = \sqrt{\frac{3}{2}} m_\phi^2 M_{pl}^2 \left(e^{-\sqrt{\frac{2}{3}}\phi/M_{pl}} - e^{-2\sqrt{\frac{2}{3}}\phi/M_{pl}} \right) . \tag{6}$$

As condições iniciais para ϕ e $\dot{\phi}$ são determinadas por A_s e n_s [Notes - Initial Conditions, Drive].

2 Produção gravitacional de partículas

2.1 Soluções em tempo conforme

Para analisar a produção de partículas durante o reaquecimento iremos introduzir um campo escalar χ e também um acoplamento não mínimo entre χ e a gravitação. A ação é dada por

$$S = \int d^4x\sqrt{-g} \left(\mathcal{L}_\mathcal{R} + \mathcal{L}_\phi + \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\chi\partial_\nu\chi + \frac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 + \frac{1}{2}\xi R\chi^2 \right) , \tag{7}$$

variando a ação em respeito a χ e também expandindo χ em modos de Fourier, temos a equação de K.G para o campo

$$\ddot{\chi_k} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\chi_k} + \left(\frac{k^2}{a^2} + m_\chi^2 + \xi R \right) \chi_k = 0 , \tag{8}$$

a fim de simplificar a equação, podemos fazer uma transformação introduzindo o tempo conforme $d\eta = \frac{dt}{a}$ e também reescalando o campo $\bar{\chi} = a\chi$. Reescrevendo a equação, temos que

$$\bar{\chi}_k^{''} + \omega_k^2 \bar{\chi}_k = 0 , \tag{9}$$

sendo ω_k a frequência variável no tempo

$$\omega_k^2 = k^2 + a^2 m_\chi^2 + \left(\xi - \frac{1}{6}\right) a^2 R \ , \tag{10}$$

a evolução do fator de escala e também do escalar de Ricci é obtida alterando as equações 4 e 5 para tempo conforme:

$$\frac{a'}{a} = \sqrt{\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}{\phi'}^2 + a^2 V(\phi)\right)} \ , \tag{11}$$

$$\phi'' + 2\left(\frac{a'}{a}\right)\phi' + a^2 \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0 \ . \tag{12}$$

Para determinar a densidade numérica de partículas produzidas, é necessário calcular o coeficiente de Bogoliubov β, dado por

$$\beta = \langle u_k^*(\eta_0) | u_k(\eta) \rangle = iW(u_k^*(\eta_0), u_k(\eta)) \ , \tag{13}$$

sendo u_k os modos ortonormais de solução da equação 9, a condição inicial no tempo η_0 é expresso por

$$u_k^*(\eta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \ , \tag{14}$$

logo, a densidade numérica n_k é dado por

$$n_k = |\beta|^2 = \frac{1}{2\omega_k}|\bar{\chi}_k'|^2 + \frac{\omega_k}{2}|\bar{\chi}_k|^2 - 1/2 \tag{15}$$

2.2 Soluções em tempo próprio

Para determinar a produção de partículas no tempo próprio, devemos resolver a equação 8 utilizando a evolução do fator de escala e do inflaton dados pela equação de Friedmann 4 e Klein Gordon 5. Alterações devem ser feitas nas condições iniciais para $\dot{\chi}_k$, a nova frequência é dada por

$$\omega_k^2 = \frac{k^2}{a^2} + m_\chi + \xi R \ . \tag{16}$$

A densidade numérica é agora dada alterando a expressão 15 para tempo conforme

$$|\beta_k|^2 = \frac{1}{2\omega_k}|a\dot{a}\chi_k + a^2\dot{\chi}_k|^2 + \frac{\omega_k}{2}|a\chi_k|^2 - 1/2 \tag{17}$$